

УДК 621.372.831

И.Н. Данилов, В.К. Майстренко, С.Е. Пилипосян**РАСЧЕТ СТЫКА ДВУХ КРУГЛЫХ ВОЛНОВОДОВ
РАЗНОГО СЕЧЕНИЯ МЕТОДОМ ЛЕММЫ ЛОРЕНЦА**

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е.Алексева

Одним из методов решения сложных дифракционных задач электродинамики является метод, основанный на применении леммы Лоренца. В данной работе продемонстрирован самый общий подход к решению задачи о скачкообразной нерегулярности в линии передачи на примере расчета дифракции симметричных волн на стыке двух круглых волноводов различного сечения. Рассматриваемая задача является тестовой для исследования и апробации данного метода, на основе которого планируется дальнейшее исследование более сложных структур. Результат работы – решение дифракционной задачи для симметричных волн на ось-симметричном стыке поперечного сечения круглого волновода. Проведено исследование сходимости рассмотренного метода и сравнение численных результатов решения указанных задач с результатами, представленными в известных работах по расчету аналогичных дифракционных структур.

Ключевые слова: волновод, сочленение, симметричные волны, дифракционная задача, численные результаты, ось-симметричный стык, волновод круглого сечения.

Введение

В настоящее время в технической электродинамике наиболее актуальными являются дифракционные задачи, к которым относятся задачи по расчёту электрических характеристик соединений различных направляющих структур СВЧ (сверхвысокочастотного) и КВЧ (крайне высокочастотного) диапазона. В том случае, если структуры имеют различную форму поперечного сечения или соединение этих направляющих структур является несоосным, то возникают трудности при создании адекватных математических моделей сложных физических процессов, имеющих место в задачах дифракции.

Одним из методов решения дифракционных задач электродинамики является метод, основанный на применении леммы Лоренца [1]. В данной работе продемонстрирован самый общий подход к решению задачи о скачкообразной нерегулярности в линии передачи на примере расчета дифракции симметричных волн на стыке двух круглых волноводов различного сечения. При этом, в силу общности подхода к составлению интегрального уравнения, удается показать все достоинства предлагаемого метода, заключающиеся, благодаря инвариантности задачи по отношению к месту расположения вспомогательных источников, в достаточно простой процедуре ее алгебраизации. С другой стороны, выбор симметричных волн позволяет, в связи с простой структурой их полей, получить расчетный алгоритм, для реализации которого не требуется проведения существенных аналитических преобразований. Рассматриваемая задача является тестовой для исследования и апробации данного метода, на основе которого планируется дальнейшее исследование более сложных структур, расчет которых другим методом невозможен либо нецелесообразен из-за громоздкости вычислений и больших затрат машинного времени.

Постановка задачи

Исследование данного метода проводилось на основе тестовой задачи о соосном стыке двух круглых экранированных волноводов, различного поперечного сечения. Исследуемая структура изображена на рис. 1.

Ступенчатая нерегулярность в волноведущей структуре представляет собой объём, ограниченный поверхностью $S = S_1 + S_2 + S_8$, где поверхности S_1, S_2, S_8 ограничивают объём

V , в котором существуют электромагнитные поля \vec{E}_1 и \vec{H}_1 ; \vec{E}_2 и \vec{H}_2 , созданные источниками $\vec{j}_1^{e,m}$ и $\vec{j}_2^{e,m}$ соответственно.

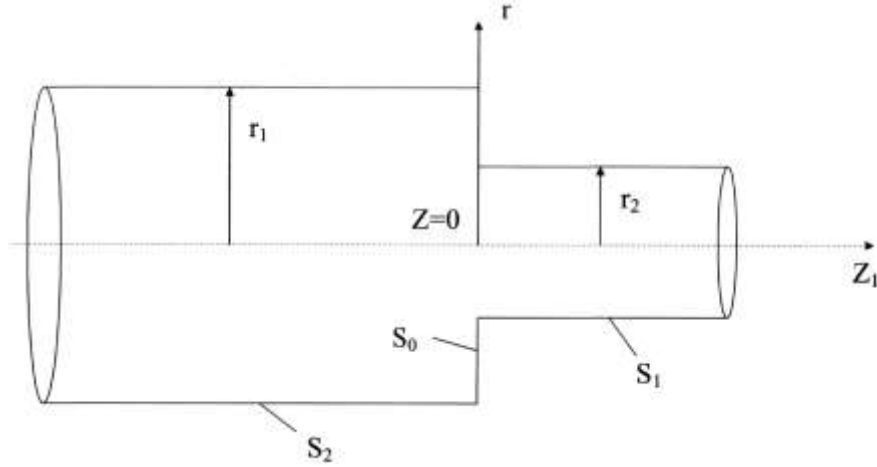


Рис. 1. Ступенчатая нерегулярность в круглом волноводе

Согласно лемме Лоренца, эти поля связаны соотношением

$$\oint_S \left[\vec{E}_1 \vec{H}_2 \right] - \left[\vec{E}_2 \vec{H}_1 \right] d\vec{S} = \int_V \left(\vec{j}_1^e \vec{E}_2 - \vec{j}_2^e \vec{E}_1 - \vec{j}_1^m \vec{H}_2 + \vec{j}_2^m \vec{H}_1 \right) dV, \quad (1)$$

где \vec{E}_1, \vec{H}_1 - поля, переносящие в рассматриваемом сочленении энергию, эти поля удовлетворяют уравнениям Максвелла и граничным условиям

$$E_{\tau/s} = 0, H_{n/s} = 0 \quad (2)$$

Эти поля создаются реальными источниками $\vec{j}_1^{e,m}$; $\vec{j}_2^{e,m}$ - вспомогательные источники, создающие поля \vec{E}_2 и \vec{H}_2 (эти источники располагаются вблизи стыка). Поля \vec{H}_2 удовлетворяют нулевому граничному условию, когда $z_1 \rightarrow \infty$.

Далее следуем методике, описанной в работах [2, 3].

В силу граничных условий (2), уравнение (1) можно переписать в следующем виде:

$$\oint_S \left[\vec{H}_1 \vec{E}_2 \right] d\vec{S} = \int_V \left(\vec{j}_1^e \vec{E}_2 - \vec{j}_2^e \vec{E}_1 - \vec{j}_1^m \vec{H}_2 + \vec{j}_2^m \vec{H}_1 \right) dV, \quad (3)$$

В неограниченном пространстве источники $\vec{j}_1^{e,m}$ создадут поле сферической волны \vec{E}_0, \vec{H}_0 . В этом случае уравнение (1) запишется как:

$$\int_{V_\infty} \left(\vec{j}_1^e \vec{E}_2 - \vec{j}_2^e \vec{E}_0 - \vec{j}_1^m \vec{H}_2 + \vec{j}_2^m \vec{H}_0 \right) dV = 0, \quad (4)$$

Располагая источники $\vec{j}_2^{e,m}$ вблизи стыка $z_1 = 0$ и удаляя $S_{1,2}$ в ∞ , вычитая из уравнения (3) уравнение (4), получаем

$$\int_S \left[\vec{H}_1 \vec{E}_2 \right] d\vec{S} = \int_V \left(\vec{j}_2^e (\vec{E}_0 - \vec{E}_1) - \vec{j}_2^m (\vec{H}_0 - \vec{H}_1) \right) dV, \quad (5)$$

При выводе уравнения (5) учтена тождественность интегрирования по бесконечному объёму V_∞ и по объёму источников V .

Выбираем в качестве вспомогательных источников элементарные электрические и магнитные диполи:

$$\vec{j}_{1,2}^{e,m} = \vec{I}_2^{e,m} \delta(\vec{r} - \vec{r}_{j1,2}^{e,m}), \quad (6)$$

где \vec{r} и $\vec{r}_{j1,2}^{e,m}$ - соответственно координаты точек наблюдения и точек источников. Воспользовавшись свойством δ - функций, из (5) получаем:

- для случая, когда вспомогательное поле создаётся магнитным диполем,

$$\int_S [\vec{H}_1 \vec{E}_2] dS = \vec{I}_2^m \vec{H}_1(\vec{r}_{j2}^m); \quad (7)$$

- для случая, когда вспомогательное поле создаётся электрическим диполем,

$$\int_S [\vec{H}_1 \vec{E}_2] dS = -\vec{I}_2^e \vec{E}_1(\vec{r}_{j2}^e). \quad (8)$$

В выражениях (6)-(8) $I^{e,m}$ – амплитуды вспомогательных источников $\vec{j}^{e,m}$.

Решая интегральные уравнения (7), (8) при граничных условиях (2), определяем искомые поля \vec{E}_1 , \vec{H}_1 в нерегулярной линии передач. При этом отсутствуют ограничения на вид функции, описывающей продольный профиль экранирующей поверхности (поверхность может быть как плавной, так и ступенчатой).

Рассмотрим исследуемую структуру, изображённую на рисунке 1. На стык из $z_1 \rightarrow -\infty$ со стороны волновода I (радиус r_1) может падать любая собственная волна этой направляющей структуры. В результате дифракции этой волны на стыке в волноводе I появляются бесконечный набор отражённых волн с коэффициентами отражения R_q^E (для E-волн) и R_{q1}^H (для H-волн), а в волноводе II (радиус r_2) - бесконечный набор прошедших волн с коэффициентами прохождения B_k^E (для E-волн) и B_{k1}^H (для H-волн).

Вектора Герца в областях I и II записываются так:

$$\begin{aligned} \Pi_{z_I}^E(r, \varphi) &= J_n(\alpha_{Iq}^E r) \Phi_n(\varphi) \exp(-j\beta^E z) + \sum_{q=1}^{\infty} R_q^E J_n(\alpha_{Iq}^E r) \Phi_n(\varphi) \exp(j\beta^E z), \\ \Pi_{z_I}^H(r, \varphi) &= J_n(\alpha_{Iq_1}^H r) \Phi_n(\varphi) \exp(-j\beta^H z) + \sum_{q_1=1}^{\infty} R_{q_1}^H J_n(\alpha_{Iq_1}^H r) \Phi_n(\varphi) \exp(j\beta^H z), \\ \Pi_{z_{II}}^E(r, \varphi) &= \sum_{k_1=1}^{\infty} B_{k_1}^E J_n(\alpha_{IIk_1}^E r) \Phi_n(\varphi) \exp(-j\beta^E z), \\ \Pi_{z_{II}}^H(r, \varphi) &= \sum_{k_1=1}^{\infty} B_{k_1}^H J_n(\alpha_{IIk_1}^H r) \Phi_n(\varphi) \exp(-j\beta^H z). \end{aligned} \quad (9)$$

Связь волновых чисел выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} (\alpha_{nm}^E)^2 - \varepsilon\mu\omega^2 &= (\beta_{nm}^E)^2, \\ (\alpha_{nm}^H)^2 - \varepsilon\mu\omega^2 &= (\beta_{nm}^H)^2, \end{aligned}$$

где ε - абсолютная диэлектрическая проницаемость среды; β - постоянная распространения; M - абсолютная магнитная проницаемость среды; α_{nm}^E и α_{nm}^H - поперечные волновые числа E и H волн круглого волновода соответственно.

Вид зависимости поля по азимутальной координате выражен функциями:

$$\Phi_n(\varphi) = \cos(n\varphi) \quad \text{и} \quad \Phi'_n(\varphi) = -\sin(n\varphi), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

В интегральной записи леммы Лоренца фигурирует электромагнитное поле вспомогательных источников – электрических и магнитных диполей. Компоненты электромагнитного

поля, созданного магнитным источником в сферической системе координат (ρ, θ, γ) , записываются в следующем виде [4]:

$$\begin{aligned} E_\gamma^h &= \frac{jkI_0^m L}{4\pi} \sin(\theta) \frac{\exp(-jk\rho)}{\rho} \left(1 + \frac{1}{jk\rho}\right), \\ H_\rho^h &= \frac{I_0^m L}{2\pi j\omega\mu_0\mu} \cos(\theta) \left(\frac{\exp(-jk\rho)}{\rho^3} + jk \frac{\exp(-jk\rho)}{\rho^2}\right), \\ H_\theta^h &= \frac{I_0^m L}{4\pi j\omega\mu_0\mu} \sin(\theta) \left(\frac{\exp(-jk\rho)}{\rho^3} + jk \frac{\exp(-jk\rho)}{\rho^2} - k^2 \frac{\exp(-jk\rho)}{\rho}\right). \end{aligned} \quad (10)$$

Компоненты электромагнитного поля, излученного электрическим диполем, могут быть записаны таким образом [4]:

$$\begin{aligned} H_\gamma^e &= \frac{jkI_0^e L}{4\pi} \sin(\theta) \frac{\exp(-jk\rho)}{\rho} \left(1 + \frac{1}{jk\rho}\right), \\ E_\rho^e &= \frac{I_0^e L}{2\pi j\omega\varepsilon_0\varepsilon} \cos(\theta) \left(\frac{\exp(-jk\rho)}{\rho^3} + jk \frac{\exp(-jk\rho)}{\rho^2}\right), \\ E_\theta^e &= \frac{I_0^e L}{4\pi j\omega\varepsilon_0\varepsilon} \sin(\theta) \left(\frac{\exp(-jk\rho)}{\rho^3} + jk \frac{\exp(-jk\rho)}{\rho^2} - k^2 \frac{\exp(-jk\rho)}{\rho}\right). \end{aligned} \quad (11)$$

где $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ - постоянная распространения плоской волны в свободном пространстве; μ_0, ε_0 - соответственно относительная магнитная, диэлектрическая проницаемость среды.

Индексы e и h соответствуют компонентам поля, излучаемого электрическим и магнитным диполем.

В выражениях (10), (11) сферические координаты, связанные со вспомогательными источниками (рис. 2), выражаются через цилиндрические координаты направляющей системы следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{(r \sin \varphi \pm r_u \sin \varphi_u)^2 + (z_1 \pm c)^2 + (r \cos \varphi \pm r_u \cos \varphi_u)^2} = \\ &= \sqrt{r^2 + r_u^2 + z_1^2 \pm 2z_1c + c^2 \pm 2rr_u \cos(\varphi - \varphi_u)}, \\ \theta &= \arctg \frac{\sqrt{(r \sin \varphi \pm r_u \sin \varphi_u)^2 + (z_1 \pm c)^2}}{r \cos \varphi \pm r_u \cos \varphi_u}, \\ \gamma &= \arctg \frac{z_1 \pm c}{r \sin \varphi \pm r_u \sin \varphi_u}. \end{aligned} \quad (12)$$

Полагая, что поле (вспомогательное) создается магнитным диполем, в этом случае используется уравнение (7). Левая часть этого уравнения записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_S ([\vec{H}_1 \times \vec{E}_2^h]) d\vec{S} &= \int_{S_1} [\{\vec{H}_{1_I}^H\} + \sum_{q=1}^{\infty} R_{q_1}^H \vec{H}_{1_I}^H + \sum_{q=1}^{\infty} R_q^E \vec{H}_{1_I}^E] \times \vec{E}_2^h d\vec{S}_{/r=r_1} + \\ &+ \int_{S_\delta} [\{\sum_{k=1}^{\infty} B_k^E \vec{H}_{1_{II}}^E + \sum_{k_1}^{\infty} B_{k_1}^H \vec{H}_{1_{II}}^H\} \times \vec{E}_2^h] d\vec{S}_{/z_1=0} + \int_{S_2} [\{\sum_{k=1}^{\infty} B_k^E \vec{H}_{1_{II}}^E + \sum_{k_1=1}^{\infty} B_{k_1}^H \vec{H}_{1_{II}}^H\} \times \vec{E}_2^h] d\vec{S}_{/r=r_2}, \end{aligned} \quad (13)$$

где S_1 - боковая поверхность волновода I радиуса r_1 ; S_2 - боковая поверхность волновода II радиуса r_2 ; S_δ - поверхность торцевого сочленения (кольцо внутренний радиус r_1 , внешний r_2).

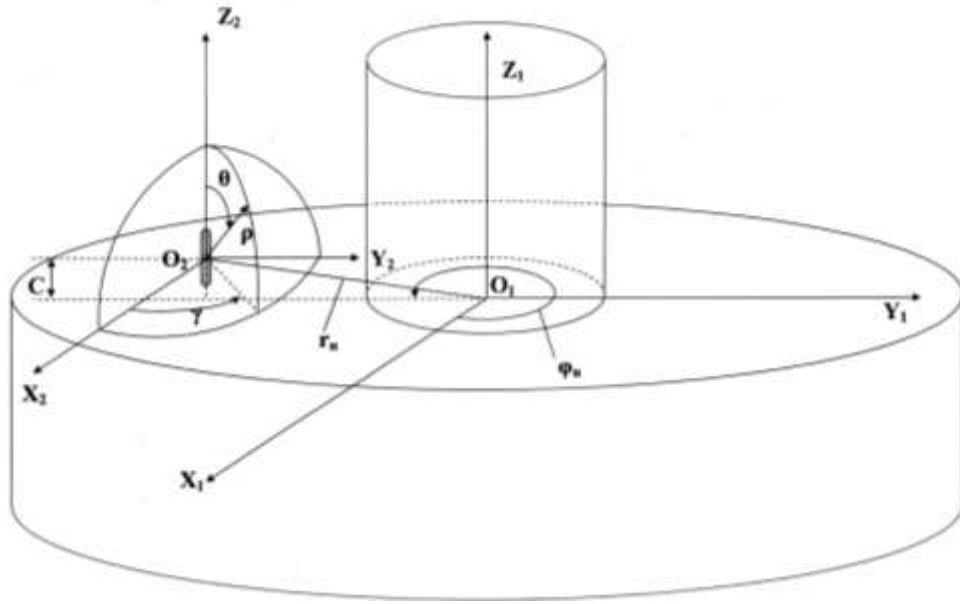


Рис. 2. Продольное расположение вспомогательных источников в сочленении двух волноводов

Если вспомогательное поле создаётся электрическим диполем, то воспользуемся уравнением (8). Левая часть этого уравнения выглядит следующим образом:

$$\int_S ([\vec{H}_1 \times \vec{E}_2^e]) d\vec{S} = \int_{S_1} [\{ \vec{H}_{1l}^{\{H\}} \} + \sum_{q=1}^{\infty} R_{q1}^H \vec{H}_{1l}^H + \sum_{q=1}^{\infty} R_q^E \vec{H}_{1l}^E \} \times \vec{E}_2^e] d\vec{S}_{/r=r_1} + \int_{S_\delta} [\{ \sum_{k=1}^{\infty} B_k^E \vec{H}_{1ll}^E + \sum_{k_1=1}^{\infty} B_{k_1}^H \vec{H}_{1ll}^H \} \times \vec{E}_2^e] d\vec{S}_{/z_1=0} + \int_{S_2} [\{ \sum_{k=1}^{\infty} B_k^E \vec{H}_{1ll}^E + \sum_{k_1=1}^{\infty} B_{k_1}^H \vec{H}_{1ll}^H \} \times \vec{E}_2^e] d\vec{S}_{/r=r_2}. \quad (14)$$

Правая часть уравнения (7) при данном расположении источников в покоординатной записи выглядит следующим образом:

$$\vec{I}_2^m \vec{H}_1(\vec{r}_{j2}) = I_{0_2}^m L H_{z_1l}^H(r_u, \varphi_u) + \sum_{q_1=1}^{\infty} R_{q_1}^H I_{0_2}^m L H_{z_1l}^H(r_u, \varphi_u) + \sum_{k_1=1}^{\infty} B_{k_1}^H I_{0_2}^m L H_{z_1ll}^H(r_u, \varphi_u) = \\ = I_{0_2}^m L(\alpha_{lmm}^H)^2 J_n(\alpha_{lmm}^H r_u) \cos(n\varphi_u) \exp(-j\beta_{nm}^H z) + \sum_{q_1=1}^{\infty} R_{q_1}^H I_{0_2}^m L(\alpha_{lq_1}^H)^2 J_n(\alpha_{lq_1}^H r_u) \cos(n\varphi_u) \exp(j\beta_{q_1}^H z) + \\ + \sum_{k_1=1}^{\infty} B_{k_1}^H I_{0_2}^m L(\alpha_{llk_1}^H)^2 J_n(\alpha_{llk_1}^H r_u) \cos(n\varphi_u) \exp(-j\beta_{k_1}^H z),$$

где (r_u, φ_u, z_u) - координаты мнимого источника.

Правая часть уравнения (8) при этом же расположении источников в покоординатной записи представлена ниже:

$$-\vec{I}_2^e \vec{E}_1(\vec{r}_{j2}) = -I_{0_2}^e L E_{z_1l}^E(r_u, \varphi_u) - \sum_{q=1}^{\infty} R_q^E I_{0_2}^e L E_{z_1l}^E(r_u, \varphi_u) - \sum_{k=1}^{\infty} B_k^E I_{0_2}^e L E_{z_1ll}^E(r_u, \varphi_u) = \\ = -I_{0_2}^e L(\alpha_{lmm}^E)^2 J_n(\alpha_{lmm}^E r_u) \cos(n\varphi_u) \exp(-j\beta_{nm}^E z) - \sum_{q=1}^{\infty} R_q^E I_{0_2}^e L(\alpha_{lq}^E)^2 J_n(\alpha_{lq}^E r_u) \cos(n\varphi_u) \exp(j\beta_q^E z) - \\ - \sum_{k=1}^{\infty} B_k^E I_{0_2}^e L(\alpha_{llk}^E)^2 J_n(\alpha_{llk}^E r_u) \cos(n\varphi_u) \exp(-j\beta_k^E z),$$

Подставляя полученные компоненты полей в выражение на основе леммы Лоренца и записывая его в $(q+k)$ точках с координатами (r_u, φ_u, z_u) , получаем систему $(q+k)$ алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитудных коэффициентов $R_q^E, B_k^H, R_{q_1}^E, B_{k_1}^H$, которая решается в том или ином приближении в зависимости от числа учитываемых волн в стыкуемых волноводах.

Полную количественную и качественную информацию о дифракционных характеристиках скачкообразного сужения круглого волновода в одномодовом диапазоне содержат зависимости модуля и фазы коэффициента отражения от частоты, а также коэффициента прохождения H_{01} и E_{01} волн. Данные зависимости представлены на рис. 3 – рис. 6.

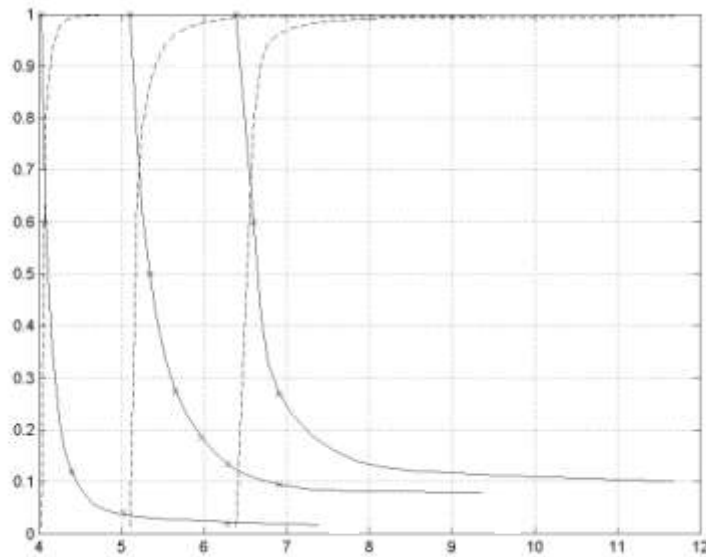


Рис. 3. Зависимости модуля коэффициента отражения и приведенного модуля коэффициента прохождения (штриховая линия) от нормированного волнового числа ka_1 для H_{01} волны при соотношении размеров волнопроводов:
1 - $N=a_1/a_2=0,6$; 2 - $N=a_1/a_2=0,75$; 3 - $N=a_1/a_2=0,95$

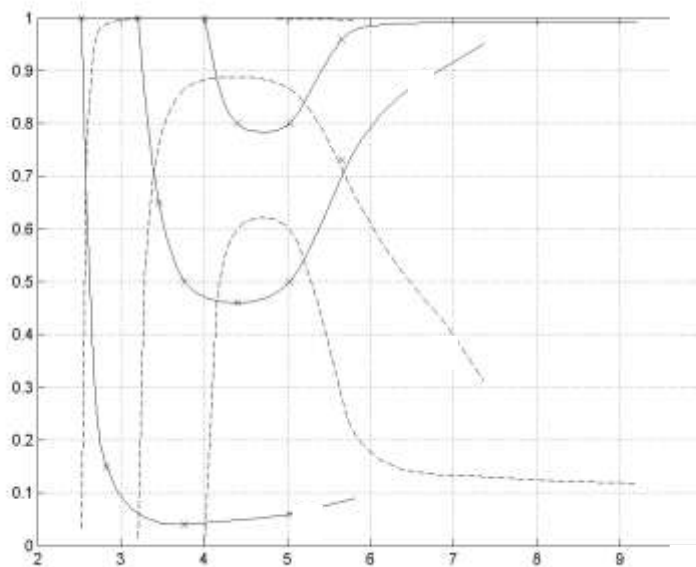


Рис. 4. Зависимости модуля коэффициента отражения и приведенного модуля коэффициента прохождения (штриховая линия) от нормированного волнового числа ka_1 для E_{01} волны при соотношении размеров волнопроводов:
1 - $N=a_1/a_2=0,6$; 2 - $N=a_1/a_2=0,75$; 3 - $N=a_1/a_2=0,95$

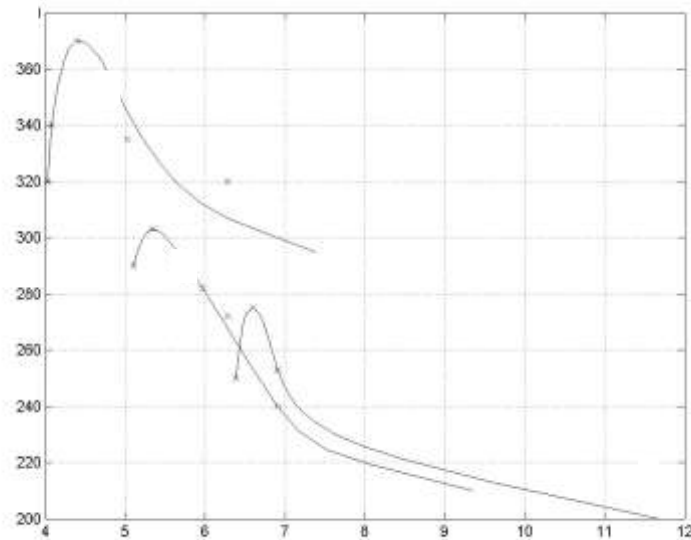


Рис. 5. Зависимости фазы модуля коэффициента отражения от нормированного волнового числа ka_1 для H_{01} волны при соотношении размеров волноводов:
 1 – $N=a_1/a_2=0,6$; 2 – $N=a_1/a_2=0,75$; 3 – $N=a_1/a_2=0,95$

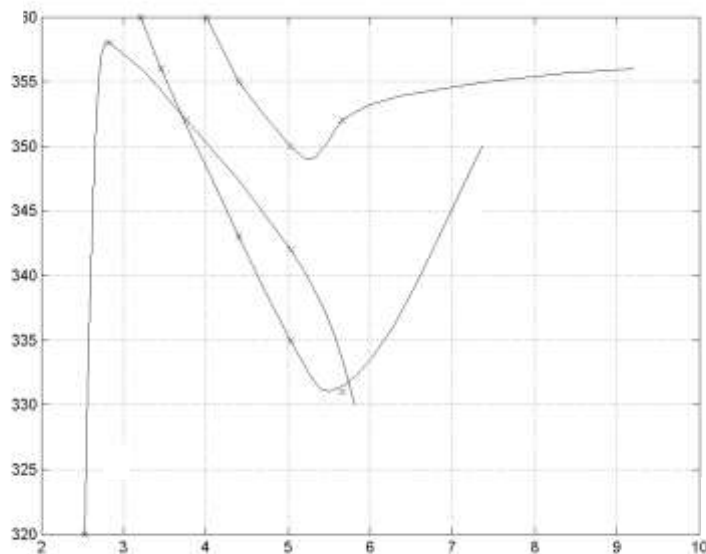


Рис. 6. Зависимости фазы модуля коэффициента отражения от нормированного волнового числа ka_1 для E_{01} волны при соотношении размеров волноводов:
 1 – $N=a_1/a_2=0,6$; 2 – $N=a_1/a_2=0,75$; 3 – $N=a_1/a_2=0,95$

При решении рассматриваемой дифракционной задачи поле на стыке двух волноводов представлялось в виде набора прошедших и отраженных симметричных H -волн (в случае возбуждения стыка H_{01} -волной). В том случае, когда стык двух волноводов возбуждается E_{01} -волной, поле на стыке представляется в виде набора симметричных E -волн. В первом случае в качестве вспомогательных источников выбираются магнитные диполи, во втором – электрические. Представленные результаты получены при учете семи волн в каждом волноводе при продольном расположении источников каждого вида.

Одномодовый режим рассеяния на симметричной ступеньке в круглом волноводе с H_{01} волной реализуется в диапазоне $3,832 \frac{a_1}{a_2} \leq \frac{2\pi a_1}{\lambda} \leq 7,016 \frac{a_1}{a_2}$. Зависимости $|R_1^H|$ от $2\pi a_1/\lambda$ вдали

от критических частот практически прямолинейные и $|R_1^H| < 0.2$. В окрестности точки $\lambda = \lambda_{кр}$ характеристики ступеньки изменяются наиболее резко.

Крестиками на рис. 5 – рис. 6 изображены значения $|R_1^H|$, взятые из работы [5], которые можно принимать за эталонные, так как задача в данной работе решалась электродинамически строгим методом полуобращений в высоком приближении, когда в стыкуемых волноводах учитывалось большое число (более десяти в каждом волноводе) волн. Как видно из рисунков и из таблицы 1, расхождения между результатами, полученными на основе разработанного алгоритма в третьем приближении, и данными из [5] не превышают 7,8%, а в седьмом - 0.48%

Таблица 1

$N=(a_1/a_2)$	Номер приближения K	Величина отклонения коэффициента отражения H_{01} волны от значений в работе[5]			Величина отклонения коэффициента отражения E_{01} волны от значений в работе[5]		
		$N \cdot ka_1$			$N \cdot ka_1$		
		3,832	5,424	7,016	2,405	3,963	5,520
0,95	1	0,2322	0,0738	0,0219	0,1226	-0,0314	-0,0407
	3	0,0264	0,0211	-0,0173	0,0779	-0,0136	0,0031
	7	0,0014	-0,0011	0,0009	0,00012	-0,00013	-0,00031
0,75	1	0,1845	0,0328	0,0341	-0,2419	-0,0913	-0,1721
	3	0,0027	-0,0061	0,0212	-0,0185	0,0184	-0,1005
	7	0,0021	0,00031	0,0029	-0,0048	-0,00441	-0,00026
0,6	1	0,0211	0,0908	0,2047	-0,1209	-0,1795	-0,0443
	3	0,0045	-0,0559	-0,0361	-0,0052	-0,0232	0,0109
	7	-0,0013	-0,009	-0,00611	0,00448	0,000112	-0,00602

Это показывает, что благодаря инвариантности разработанного алгоритма расчета ступенчатых нерегулярностей по отношению к месту расположения вспомогательных источников с использованием его можно получить достаточно точные результаты уже в невысоких приближениях.

Характер зависимостей $|R_1^E|$ от $2\pi a_1/\lambda$ для модуля коэффициента отражения E_{01} -волны существенно отличается от случая H_{01} -волны. Волна E_{01} является единственной распространяющейся симметричной E -волной в диапазоне $2,405 \frac{a_1}{a_2} \leq \frac{2\pi a_1}{\lambda} \leq 5,520 \frac{a_1}{a_2}$.

При сопоставимых величинах a_2/a_1 уровень коэффициента отражения E_{01} -волны заметно выше, чем H_{01} -волны.

Зависимость $|R_1^H|$ от a_2/a_1 показывает, что переход через критическую частоту H_{01} -волны в узком волноводе приводит к резкому уменьшению коэффициента отражения на ма-

лом интервале a_2/a_1 . Для E_{01} -волны аналогичные зависимости имеют более плавный характер (рис. 3 – рис. 5).

Таблица 2

$N=(a_1/a_2)$	Номер приближения	Относительная погрешность выполнения закона сохранения энергии для H_{01} волны (в %)								
		$N \cdot ka_1$								
		3.832	4.23	4.628	5.026	5.424	5.822	6.220	6.618	7.016
0,95	1	10,371	5,8953	4,7449	4,4456	4,4661	4,6436	4,9208	5,2401	5,6066
	3	0,4983	0,2602	0,1917	0,1624	0,1497	0,1433	0,1401	0,1423	0,1451
	7	0,00623	0,003686	0,00286	0,00248	0,00227	0,00215	0,00207	0,00203	0,00201
0,75	1	6,5592	3,6601	2,6921	2,1325	1,8827	1,7267	1,7225	1,6789	1,6366
	3	0,1827	0,1523	0,1048	0,0927	0,1823	0,1423	0,0482	0,0929	0,9951
	7	0,00878	0,00710	0,00655	0,00629	0,00614	0,00605	0,00599	0,00595	0,00592
0,6	1	9,5991	5,4147	4,1459	3,6665	3,4808	3,4545	3,5159	3,6488	3,8044
	3	0,9232	0,5142	0,3567	0,287	0,246	0,2245	0,2119	0,2049	0,2001
	7	0,00867	0,00754	0,0072	0,00716	0,00715	0,00719	0,00725	0,00733	0,00741
$N=(a_1/a_2)$	Номер приближения	Относительная погрешность выполнения закона сохранения энергии для E_{01} волны (в %)								
		$N \cdot ka_1$								
		2,405	2,794	3,184	3,573	3,963	4,352	4,741	5,131	5,520
0,95	1	12,47	6,8852	5,4731	4,9448	4,8864	4,98	5,2117	5,4886	5,832
	3	0,3871	0,1445	0,1184	0,1035	0,0965	0,0920	0,0897	0,0891	0,0897
	7	0,0782	0,0682	0,0649	0,0633	0,0623	0,0616	0,0611	0,0608	0,0605
0,75	1	7,295	4,4286	3,8135	3,7234	3,8967	4,1619	4,4971	4,8643	5,276
	3	0,9726	0,5132	0,3589	0,2852	0,2475	0,2114	0,2034	0,2001	0,1992
	7	0,00828	0,00878	0,00961	0,0105	0,0114	0,0124	0,0134	0,0144	0,0153
0,6	1	9,813	5,8585	4,7669	4,4442	4,4685	4,6469	4,9244	5,2407	5,6036
	3	1,834	1,019	0,6766	0,532	0,4452	0,3895	0,3532	0,3270	0,3112
	7	0,00384	0,00234	0,00185	0,00160	0,00146	0,00136	0,00130	0,00125	0,00121

Поведение линий фазы коэффициента отражения показательно в том смысле, что в пределах одноволнового диапазона фаза коэффициента отражения H_{01} -волны изменяется более существенно, чем E_{01} -волны.

С целью проверки действенности разработанного алгоритма были исследованы сходности результатов, которые представлены в табл. 1.

При решении системы уравнений в том или ином приближении при конечном числе точек, в которые помещаются вспомогательные источники, их координаты можно выбирать произвольным образом. Оптимальное же их расположение определяется из следующих условий:

1. Выполнения закона сохранения энергии, которое иллюстрирует табл. 2. Для одномерного режима рассеяния на ступеньке закон сохранения энергии записывается в виде

$$1 - |R_i^{H(E)}|^2 = |B_i^{H(E)}|^2 N,$$

где N - коэффициент, учитывающий различие площадей поперечных сечений стыкуемых волноводов. В нашем случае $N = \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2$.

2. В первом приближении, когда в каждом волноводе учитывается по одной волне, рекомендуется располагать источники следующим образом:

- по радиальной координате: оба источника на расстоянии $r \approx 0,01\lambda$ от оси структуры;
- по азимутальной координате: $\varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_2 = (270 \pm 15)^\circ$, где φ_1, φ_2 - азимутальные координаты первого и второго источников соответственно;
- по продольной координате $z_{1,2}=0$, $c = 0$.

В третьем приближении, когда в каждом волноводе учитывается по три волны, рекомендуется располагать источники следующим образом:

- по радиальной координате: все источники на расстоянии $r \approx 0,01\lambda$ от оси структуры;
- по азимутальной координате: $\varphi_{1,3} = 90^\circ$, $\varphi_{2,4} = (270 \pm 15)^\circ$, $\varphi_5 = 0^\circ$, $\varphi_6 = 180^\circ$ где $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6$ - азимутальные координаты источников;
- по продольной координате $z_{1,2,3,4,5,6} = 0$, $c = 0$.

В седьмом приближении, когда в каждом волноводе учитывается по семь волн, рекомендуется располагать источники следующим образом:

- по радиальной координате: все источники на расстоянии $r \approx 0,01 \div 0,015\lambda$ от оси структуры;
- по азимутальной координате: $\varphi_{1,3} = 90^\circ$, $\varphi_{2,4} = (270 \pm 15)^\circ$, $\varphi_5 = 0^\circ$, $\varphi_6 = 180^\circ$, $\varphi_{7,10} = (45 \pm 15)^\circ$, $\varphi_{8,9} = (225 \pm 10)^\circ$, $\varphi_{11} = 290^\circ$, $\varphi_{12} = 299^\circ$, $\varphi_{13} = 131^\circ$, $\varphi_{14} = 139^\circ$, где $\varphi_1, \dots, \varphi_{14}$ - азимутальные координаты источников;
- по продольной координате $z_{1,\dots,14} = 0$, $c = 0$.

3. Тип вспомогательного источника (магнитный или электрический диполь) зависит от волны, распространяющейся в данной направляющей структуре. В исходном уравнении для магнитного диполя, полученном на основе леммы Лоренца, в левой и правой частях фигурирует только H_z компонента, для электрического диполя - только E_z . Из этого следует, что при возбуждении стыка H -волной, в качестве вспомогательных источников необходимо использовать магнитные диполи, E -волной - электрические.

4. Вспомогательные источники независимо от их типа, следует располагать вдоль направляющей структуры.

Таким образом, предложен и продемонстрирован на конкретных задачах метод расчета нерегулярных участков волноведущих структур, в основе которого лежит интегральное соотношение Лоренца. К основным достоинствам метода относится инвариантность задачи относительно выбора месторасположения вспомогательных источников, что позволяет получить достаточно точные результаты уже в невысоких приближениях.

Кроме того, используя представленный метод, возможно рассчитывать продольно нерегулярные направляющие структуры различной конфигурации, которые могут не иметь осевой симметрии.

Установлено, что основная трудность при численной реализации метода заключается в вычислении интегралов, которые, хотя и являются сходящимися, но содержат осциллирующую подынтегральную функцию. Поэтому численное интегрирование требует достаточно больших затрат машинного времени.

Приведены результаты решения дифракционной задачи для симметричных волн на ось-симметричном стыке круглых волноводов, иллюстрирующие предлагаемый метод. Проведено сравнение численных результатов решения указанной задачи с результатами, приведенными в работе [5], показавшее высокую эффективность разработанного алгоритма расчета нерегулярных волноведущих структур.

Библиографический список

1. **Каценеленбаум, Б.З.** Высокочастотная электродинамика / Б.З. Каценеленбаум. – М.: Наука, 1966.
2. **Белов, Ю.Т.** О расчете гофрированных волноводов / Ю.Т. Белов, С.Б. Раевский // Изв. вузов СССР. Сер. Радиофизика. 1975. Т. 8. № 10.
3. **Илларионов, Ю.А.** Расчет гофрированных и частично заполненных волноводов / Ю.А. Илларионов, С.Б. Раевский, В.Я. Сморгонский. – М.: Сов. радио, 1980.
4. **Марков, Г.Т.** Электродинамика и распространение радиоволн / Г.Т. Марков, Б.М. Петров, Г.П. Грудинская. – М.: Сов. радио, 1979.
5. **Шестопапов, В.П.** Резонансное рассеяние волн / В.П. Шестопапов, А.А. Кириленко, Л.А. Рудь. – Киев: Наук. Думка, 1986. Т. 2.

*Дата поступления
в редакцию 02.02.2010*

I.N. Danilov, V.K. Maistrenko, S.E. Piliposyan

THE CALCULATION OF THE JUNCTION OF TWO CIRCULAR WAVEGUIDES OF DIFFERENT CROSS-SECTION BY METHOD OF LORENTZ'S LEMMA

One method of solving complex diffraction problems in electrodynamics is the method based on the application of the Lorentz lemma. In this paper demonstrated the most common approach to solving the problem of hopping irregularities in the transmission line by the example of the calculation of the diffraction of symmetrical waves at the junction of two circular waveguides of different sections. This problem is a test for the study and validation of the method, based on which we plan to further study more complex structures. The result of this work is the solutions of the diffraction problem for symmetric waves on the axis-symmetric junction cross-sectional circular waveguide, illustrating the proposed method. A study of convergence of this method and comparison of numerical results of solving these problems with the results presented in other works on the calculation of similar diffraction patterns.

Key words: waveguide, junction, symmetric waves, diffraction problem, numerical results, axis-symmetric junction, circular waveguide.