

ПРОБЛЕМЫ КОРАБЛЕСТРОЕНИЯ И ОКЕАНОТЕХНИКИ

УДК 539.3

А.М. Сергеева, О.В. Марченко

ДЕФОРМАЦИЯ ЛЕДЯНОГО ПОКРОВА ПОД ДЕЙСТВИЕМ АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ И СОБСТВЕННОГО ВЕСА ЛЬДА¹

Институт машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения
Российской академии наук

В работе исследуется напряженное состояние, деформирование и разрушение ледяного покрова новым запатентованным методом. С использованием теории малых упругих деформаций и апробированного численного метода решается пространственная задача о деформации ледяного покрова под действием атмосферного давления и силы тяжести собственно льда.

Ключевые слова: напряжения ледяного покрова, деформации.

Введение

Осложнения судоходной обстановки на реках северных регионов в основном связаны с образованием ледяного покрова на водоемах в холодное время года. Чаще всего на водоемах ледяной покров имеет смешанное происхождение, который возникает вследствие динамических процессов, в дальнейшем растет за счет теплообмена. Особенностью такого льда является его выровненная поверхность за счет неодинакового нарастания льда и сглаживания неровностей течением воды.

Создание благоприятных условий для судопрохождения в холодное время года на реках северных регионов связано с разработкой новых, экологически безопасных способов разрушения льда. В работе рассматривается оригинальный способ разрушения ледяного покрова. Нарушение сплошности льда происходит под действием атмосферного давления и собственного веса ледяного покрова. Получен патента на данное устройство [1]. Кратко поясним принцип работы устройства, которое выполнено в виде ледокольной приставки (рис. 1), установленной в носовой оконечности судна. Ледокольная приставка содержит контейнеры 1, которые между собой соединены крепежами 2. Ледокольная приставка соединена с судном при помощи тяг 3. Контейнеры 1 имеют две области: рабочую и область регулируемую плавучесть. Эти области отделены друг от друга сплошной перегородкой. Чтобы завести приставку под лед при помощи насосов 4, установленных в области регулирующей плавучесть, контейнеры подтапливают.

Приставка помещается под лед и поднимается до контакта с нижней поверхностью льда, посредством сообщения контейнерам насосами положительной плавучести. Насосы, установленные в рабочей области контейнера, обеспечивают разряжение подо льдом определенных геометрических размеров. Под действием атмосферного давления и собственного веса в ледяном покрове появляется нарушение сплошности. Судно с ледокольной пристав-

© Сергеева А.М., Марченко О.В., 2010.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке «Фонда содействия отечественной науке» и Дальневосточного отделения РАН (код проекта 06-П-ОУ-07-015); Дальневосточного отделения РАН (код проекта 09-П-УО-03-002)

кой продолжает равномерно и непрерывно двигаться вперед, в результате чего происходит доламывание льда и раздвижение осколков обводами самого судна. Чтобы предотвратить засорение насосов осколками льда в рабочей области устанавливается решетка 5, зернистость которой зависит от характеристик применяемых в этой области насосов. Боковые стенки 6 контейнеров выполнены заостренными, для более плотного прилегания контейнеров к нижней поверхности льда.

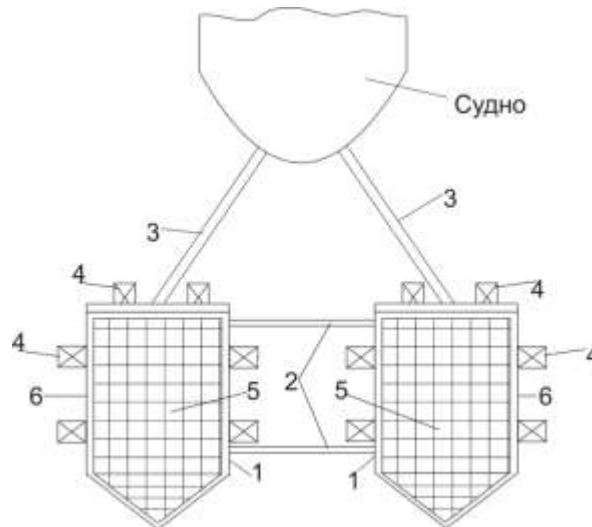


Рис. 1. Схема устройства для разрушения ледяного покрова

При разработке математической модели и построении численной схемы решения полагалось, что контейнеры неподвижны, а лед, которых находится над ними, движется в направлении, противоположном курсу судна, то есть судну навстречу.

Задача по анализу напряженно-деформированного состояния льда, который движется над разреженной полостью контейнера, симметричная. Для удобства будем рассматривать половину области деформирования (рис.2). Пусть деформируемая среда упругая, изотропная, несжимаемая, а контейнер имеет прямоугольную форму.

Задача решалась с использованием уравнений теории упругости для малых деформаций, численного метода [2, 3] и с учетом граничных условий, указанных на (рис.2) Запишем систему дифференциальных уравнений в эйлеровой системе координат.

$$\sigma_{ij,j} + F_i - \rho \frac{dv_i}{d\tau} = 0; \quad \frac{dv_i}{d\tau} = \dot{v}_i + v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k}, \quad i, j, k = 1, 2, 3. \quad (1)$$

$$\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2G \varepsilon_{ij}; \quad \sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ii}, \quad \varepsilon_{ij} = 0,5(u_{i,j} + u_{j,i}). \quad (2)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Будем полагать, что $\rho = \text{const}$, тогда уравнение несжимаемости

$$v_{i,i} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad \xi_{ii} = 0. \quad (3)$$

Уравнения теплопроводности (в случае установившегося температурного поля)

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right) = 0; \quad i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

В уравнениях (1, 2, 3, 4) используется суммирование по повторяющимся индексам; ρ - плотность льда, $G = G(\theta)$ - модуль сдвига льда; $[\sigma_{ij}]$ - тензор напряжений; $[\varepsilon_{ij}]$ - тензор

деформаций; v_i, F_i - проекции скорости перемещений и удельной объемной силы по координатным осям $x_i, i=1,2,3$; λ - коэффициент теплопроводности; $\dot{v}_i = \frac{\partial v_i}{\partial \tau}$; τ - время деформации.

Считая рассматриваемый процесс стационарным $\dot{v}_i = 0$, запишем уравнение (1) в виде

$$\sigma_{ij,j} + F_i - \rho v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = 0, F_2 = F_3 = 0. \quad (5)$$

Уравнения (2) перепишем в виде

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij}, i \neq j, \sigma_{11} - \sigma_{22} = 2G(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}), \sigma_{11} - \sigma_{33} = 2G(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{33}). \quad (6)$$

Для малых деформаций справедливы соотношения

$$\frac{d\varepsilon_{ij}}{d\tau} = \xi_{ij} \Rightarrow \varepsilon_{ij} = \int \xi_{ij} d\tau, \xi_{ij} = 0,5(v_{i,j} + v_{j,i}). \quad (7)$$

Будем полагать, что траектория движения совпадает с координатой x_2 . В разностном виде при стационарном процессе вдоль траектории движения имеем

$$(\varepsilon_{ij})_m = \sum_m (\xi_{ij})_m \Delta\tau_m, \quad (8)$$

где $\Delta\tau_m$ - время прохождения материальной точкой элемента « m »; $(\xi_{ij})_m$ - компоненты тензора скоростей деформаций в элементе « m »; $(\varepsilon_{ij})_m$ - компоненты тензора деформаций в « m » элементе.

Решение уравнения теплопроводности приведено в работе [1], поэтому с учетом $\lambda = \lambda_0(1 + a\theta)$ запишем его в конечном виде:

$$\theta = -\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{x_1}{h} \left(\frac{2\theta_1}{a} + \theta_1^2 \right)}. \quad (9)$$

При выводе уравнения (9) использовались граничные условия при $x_1 = 0, \theta = 0^\circ C$; при $x_1 = h, \theta = \theta_1$.

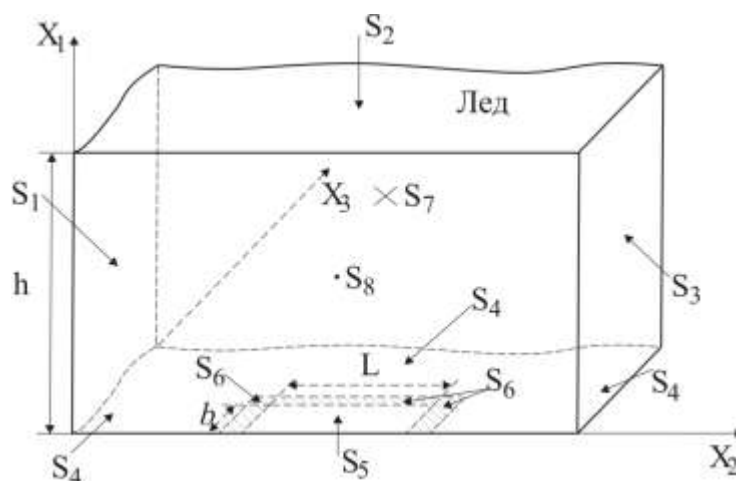


Рис. 2. Схема, поясняющая определение граничных условий

Граничные условия задачи (рис. 2):

$$\begin{aligned} \sigma_{11}|_{S_2} &= -p_0; \sigma_{11}|_{S_4} = -p_0 - \gamma h; \sigma_{11}|_{S_5} = 0; \sigma_{11}|_{S_6} = -p_0 - \gamma h - p_1; \\ (\sigma_{12} = \sigma_{13})|_{S_i} &= 0, i = 2,4,5,6; (\sigma_{21} = \sigma_{23})|_{S_i} = 0, i = 1,3; \sigma_{22}|_{S_3} = 0; \\ \sigma_{32}|_{S_i} &= 0, i = 7,8; \sigma_{31}|_{S_8} = 0, \sigma_{33}|_{S_7} = 0; v_2|_{S_1} = v^*; v_3|_{S_8} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь p_0 - атмосферное давление, γ - удельный вес льда, h - толщина льда, $p_1 = bLh\gamma_0/\delta(L+2(b+\delta))$ - выталкивающее давление, появляющееся, когда в контейнере образуется разряженная полость высотой h_1 ; v^* - скорость перемещения ледяного покрова; γ_0 - удельный вес воды; b - половина ширины контейнера; L - длина контейнера; δ - ширина кромки контейнера (рис. 3).

Алгоритм решения задачи

1. Задаются начальные условия.
2. Исследуемая область деформации разбивается на элементы ортогональной формы. Рассчитывается матрица длин дуг элементов.
3. Задаются граничные условия.
4. По формуле (9) насчитывается поле температур по каждому элементу.
5. Насчитываются значения $(G)_m$ по каждому элементу (m – номер элемента); задаются значения \bar{v}_i по каждому элементу.
6. Насчитывается матрица коэффициентов и свободных членов новой эквивалентной системы.
7. Решается система линейных уравнений.
8. По каждому элементу (его граням) (ij) насчитываются σ_{ij} , v_i .
9. Уточняются значения \bar{v}_i .
10. Производится сравнение $(\bar{v}_i)_n$ и $(\bar{v}_i)_{n-1}$, n – номер итерации. Если заданная точность соответствия $(\bar{v}_i)_n$ и $(\bar{v}_i)_{n-1}$ удовлетворяется, то следует операция 11, в противном случае осуществляется операция 6 и т.д.
11. Окончание расчета.

Результаты исследования

При расчетах использовались свойства пресноводного льда, так как он прочнее морского.

По данным работы [3] имеем модуль Юнга:

$$E = (87.6 - 0.21\theta - 0.0017\theta^2) \cdot 10^2 \text{ (МПа)}.$$

Коэффициент Пуассона ν

$$\nu = 0.5 + 0.003 \cdot \theta \quad (\theta > -40^\circ\text{C}).$$

Модуль сдвига (G)

$$G = E/2(1 + \nu).$$

В формуле (9) по данным [4]

$$a = -0.0159 \text{ град}^{-1}.$$

Вычисления проводились для льда толщиной 0.5 м и 1 м. Температура окружающей среды равна -30°C ($\theta_1 = -30^\circ\text{C}$). При моделировании движения ледокольной приставки принимается, что приставка неподвижна, а ледяной покров перемещается над контейнером. В качестве нагрузки берется разница между давлением на поверхности льда, контактирующей с воздухом, собственным весом льда и давлением на поверхности, находящейся над разряженной полостью контейнера.

Из работы [5] известно, какими параметрами может обладать неподвижный контейнер, вызывающий разрушение ледяного покрова, находящегося над ним. В случае, когда ледокольная приставка движется, возможны два варианта расположения контейнера подо льдом. В первом – контейнер вытянут по ходу движения судна, т.е. длина контейнера параллельна направлению движения судна. Во втором – контейнер вытянут в поперечном направлении по отношению к направлению движения судна (перпендикулярно ходу судна). В данной работе исследуется только влияние расположения и скорости передвижения ледокольной приставки подо льдом на напряженно-деформированное состояние ледяного покрова. Как уже говорилось, для проведения анализа достаточно взять $1/2$ области деформирования.

Рассмотрим первый вариант расположения ледокольной приставки подо льдом, когда контейнер вытянут по направлению движения судна. Примем длину контейнера $L = 4$ м, а ширину $2 \cdot b = 3$ м. Анализ напряженного состояния льда будем проводить при скорости передвижения ледокольной приставки 10 км/ч, 20 км/ч, 30 км/ч. По полученным результатам построим эпюры напряжений в сечениях указанных на рис. 3.

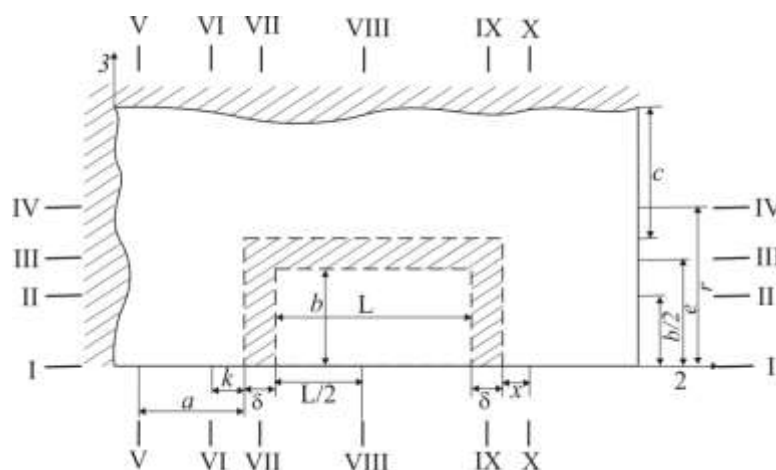


Рис. 3. Сечения, в которых проводится анализ напряженного состояния льда
($\delta=0,75$ м; $e=b+\delta/2$ м; $r=b+\delta+1,25$ м; $c=5$ м)

Наибольшие растягивающие и сжимающие напряжения в ледяном покрове имеют место в области, расположенной над серединой полости контейнера (рис. 4, 5). Для льда обеих толщин характерно такое распределение напряжений в исследуемой области деформирования, при котором численные значения напряжений σ_{33} в сечении VIII-VIII больше σ_{22} в сечении I-I (рис. 4, а, 5, з). Характеры распределения напряжений σ_{22} и σ_{33} похожи. На поверхности льда, контактирующей с воздухом, наблюдаются сжимающие напряжения, а на противоположной поверхности растягивающие. Лед, деформируясь, провисает в разреженную полость контейнера. Перемещение льда в направлении противоположном оси x_1 у полуметрового льда не превышает 2,8 см, а у метрового 0,4 см.

У льда толщиной 0,5 м наибольшие растягивающие напряжения достигают $\sigma_{33}=6,9$ МПа в сечении VIII-VIII (рис. 5, з), а сжимающие $\sigma_{33}=-7,1$ МПа в том же сечении при скорости движения ледокольной приставки $v=30$ км/ч. Напряжения при $v=20$ км/ч и $v=10$ км/ч несколько меньше по своим численным значениям напряжений при $v=30$ км/ч (рис. 4, 5).

Во льду толщиной 1 м максимальные растягивающие и сжимающие напряжения равны соответственно $\sigma_{33}=1,9$ МПа и $\sigma_{33}=-1,6$ МПа. Напряжения, возникающие в толще метрового льда, в 3,8 раза меньше напряжений возникающих в полуметровом ледяном покрове при тех же параметрах контейнера. Наибольшие значения напряжений в толще метрового льда отмечены также при $v=30$ км/ч.

В сечении III-III, проходящем по задней стенке контейнера на расстоянии $k=2,5$ м. перед контейнером, наблюдается изменение характера распределения напряжения (рис. 4, в). На поверхности льда и на нижней его части имеют место растягивающие напряжения равные соответственно у льда толщиной 0,5 м 1,7 МПа и 0,5 МПа, а у метрового – 0,5 МПа и 0,1 МПа.

Если в качестве критерия разрушения принять напряжение растяжения $\sigma_{пр.рост}=1$ МПа, а напряжение сжатия $\sigma_{пр.сжим}=-2,7$ МПа [4], то в данном случае можно с уверенностью утверждать, что лед толщиной 0,5 м будет полностью разрушаться при всех рассматриваемых скоростях передвижения ледокольной приставки. Если скорость движения контейнера $v=10$ км/ч, то начальные разрушения будут наблюдаться уже на расстоянии 6 м перед контейнером, при $v=20$ км/ч – 5 м, при $v=30$ км/ч – 4 м.

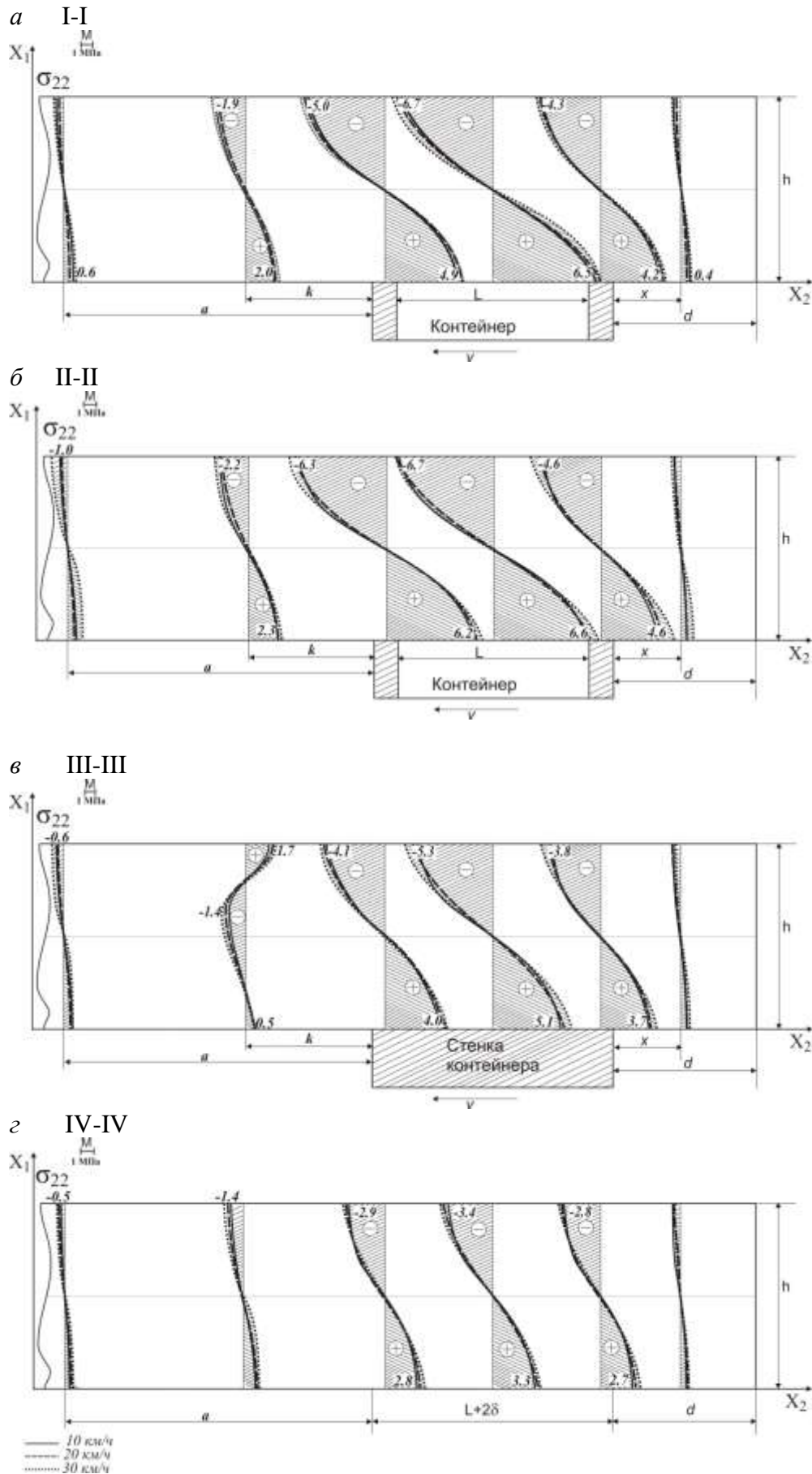


Рис.4. Эпюры напряжений σ_{22} ледяного покрова толщиной 0.5 м:
 $a=8.5$ м, $k=2.5$ м., $x=2.3$ м, $d=7$ м, $L+2\delta=4.75$ м

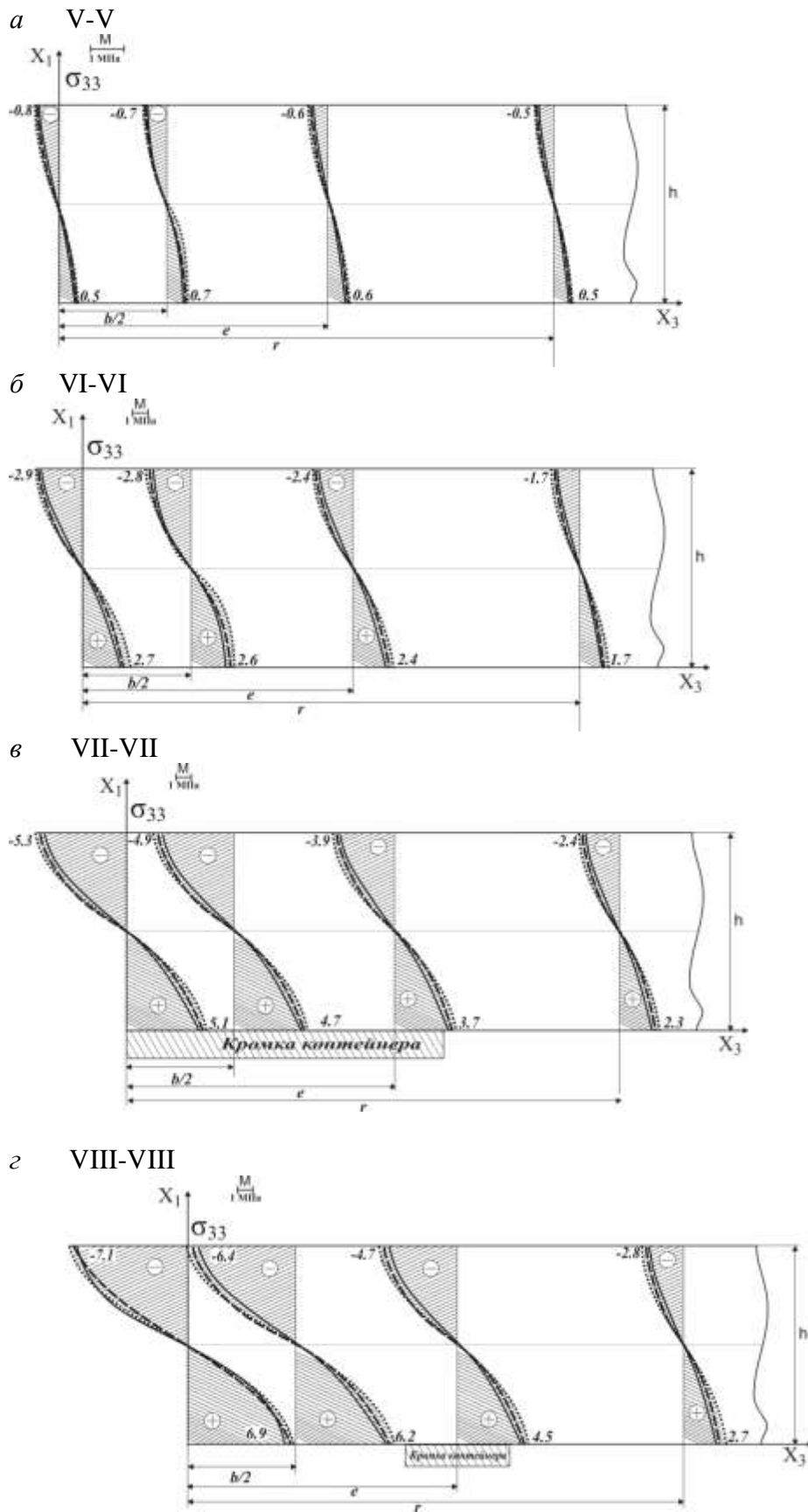


Рис. 5 Эпюры напряжений σ_{33} ледяного покрова толщиной 0.5 м:
 $b/2 = 0.75$ м, $e = 3.375$ м, $r = 5$ м

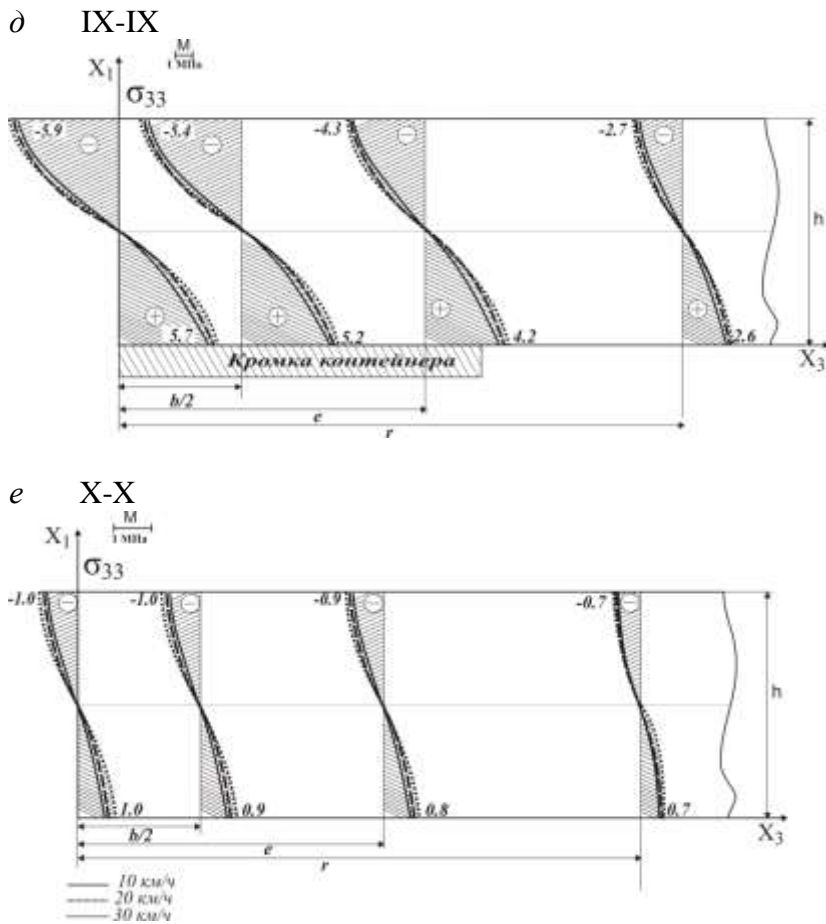


Рис. 5 (окончание)

В окрестности контейнера разрушение полуметрового льда будет полным. При таких параметрах контейнера у метрового льда характер распределения напряженного состояния будет несколько иным. Сжимающие напряжения, в отличие от растягивающих, не превышают принятого критерия разрушения. Вероятнее всего, для льда толщиной 1 м начнется только начальное разрушение, возникающее над полостью контейнера. В этом случае необходимо доламывание льда, которое может быть осуществлено обводами судна, движущего приставку.

Рассмотрим второй вариант расположения ледокольной приставки подо льдом, когда контейнер вытянут в направлении перпендикулярном движению судна. В этом случае параметры, указанные на рис. 4, 5 будут следующими $L=3$ м, $2 \cdot b=4$ м, $e=2.4$ м, $r=4$ м. Характер распределения напряжения во льду обеих толщин при скоростях $v=10$ км/ч, $v=20$ км/ч и $v=30$ км/ч по сравнению с ранее рассмотренным случаем остается практически без изменений. Изменение конфигурации контейнера привело к росту численных значений напряжений σ_{22} у полуметрового льда в интервале от $0.5 \div 0.6$ МПа, а σ_{33} – от $0.1 \div 0.2$ МПа. У метрового льда увеличение σ_{22} колеблется в интервале от $0.1 \div 0.2$ МПа, а σ_{33} – от $0.03 \div 0.05$ МПа. Безусловно, малое изменение напряжений не может оказать значительного влияния на изменение распределения напряжений в исследуемой области деформирования.

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод о том, что движущаяся подо льдом ледокольная приставка вызывает значительные деформации ледяного покрова толщиной 0.5 м и 1 м. Различные варианты расположения контейнера под метровым льдом не вызывают изменений в характере распределения напряжения в толще льда на всем интервале задания скоростей.

Библиографический список

1. **Патент РФ №2360825.** Устройство для разрушения ледяного покрова/ Одинок В.И., Сергеева А.М., Марченко О.В. Бюл. №19. Оpubл. 10.07.2009.
2. **Одинок В.И.** Математическое моделирование одного нового процесса разрушения ледяного покрова / В.И. Одинок, А.М. Сергеева // Прикладная механика и техническая физика. 2006. Т. 47. № 2. С. 139–146.
3. **Одинок В.И.** Численное исследование процесса деформации материалов бескоординатным методом / В.И. Одинок. – Владивосток: Дальнаука. 1995. – 168 с.
4. **Богородский, В.В.** Физические свойства. Современные методы гляциологии / В.В. Богородский, В.П.Гаврило. – Л.: Гидрометеиздат, 1980. – 383 с.
5. **Одинок В.И., Сергеева А.М.** Эволюция процесса нарушения сплошности при разрушении ледяного покрова / В.И. Одинок, А.М. Сергеева // Прикладная механика и техническая физика. 2008. Т. 49. №1. С. 114-119.

*Дата поступления
в редакцию 09.11.2010*

A.M. Sergeeva, O.V. Marchenco

DEFORMATION OF AN ICE SHEET UNDER THE ACTION OF ATMOSPHERIC PRESSURE AND THE WEIGHT OF ICE

In the present work, we study the stress state, deformation, and breaking of an ice sheet by a new patented method. The spatial problem of the stain of ice cover under atmospheric pressure and the weight of is solved using the theory of small elastic strains and a proven numerical method.

Key words: ice cover stresses, strains.