

## НАЗЕМНЫЕ ТРАНСПОРТНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 629.11.012

Р.И. Жирный<sup>1</sup>, В.А. Горелов<sup>2</sup>, Г.О. Котиев<sup>2</sup>

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ АВТОПОЕЗДА С ЖЕСТКОЙ И ГИБКОЙ СВЯЗЬЮ МЕЖДУ ЗВЕНЬЯМИ

ООО «Газсеверинвест»<sup>1</sup>,  
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана<sup>2</sup>

Представлена математическая модель прямолинейного движения автопоезда по деформируемому грунту. Описаны модели взаимодействия между звеньями для случаев упругой и гибкой связи.

*Ключевые слова:* автопоезд, проходимость, сцепное устройство, буксование, тягово-энергетическая характеристика, математическая модель, имитационное моделирование, трансмиссия.

Большинство разрабатываемых месторождений нефти и газа находятся в труднодоступных районах Крайнего Севера, в условиях вечной мерзлоты и бездорожья, в связи с чем, доступ к ним весьма затруднён. Эти месторождения, в том числе и на п-ове Ямал, требуют обслуживания и доставки тяжёлых крупногабаритных и неделимых грузов. Большие перспективы для решения подобных транспортных задач имеет направление, связанное с применением многоосных большегрузных автопоездов.

В рамках совместных исследований кафедры «Колёсные машины» МГТУ им. Н.Э. Баумана и ООО «Газсеверинвест» была создана транспортная система (рис. 1), прошедшая предварительные испытания на п-ове Ямал в апреле 2009 года.

Доказано, что в зависимости от характера связи между тягачом и прицепом автопоезд может иметь различные характеристики по проходимости. В связи с этим, необходимо на стадии проектирования решить задачу по прогнозированию характеристик прямолинейного движения автопоезда по бездорожью при буксировании прицепа движущимся тягачом с жесткой связью, буксировании прицепа движущимся тягачом с гибкой связью (односторонней на тресе), буксировании прицепа неподвижным тягачом с использованием лебёдки и анкерно-упорного устройства. Данная задача решается с помощью имитационного математического моделирования.

Вопросам взаимодействия эластичного колёсного движителя и деформируемого опорного основания посвящено достаточно много трудов как отечественных, так и зарубежных авторов. Прежде всего эти работы направлены на описание процесса взаимодействия колеса с грунтом в функции конструктивных параметров движителя и физико-механических свойств опорного основания. Следует отметить, что теория взаимодействия эластичного колеса с деформируемым опорным основанием в данном представлении весьма развита и позволяет описывать такие явления, как колеобразование, бульдозерный и экскавационный эффекты, уплотнение грунта и т.д. При таком подходе целью исследований является выбор оптимальных параметров конструкции колеса, как правило, по критериям максимального тягового усилия, минимизации затрат на движение и вредного воздействия на почву.



Буксировка прицепа на жестком дышле с использованием ВТС 6-6 УП-КМ1 "Полярник-Техник" (линейный тягач). Режим применяется при движении по автодорогам



Совместная буксировка прицепа ВТС "Полярник-Буксировщик" и ВТС "Полярник-Техник" на жестком дышле. Режим применяется при на участках маршрута с повышенным сопротивлением движению (переметы, заносы, заболоченные участки)

**Рис. 1. Транспортные системы**

Однако когда движитель уже создан и необходимо исследовать его возможности в составе колёсной машины, например, в случае оценки средней скорости движения на заданном маршруте, с целью решения задачи о рациональном распределении мощности по колёсам для оценки нагруженности элементов трансмиссии представляется целесообразным использовать характеристики тягово-сцепных свойств (рис. 3) и потерь энергии (рис. 2) для различных условий взаимодействия колеса с опорным основанием, полученные при экспериментальных исследованиях в грунтовом канале или на полигоне (рис. 4 – рис. 7).

Характеристиками процесса прямолинейного качения колеса в различных случаях движения являются удельные потери энергии  $f_w$  (потери энергии при качении на единицу пройденного колесом пути при единичной вертикальной нагрузке), удельная свободная тяга  $\varphi$  (продольная сила, приложенная к оси катящегося колеса, при единичной вертикальной

нагрузке на его ось), коэффициент буксования (юз)  $S_B = \frac{\omega_k r_{ko} - V_{xk}}{\omega_k r_{ko}} = 1 - \frac{r_k}{r_{ko}}; r_k = \frac{V_{xk}}{\omega_k}$  [1],

где  $\omega_k$  - угловая скорость вращения колеса;  $r_{ko}$  - радиус колеса в свободном режиме;  $r_k$  - радиус качения колеса;  $V_{xk}$  - скорость центра масс колеса в продольном направлении.

Результаты испытаний представляются в виде тягово-энергетических  $f_w = f(\varphi)$  и тягово-сцепных характеристик  $\varphi = f(S_B)$ . Примеры экспериментальных характеристик, виды грунтового канала и экспериментальная установка представлены на рис. 2 – рис. 7 [1, 3].

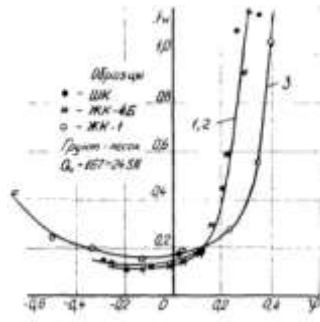


Рис. 2. Удельные потери энергии при качении модификаций колеса

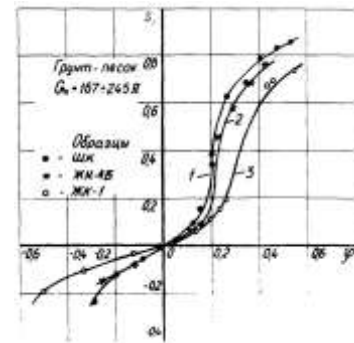


Рис. 3. Тягово-сцепные характеристики модификаций колеса

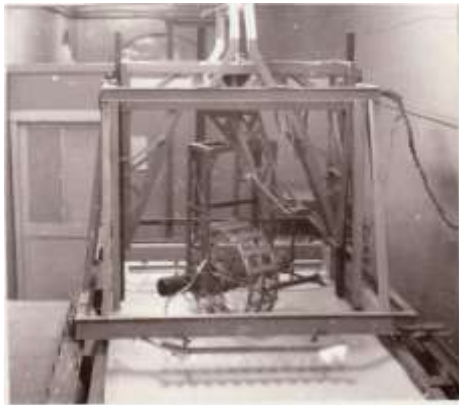


Рис. 4. Цилиндрическая модификация колеса

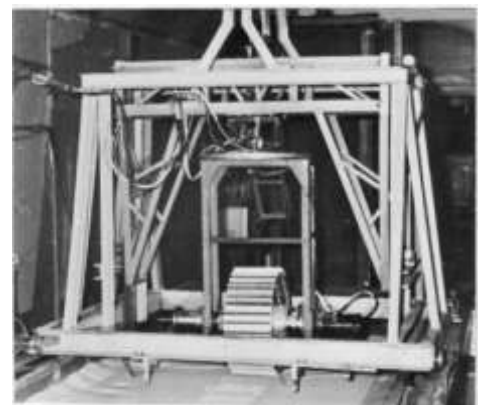


Рис. 5. Образец в грунтовом канале



а



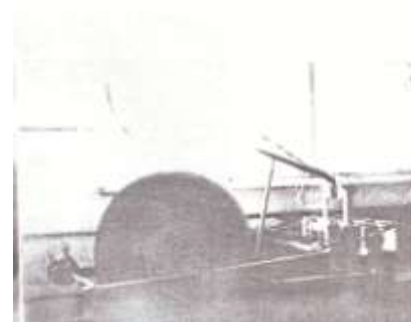
б

Рис. 6. Общий вид экспериментальной установки для исследования взаимодействия с грунтом крупногабаритного пневматического колеса при нагрузке 100-250 кН:

а – исследование ведомого колеса; б – опыты с ведущим колесом



а



б

Рис. 7. Экспериментальная лабораторная установка для исследования взаимодействия эластичных оболочек с очень слабыми пылевидными и мягко-текучими грунтами:

а – большой канал с пылевидным грунтом; б – малый канал с мягко-сыпучим грунтом

Методика проведения экспериментальных исследований с целью получения представленных характеристик опирается на уравнение энергетического баланса и подробно описывается в [2]. Построение математической модели движения автопоезда рассмотрим на примере трехосного тягача с возможностью реализации индивидуального, дифференциального и блокированного привода колёс и трехосного прицепа в ведомом режиме. Расчетная схема автопоезда, представленная на рис. 8, принята с учётом характера решаемой задачи и описывается соответствующими уравнениями движения для тягача (1) и прицепа (2).

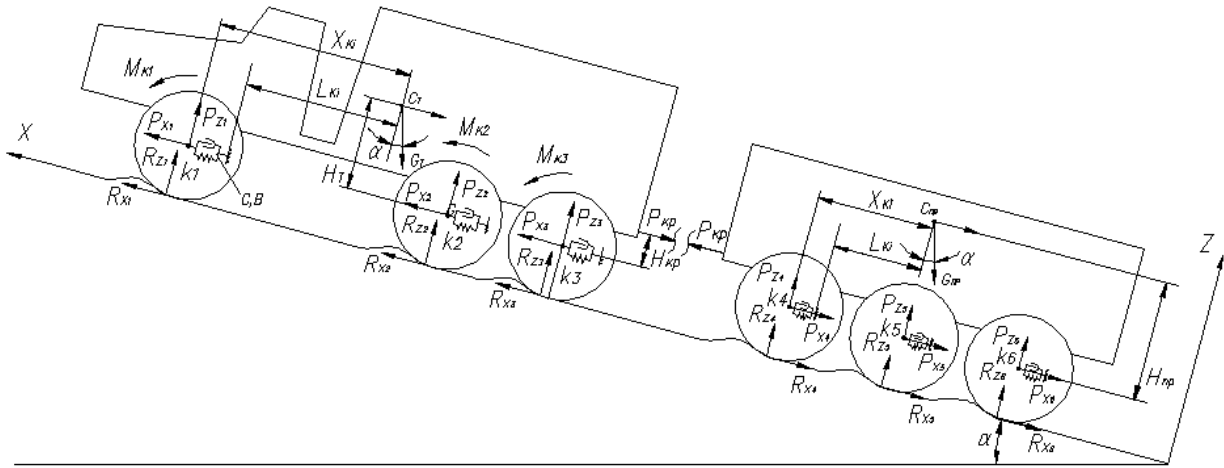


Рис. 8. Расчетная схема движения автопоезда

Для тягача

$$m_T \cdot \dot{V}_{X_T} = 2 \sum_{i=1}^3 P_{X_i} - m_T g \sin(\alpha) - P_{KP} \tag{1}$$

$$I_{k_i} \dot{\omega}_{k_i} = M_{K_i} - (1 - S_{B_i})(f_{w_i} + \varphi_i) R_{Z_i} r_{K_o}$$

$$m_{K_i} a_{X_{K_i}} = \varphi_i R_{Z_i} - P_{X_i} - m_{K_i} g \sin(\alpha),$$

Для прицепа

$$m_{ПП} \dot{V}_{X_{ПП}} = -2 \sum_{i=4}^6 P_{X_i} - m_{ПП} g \sin(\alpha) + P_{KP} \tag{2}$$

$$I_{k_i} \dot{\omega}_{k_i} = (1 - S_{B_i})(\varphi_i - f_{w_i}) R_{Z_i} r_{K_o}$$

$$m_{K_i} a_{X_{K_i}} = P_{X_i} - \varphi_i R_{Z_i} - m_{K_i} g \sin(\alpha),$$

где  $i = 1, \dots, 3$ ;  $m_T$ ,  $m_{ПП}$  - масса тягача и прицепа соответственно;  $m_{K_i}$  - масса колеса;  $I_{k_i}$  - момент инерции колеса;  $i$  - номер колеса;  $\dot{V}_{X_T}$ ,  $\dot{V}_{X_{ПП}}$  - продольное ускорение центра масс тягача и прицепа соответственно;  $\dot{\omega}_{k_i}$  - угловое ускорение  $i$ -го колеса;  $a_{X_{K_i}}$  - продольное ускорение центра масс  $i$ -го колеса;  $g$  - ускорение свободного падения;  $\alpha$  - угол наклона опорной поверхности.

Связь тягача и прицепа реализуется через силу тяги на крюке  $P_{KP}$ . В случае моделирования упругого или жесткого взаимодействия звеньев сила на крюке определяется по зависимости

$$P_{KP} = (X_{CT} - X_{C_{ПП}})C + (V_{X_T} - V_{X_{ПП}})B, \tag{3}$$

где  $C$  - коэффициент жесткости сцепного устройства в продольном направлении;  $B$  - коэффициент демпфирования сцепного устройства в продольном направлении;  $X_{CT}$  - координаты

ната центра масс тягача по оси  $X$ ;  $X_{C_{ПР}}$  - координата центра масс прицепа по оси  $X$ ;  $V_{ХТ}$  - скорость центра масс тягача;  $V_{ХПР}$  - скорость центра масс прицепа.

Таким образом, изменяя коэффициенты жесткости и демпфирования узла сочленения, можно задавать различную связь между тягачом и прицепом.

Для случая соединения звеньев через гибкую связь характер изменения силы тяги на крюке  $P_{КР}$  в зависимости от растяжения троса  $\Delta l = X_{C_{Т}} - X_{C_{ПР}}$  определяется по зависимости (4) с учетом начальных координат положения центров масс звеньев:

$$P_{КР} = (\Delta l - L_0)C, \text{ при } \Delta l \leq 0, P_{КР} = 0, \tag{4}$$

где  $L_0$  - длина троса в недеформированном состоянии;  $\Delta l = (X_{C_{Т}} - X_{C_{ПР}} - L_0)$ .

Сила, действующая на корпус тягача со стороны колеса по оси  $X$

$$P_{X_i} = (X_{K_i} - L_{K_i})C_{\text{подв}} + (V_{X_{K_i}} - V_{X_C})B_{\text{подв}}, \tag{5}$$

где  $C_{\text{подв}}$  - коэффициент жесткости подвески в продольном направлении;  $B_{\text{подв}}$  - коэффициент демпфирования подвески в продольном направлении;  $X_{K_i}$  - расстояние от центра масс до оси колеса по оси  $X$ ;  $L_{K_i}$  - расстояние от центра масс до точки крепления подвески по оси  $X$ ;  $V_{X_C}$  - скорость центра масс автомобиля.

Сила, действующая на корпус прицепа со стороны колеса по оси  $X$

$$P_{X_i} = (L_{K_i} - X_{K_i})C_{\text{подв}} + (V_{X_C} - V_{X_{K_i}})B_{\text{подв}}. \tag{6}$$

Пусть удельная свободная сила тяги соответствует рис. 9 и определяется по зависимости

$$\varphi = \text{sign}(S_B) \cdot \varphi_{\text{max}} \cdot (1 - e^{\frac{-|S_B|}{S_0}}), \tag{7}$$

где  $\varphi_{\text{max}}$  - максимальное значение коэффициента силы сцепления колеса с опорной поверхностью;  $S_0$  - константа.

Удельные потери энергии при качении колеса (рис. 10)

$$f_{w_i} = f_{w_0} - K_f \log\left(1 - \frac{\varphi_i}{\varphi_{i\text{max}}(1 - e^{\frac{-1}{S_0}})}\right), \tag{8}$$

где  $f_{w_0}$  - коэффициент удельных энергетических потерь при отсутствии буксования в свободном режиме качения;  $K_f$  - коэффициент пропорциональности.

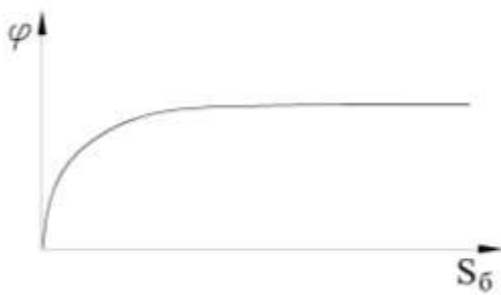


Рис. 9. Зависимость  $\varphi(S_B)$

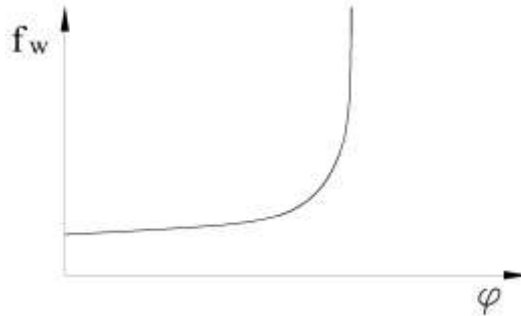


Рис. 10. Зависимость  $f_w = f(\varphi)$

Вертикальная реакция в пятне контакта колес тягача с опорной поверхностью определяется следующей зависимостью:

$$R_{Z_i} = P_{Z_i} + m_{K_i}g \cos(\alpha) \tag{9}$$

$P_{Zi}$  определяются из решения системы уравнений (9):

$$\begin{aligned} P_{Z1} + P_{Z2} + P_{Z3} &= m_C g \cos(\alpha), \\ P_{Z1}L_{K1} + P_{Z2}L_{K2} + P_{Z3} \cdot L_{K3} &= \sum M_{\text{ОТН}} \\ P_{Z1}(L_{K2} - L_{K3}) + P_{Z2}(L_{K3} - L_{K1}) + P_{Z3}(L_{K1} - L_{K2}) &= 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\sum M_{\text{ОТН}} = -(m_C \cdot a_x \cdot H_C + P_{кр} \cdot H_{кр} + M_{к(1)} + M_{к(2)} + M_{к(3)})$  - сумма крутящих моментов относительно проекции центра масс на линию, соединяющую оси колес;  $H_C$  - высота центра масс;  $H_{кр}$  - высота приложения силы тяги на крюке  $P_{кр}$ ;  $M_{к(i)}$  - крутящий момент, подводимый к соответствующей оси автомобиля.

При определении вертикальных реакций под колёсами прицепа используется такой же подход, как и для тягача, с учетом особенностей, отраженных в расчетной схеме.

Динамика трансмиссии рассмотрена на примере тягача с заблокированной раздачей мощности по колёсам каждого борта и описывается системой дифференциальных уравнений с учетом равенства угловых скоростей колес.

Разработанная математическая модель реализована в среде имитационного математического моделирования динамических систем Simulink программного комплекса Matlab. Схема включает три основных блока: *Tyagach*, в котором реализуется движение автомобиля-тягача (рис. 12), *Pritsep*, в котором реализуется движение прицепа, *Stsepka*, в котором реализуется связь между звеньями автопоезда через силу на крюке. Блок-схема модели представлена на рис. 11.

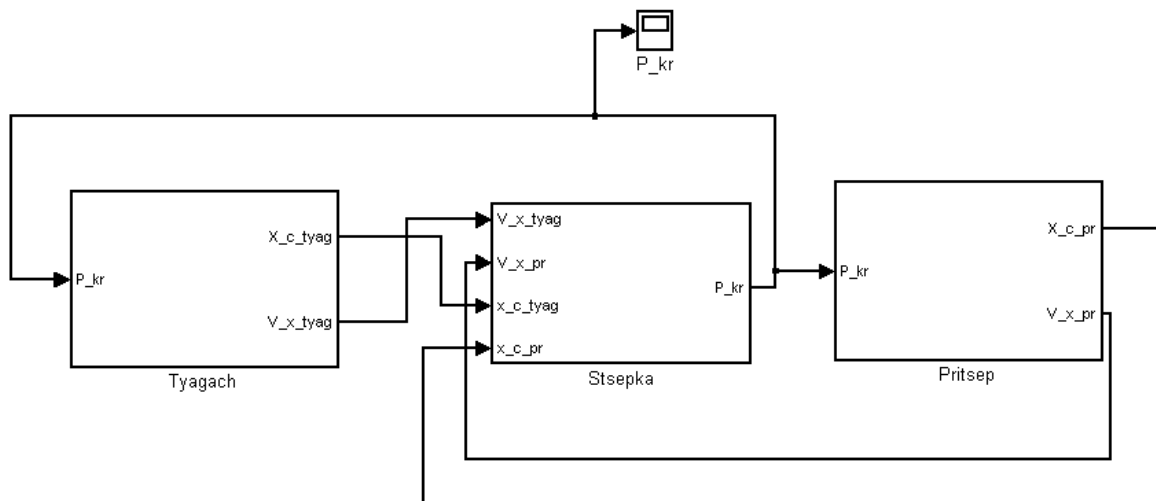


Рис. 11. Блок-схема математической модели

### Выводы

Проведенные предварительные теоретические исследования динамики автопоезда при различных упругих и демпфирующих характеристиках сцепного устройства позволили сделать следующие выводы. В том случае, когда параметры сцепного устройства  $C$  и  $B$  принимаются равными небольшим величинам, тягач «уезжает» от прицепа, скорость которого в определенный момент времени становится равной нулю. В противоположном случае, т.е. когда коэффициенты упругости и демпфирования достаточно велики, тягач оказывается неспособным выполнять транспортировку прицепа. Скорость обеих частей автопоезда в определенный момент равна нулю. При определенных значениях величин  $C$  и  $B$  оказалось возможным выполнить транспортировку тягачом прицепа при тех же массовых, геометрических и энергетических характеристиках. При начале движения за счёт имеющейся упругой связи тягач сначала разгоняется без приложения силы на крюке, а далее полученной инерции хватает для того, чтобы потянуть за собой прицеп.

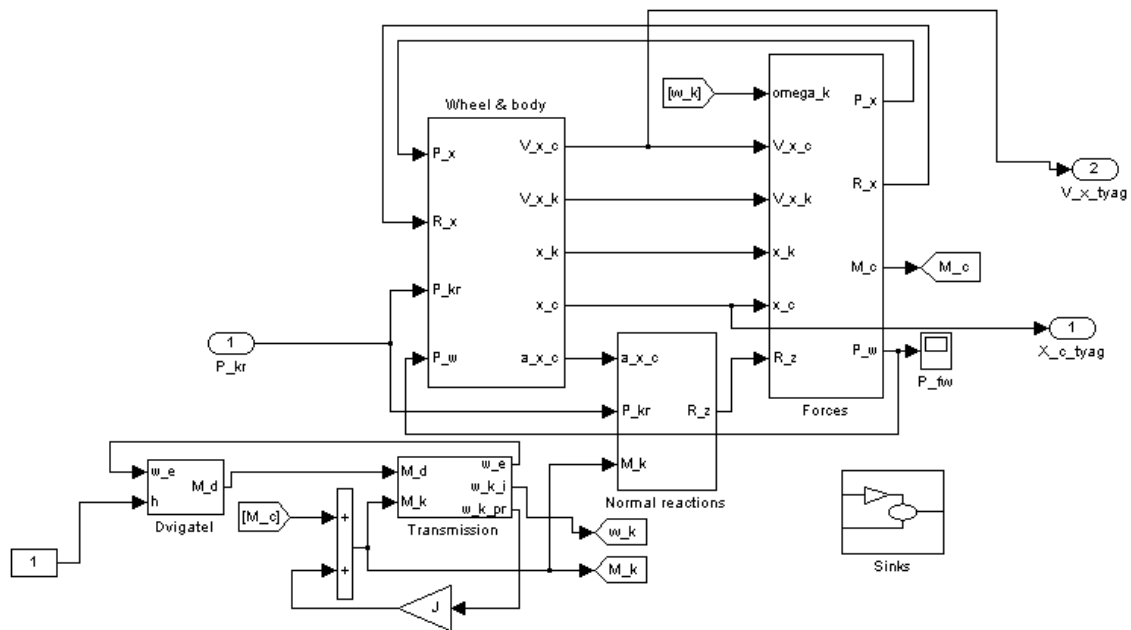


Рис. 12. Схема блока для расчета динамики автомобиля-тягача

На основании полученных результатов был сделан вывод о том, что жесткость связи между звеньями оказывает существенное влияние на динамику автопоезда. Таким образом, сравнительная оценка возможностей автопоезда при различной связи между звеньями должна быть проведена ещё до натурных испытаний объекта. Результатом этих исследований являются рекомендации по выбору оптимальных параметров сцепного устройства для повышения уровня опорной проходимости.

#### Библиографический список

1. **Наумов, В.Н.** Математическая модель взаимодействия металлоупругого колеса с уплотняющимся грунтом / В.Н. Наумов, Ю.Л. Рождественский // Труды МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1980. № 339. С. 84–111.
2. **Серебряный, И.В.** Повышение проходимости автомобиля за счёт рационального распределения потоков мощности по колёсам / И.В. Серебряный, Г.О. Котиев // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. – М.: Машиностроение, 2008. С. 193–201.
3. **Кошарный, Н.Ф.** Основы теории рабочего процесса и расчета движителей автомобилей высокой проходимости / Н.Ф. Кошарный: дисс. ... докт. техн. наук: 05.05.03. – Киев, 1978. – 467 с.

Дата поступления  
в редакцию 25.05.10.

R.I. Zhirnyu, V.A. Gorelov, G.O. Kotiev

#### MATHEMATICAL MODEL OF RECTILINEAR DYNAMICS OF THE ARTICULATED LORRY WITH ELASTIC AND FLEXIBLE CONNECTION BETWEEN SECTIONS

In article the mathematical model of rectilinear dynamics of the articulated lorry on a deformable ground is presented. Interaction models between sections for cases of elastic and flexible connection are described.

*Key words:* articulated lorry, passability, coupling, slip, traction-energy characteristic, mathematical model, simulation modeling, transmission.