

УДК 539.3.

С.Ю. Скляр, В.И. Одинокоев, Н.С. Ловизин

РЕШЕНИЕ ТЕПЛОВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПРОЦЕССА ПОЛУЧЕНИЯ МЕТАЛЛОИЗДЕЛИЙ НА ЛИТЕЙНО-КОВОЧНОМ МОДУЛЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО ТИПА

Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН

Моделируется сложный технологический процесс получения непрерывных металлоизделий с использованием литейно-ковочного модуля. Приводится алгоритм решения тепловой задачи, описывающей данный процесс, а также численные результаты исследования.

Ключевые слова: литье, температура, кристаллизатор, литейно-ковочный модуль, металлоизделия, моделирование, ортогональный.

Литейно-ковочный модуль вертикального типа (ЛКМВ) представляет собой компактное устройство, реализующее процесс получения непрерывных металлоизделий (НМ) из цветных сплавов и стали [1]. Данный процесс разрабатывается в институте ИМиМ ДВО РАН. Особенностью этого технологического процесса является совмещение в одном устройстве трех процессов: непрерывного литья, жидкой штамповки и горячей обработки металлов давлением.

Суть процесса состоит в следующем (рис. 1, а). Из промежуточного ковша через разливной стакан б жидкий металл 1 заливается в разъемный кристаллизатор с подвижными охлаждаемыми стенками 3, 4. За счет отвода тепла бойками 3, и стенками 4 происходит затвердевание жидкого металла. Бойки 3 и стенки 4 приводятся в движение от эксцентриков приводных валов 5. При этом они деформируют металл 2 и осуществляют его подачу по ходу технологического процесса. Бойки 3 имеют наклонный участок, на котором осуществляется деформация металла, и калибрующий участок, где формируется непрерывный профиль заданного поперечного сечения.

Конфигурация области деформирования определяется геометрическими параметрами ЛКМВ (размеры бойка, угол наклона $\gamma = 10^\circ$, расстояние между осями эксцентриковых валов), скоростью разливки, толщиной образовавшейся корочки и толщиной готового профиля.

Была поставлена пространственная задача по определению полей температур в сложной четырехкомпонентной области: 1 – жидкий металл (границы этой области определялись следующим образом: $\theta > \theta_{кр}$ – жидкая фаза; $\theta \leq \theta_{кр}$ – твердая фаза, где $\theta_{кр}$ – температура кристаллизации); 2 – закристаллизовавшийся твердый металл, ограниченный поверхностями бойков и боковых стенок; 3 – наклонные бойки, 4 – боковые стенки. С учетом симметрии рассматривалась четвертая часть области деформирования (рис. 1, б).

Процесс получения НМ на ЛКМВ циклический. Весь цикл поворота эксцентрикового вала разбивался на m шагов. На каждом временном шаге m решалась система уравнений.

В заготовке рис. 1 (области 1 и 2), и в инструменте рис. 1 (области 3 и 4), на полцикле обжатия имеет место уравнение

$$c\rho \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \text{div}(\lambda \text{grad}\theta), \quad (1)$$

где $\lambda = \lambda(\theta)$ – коэффициент теплопроводности; θ – температура; c – удельная теплоемкость; ρ – плотность; τ – время.

Начальное поле температур $\theta = \theta_0$ находится, исходя из следующих соображений. При

установившемся режиме изменение температуры в системе в процессе деформации происходит в течение одного цикла, то есть при повороте эксцентрика от $\alpha = 0$ до $\alpha = 180^\circ$. Далее бойки 3 расходятся и следует продвижение металла стенками 4 в сторону выхода (рис. 1, а). Угол α при этом изменяется от 180 до 360° . Это период разгрузки. Считается, что за этот период происходит полная рекристаллизация деформируемого металла, то есть следующий цикл начинается с начальных условий $\theta = \theta_0$.

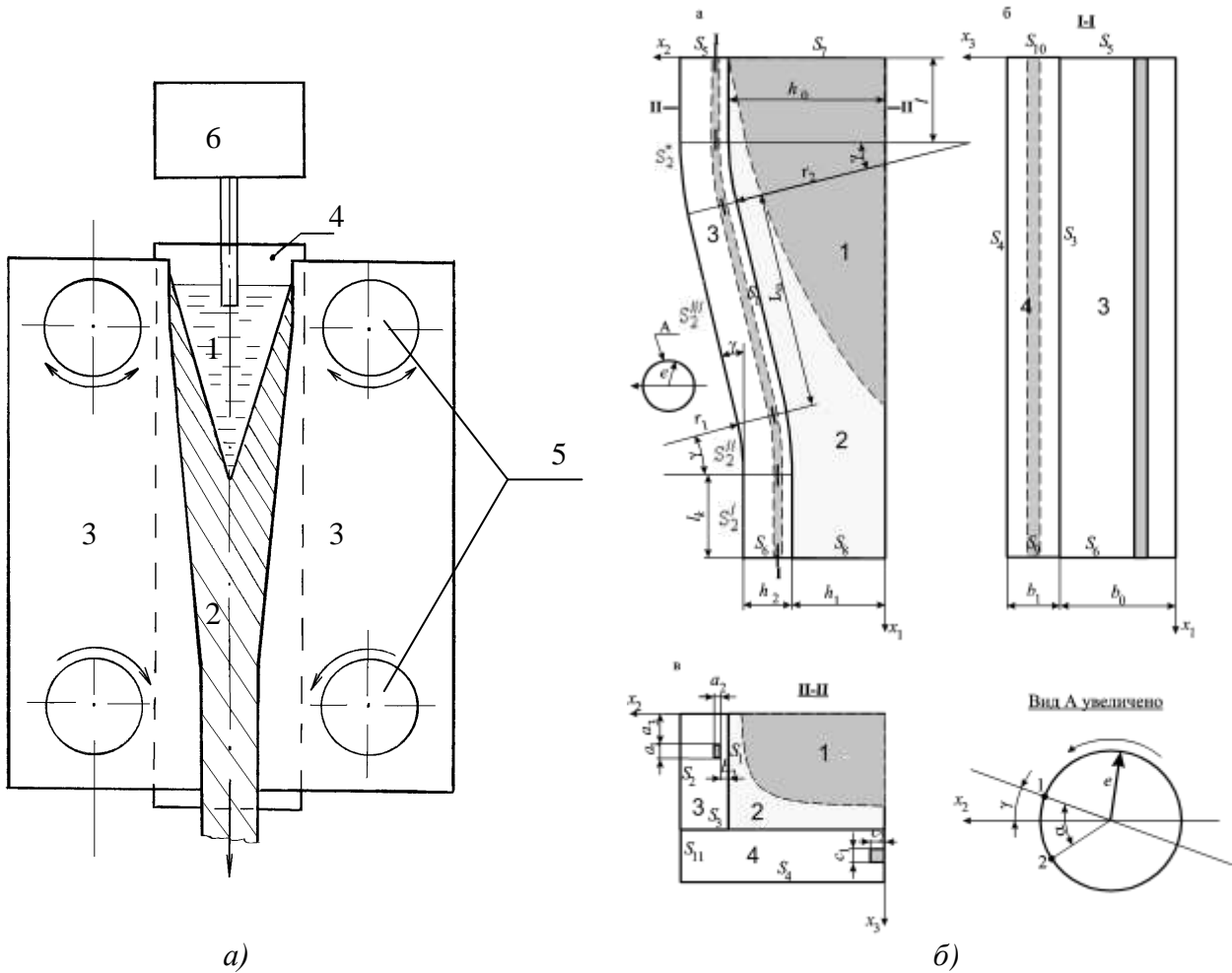


Рис. 1. Процесс получения НМ:
 а – принципиальная схема ЛКМВ; б – расчетная схема процесса

Начальное поле температур перед циклом будем определять из следующего предположения:

- бойки раскрыты ($\alpha = 0$). Это предопределяет геометрию системы;
- полагаем, что масса металла как бы течет в зеве бойков 3 и стенок 4 при соответствующих граничных условиях.

Таким образом, рассматривается стационарный процесс движения металла в замкнутом объеме.

Тогда уравнение теплопроводности по областям запишется в следующем виде.

- Области 1, 2:

Для движущейся среды

$$\text{ср} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \text{div}(\lambda \text{grad} \theta), \tag{2}$$

где $\frac{d\theta}{d\tau} = \dot{\theta} + v_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i}$.

Так как процесс стационарный, то $\dot{\theta} = 0$. Тогда

$$\frac{d\theta}{d\tau} = v_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i}.$$

Если траекторией движения является одна координата, например x_1 , то

$$\frac{d\theta}{d\tau} = v_1 \frac{\partial \theta}{\partial x_1}.$$

Окончательно получим

$$c\rho v_1 \frac{\partial \theta}{\partial x_1} = \text{div}(\lambda \text{grad}\theta); \quad (3)$$

- Области 3, 4:

При стационарном режиме имеем

$$\text{div}(\lambda \text{grad}\theta) = 0. \quad (4)$$

При решении уравнений (3), (4) задавались граничные условия.

На внешних поверхностях (рис. 1, б) и на поверхностях каналов в областях 3, 4 использовалось граничное условие третьего рода

$$q_n|_{S_i} = \alpha_p (\theta_n - \theta_p^*); \quad i = 2, 4, 6, 9, 10, 11; \quad p = 1, 2. \quad (5)$$

где α_p - коэффициент теплообмена соответственно: α_1 - с внешней средой; α_2 - с водой; θ_p^* - температура окружающей среды ($p = 1, 2$); θ_n - температура поверхности области; q_n - плотность теплового потока для каждой точки поверхности.

$$\theta|_{S_7} = \theta^*, \quad (6)$$

θ^* - температура жидкого металла.

На оси симметрии $x_2 = 0$ и $x_3 = 0$

$$q_n = 0. \quad (7)$$

После решения уравнений (3), (4) с учетом граничных условий (5, 6, 7) поле температур θ будет определено.

Реализация решения указанной системы дифференциальных уравнений осуществлялась апробированными численными методами.

Остановимся более подробно на решении уравнения теплопроводности. Для решения уравнения теплопроводности использовался численный метод [2], согласно которому область разбивается на конечное число ортогональных элементов. На рис. 2 приведена схема разбивки исследуемой области на ортогональные элементы (сечение в плоскости x_1, x_2). Для этого область разбита на десять зон, в которых для описания геометрии приняты разные системы координат: прямоугольные (зоны I, V, VI, VIII, X), билиндрические (зоны II, IV), цилиндрические (зоны III, VII, IX).

Для каждого элемента составляется тепловой баланс, из которого выводится уравнение теплопроводности в следующем виде (рис. 3):

$$t_{12}(\theta_1^+ - \theta_k) - t_{11}(\theta_k - \theta_1^-) + t_{22}(\theta_2^+ - \theta_k) - t_{21}(\theta_k - \theta_2^-) + t_{32}(\theta_3^+ - \theta_k) - t_{31}(\theta_k - \theta_3^-) = \theta_k - \theta_k^*. \quad (8)$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 t_{12} &= \frac{2(\lambda_k + \lambda_1^+)}{S_{21} + S_{21}^+} F_1^2 A; & t_{11} &= \frac{2(\lambda_k + \lambda_1^-)}{S_{21} + S_{21}^-} F_1^1 A; \\
 t_{22} &= \frac{2(\lambda_k + \lambda_2^+)}{S_{12} + S_{12}^+} F_2^2 A; & t_{21} &= \frac{2(\lambda_k + \lambda_2^-)}{S_{12} + S_{12}^-} S_{21}^1 A; \\
 t_{32} &= \frac{2(\lambda_k + \lambda_3^+)}{S_{23} + S_{23}^+} F_3^2 A; & t_{31} &= \frac{2(\lambda_k + \lambda_3^-)}{S_{23} + S_{23}^-} F_3^1 A; \\
 A &= \frac{\Delta\tau}{c_k \rho_k V_k}; & V_k &= \frac{S_{12} S_{13} S_{21}}{8}; & F_i^j &= S_{ik}^j S_{ip}^j; \quad i \neq k \neq p; \\
 S_{ij} &= S_{ij}^1 + S_{ij}^2, & S_{ij}^+ &= S_{ij}^{1+} + S_{ij}^{2+}, & S_{ij}^- &= S_{ij}^{1-} + S_{ij}^{2-}, \quad i, k, p = 1, 2, 3; j = 1, 2,
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

где θ_k^* - средняя температура в k -м элементе в начале временного шага $\Delta\tau_m$; в нашем случае $\Delta\tau_m$ - время поворота эксцентрикового вала на угол α на шаге m ; c_k, ρ_k, V_k - соответственно удельная теплоемкость, плотность и объем k -го элемента; λ_k, θ_k - значения коэффициента теплопроводности и температура в k -м элементе в конце временного шага $\Delta\tau$ соответственно; λ_1^-, θ_1^- - соответственно коэффициент теплопроводности и температура в элементе, следующим за элементом k по координате α_1 , в отрицательную сторону; λ_1^+, θ_1^+ - аналогичные параметры в положительном направлении α_1 ; S_{ij}^p - средние значения от дуг ребер элементов.

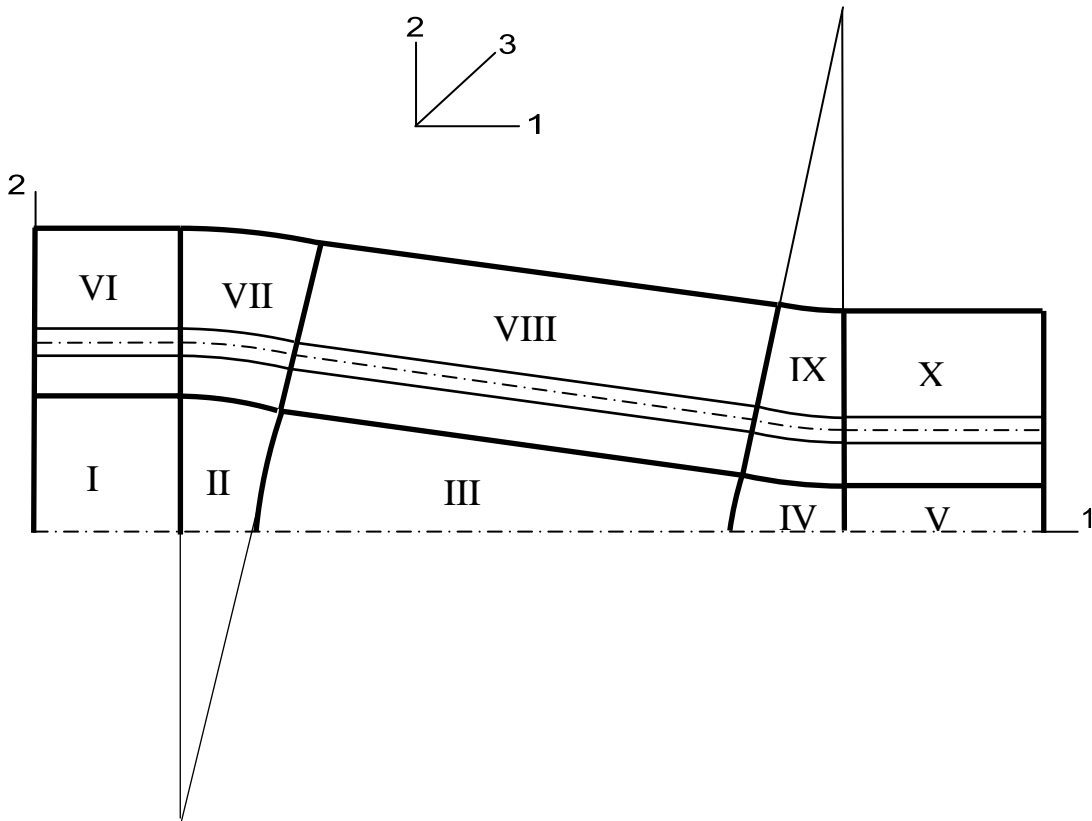


Рис. 2. Схема разбиения исследуемой области

Так, например, $S_{21}^1 = 0,5(|a_0 b_0| + |a_1 b_1|)$.

Тогда $S_{21} = S_{31}$ и $S_{ki} = S_{ji}$; $k \neq j \neq i$.

Выражение (8) может рассматриваться как система уравнений, если $k = 1, \dots, n$, где n – число элементов, на которые разбита область.

Перепишем систему (8) в виде

$$\theta_k = \frac{\theta_k^* + t_{12}\theta_1^+ + t_{11}\theta_1^- + t_{22}\theta_2^+ + t_{21}\theta_2^- + t_{32}\theta_3^+ + t_{31}\theta_3^-}{1 + t_{12} + t_{11} + t_{22} + t_{21} + t_{32} + t_{31}}. \quad (10)$$

Для стационарного процесса (4) имеем

$$\theta_k = \frac{t_{12}\theta_1^+ + t_{11}\theta_1^- + t_{22}\theta_2^+ + t_{21}\theta_2^- + t_{32}\theta_3^+ + t_{31}\theta_3^-}{t_{12} + t_{11} + t_{22} + t_{21} + t_{32} + t_{31}}. \quad (11)$$

Положим $\lambda_k = \text{const}$, $c_k = \text{const}$, $\gamma_k = \text{const}$. Тогда системы (10), (11) будут линейными и могут быть решены итерационным методом. В работе [2] доказывается сходимость итерационной процедуры.

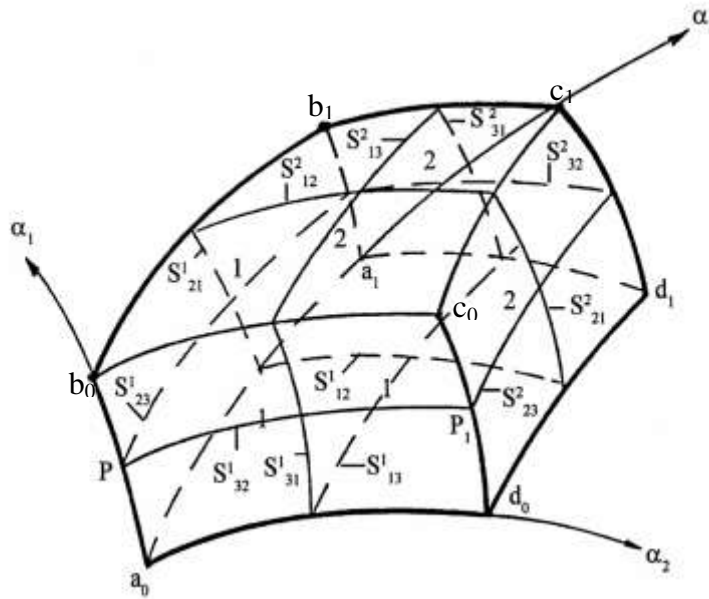


Рис. 3. Вид конечного элемента

В уравнении (3) выражение $v_1 \frac{\partial \theta}{\partial x_1}$ представим в разностном виде:

$$v_1 \frac{\partial \theta}{\partial x_1} \approx v_1 \frac{\Delta \theta}{\Delta x_1} = v_1 \frac{\theta_k - \theta_1^-}{\Delta x_1},$$

$\Delta \tau_k = \frac{\Delta x_1}{v_1}$ – время прохождения материальной точки через элемент k . Так как вектор скорости v_1 сонаправлен с координатой x_1 , то окончательно получаем $v_1 \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\theta_k - \theta_1^-}{\Delta \tau_k}$.

Таким образом, при расчете начального температурного поля θ_0 расчет температуры θ_k в области 1, 2 производим по формуле

$$\theta_k = \frac{\theta_1^- + t_{12}\theta_1^+ + t_{11}\theta_1^- + t_{22}\theta_2^+ + t_{21}\theta_2^- + t_{32}\theta_3^+ + t_{31}\theta_3^-}{1 + t_{12} + t_{11} + t_{22} + t_{21} + t_{32} + t_{31}}. \quad (12)$$

Учитывая, что $q_n(\tau) = -\lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial n} \right)$ (n – нормаль к поверхности), можно записать для поверхностного элемента β

$$q_n^\beta = -\lambda_\beta \frac{\theta_n^\beta - \theta_n^k}{\delta},$$

где θ_n^k – температура внутреннего элемента k , находящегося по нормали сразу же за поверхностным элементом β ; δ – расстояние от центра тяжести элемента β до центра тяжести элемента k .

Тогда выражение (5) преобразуется к виду

$$\theta_n^\beta = \frac{\lambda_\beta \theta_n^k + \alpha_p \delta \theta_c}{\lambda_\beta + \alpha_p \delta}; \quad p = 1, 2. \quad (13)$$

На основании условия (7) на оси симметрии в плоскости $x_3 = 0$ имеем $\theta_3^- = \theta_k$. Формула (10) имеет вид

$$\theta_k \Big|_{x_3=0} = \frac{\theta_k^* + t_{12}\theta_1^+ + t_{11}\theta_1^- + t_{22}\theta_2^+ + t_{21}\theta_2^- + t_{32}\theta_3^+}{1 + t_{12} + t_{11} + t_{22} + t_{21} + t_{32}}. \quad (14)$$

На оси симметрии в плоскости $x_2 = 0$ имеем $\theta_2^- = \theta_k$. Формула (10) имеет вид

$$\theta_k \Big|_{x_2=0} = \frac{\theta_k^* + t_{12}\theta_1^+ + t_{11}\theta_1^- + t_{22}\theta_2^+ + t_{32}\theta_3^+ + t_{31}\theta_3^-}{1 + t_{12} + t_{11} + t_{22} + t_{32} + t_{31}}. \quad (15)$$

Для элементов, примыкающим к двум плоскостям симметрии $x_3 = 0$, $x_2 = 0$ имеем, $(\theta_3^- = \theta_2^-) \Big|_{\substack{x_2=0 \\ x_3=0}} = \theta_k$. Формула (10) приобретает вид

$$\theta_k \Big|_{\substack{x_3=0 \\ x_2=0}} = \frac{\theta_k^* + t_{12}\theta_1^+ + t_{11}\theta_1^- + t_{22}\theta_2^+ + t_{32}\theta_3^+}{1 + t_{12} + t_{11} + t_{22} + t_{32}}. \quad (16)$$

При этом в формулах (14)–(16) для области 3, 4 $\theta_k^* = 0$, для областей 1, 2 - $\theta_k^* = \theta_1^-$.

Таким образом, алгоритм решения температурной задачи имеет следующий вид:

1. Задается геометрия области при $\alpha = \gamma$ и производится ее разбивка на элементы ортогональной формы.

2. Задаются начальные условия: λ_k , c_k , ρ_k , $k = 1 \dots m$, $\theta_{кр}$, θ_p^* , α_p ,

$p = 1, 2$; $p = \begin{cases} 1 - \text{воздух} \\ 2 - \text{вода} \end{cases}$; v^* – скорость движения металла по зонам 1, 2 (рис. 1, б); n –

число оборотов вращения приводных эксцентриковых валов, об/мин.

3. Производится расчет начального температурного поля θ_0 :

а) по формулам (11), (12) насчитываются θ_k по внутренним элементам;

б) по формулам (13)–(16) насчитываются θ_k по граничным элементам и стенкам водоохлаждаемых каналов. По соответствующим формулам вычисляется $\lambda_k(\theta)$ по каждому элементу;

в) следует повторение процедур *a*, *б* до полной сходимости результатов прогонки (≈ 60 итераций).

4. Следует шаг по углу α (поворот эксцентрикового вала), насчитывается новая геометрия области и в соответствии с формулой (10), где θ_k^* - насчитанное в п. 3 начальное температурное поле, находится θ_k на первом временном шаге по аналогичному алгоритму п. 3.

При этом $\Delta\tau_k = \frac{\Delta\alpha \cdot 30}{\pi n}$.

5. Следует снова шаг по α , и осуществляется расчет температурного поля с учетом предыдущего θ_k^* и т.д.

Результаты расчетов, проведенных по данной методике, для центрального сечения НМ из стали марки Ст3.сп приведены на рис. 4.

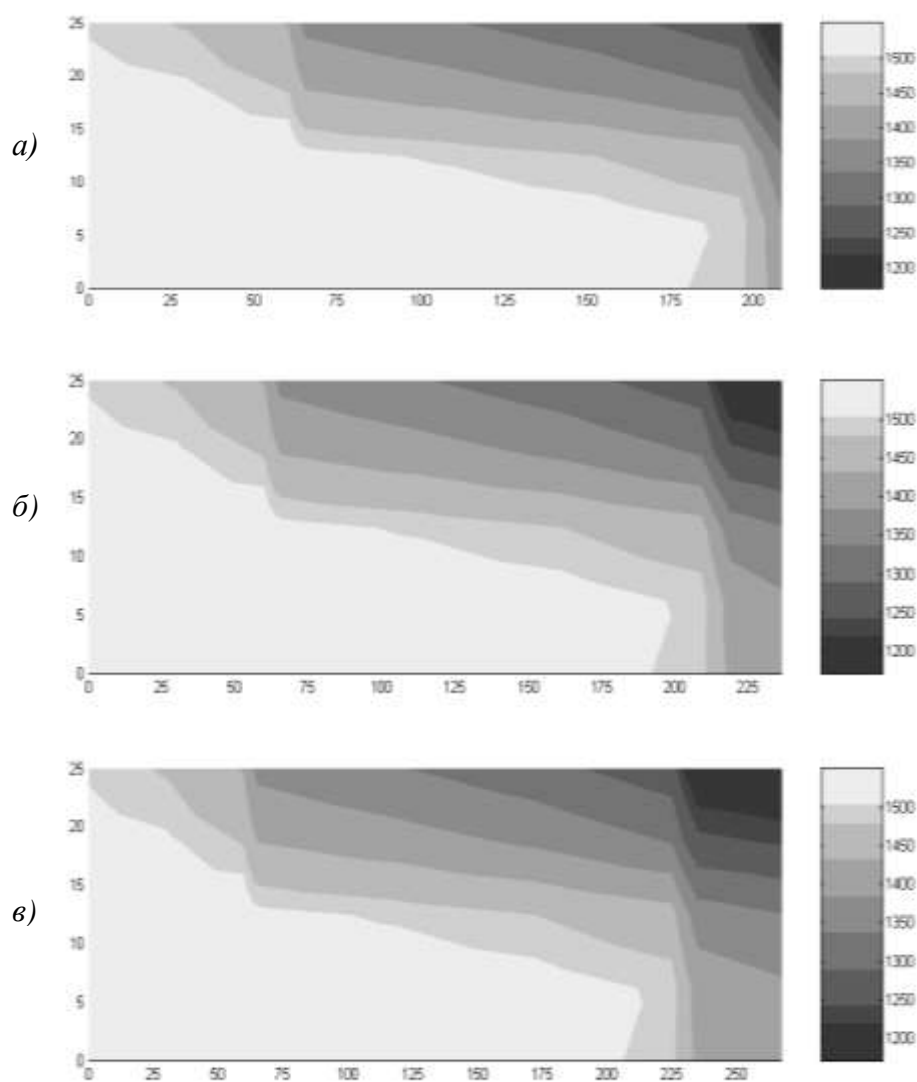


Рис. 4. Распределение значений температурных полей ($^{\circ}\text{C}$) в центральном сечении НМ при угле поворота эксцентрикового вала в сечении:

a – $\alpha = 30^{\circ}$; *б* – $\alpha = 90^{\circ}$; *в* – $\alpha = 150^{\circ}$

Библиографический список

1. Патент №2041011 SU. Устройство для непрерывного литья заготовок / В.И. Одинок. Оpubл. 09.08.1995 Бюл. № 22.
2. **Одинок, В.И.** Численное исследование процесса деформации материалов бескоординатным методом / В.И. Одинок. – Владивосток: Дальнаука, 1995. – 168 с.

*Дата поступления
в редакцию 06.04.2010*

S.J. Sklyar, V.I. Odinokov, N.S. Lovizin.

**DECISION OF THE HEAT PROBLEM FOR PROCESS OF THE METAL GOODS
PRODUCTION IN THE VERTICAL TYPE CASTING-FORGING MODULE**

Complex technological process of continuous metal goods production with use the casting-forming module is simulated. Algorithm of the decision of the heat problem, describing given process was presented. The results of the numerical simulation of researching were presented.

Key words: foundry, temperature, crystallizer, casting-forming module, metal goods, simulation, orthogonal.