УДК 531.768.082.14

И.В. Вавилов, А.В. Корнилов

КОНСТРУКТИВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА ТИПА «НЕСИММЕТРИЧНЫЙ МАЯТНИК»

Арзамасское научно-производственное предприятие «ТЕМП-АВИА»

Рассмотрен принцип снижения погрешностей микроакселерометра от поперечных составляющих за счет уменьшения длины упругого подвеса. Приведено сравнение результатов, получаемых по минимизированной передаточной функции и по исходной.

Ключевые слова: микроакселерометр, маятник, упругий подвес, демпфирование, чувствительность.

Чувствительный элемент типа «несимметричный маятник» приведен на рис. 1. В маятнике имеется небольшая часть несбалансированной массы, которая воспринимает линейные ускорения. На рис. 1 несбалансированная масса показана затененной.

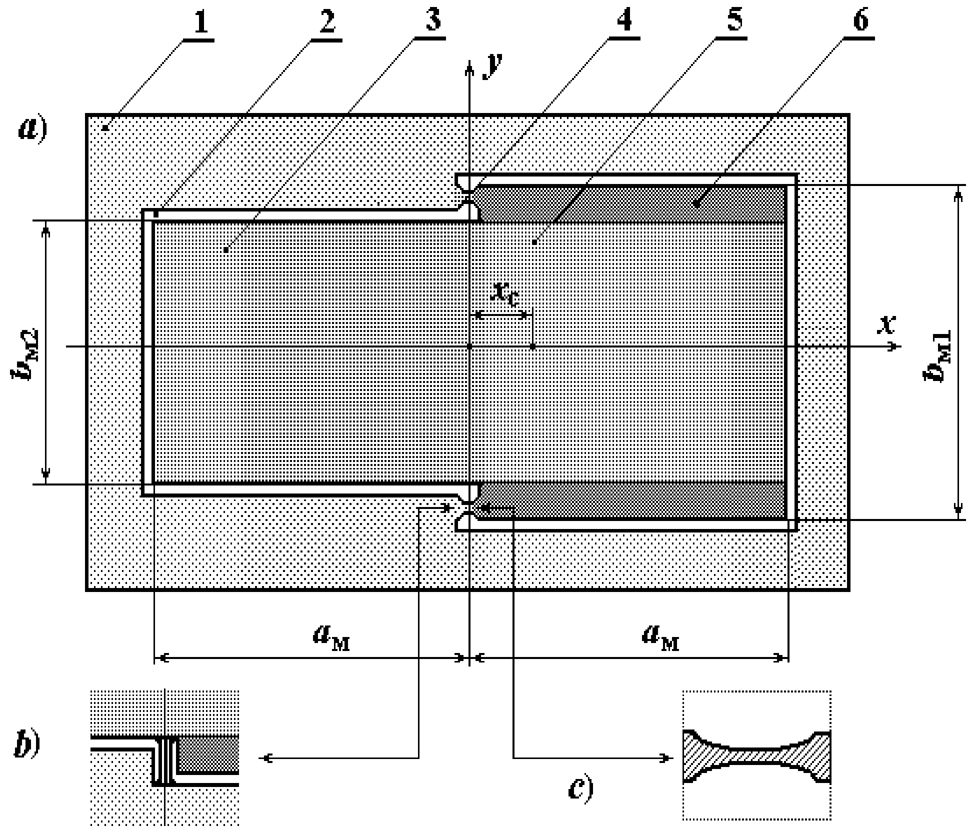

Рис. 1. «Несимметричный маятник»:
a – маятник с подвесами на изгиб, *b* – подвес, работающий на кручение, *c* – фрагмент криволинейного подвеса: *1* – проводящая кремниевая пластина; *2* – контур сквозного травления; *3* – первая чувствительная масса; *4* – упругий подвес; *5* – вторая чувствительная масса; *6* – рабочая разность масс

Известно [1], что маятник с подвесами, работающими на кручение, имеет одну степень свободы, а с подвесами, работающими на изгиб – две: угловое смещение относительно оси качания и линейное по оси y. Применение подвесов с криволинейными обводами характерно тем, что ось качания сосредоточена в минимальном сечении, и свойства маятника становятся близкими к системам с одной степенью свободы. Передаточная функция «несимметричного маятника» с подвесами, работающими на изгиб, определяется в виде:

$$W_{\text{пу}}(s) = mx_{\text{с}} \sum_{m=0}^{m=2} b_m s^m \Big/ \sum_{n=0}^{n=4} a_n s^n\,, \tag{1}$$

где коэффициенты передаточной функции находятся через параметры подвижного узла:

$$\left.\begin{aligned} & b_0 = \left(\frac{G_{\text{у}}}{x_c^2} + G\right), b_1 = \left(\frac{K_{\text{ду}}}{x_c^2} + K_{\text{д}}\right), b_2 = \frac{J_y}{x_c^2},\ a_0 = GG_{\text{у}}, a_1 = K_{\text{д}}G_{\text{у}} + K_{\text{ду}}G, \\ & a_2 = mG_{\text{у}} + \left(J_y + mx_c^2\right)G + K_{\text{д}}K_{\text{ду}},\ a_3 = mK_{\text{ду}} + \left(J_y + mx_c^2\right)K_{\text{д}},\ a_4 = mJ_y. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Соответственно параметры маятника: жесткость подвесов, момент инерции, абсолютный коэффициент демпфирования и другие определяются однозначно конструктивными данными: $G = 2E_{[100]}c_{\text{п}}^3 b_{\text{п}} \big/ a_{\text{п}}^3$ - осевая жесткость упругих подвесов; $G_y = 2E_{[100]}c_{\text{п}}^3 b_{\text{п}} \big/ a_{\text{п}}$ - угловая жесткость упругих подвесов; $x_{\text{с}} = \left[b_{\text{м}1}(a_{\text{м}} + a_{\text{п}}) + b_{\text{м}2}(a_{\text{м}} - a_{\text{п}})\right] / \left[2(b_{\text{м}1} + b_{\text{м}2})\right]$ - координата центра тяжести маятника относительно оси качания; $J_y = (m_1 + m_2)\left[a_{\text{м}}^2/3 + c_{\text{м}}^2/12 + a_{\text{п}}^2/4 - x_{\text{с}}(a_{\text{п}} - x_{\text{с}})\right] + (m_1 - m_2)a_{\text{м}}(a_{\text{п}}/2 - x_{\text{с}})$- момент инерции маятника относительно оси качания; $K_{\text{д}} = 2\mu ab^3/h^3$ - осевой абсолютный коэффициент газодинамического демпфирования; $K_{\text{д}} = 2\mu ab^3 x_{\text{с}}/h^3$ - маятниковый абсолютный коэффициент газодинамического демпфирования; m_1, m_2 – масса первого и второго плеча маятника; $a_{\text{м}}, b_{\text{м}}, c_{\text{м}}$ - размеры маятника (длина, ширина и толщина); $a_{\text{п}}, b_{\text{п}}, c_{\text{п}}$ - размеры упругого подвеса (длина, ширина и толщина); μ - динамическая вязкость газа демпфирования.

Крутизну статической характеристики чувствительного элемента определим из (1) с учетом (2) при $s = 0$:

$$K_4^{\text{ст}} = \frac{mx_{\text{с}}}{G_{\text{у}}} + \frac{m}{x_{\text{с}}G}. \tag{3}$$

При рассмотрении математической модели подвижного узла интегрального акселерометра с подвесами, работающими на кручение, можно получить передаточную функцию, аналогичную (1), с той лишь разницей, что изгибную жесткость $G_{\text{у}}$ следует заменить на жесткость для кручения $G_{\text{кр}}$. Таким образом, здесь нет принципиальных затруднений в построении математической модели ЧЭ, но есть технологические, например, изготовление шестигранного или крестообразного подвесов на кручение.

Однако в практических конструкциях акселерометров, в целях подавления влияний тех или иных боковых составляющих, ЧЭ выполняют осевого или маятникового типа. При этом исключаются взаимные влияния между линейными и угловыми перемещениями, а система уравнений, отвечающих передаточной функции (1), распадается на два самостоятельных уравнения:

- для ЧЭ осевого типа $\quad m\ddot{y} + K_{\text{д}}\dot{y} + G_y = ma_{\text{к}};$
- для ЧЭ маятникового типа $\quad J_y\ddot{\alpha} + K_{\text{ду}}\dot{\alpha} + G_{\text{у}}\alpha = ma_{\text{к}}x_{\text{с}},$

где $a_{\text{к}}$ - компонента ускорения, действующего на корпус и ЧЭ акселерометра, представляющая собой входное воздействие в виде сложной функции времени.

Как правило, акселерометры выполняют для измерения одной компоненты, а для измерения полного ускорения строят блок из шести акселерометров: трех линейных и трех угловых. При разработке и исследовании акселерометров дифференциальные уравнения удобно представить в виде передаточных функций, применив преобразование Лапласа. Передаточные функции эквивалентны дифференциальным уравнениям, т.е. также содержат исчерпывающую информацию о статических и динамических характеристиках разрабатываемых приборов. Передаточные функции осевого и маятникового ЧЭ можно представить в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} W_{о}(s) &= y(s)/a_{к}(s) = \frac{m}{ms^2 + K_{д}s + G} = \frac{K_{о}}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{\omega_{о}^2}s^2 + 2\xi_{о}\dfrac{1}{\omega_{о}}s + 1}}, \\ W_{м}(s) &= \alpha(s)/a_{к}(s) = \frac{ml_{с}}{J_y s^2 + K_{ду}s + G_{у}} = \frac{K_{м}}{\dfrac{1}{\omega_{м}^2}s^2 + 2\xi_{м}\dfrac{1}{\omega_{м}} + 1}, \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

где $K_{о} = m/G, K_{м} = ml/G_{у}$ - статические коэффициенты передачи осевого и маятникового ЧЭ; $\xi_{о} = K_{д}\Big/\left(2\sqrt{mG}\right),\ \xi_{м} = K_{ду}\Big/\left(2\sqrt{J_y G_{у}}\right)$ - относительные коэффициенты демпфирования осевого и маятникового ЧЭ соответственно; $\omega_{о} = \sqrt{G/m},\ \ \omega_{м} = \sqrt{G_y / J_y}$ - собственные частоты осевого и маятникового ЧЭ.

Независимо от типа подвижного узла, его нормированная АЧХ имеет следующий вид:

$$\overline{A}(\omega) = A(\omega)/A(0) = \omega_0^2\Big/\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\xi^2\omega^2\omega_0^2}\ .$$

В частном случае при большом передемпфировании подвижного узла и мягком подвесе, т.е. при $K_{д}s >> ms^2 + G$, ЧЭ может выполнять роль механического интегрирующего звена, что позволяет использовать его для построения акселерометров с импульсной обратной связью, обладающих повышенной точностью и простотой реализации частотного выходного сигнала.

Покажем далее, что при выполнении коротких подвесов в конструкции маятника, передаточную функцию четвертого порядка (1) можно снизить до второго порядка. Для этой цели представим (1) в эквивалентной форме в виде произведения двух функций:

$$W_{пу}(s) = \left(\frac{mx_{с}}{Js^2 + K_{ду}s + G_y}\right)\left(\frac{J_y / x_{с}^2 s^2 + \left(K_{ду}/x_{с}^2 + K_{д}\right)s + G_y / x_{с}^2 + G}{ms^2 + K_{д}s + G}\right), \tag{5}$$

где $J = J_z + mx_{с}^2$ - момент инерции маятника относительно оси качания.

При снижении длины подвеса угловая жесткость возрастает по линейному закону, а осевая - по кубическому. В пределе второе слагаемое при бесконечном росте осевой жесткости стремится к единице:

$$\lim_{G\to\infty} \frac{J_y / x_{с}^2 s^2 + \left(K_{ду}/x_{с}^2 + K_{д}\right)s + G_y / x_{с}^2 + G}{ms^2 + K_{д}s + G} = 1.$$

Таким образом, передаточная функция подвижного узла с предельно короткими подвесами может быть оценена колебательным звеном второго порядка:

$$W_{пу}(s) = \frac{mx_{с}}{Js^2 + K_{ду}s + G_y}, \tag{6}$$

с коэффициентом передачи в статике

$$K_2^{ст} = \frac{mx_{с}}{G_y}.$$

Оценим инструментальную погрешность в статике при допущении математической модели маятника в виде передаточной функции второго порядка:

$$\delta = \frac{K_4^{\text{ст}} - K_2^{\text{ст}}}{K_4^{\text{ст}}} = \frac{a_{\text{п}}^2}{3\left(a_{\text{п}}^2 + a_{\text{м}}^2\right)}.$$

Для проверки адекватности полученной передаточной функции (6) была разработана компьютерная программа, позволившая рассчитать по оптимальному переходному процессу величину необходимого зазора между подвижным и неподвижным электродами маятника. Величины зазоров в том и другом случаях совпали, что подтверждает справедливость преобразования передаточных функций.

```
function [Wopt,K,CKO]=CKOfun(h);
%Accelerometr (ЧЭ)
%density of silicon
rho=2328;
%The module of elasticity of silicon (100)
E100=1.295e11;
%acceleration of gravitation
g=9.80665;
%length of a pendulum
am=2.5e-3;
%width of a pendulum
bm1=2.5e-3
bm2=2.0e-3
%thickness of a pendulum
cm=0.5e-3;
%length elastic springs
%width of an elastic spring
ap=15e-6;
%width of an elastic spring
bp=1e-4;
%the maximal and minimal thickness of an elastic spring
cpmax=1e-4;
cpmin=20e-6;
r=(cpmax-cpmin)/cpmin;
%length of a shoulder of a pendulum
Xc=(bm1*(am+ap)+bm2*(am-ap))/(2*(bm1+bm2));
%viscosity of nitrogen
mu=17.9e-6;
%weight of a pendulum
m1=rho*am*bm1*cm;
m2=rho*am*bm2*cm;
m=m1+m2;
%the moment of inertia of a pendulum
J=(m1+m2)*(am^2/3+cm^2/12+ap^2/4-Xc*(ap-Xc))+(m1-m2)*am*(ap/2-Xc)
%function of curvature
f=3*atan(sqrt(2*r))/(4*sqrt(2*r))+(5+6*r)/(4*(1+2*r)^2);
%the moment of inertia of section of a spring
Jp=(pi*bp*cpmin^3)/64;
%number of springs
k=2;
%angular rigidity
Gy=(k*E100*Jp)*f/ap;
%axial rigidity
```

```
G=(3*k*E100*Jp)*f/(ap^3);
%backlash between a pendulum and an electrode
h=2.5e-5
%axial factor of attenuation
Kd=mu*((am*bm1)^2+(am*bm2)^2)/h^3;
%angular factor of attenuation
Kdy=Kd*Xc^2;
%factor of transfer of a sensitive element
Kche=m*Xc;
%factors of numerator
b0=G+Gy/Xc^2
b1=Kd+Kdy/Xc^2
b2=J/Xc^2
%factors of a denominator
a0=G*Gy
a1=Kd*Gy+Kdy*G
a2=m*Gy+(m*Xc^2+J)*G+Kd*Kdy
a3=m*Kdy+Kd*(m*Xc^2+J)
a4=m*J
%transfer function
W=tf(Kche*[b2 b1 b0],[a4 a3 a2 a1 a0])
%W=tf(Kche*[1],[J Kdy Gy])
A=Kche*b0/a0
T=sqrt(J/Gy)
K=dcgain(W)
damp(W/A)
%alfa=A*g/Gy
figure(1)
bode(W/A),grid
figure(2)
step(W/A),grid
Wopt=minreal(W);
%вычисление СКО
dt=.00001;
t =[0:dt:2]';
u=1-dirac(t+1e-15);
%dzetta=1/sqrt(2);
%lambda=(sqrt(1-dzetta^2))/T;
%tetta=atan(lambda*T/dzetta);
%i=sin(lambda*t+tetta);
%j=1/(lambda/T);
%k=-dzetta*t/T;
%u=1-j*exp(k).*i;
h=lsim(Wopt/K,u,t);
CKO=dt*sum((h-u).^2);

clear
k=1;
rand('seed',0);
h=2.4379e-005;
CKOmax=1e15;
```

```
while k<200
h0=h*(1+rand(1,1));
[Wopt,K,CKO]=CKOfun(h0);
if CKO<CKOmax
CKOmax=CKO;
h=h0;
end
k=k+1;
end
clc
h
[Wopt,K,CKO]=CKOfun(h)
step(Wopt/K),grid
```

Выводы

1. Применение коротких подвесов с криволинейными обводами позволяет преобразовать передаточную функцию четвертого порядка для маятника к второму порядку.

2. Численные оценки показывают величину погрешности при этом на уровне $\delta \approx 10^{-6}$, что значительно ниже требуемой суммарной погрешности.

---

1. **Вавилов, В.Д.** Интегральные датчики: учебник / В.Д. Вавилов; НГТУ. – Н. Новгород, 2003. – 503 с.

Дата поступления
в редакцию 16.04.2010

I.V. Vavilov, A. Kornilov

FEATURES OF A SENSITIVE ELEMENT OF THE “ASYMMETRIC PENDULUM” KIND”

We consider a principle of reducing microaccelerometer errors for transversal components by decreasing the length of the flexible suspension. We provide a comparison of results obtained for the optimized transfer function, and the original one.

Key words: microaccelerometer, pendulum, flexible suspension, damping, sensitivity.