

УДК 681.2.08

И.А. Второва, О.Б. Качалов, К.Ю. Плесовских

ОБРАБОТКА МНОГОМЕРНОГО СИГНАЛА НА ОСНОВЕ МЕТОДА ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ

Арзамасский политехнический институт (филиал) НГТУ им. Р.Е. Алексеева

В статье описан способ обработки многомерного сигнала на основе метода главных компонент, который фиксирует процесс перехода исследуемого объекта с одного технологического режима на другой. Приведены примеры, иллюстрирующие применение данного способа.

Ключевые слова: обработка сигнала, многомерный сигнал, метод главных компонент.

При решении многих задач, связанных с обработкой многомерных сигналов, часто возникает необходимость обработки сигнала таким способом, при реализации которого возможно было бы контролировать процесс перехода исследуемого объекта из одного режима в другой (помеха-сигнал, технологический режим с высокими показателями – технологический режим с ухудшенными показателями). Результатом такой обработки будет являться повышение информативности при возможном переходе с одного режима на другой.

Существует способ обработки многомерного сигнала, включающий дискретизацию непрерывных сигналов, разбиение временного ряда на отрезки, в которых стационарность сохраняется или устраняется с помощью масштабно зависимых трендов, расчет авторегрессии и проверку статистической гипотезы [1]. Но он не позволяет контролировать процесс перехода исследуемого объекта из одного режима в другой.

В данной работе предлагается усовершенствованный способ, фиксирующий переход из одного режима в другой с помощью метода главных компонент.

В способе обработки многомерного сигнала, включающем дискретизацию непрерывных сигналов и последующую обработку результатов замеров, проводят нормализацию дискретных значений одномерных рядов, рассчитывают матрицу ковариаций, определяют матрицу собственных векторов и матрицу собственных чисел.

Рассчитывают значения первой и второй главных компонент, которые могут являться функциями не только времени, но и других физических величин – частоты, пространственных координат и т.д., делают вывод о смене одного режима на другой по пересечению кривых первой и второй главных компонент.

Способ реализуется следующим образом. Проводится дискретизация каждого одномерного сигнала, совокупность которых формирует многомерный сигнал. Полученные последовательности чисел можно представить в виде матрицы:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где n – число одномерных сигналов; m – длина последовательности.

Значения x_{ij} , приведенные в матрице, могут быть непосредственно сняты с аналогового одномерного сигнала, либо представлять собой m -ю производную случайной функции $X(t)$, имеющей две составляющие: неслучайное воздействие, описываемое полиномом n -й степени $\sum_{k=0}^n a_k t^k$ и возмущающее случайное воздействие, представляющее собой белый шум.

При $m=0$ и $n=1$ имеет место нулевая производная. В этом случае, например, для первого столбца матрицы X

$$X_{01} = \sum_i^{n1} X_i K_{0i} \Delta t,$$

$$K_{0i} = \frac{4}{T} - \frac{6}{T^2} t_i,$$

где T – интервал памяти; t_i – числовые значения переменной интегрирования; Δt – шаг дискретизации; n_1 – число шагов на интервале памяти T .

При $m = 1$ и $n = 1$ имеет место первая производная. В этом случае, например, для третьего столбца

$$X_{03} = \sum_i^{n1} X_i K_{1i} \Delta t,$$

$$K_{1i} = \frac{6}{T^2} - \frac{12}{T^3} t_i.$$

Далее значения X_{ij} матрицы (1) нормируются. Для матрицы нормированных значений находится ковариационная матрица, на основании которой определяются матрица собственных чисел и матрица собственных векторов. Главные компоненты определяются собственными векторами, которые соответствуют наибольшим собственным числам ковариационной матрицы исходных данных, приведенных в матрице (1). Для выделения главных компонент, описывающих процесс без существенной потери информации, используются критерий Кайзера и критерий каменистой осыпи Кэттлера. Используя метод преобразования переменных можно ограничиться отбором только первых двух главных компонент. Тогда по мере увеличения числа шагов дискретизации при скользящем интервале памяти T переход одного режима в другой режим сопровождается пересечением первых двух главных компонент.

Пример конкретной реализации способа иллюстрируется материалами по эксплуатации газовой скважины Медвежьего месторождения. В табл. 1 представлены результаты замеров забойного давления и дебита газа с шагом дискретизации один месяц.

Таблица 1

Месяц	Забойное давление, МПа	Дебит газа, тыс. м ³ /сут.
1	8,00	1020
2	7,99	1015
3	7,98	1020
4	7,97	1005
5	7,96	1015
6	7,95	1020
7	7,94	1015
8	7,93	1005
9	7,92	990
10	7,91	895

На основании данных табл. 1 формируется многомерный сигнал, который состоит из пяти одномерных сигналов.

В матрице

$$X = \begin{pmatrix} 7,996 & 1017,2 & 0,48 & 1034728 & 967,2 \\ 7,986 & 1018,6 & 1,44 & 1037517 & 2896,8 \\ 7,976 & 1016,8 & -0,48 & 1033872 & -991,2 \\ 7,966 & 1011,6 & -0,96 & 1023394 & -1934,4 \\ 7,956 & 1010,2 & -1,92 & 1020523 & -3892,8 \\ 7,946 & 1016,2 & 0,48 & 1032697 & 976,8 \\ 7,936 & 1016,2 & 0,48 & 1032661 & 962,4 \\ 7,926 & 1012,0 & 0 & 1024180 & 0 \\ 7,916 & 993,4 & -6,24 & 986845 & -12540 \\ 7,906 & 919 & -26,4 & 845425 & -50772 \end{pmatrix}$$

первый столбец представляет собой последовательность нулевых производных забойного давления при интервале памяти 5 месяцев. Второй столбец – последовательность нулевых производных дебита газа, третий – последовательность первых производных дебита газа, четвертый и пятый столбцы, соответственно, последовательности нулевой и первой производных дебита в квадрате.

После нормировки данных матрицы X ее аналог примет вид

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} 1,4863 & 0,4626 & 0,4519 & 0,4693 & 0,4577 \\ 1,1560 & 0,5086 & 0,5663 & 0,5168 & 0,5771 \\ 0,8257 & 0,4494 & 0,3375 & 0,4547 & 0,3366 \\ 0,4954 & 0,2786 & 0,2803 & 0,2762 & 0,2782 \\ 0,1651 & 0,2326 & 0,1659 & 0,2273 & 0,1571 \\ -0,1651 & 0,4297 & 0,4519 & 0,4347 & 0,4583 \\ -0,4954 & 0,4297 & 0,4519 & 0,4341 & 0,4574 \\ -0,8257 & 0,2917 & 0,3947 & 0,2896 & 0,3979 \\ -1,1560 & -0,3193 & -0,3489 & -0,3466 & -0,3778 \\ -1,4863 & -2,7636 & -2,7512 & -2,7562 & -2,7426 \end{pmatrix}$$

По зависимости значений собственных чисел от числа главных компонент определяем, что можно ограничиться отбором только первых двух главных компонент.

Значения первых двух главных компонент приведены в табл. 2.

Таблица 2

Месяц	Первая компонента	Вторая компонента
1	1,3768	-1,0775
2	1,4164	-0,7093
3	1,0256	-0,5059
4	0,6933	-0,2729
5	0,4244	-0,0219
6	0,7759	0,4614
7	0,6613	0,7711
8	0,3599	1,0145
9	-1,0522	0,8440
10	-5,6816	-0,5035

Изменение первых двух главных компонент во времени представлено на рис. 1. Из рисунка видно пересечение кривых первой и второй главных компонент, что свидетельствует о смене режима работы газовой скважины. В сентябре-октябре подтягивание подошвенных вод в призабойную зону пласта привело к существенному ухудшению работы скважины (уменьшению дебита газа).

Еще одним примером применения данного способа может служить изменение физических свойств переходных и нормальных металлов в зависимости от атомного номера элемента. При рассмотрении зависимости первых двух главных компонент от атомного номера из анализа графиков видно, что для нормальных металлов $G_{л1} > G_{л2}$, для переходных металлов $G_{л2} > G_{л1}$ (см. рис. 2–4).

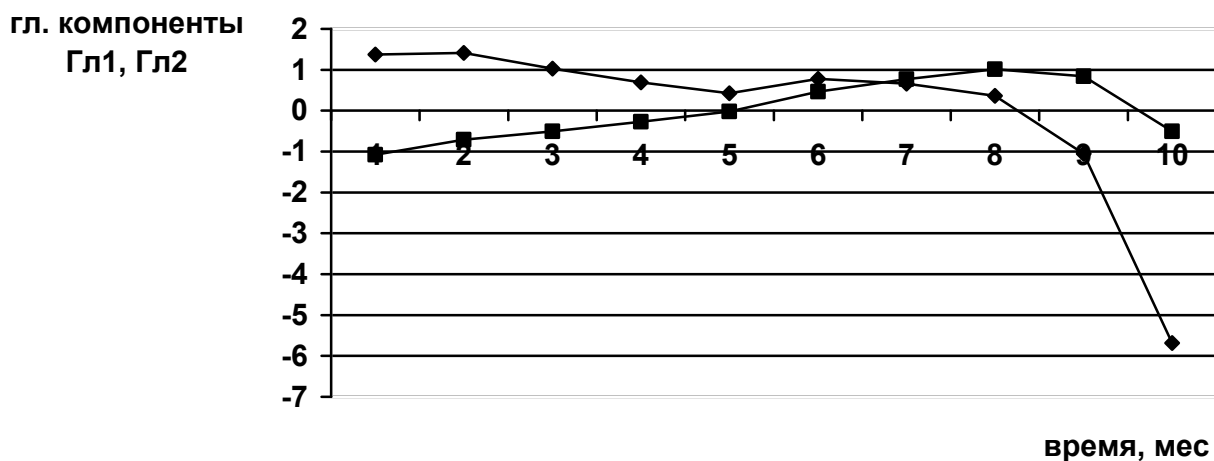


Рис. 1. Изменение главных компонент

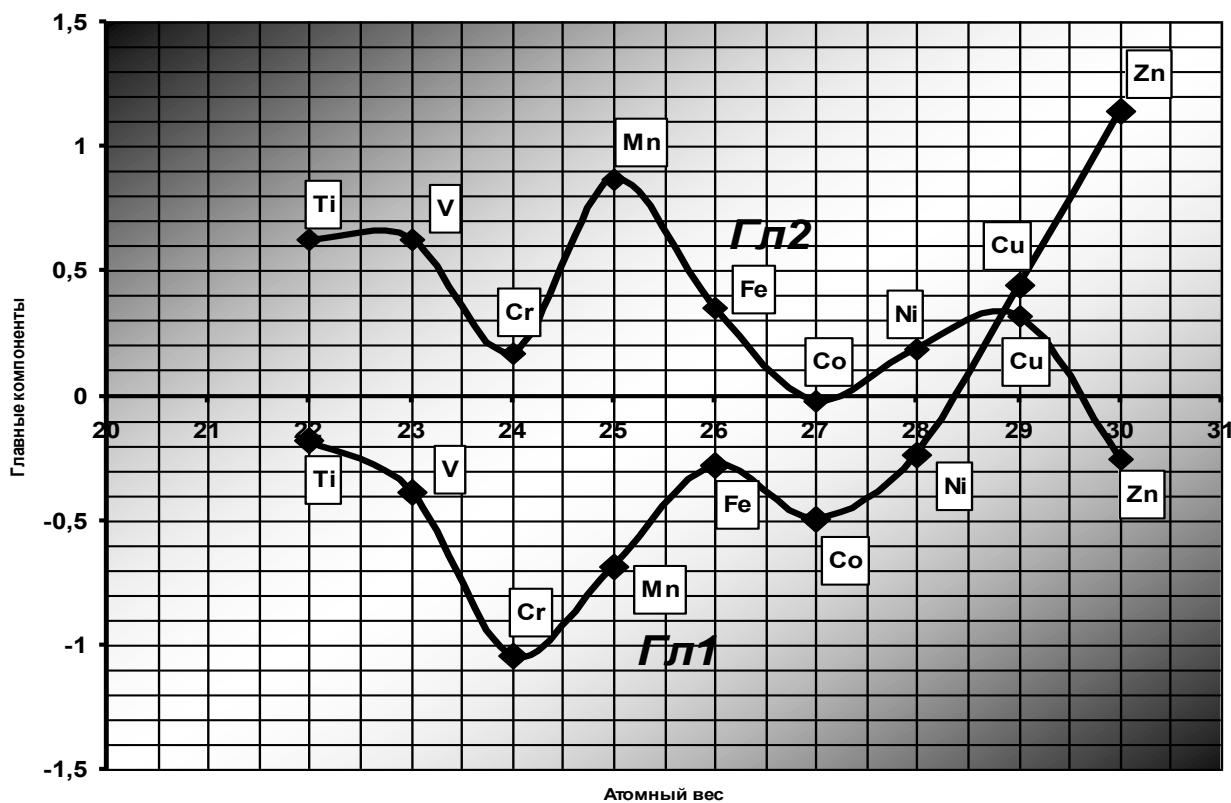


Рис. 2. Элементы четвертого периода

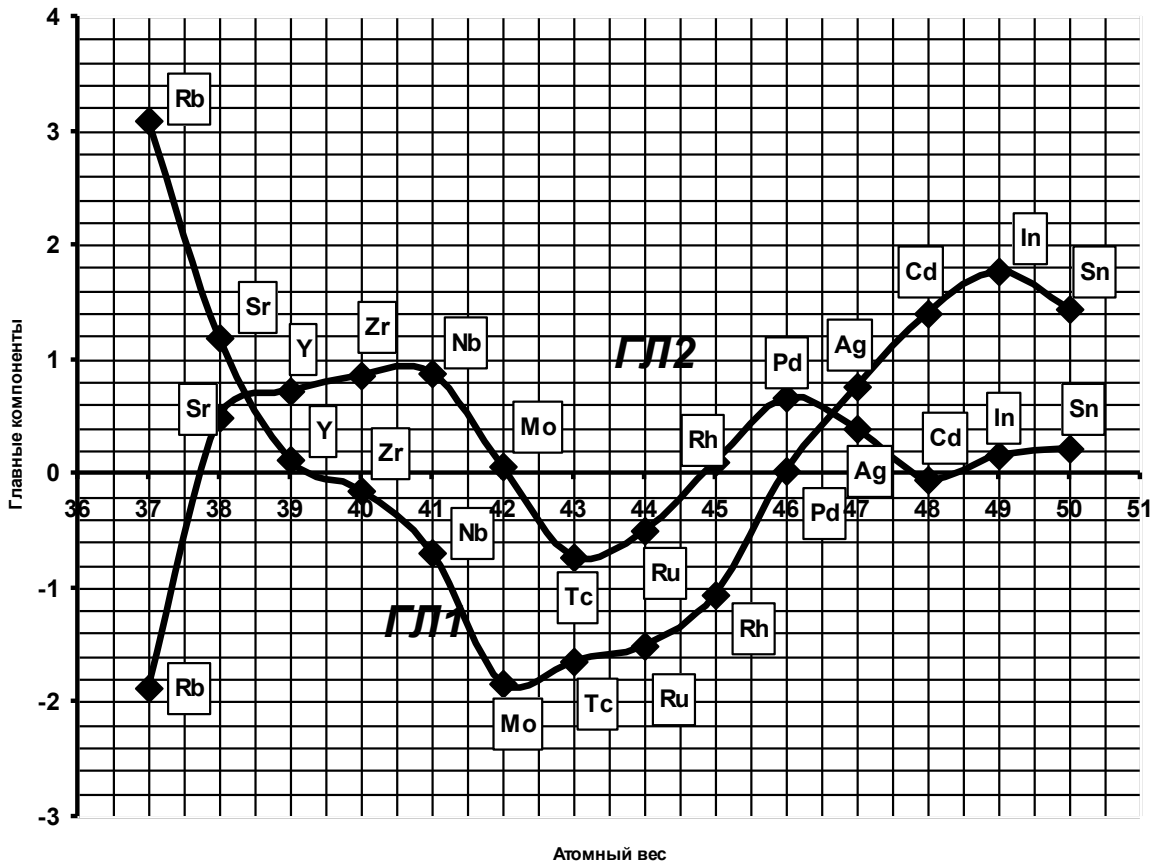


Рис. 3. Элементы пятого периода

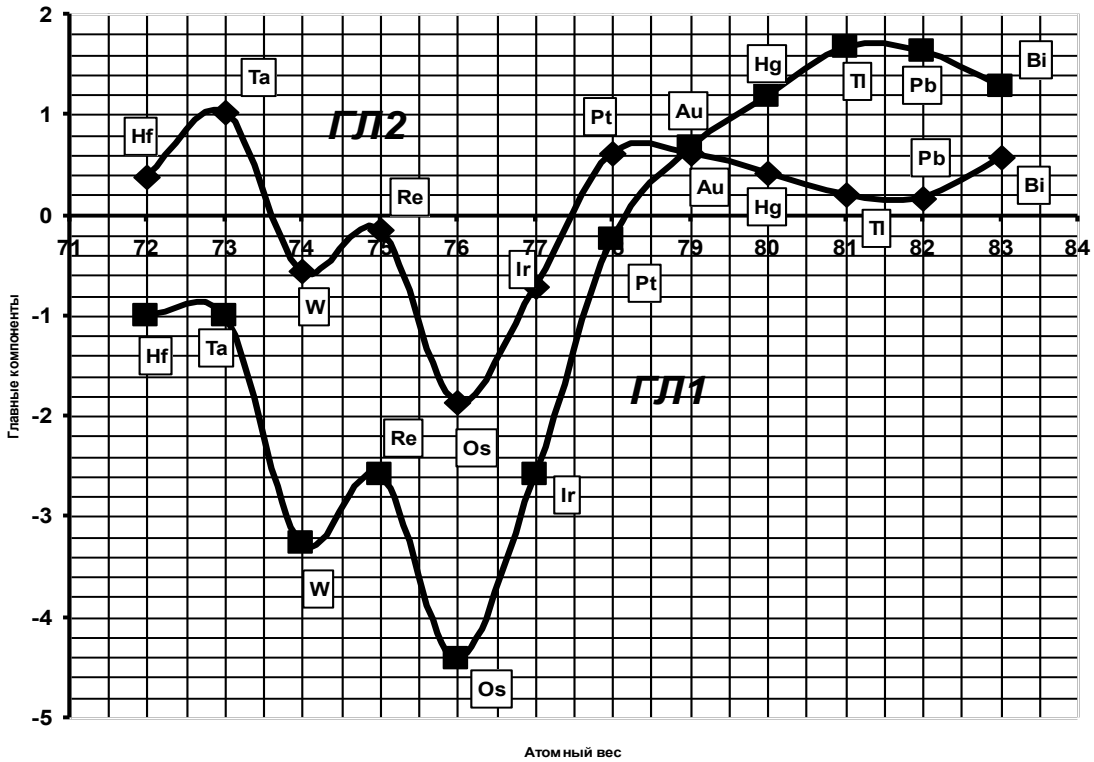


Рис. 4. Элементы шестого периода

Таким образом, обеспечиваемые данным способом результаты создают объективную предпосылку контроля перехода одного режима в другой при исследовании систем, описываемых с помощью многомерного сигнала.

Библиографический список

1. **Хеннан, Э.** Многомерные ряды / Э. Хеннан. – М.: Мир, 1974.
2. **Лившиц, Н.А.** Вероятностный анализ систем автоматического управления / Н.А. Лившиц, Н.В. Пугачев. – М.: Сов. радио, 1963. – 540 с.

*Дата поступления
в редакцию 06.07.2010*

I.A. Vtorova, O.B. Kachalov, K.Y. Plesovskikh

PROCESSING OF A MULTIDIMENSIONAL SIGNAL ON THE BASIS OF A METHOD OF THE MAIN THINGS A COMPONENT

In article the way of processing of a multidimensional signal on the basis of a method of the main things a component, which fixing process of transition of investigated object from one technological mode in another is described. The examples illustrating application of the given way are resulted.

Key words: signal processing, a multidimensional signal, a method of the main things a component.