МИКРОЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.3.085.42

А.А. Ожиганов[1], П.А. Прибыткин[2]

КОДОВЫЕ ШКАЛЫ НА ОСНОВЕ КОМПОЗИЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕКУРРЕНТНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики[1],
Открытое акционерное общество «Авангард» (Санкт-Петербург)[2]

Предложены кодовые шкалы для фотоэлектрических цифровых преобразователей угла, строящиеся на основе нелинейных рекуррентных последовательностей. Сформулирован принцип композиции рекурсивных кодовых шкал. Приведён пример построения кодовой шкалы.

Ключевые слова: кодовая шкала, считывающие элементы, цифровой преобразователь угла, преобразователь угол-код, рекурсивная кодовая шкала, рекуррентная последовательность, псевдослучайная последовательность.

Введение

Фотоэлектрические цифровые преобразователи угла абсолютного типа основаны на методе считывания с пространственным кодированием [1]. ФЦПУ содержат кодовый (модулирующий) диск и систему считывания, состоящую из излучающей (передающей) и приёмной частей. Излучающая система содержит источник излучения, а приёмная — индексную диафрагму и приёмники излучения. Кодовый диск и диафрагма представляют собой диски из оптически прозрачного материала, расположенные соосно и параллельно, на обращенных друг к другу поверхностях, на которых методом фотолитографии нанесены маски с соответствующим рисунком. Код сформирован в виде системы прозрачных и непрозрачных участков на кодовом диске. Рис. 1 иллюстрирует один из вариантов построения оптической системы преобразователей. Источник излучения освещает одну сторону кодового диска. Приёмники подсвечиваются через узкие щели в неподвижной диафрагме. При вращении кодового диска меняется площадь перекрытия прозрачных участков дорожки диска и окна диафрагмы, т.е. модулируется величина светового потока от излучателей к фотоприёмникам.

Основными требованиями к цифровым преобразователям угла (ЦПУ) в общем и к ФЦПУ в частности являются точность преобразования, быстродействие, надёжность, стойкость к внешним воздействующим факторам и др. Достаточно хорошо изучены основные методы получения высокой точности и разрешающей способности, если нет ограничений в габаритах преобразователей. Но в ряде применений ЦПУ актуальна задача увеличения точности и разрешающей способности при одновременном уменьшении габаритов [2].

Достижение этих технических требований во многом зависит от применяемой в ФЦПУ кодовой шкалы (КШ), которая определяет число кодовых дорожек (КД), а также число и размещение считывающих элементов (СЭ). Среди разных типов построения кодовых шкал для ФЦПУ [1] наибольшее распространение получили КШ, выполненные в обыкновенном двоичном коде – регулярные КШ, в циклическом коде – в коде Грея и в специальном коде. Наиболее перспективными являются кодовые шкалы с применением теории рекуррентных последовательностей – рекурсивные кодовые шкалы (РКШ) [3], позволяющие строить однодорожечные ФЦПУ [4], двухдорожечные нереверсивные ФЦПУ с двумя СЭ и реверсивные ФЦПУ с подготовительными квантами [5], встречающиеся в литературе как «квазиабсолютные», а также КШ с возможностью формирования корректирующих кодов [6].

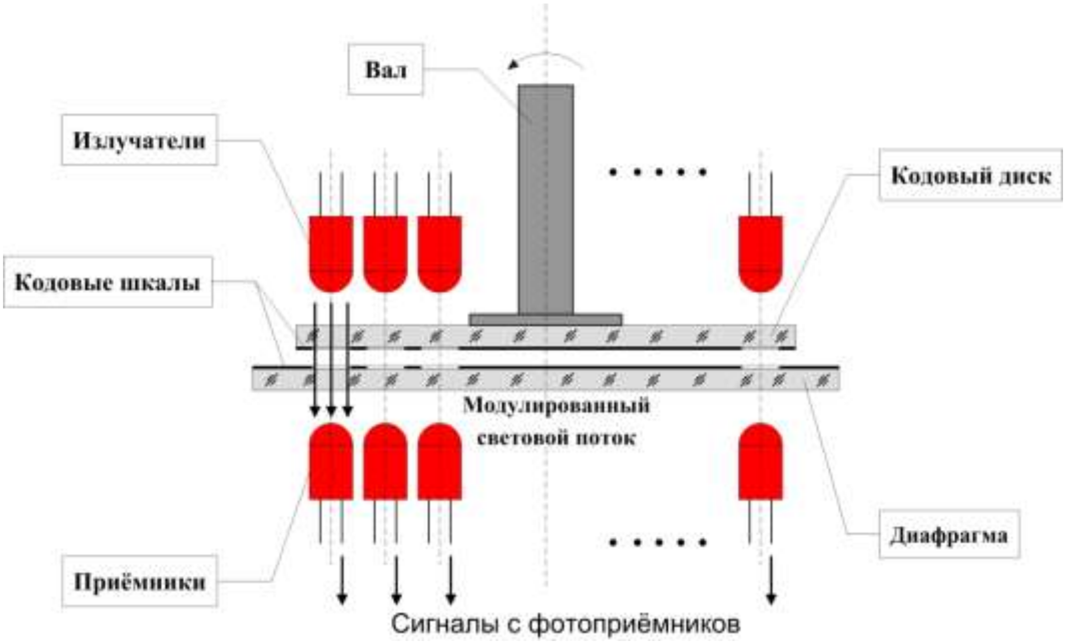

Рис. 1. Функциональная схема оптической части ФЦПУ

До настоящего времени рассматривалось построение ФЦПУ на основе РКШ с одной или двумя дорожками. С практической точки зрения применение РКШ для построения высокоразрядных малогабаритных ФЦПУ связано с рядом ограничений конструктивного и особенно технологического характера, накладываемых минимальным размером градации кодовой шкалы, чувствительностью и размерами СЭ.

Различают КШ на основе линейных рекуррентных последовательностей (РП) и КШ на основе нелинейных РП в зависимости от свойства линейности или нелинейности (по отношению к оператору суммирования по модулю 2) рекуррентного соотношения, используемого для построения РП. Особенностью КШ на основе линейных РП является то, что они имеют информационную ёмкость $2^n - 1$, $n = 1, 2, 3, ...$ значений кода – несовместимую со многими техническими системами, в которые встраивается ЦПУ. К недостаткам КШ на основе нелинейных РП относится единственность размещения СЭ вдоль шкалы — с шагом в один квант. При конечных размерах СЭ (фотоприёмников в ФЦПУ) этот недостаток существенно ограничивает разрядность КШ.

В связи с этим, актуальной задачей является разработка кодовых шкал с учётом обозначенных ограничений, которые позволят создавать высокоразрядные малогабаритные ЦПУ. Такие кодовые шкалы в сравнении с классическими КШ должны иметь высокую информационную ёмкость при малом числе кодовых дорожек.

Далее условимся понимать под подвижным растром кодовый диск, а под неподвижным — диафрагму, являющиеся конструктивными элементами ФЦПУ; под кодовой шкалой будем понимать совокупность кодовых дорожек (КД) подвижного растра, под считывающим элементом — прозрачную щель или группу щелей неподвижного растра и фотоприёмник, под градацией — элементарный участок кодовой шкалы (дорожки), содержащий признаки одного символа двоичного кода из {0,1}.

Теория построения кодовых шкал на основе рекуррентных последовательностей

Известны сдвигающие регистры, или регистры сдвига с обратной связью, – электронные переключательные схемы специального вида, перерабатывающие информацию, заданную в форме соответствующим образом представленных элементов поля Галуа $GF(2)$ [7]. В общем виде n-позиционный регистр сдвига состоит из n последовательно соединённых триггерных ячеек. В результате действия $k+1$ тактовых импульсов, где k — целое неотрицательное число, состояние каждой ячейки $(a_k, a_{k+1}, \dots, a_{k+n-1}) \in \{0,1\}$ сдвигается в соседнюю ячейку. При введении обратной связи

$$f(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = c_0 x_0 + c_1 x_1 + \dots + c_{n-1} x_{n-1}, \quad c_i \in GF(2) \tag{1}$$

сдвигающий регистр оказывается в режиме непрерывной смены состояний.

С помощью булевой функции обратной связи (1) можно определить n-е состояние регистра (после n тактов работы): $a_n = f(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$.

Таким образом, символы двоичной последовательности на выходе регистра сдвига удовлетворяют рекуррентному соотношению [3]

$$a_{n+j} = h_{n-1} a_{n-1+j} + h_{n-2} a_{n-2+j} + \dots + h_1 a_{j+1} + a_j, \tag{2}$$

где $h_i \in GF(2),\ j = 0,1,\dots$

Для работы регистра необходимо задать начальное состояние триггерных ячеек $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$, причем нулевая комбинация является запрещённой, так как порождает последовательность с одними нулями.

Функцию обратной связи (1) можно представить также в форме полинома порядка n с коэффициентами из поля Галуа $GF(2)$, называемого характеристическим полиномом,

$$h(x) = h_n x^n + h_{n-1} x^{n-1} + \dots + h_1 x + h_0, \tag{3}$$

где $h_0 = h_n = 1,\ h_i \in GF(2).$

Любая однородная рекуррентная последовательность с линейной функцией вида (1) может иметь максимальный период $2^n - 1$, т. е. 2^n возможных состояний регистра за исключением нулевой комбинации. Такую последовательность называют псевдослучайной последовательностью максимальной длины над полем $GF(2)$ (ПСПМД), или M-последовательностью. Для её построения необходимо и достаточно, чтобы характеристический полином являлся примитивным полиномом [7] над полем $GF(2)$, а начальное состояние — отличным от нулевого. Кодовые шкалы на основе ПСПМД имеют информационную ёмкость $2^n - 1$ и носят название псевдослучайные кодовые шкалы (ПСКШ).

M-последовательности относятся к классу циклических кодов и могут задаваться с помощью порождающего полинома [7]

$$g(x) = \frac{x^{2^n - 1} + 1}{h(x)},$$

где $h(x)$ — характеристический полином, задаваемый (3).

Для каждой ПСПМД длиной $M = 2^n - 1$ существует ровно $2^n - 1$ различных циклических сдвигов, которые могут быть получены путём умножения порождающего полинома $g(x)$ на x^I, где $I = 0,1,\dots,M-1$. Порядок размещения на ПСКШ n считывающих элементов определяется путём циклических сдвигов, т. е. СЭ с номером m ($m = 1,2,\dots,n$) ставится в соответствие I_m циклический сдвиг $x^{I_m} g(x)$ M-последовательности. Тогда полином, определяющий порядок размещения на шкале n СЭ, имеет вид [3]

$$r(x) = x^{I_1} + x^{I_2} + \dots + x^{I_n}, \quad I_m \in 0,1,\dots,M-1. \tag{4}$$

Между тем, псевдослучайные последовательности с нулевой комбинацией получаются с помощью регистра сдвига с нелинейной функцией обратной связи, т. е. в регистре, где символы последовательности нелинейным образом зависят от предыдущих символов:

$$\tilde{f}(x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}) = c_0 x_0 + c_1 x_1 + \ldots + c_{n-1} x_{n-1} + \overline{x}_1 \overline{x}_2 \ldots \overline{x}_{n-1}, \qquad (5)$$

где $\overline{x}$ является дополнением x; $c_i \in GF(2)$.

Такие последовательности имеют период 2^n и являются частным случаем последовательностей де Брейна.

Символы последовательности удовлетворяют рекуррентному соотношению

$$b_{n+j} = h_{n-1} b_{n-1+j} + h_{n-2} b_{n-2+j} + \ldots + h_1 b_{j+1} + b_j + \overline{b}_{n-1+j} \overline{b}_{n-2+j} \ldots \overline{b}_{j+1}, \qquad (6)$$

где $j = 0, 1, \ldots$

Начальные символы последовательности $b_0 b_1 \ldots b_{n-1}$ выбираются произвольно. Рекуррентное соотношение (6) отличается от соотношения для линейных псевдослучайных последовательностей (2) только наличием последнего слагаемого — произведения значений $n-1$ символов.

Кодовые шкалы на основе нелинейных рекуррентных последовательностей имеют разрешающую способность 2^n и носят название нелинейные кодовые шкалы (НКШ). Для их построения характеристический полином вида (3) так же, как и в случае ПСКШ, должен являться примитивным над полем $GF(2)$.

Размещение СЭ на НКШ, в отличие от ПСКШ, в силу нелинейных свойств применяемых последовательностей может происходить только единственным образом: с шагом, равным одному кванту, т. е. в соответствии с полиномом размещения

$$\tilde{r}(x) = 1 + x + x^2 + \ldots + x^{n-1}. \qquad (7)$$

Единственность такого размещения отражает существенный недостаток НКШ, ограничивающий их применение для построения малогабаритных высокоразрядных преобразователей.

Композиция кодовых шкал на основе рекуррентных последовательностей

Преобразователи считывания представляют собой систему из l параллельно работающих N_l-разрядных преобразователей угла. Такой подход позволяет комбинировать кодовые дорожки, основанные на разных базовых методах пространственного кодирования, на каждой из которых происходит преобразование перемещения в соответствующую группу разрядов выходного кода [2].

Пусть ФЦПУ имеет p кодовых дорожек в порядке от старшей, с которой считывается старший по весу разряд, до младшей, с которой считывается младший по весу разряд. Период функции преобразования каждой кодовой дорожки – Ψ_l, где $l = \overline{1, p}$. В случае кругового ФЦПУ с диапазоном изменения угла от 0 до 360° для первой кодовой дорожки $\Psi_1 = 360^\circ$, а для каждой последующей $\Psi_{l+1} = \dfrac{1}{N_l} \Psi_l$, где N_l – число уровней квантования l-й кодовой дорожки.

Информационная ёмкость преобразователя N пропорциональна числу уровней квантования каждой дорожки: $N = \prod_{l=1}^{p} N_l$. Период функции преобразования каждой дорожки: $\Psi_{l+1} = 360^\circ \Big/ \prod_{i=1}^{l} N_i$.

Пусть старшая КД строится в соответствии с символами рекуррентной последовательности (линейной или нелинейной) длиной D_1. Пусть следующая кодовая дорожка также строится в соответствии с символами линейной или нелинейной РП длиной D_2, причём в угловом секторе, соответствующем одному символу последовательности старшей КД, укладывается один период последовательности младшей дорожки, т. е. последовательность длиной D_2 на младшей дорожке имеет D_1 периодов: $\Psi_2 = \Psi_1/N_1 = 360^\circ/D_1$. Такое построение аналогично структуре регулярных двоичных КШ, в которых одному символу из $\{0,1\}$ старшей дорожки соответствует последовательность 01 младшей дорожки.

К достоинствам такой кодовой шкалы, представляющей собой композицию РКШ и регулярных КШ, в которой одному символу старшей КД ставится в соответствие один период РП на следующей КД, относится возможность рационального размещения СЭ с возможностью существенного уменьшения числа КД по сравнению с классическими КШ.

Пример построения кодовой шкалы на основе композиции нелинейных рекуррентных последовательностей

Рассмотрим принцип построения кодовой шкалы на основе композиции нелинейных рекуррентных последовательностей на примере пятиразрядной КШ, содержащей двух- и трёхразрядную НКШ.

Возьмём нелинейную РП длиной $D_1 = 2^2\ (n_1 = 2)$, для построения которой будем использовать примитивный полином $h(x) = x^2 + x + 1$, начальные значения $b_0 b_1$ зададим как 00. Рекуррентное соотношение последовательности согласно (6) примет вид

$$b_{2+j} = b_j + b_{1+j} + \overline{b}_{1+j}.$$

Сгенерированную таким образом последовательность 0011 используем для построения кодовой дорожки ФЦПУ. При размещении двух считывающих элементов вдоль этой дорожки получим $2^2 = 4$ значения кода. Эту двухразрядную дорожку возьмём в качестве старшей дорожки T_1 ФЦПУ, тогда период второй дорожки будет $\Psi_2 = 360^\circ/4 = 90^\circ$. Это же значение Ψ_2 является дискретностью преобразования (квантом) первой дорожки.

Следующую дорожку T_2 большего диаметра выполним в соответствии с символами последовательности длиной $D_2 = 2^3\ (n_2 = 3)$, полученными с помощью рекуррентного соотношения

$$b_{3+j} = b_j + b_{1+j} + \overline{b}_{1+j}\overline{b}_{2+j}.$$

Для его построения используется примитивный полином $h(x) = x^3 + x + 1$. При начальных значениях $b_0 b_1 b_2 = 000$ последовательность будет иметь вид 00010111.

Дорожка T_2 будет содержать 4 периода последовательности:

00010111000101110001011100010111.

При рассматриваемом подходе каждый период последовательности будет заполнять дугу окружности диаметра второй дорожки с центральным углом Ψ_2, соответствующим одному символу старшей дорожки T_1. Тогда шаг размещения СЭ вдоль второй дорожки, благодаря тому, что она содержит четыре периода последовательности, составит $\alpha 360^\circ/4 + 360^\circ/32$, $\alpha \in \{0, 1, \ldots, 2^2 - 1\}$. Коэффициент α выбирается при проектировании ФЦПУ из конструктивных соображений и позволяет наиболее рационально и технологично осуществить компоновку СЭ вдоль кодовой шкалы преобразователя.

Линейная развёртка рассматриваемой в примере КШ приведена на рис. 2. ФЦПУ с такой кодовой шкалой, состоящей из двух дорожек, обладает разрешающей способностью 2^5, т.е. имеет 32 значения кода угла. На рис. 3 показана круговая КШ с одним из вариантов размещения считывающих элементов.

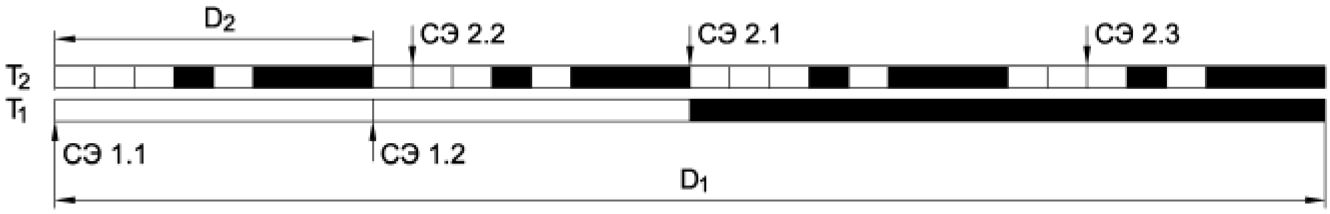

Рис. 2. Линейная развёртка пятиразрядной кодовой шкалы

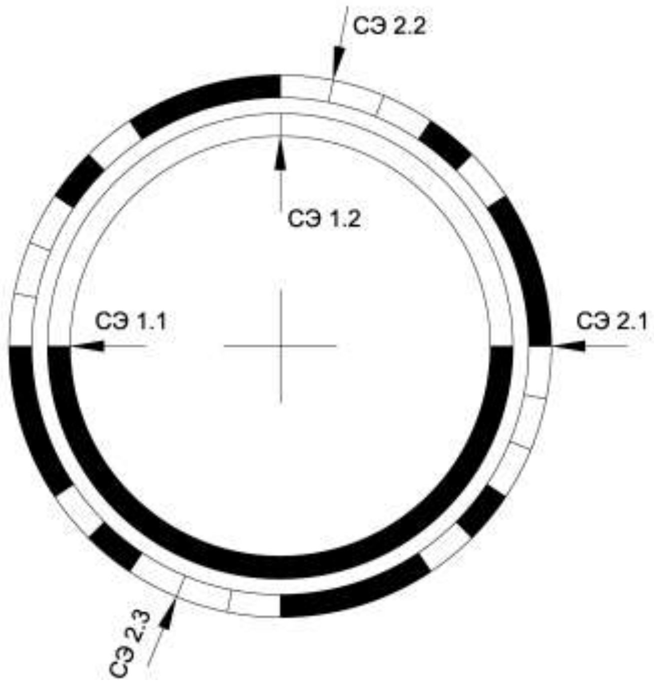

Рис. 3. Круговая пятиразрядная кодовая шкала

В табл. 1 приведены двоичные значения кодов, снимаемые считывающими элементами с дорожек T_1 и T_2, в положениях кодовой шкалы φ и соответствующие этим значениям десятичные эквиваленты φ'.

Таблица 1

Последовательность кодовых комбинаций пятиразрядной кодовой шкалы

φ	T_1	T_2	φ'	φ	T_1	T_2	φ'	φ	T_1	T_2	φ'	φ	T_1	T_2	φ'
0	00	000	0	8	01	000	8	16	11	000	24	24	10	000	16
1	00	001	1	9	01	001	9	17	11	001	25	25	10	001	17
2	00	010	2	10	01	010	10	18	11	010	26	26	10	010	18
3	00	101	5	11	01	101	13	19	11	101	29	27	10	101	21
4	00	011	3	12	01	011	11	20	11	011	27	28	10	011	19
5	00	111	7	13	01	111	15	21	11	111	31	29	10	111	23
6	00	110	6	14	01	110	14	22	11	110	30	30	10	110	22
7	00	100	4	15	01	100	12	23	11	100	28	31	10	100	20

Выводы

Предложенный в данной работе принцип построения кодовых шкал позволяет строить на своей основе высокоразрядные цифровые преобразователи угла в уменьшенных габаритах с учётом технологических и конструктивных ограничений, таких как минимальная ширина градации и шаг размещения считывающих элементов. Кодовые шкалы, основанные на композиции рекурсивных кодовых шкал, широко используются в ОАО «Авангард» для создания фотоэлектрических преобразователей угла. Такие КШ позволили создать 18- и 20-разрядные ФЦПУ повышенной надёжности и стойкости к внешним воздействующим факторам с диаметрами всего 80 мм и 120 мм соответственно.

Библиографический список

1. **Домрачеев, В.Г.** Цифровые преобразователи угла: принципы построения, теория точности, методы контроля / В. Г. Домрачев, Б. С. Мейко. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 328 с.
2. **Асиновский, Э. Н.** Высокоточные преобразователи угловых перемещений / Э. Н. Асиновский [и др.]; под ред. А. А. Ахметжанова. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 128 с.
3. **Азов, А. К.**Рекурсивные кодовые шкалы / А. К.Азов, А. А. Ожиганов, М. В. Тарасюк // Информационные технологии. 1998. № 6. С. 39–43.
4. **Ожиганов, А. А.** Кодовые шкалы на основе нелинейных последовательностей для преобразователей угловых перемещений / А. А. Ожиганов, П. А. Прибыткин // Научно-технический вестник. СПбГУ. ИТМО. 2010. Вып. 4. С. 81–84.
5. **Ожиганов, А. А.** Использование нелинейных последовательностей при построении двухдорожечных кодовых шкал для преобразователей угловых перемещений / А. А. Ожиганов, П. А. Прибыткин // Изв. вузов. Приборостроение. 2010. Т. 53. № 7. С. 39–44.
6. **Ожиганов, А. А.** Анализ возможностей применения корректирующих кодов в рекурсивных кодовых шкалах / А. А. Ожиганов, П. А. Прибыткин // Сб. научных трудов аспирантов, соискателей и студентов магистерской подготовки ОАО "Авангард". 2010. Вып. 2. С. 70–77.
7. **Лидл, Р.** Конечные поля. В 2-х т.: пер. с англ. / Р. Лидл, Г. Нидеррайтер. – М.: Мир, 1988. Т. 2. – 822 с.

Дата поступления
в редакцию 15.10.2010

A.A. Ozhiganov, P.A. Pribytkin

CODE SCALES BASED ON THE COMPOSITION OF NON-LINEAR RECURRENT SEQUENCES

A type of code scales for absolute-type optical encoders based on the composition of non-linear recurrent sequences is suggested. A principle of composition of recursive code scales is defined. An example of constructing code scale is given.

Key words: rotary encoder, shaft encoder, code scale, recursive code scale, reading elements, pseudo-random sequence, recurrence sequence, de Brujin cycle, nonlinear sequence.