

УДК 621.43

Н.А. Кузьмин<sup>1</sup>, И.О. Донато<sup>2</sup>**ВЫБОР ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ТЕПЛОНАПРЯЖЕННОСТИ ДЕТАЛЕЙ МАШИН**Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева<sup>1</sup>,  
Управление автомагистрали “Москва - Н.Новгород”<sup>2</sup>

Достоверность и практическая ценность результатов моделирования полей температур, напряжений и деформаций в деталях машин с применением метода конечных элементов и других расчетных методов определяется в первую очередь наличием научно-обоснованных подходов по выбору и правильности определения закладываемых в расчеты граничных условий, адекватно отражающих реальные условия работы деталей.

*Ключевые слова:* температура, теплонапряженность, метод конечных элементов, граничные условия, итерация, поршень, работоспособность, надежность.

Развитие современной техники вынуждает инженеров, конструкторов и проектировщиков разрабатывать новые, наиболее эффективные и совершенствовать существующие методы анализа и способы оптимизации теплового состояния деталей машин.

До недавнего времени при разработке машин различного функционального назначения наиболее распространенным был путь, основанный на экспериментальном поиске оптимальных форм теплонагруженных деталей. При таком подходе эффективность проводимых исследований в немалой степени зависит от опыта, интуиции исследователя, наличия статистических данных и в некоторых случаях бывает довольно высока. Экспериментальные методы исследования температурного состояния и теплонапряженности деталей являются наиболее надежными, но в то же время и наиболее трудоемкими. Эксперимент возможен лишь при наличии опытных образцов или уже выпускаемых машин и связан с большими затратами времени и средств, а также с трудностями измерений в условиях сложного характера движения деталей во время их работы. Вместе с тем, возможность успешного решения ряда практических задач при создании высоконадежных и совершенствовании уже существующих машин в значительной мере определяется наличием эффективных методов расчета, которые позволяют до минимума сократить трудоемкий и дорогостоящий натурный эксперимент, заменить его вариантными исследованиями на физических или математических моделях.

На современном этапе развития вычислительной техники расчетные методы позволяют не только получать интересующие исследователей тепломеханические характеристики, но и оценивать влияние на них самых разнообразных факторов, выбирать такие конструкционные формы деталей, которые наиболее точно удовлетворяют требованиям прочности и эксплуатационной надежности машин.

При изучении теплонапряженности узлов и деталей машин различного функционального назначения исследователи сталкиваются с необходимостью оценки теплового состояния объектов со сложными геометрическими формами при сложных условиях теплового и механического нагружения. Существующие аналитические методы математической физики позволяют эффективно решать лишь узкий круг подобных задач. Это связано с тем, что в данном случае для решения систем дифференциальных уравнений, описывающих поля температур в объемах деталей, приходится иметь дело с упрощенной трактовкой процесса – заменой реальной конфигурации тела простыми формами и упрощением граничных условий (ГУ). В результате этого практически исключается учет влияния многих факторов на поля температур и напряжений в объемах деталей, что приводит к результатам, зачастую, значительно отличающимся от истинных.

Развитие ЭВМ и численных методов позволило расширить круг задач, решаемых с

использованием дискретных математических моделей. Численное моделирование открывает возможности решения практически любых задач, поддающихся математическому описанию. Разработка достаточно гибкой системы математических моделей, адекватно описывающей сложную исследуемую реальную систему, и создание методов управления моделями позволяет коренным образом изменить процесс математического моделирования, довести его до уровня автоматизированной локальной и глобальной оптимизации конструкций деталей.

В основу функционирования дискретных математических моделей могут быть положены различные методы решения краевых задач теплопроводности, гидродинамики и теплообмена. Это, прежде всего – метод конечных разностей (МКР), метод конечных элементов (МКЭ), метод граничных элементов (МГЭ) и многие другие варианты и разновидности численных методов. Имеются основания для утверждений о том, что все численные методы по существу являются разновидностями глобального метода приближенного решения задач математической физики – метода взвешенных невязок [1]. И действительно, все эти методы основаны на дискретизации и аппроксимации области решений, сеточных функций и ГУ, а процедура нахождения приближенного решения поставленной исходной задачи по существу сводится к минимизации невязки между решением и приближением.

В качестве основных ГУ, описывающих тепловое взаимодействие поверхностей деталей машин и окружающей среды, используют следующие их виды (для цилиндрической системы координат) [1]:

– ГУ 1-го рода (задано распределение температур по поверхности детали в любой момент времени):

$$t = t(r, z, \Theta, \tau), \quad (1)$$

где  $t(r, z, \Theta, \tau)$  – заданная на поверхности тела функция температуры;  $r, z, \Theta$  – цилиндрические координаты,  $\tau$  – координата времени;

– ГУ 2-го рода (задана плотность теплового потока ( $q$ ) через поверхность):

$$q(r, z, \Theta, \tau) = \frac{-\lambda \cdot \partial t(r, z, \Theta, \tau)}{\partial n}, \quad (2)$$

где  $n$  – нормаль к поверхности детали в точке с координатами  $r, z, \Theta$ ;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности материала детали, Вт/(м·град);

– ГУ 3-го рода (задана температура окружающей среды ( $t_{oc}$ ) и закон теплообмена между средой и поверхностью):

$$\frac{-\lambda \partial t(r, z, \Theta, \tau)}{\partial n} = \alpha(t - t_{oc}), \quad (3)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи для поверхности детали, Вт/(м<sup>2</sup>·град);

– ГУ 4-го рода (задан теплообмен системы тел, происходящий по закону теплопроводности):

$$\lambda_1 \left( \frac{\partial t_1}{\partial n} \right) = \lambda_2 \left( \frac{\partial t_2}{\partial n} \right). \quad (4)$$

Наибольшая достоверность прогнозируемых полей температур, деформаций и напряжений достигается при использовании ГУ 3-го рода, так как они наиболее стабильны при изменении конструкции деталей. Как показал анализ ранее проведенных исследований [1, 2 и т.д.], допущение стабильности ГУ 3-го рода при этом вполне отвечает запросам инженерной практики. Использование других ГУ оправдано только в случае необходимости получения распределения температур в теле исследуемой детали по известным их значениям на поверхностях.

Практическая ценность результатов моделирования полей температур, напряжений и деформаций в деталях машин с применением МКЭ и других расчетных методов определяется в первую очередь наличием научно-обоснованных подходов по выбору и правильности

определения закладываемых в расчеты ГУ, адекватно отражающих реальные условия работы деталей.

Одной из показательных, ответственных и сложных (по форме и тепловому нагружению) деталей является поршень двигателя внутреннего сгорания (ДВС). Вопросу применения расчетных методов для численных исследований по анализу теплового состояния деталей ДВС посвящено достаточно большое количество работ, как в России, так и за рубежом. В частности, накоплен обширный опыт в области исследования температурного состояния и теплонапряженности деталей цилиндропоршневой группы (ЦПГ) судовых двигателей и силовых установок тяжелых транспортных средств [1, 3 и т.д.]. В то же время этот опыт без существенных дополнений и уточнений не может быть распространен на двигатели автомобилей. Данное обстоятельство обусловлено, в основном, сравнительной тихоходностью тяжелых двигателей, большими их размерами, отличием в протекании основных фаз рабочего процесса. Все изложенное неминуемо вызывает различия в протекании процессов теплопередачи, происходящих в сравниваемых классах двигателей, отличия в уровне механических нагрузок на их детали. Это, в конечном итоге, и определяет отличия в уровнях теплового состояния деталей тяжелых двигателей и двигателей автомобильного класса.

Наибольшую трудность в процессе выбора ГУ 3-го рода представляет моделирование теплоотдачи от горячих газов к поверхностям деталей, образующих камеру сгорания (КС) ДВС. Для судовых, тепловозных и подобных им двигателей предложено большое количество формул [1,3 и т.д.] для определения коэффициента теплоотдачи от газов к поверхностям КС ( $\alpha_r$ ). Всего в настоящее время известно более 50 методик и формул для расчета теплоотдачи от газов к стенкам КС. Наибольшего внимания при исследовании теплообмена в цилиндре ДВС заслуживают исследования Г. Эйхельберга и Г. Вошни.

Из спектра формул определения величин коэффициентов теплоотдачи от газов к стенкам КС для автомобильных двигателей наиболее применима формула Вошни:

$$\alpha_2 = K_1 \cdot D^{-0,214} \cdot (p_2 \cdot C_m)^{0,786} \cdot (T_2^{-0,525} + B_1), \quad (5)$$

где  $K_1$  – постоянная для конкретного двигателя,  $D$  – диаметр цилиндра, м;  $p_2$  и  $T_2$  – текущие значения давления (кГ/см<sup>2</sup>) и температуры (К) газов в цилиндре;  $C_m$  – средняя скорость поршня (м/с);  $B_1 = K_2 \cdot T_2 / T_c$  ( $K_2$  – коэффициент, учитывающий вид сгорания,  $T_2$  и  $T_c$  – температуры газов в конце горения и сжатия, К). Для двигателей с впрыском топлива  $B_1$  не учитывается.

Формула Эйхельберга для определения коэффициента теплоотдачи от газов в стенки КС имеет вид:

$$\alpha_2 = 2,1 \cdot \sqrt[3]{C_m} \cdot \sqrt{p_2 \cdot T_2}. \quad (6)$$

Однако до настоящего времени нет единой методики, позволяющей определять адекватную величину коэффициента  $\alpha_r$  для различных ДВС. Дело обстоит так, что даже в пределах одного класса двигателей применение методик и результатов, разработанных и полученных на одном двигателе, на другой затруднено и не всегда оправдано.

Все без исключения формулы расчета коэффициента  $\alpha_r$  обладают определенными недостатками:

- каждая формула может быть достаточно успешно использована только для определенной группы двигателей;
- большинство из этих формул позволяют вычислять лишь усредненные по тепловоспринимающей поверхности детали КС значения коэффициентов  $\alpha_r$ , что делает необходимым проведение корректировки при назначении их локальных величин для различных участков теплообмена;
- если формула и позволяет вычислять мгновенные значения коэффициента  $\alpha_r$  для произвольного участка, то она использует местные скорости газов относительно участков. Однако определение местных скоростей газов является не менее трудной задачей;

- теплообмен излучением в некоторых формулах либо не учитывается (формулы Эйхельберга, Вошни, Пфляума, Огури и др.), либо учитывается упрощенно (формулы Нуссельта, Бриллинга, Шиткеи и др.). При этом расчетный радиационный поток оказывается в 7...10 раз меньше экспериментально полученного значения [3].

Все изложенное требует соблюдения особой осторожности при использовании данных зависимостей для оценки величин коэффициентов теплоотдачи  $\alpha_r$  для теплонагруженных деталей различных ДВС, в особенности, автомобильного класса. Следует заметить, что в известной автору литературе не содержится подобной зависимости для автомобильных двигателей.

Накоплен достаточно большой опыт по заданию ГУ 3-го рода для поверхностей поршня со стороны цилиндра для тяжелых дизелей [1,3]. Наиболее правомерно, в этом плане, использовать зависимости, основанные на пропорциональности величин коэффициентов теплоотдачи для данных поверхностей поршня и величин заполненных маслом зазоров. Однако этот и другие подходы также без существенной корректировки не могут быть применены для автомобильных двигателей.

Задание ГУ с внутренней поверхности поршня производится, как правило, по чисто эмпирическим формулам [1, 3]. Данное обстоятельство сужает возможности математического моделирования температурного состояния и теплонапряженности деталей, образующих КС автомобильных двигателей. Ощутимый пробел в этом направлении заполняют исследования Р.М. Петриченко, предложившего достаточно точные и работоспособные аналитические зависимости для оценки величин коэффициентов теплоотдачи от внутренней поверхности поршня к охлаждающему маслу. Следует, однако, отметить, что данные зависимости апробированы только для тяжелых судовых, тепловозных и подобных им двигателей, для которых они разрабатывались и на базе которых проверялись. Для автомобильных двигателей требуется их уточнение.

Назначение определяющих температур окружающих сред ( $t_{oc}$ ) для участков теплообмена поршня производится на основе экспериментальных данных. Со стороны газов – на базе диаграммы мгновенных значений температур газов в цилиндре [1], на других поверхностях – на основе непосредственных замеров температур окружающих участков сред. Величины значений  $t_{oc}$  для участков теплообмена поршня со стороны цилиндра и масляного охлаждения у различных двигателей отличаются очень незначительно. Все это говорит о том, что их назначение для поршня конкретного двигателя, в том числе автомобильного ряда, не представляет особых трудностей.

Использование для определения ГУ 3-го рода известных рекомендаций, методик и зависимостей в силу их неуниверсальности при исследованиях теплового состояния конкретного двигателя приводит в некоторых случаях к значительным ошибкам, величины которых доходят до 20...40% [1,3]. Для уменьшения ошибок многие исследователи прибегают к корректировке коэффициентов теплоотдачи по данным натурных испытаний. Для этой цели применяют, например, метод подгонки, метод комбинаций справочных и экспериментальных данных по наиболее важным поверхностям поршней и других теплонагруженных деталей ДВС [1, 3].

Таким образом, в случае анализа температурного состояния и теплонапряженности поршней автомобильных двигателей можно учесть накопленный опыт определения ГУ для поршней тяжелых дизелей и, используя метод решения обратных задач теплопроводности, получать достаточно точные значения ГУ 3-го рода. Однако этот путь назначения ГУ, в силу трудоемкости и эмпиризма, нельзя считать оптимальным, если не удастся организовать автоматизацию процесса.

Большой скачок в процессах прогнозирования полей температур, деформаций и напряжений в деталях ДВС был сделан с использованием МКЭ. При реализации МКЭ и решении задач производится:

- деление физической области задачи на подобласти или конечные элементы (КЭ);

- аппроксимация функцией специального вида на каждом КЭ исходной величины (температуры, перемещения, напряжения и т.д.);
- получение системы уравнений с неизвестными параметрами после подстановки этих аппроксимаций в определяющие уравнения. В результате решения данной системы получается приближенное решение поставленной задачи [1, 2, 3 и т.д.].

К числу преимуществ МКЭ следует отнести возможность применения одного и того же дискретно-элементного представления тела детали для решения задачи и теплопроводности, и термоупругости. Это позволяет, кроме сокращения общего количества исходной информации, иметь точную увязку температурных полей и вызываемых этими полями деформаций, определяющих напряженно-деформированное состояние (НДС) исследуемых деталей.

Наибольшая продуктивность при создании и совершенствовании конструкций ДВС достигается при комплексном использовании натуральных исследований и моделирования на ЭВМ. Уровень математического моделирования существенно повышается, когда исходную информацию для моделей получают на базе непосредственных натуральных испытаний экспериментальных образцов деталей двигателей. При таком пути резко сокращаются сроки доводки, повышается качество и технический уровень создаваемых конструкций ДВС.

Таким образом, в практике моделирования температурных полей деталей ДВС неизбежна корректировка ГУ по данным натуральных испытаний, независимо от способа их определения и типа двигателя. Корректировку обычно осуществляют на основе сравнения расчетных и экспериментальных температур в контрольных точках участков теплообмена поверхностей деталей. Успех данного процесса зависит от опыта и знаний исследователя о влиянии величин коэффициентов теплоотдачи ( $\alpha$ ) для различных участков теплообмена поверхностей на температурное состояние исследуемых деталей [1, 3 и т.д.]. В этой связи, при определении величин коэффициентов  $\alpha$  для участков теплообмена по поверхностям теплонагруженных деталей ДВС (в частности, поршней) для ускорения процесса корректировки и повышения точности вычислений представляется целесообразным использование итерационных методов оптимизации физических процессов и упругих систем (конструкций деталей). Однако возможность и эффективность осуществления итерационных алгоритмов, при этом, зависит от наличия и выполнения некоторых исходных условий, которые необходимо предварительно проверить.

Перед разработкой универсальной итерационной методики определения ГУ 3-го рода для поршней ДВС разнообразных типоразмеров произведено исследование влияния изменения величин коэффициентов  $\alpha$  для различных участков теплообмена на изменение расчетных значений температур поршня в контрольных точках участков. Для этих целей был специально взят изученный объект – поршень с камерой сгорания ЦНИДИ, для которого известны ГУ 3-го рода, показанный на рис. 1 [4]. В качестве “условно” экспериментальных температур были приняты их значения в точках участков теплообмена по поверхностям КЭМ температурного состояния поршня.

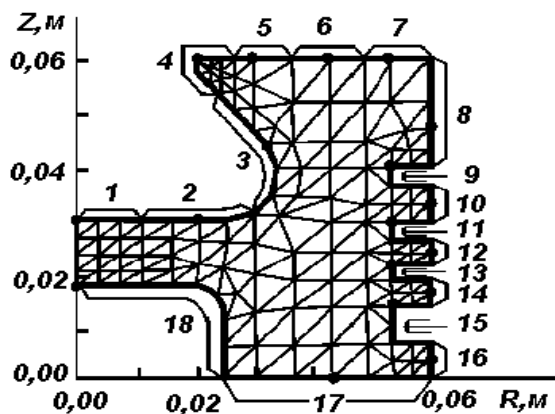


Рис. 1. Сетка КЭ и участки теплообмена поршня с камерой сгорания ЦНИДИ:

- – контрольные точки;  – участки теплообмена

Материал поршня – алюминиевый сплав АК9ч с коэффициентом теплопроводности  $\lambda = 167$  Вт/(м·град). Геометрические размеры, сетка КЭ, схема участков теплообмена, свойства материала поршня и ГУ 3-го рода взяты также из работы [4]. В качестве исходного принято температурное состояние поршня, определяемое набором началь-

Материал поршня – алюминиевый сплав АК9ч с коэффициентом теплопроводности  $\lambda = 167$  Вт/(м·град). Геометрические размеры, сетка КЭ, схема участков теплообмена, свойства материала поршня и ГУ 3-го рода взяты также из работы [4]. В качестве исходного принято температурное состояние поршня, определяемое набором началь-

ных значений коэффициентов теплоотдачи и температур окружающих сред ( $\alpha_i^H, t_{oci}$ ) и, как следствие,  $t_i^{(0)} = t_{zi}$  – температур поверхностей поршня в контрольных точках  $i$ -участков, которые представлены в табл. 1.

Таблица 1

Начальные значения ГУ 3-го рода и результаты сходимости итерационного процесса

Номер участка	$t_{oci}$ , °С	$\alpha_i^H$ , Вт/(м <sup>2</sup> ·град)	$t_i^{(0)} = t_{zi}$ , °С	$\alpha_i^{(0)}$ , Вт/(м <sup>2</sup> ·град)	$K_i^{t(10)}$ , -	$t_i^{(10)}$ , °С	$\alpha_i^{(10)}$ , Вт/(м <sup>2</sup> ·град)
1	1040	500	245	600	1,001	245	539
2	880	610	245	600	1,000	245	607
3	870	650	291	600	0,998	291	622
4	765	600	352	600	1,001	352	619
5	770	610	327	600	1,000	327	615
6	840	575	303	600	0,998	303	577
7	900	530	297	600	0,997	296	505
8	640	390	268	600	0,999	268	379
9	200	20000	234	10000	1,001	235	18431
10	130	150	203	200	1,009	204	310
11	180	15000	200	10000	1,002	201	13297
12	130	150	178	200	0,997	178	193
13	150	10000	178	10000	1,001	178	10042
14	130	150	157	200	0,997	157	110
15	100	5000	162	10000	0,996	161	5247
16	100	150	148	200	1,003	148	129
17	100	5000	164	1000	1,009	165	1244
18	90	600	236	1000	0,999	235	736

Из исходного состояния осуществлялись приращения коэффициентов теплоотдачи  $\Delta\alpha_j$  (на 100 Вт/(м<sup>2</sup>·град)) для каждого участка теплообмена и выполнялись расчеты МКЭ с набором коэффициентов теплоотдачи, которые можно записать в виде вектор-столбцов:

$$\alpha^j = (\alpha_1^H, \alpha_2^H, \dots, \alpha_j^H + \Delta\alpha_j, \dots, \alpha_i^H)^T, \quad i=1..18, j=1..18, \quad (7)$$

где  $T$  – знак транспонирования матрицы;  $i$  – количество участков теплообмена;  $j$  – конкретный участок.

Для каждого вектор-столбца (7) определялось температурное состояние поршня, характеризуемое вектор-столбцом значений температур в контрольных точках участков:

$$t^j = (t_1^j, t_2^j, \dots, t_i^j, \dots, t_{18}^j)^T, \quad j=1..18, i=1..18. \quad (8)$$

В результате исследований построена матрица Якоби  $J$ , которая состоит из элементов  $J_{ij} = \frac{\partial t_i^j}{\partial \alpha_i} \approx \frac{\Delta t_i^j}{\Delta \alpha_i}$ . Каждая  $i$ -строка матрицы соответствует участку теплообмена, на котором определяется изменение температуры  $\Delta t_i^j$ , а  $j$  – столбец участка, на котором осуществляется изменение коэффициента  $\alpha$  на величину  $\Delta \alpha_j$ . Таким образом, элемент матрицы

$J_{ij}$  определяет изменение температуры  $\Delta t_i^j$  в контрольной точке  $i$ -участка теплообмена при изменении величины коэффициента теплоотдачи  $\Delta \alpha_j$  на  $j$ -участке.

Другими словами, по результатам численных экспериментов определялись элементы матрицы  $J$ , с помощью которых можно оценить изменение температур в контрольной точке  $i$ -участка при варьировании коэффициента теплоотдачи на  $j$ -участке, что можно представить в виде:

$$J_{ij} = \frac{\Delta t_i^j}{\Delta \alpha_j} = \frac{(t_j^i - t_i^{(0)})}{\Delta \alpha_j}. \quad (9)$$

Анализ матрицы  $J$  позволил сделать следующие выводы:

– "локальное" изменение коэффициента теплоотдачи  $\alpha_i$  на тепловоспринимающем  $i$ -участке ( $i = 1..8$ ) приводит к "локальному" изменению температуры  $t_i$  в контрольной точке  $i$ -участка, значительно превышающему изменение температур  $t_j$  в контрольных точках других тепловоспринимающих участков, что выражается следующим образом:

$$\frac{\partial t_i}{\partial \alpha_i} > \frac{\partial t_j}{\partial \alpha_i}, \quad i \neq j, j = 1..8, i = 1..8, \quad (10)$$

– для теплоотводящих участков ( $i = 9..18$ ) поршня справедливо неравенство, аналогичное (10):

$$\left| \frac{\partial t_i}{\partial \alpha_i} \right| > \left| \frac{\partial t_j}{\partial \alpha_i} \right|, \quad i \neq j, j = 9..18, i = 9..18, \quad (11)$$

– изменение величины коэффициента  $\alpha_i$  на тепловоспринимающих участках поршня ( $i = 1..8$ ) приводит к сравнительно большим изменениям температур в контрольных точках теплоотводящих участков. Например, при  $\Delta \alpha_3 = 100 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$ , изменение температуры в контрольной точке девятого участка  $\Delta t_9 = 1,4^\circ\text{C}$ , тогда как при таком же изменении  $\alpha_9$ ,  $\Delta t_9 = -0,1^\circ\text{C}$ ;

– изменение величин коэффициентов теплоотдачи на теплоотводящих участках поршня (исключая участок 18) приводит к незначительным изменениям температур на тепловоспринимающих его участках;

– наблюдается значительная взаимосвязь между величинами коэффициентов теплоотдачи и значениями температур в контрольных точках для участков головки поршня 1 и 18, которая объясняется близостью этих участков, что может вызвать трудности при организации итерационного процесса определения набора искомых коэффициентов  $\alpha_i$ .

При корректировке ГУ 3-го рода рекомендуется исследователям использовать полученные закономерности, так как с большой вероятностью они справедливы для поршней самых различных типов ДВС. В частности, при использовании МКЭ для приближенного решения обратной задачи теплопроводности перебором вариантов рекомендуется осуществлять на первом этапе корректировку коэффициентов теплоотдачи на тепловоспринимающих поверхностях. Получив удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных значений температур на данных участках, следует переходить к корректировке коэффициентов теплоотдачи на теплоотводящих участках поршней. При этом в температурное состояние тепловоспринимающих участков заведомо вносится незначительное изменение.

Результаты проведенных численных исследований открывают возможность применения для решения обратной задачи теплопроводности итерационных методов решения нелинейных уравнений, используя особенности построенной матрицы Якоби  $J$ .

В математической формулировке задача определения коэффициентов теплоотдачи  $\alpha_i$  для  $N$  участков теплообмена поршня сводится к отысканию вектор-столбца варьируемых параметров

$$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_N)^T, \quad i = 1..N, \quad (12)$$

являющегося решением системы нелинейных уравнений

$$t_i(\alpha) = t_{\varepsilon i}, \quad i = 1..N, \quad (13)$$

которая в безразмерной форме имеет вид:

$$F_i(\alpha_i^p) = K_i^t(\alpha_i^p) - 1; \quad i = 1..N, \quad (14)$$

где введен коэффициент, характеризующий отклонение расчетной температуры  $t_i(\alpha)$  от экспериментальной  $t_{\varepsilon i}$  в контрольной точке  $i$ -участка:

$$K_i^t(\alpha_i^p) = \frac{t_i(\alpha_i^p)}{t_{\varepsilon i}}, \quad i = 1..N, \quad (15)$$

здесь  $p$  – номер шага итерационного процесса.

На основании проведенных выше расчетно-математических исследований установлено, что изменение коэффициента теплоотдачи  $\alpha_i$  на  $i$ -участке теплообмена приводит к преобладающему "локальному" изменению температурного состояния поршня ДВС на  $i$ -участке, значительно превышающему изменение температур  $t_j$  в контрольных точках других участков теплообмена, т.е.:

$$\left| \frac{\partial K_i^t}{\partial \alpha_i} \right| > \left| \frac{\partial K_i^t}{\partial \alpha_j} \right|, \quad i \neq j, \quad j = 1..N, \quad i = 1..N. \quad (16)$$

Используя (16) при организации итерационного процесса решения системы (13), принимаем:

$$\left| \frac{\partial K_i^t}{\partial \alpha_j} \right| = 0, \quad i \neq j, \quad j = 1..N, \quad i = 1..N. \quad (17)$$

Условия (16) и (17) позволяют предложить для решения системы (13) итерационную формулу, которая была сформирована на базе одного из алгоритмов оптимизации зависимых систем [5]:

$$\alpha_i^{(p+1)} = \alpha_i^{(p)} \left[ 1 \pm \frac{F_i(\alpha^{(p)})}{r} \right], \quad i = 1..N, \quad (18)$$

где  $r$  – параметр, влияющий на скорость сходимости итерационного процесса.

При проведении итерационных расчетов, параметр  $r$  для каждого конкретного объекта исследований, отслеживая его особенности, определяется численным подбором, когда совершается наименьшее количество шагов итераций до достижения желаемого результата. Для данного случая  $r$  принят равным 0,3.

Знак "плюс" в выражении (18) используется при корректировке  $\alpha_i$  на теплоотводящих участках теплообмена поршня, а знак "минус" – на теплоподводящих участках. Итерационный процесс по формуле (18) осуществляется до условия останова (задаваемой точности решения  $\varepsilon$ ):

$$\left| F_i(\alpha^{(p)}) \right| \leq \varepsilon. \quad (19)$$

Как показали расчетные исследования, для ускорения итерационного процесса корректировки  $\alpha_i$  при невозможности достижения условия останова (расхождении процесса) на



теплоотводящих участках поршней ДВС путем решения обратной задачи теплопроводности МКЭ, для тепловоспринимающих поверхностей можно задать ГУ 1-го рода, а потом произвести подобную операцию для теплоподводящих участков.

Проверка работоспособности данного алгоритма итерации осуществлена на примере того же поршня (см. рис. 1). Перед осуществлением итерационного процесса принималось  $t_{эi} = t_i^{(0)}$  и искусственно (для имитации обычного практического процесса определения ГУ 3-го рода), были приняты условные значения  $\alpha_i^{(0)}$ , существенно отличающиеся от  $\alpha_i^{(H)}$  – на некоторых участках это отличие доходило до 2 раз (см. табл. 1). После осуществления итерационных поисковых процедур по схеме (18) до выполнения условия останова (19) получен искомый набор  $\alpha_i^{(10)}$ , обеспечивающий в контрольных точках расхождение расчетных  $t_i^{(10)}$  и соответствующих экспериментальных значений температур  $t_{эi} = t_i^{(0)}$  не более  $1^\circ\text{C}$  ( $\varepsilon = 0,01$ ). При этом потребовалось девять шагов итерации ( $p = 9$ ). После первого шага итерации большие отличия изначально заданных и реальных значений коэффициентов теплоотдачи на всех участках теплообмена поршня сразу же существенно сглаживались (рис. 2). В табл. 1, кроме указанных выше величин, приведена информация, полученная в ходе итерационного процесса.

На рис. 2 приведены графики сходимости итерационного процесса для участков теплообмена исследуемого поршня 9, 17 и 18 в зависимости от числа шагов итерации. Для остальных участков отмечена лучшая сходимость.

Таким образом, применение итерационного процесса по формуле (18) позволяет определять для поршней ДВС значения коэффициентов теплоотдачи, обеспечивающие совпадение расчетных и экспериментальных значений температур в контрольных точках участков теплообмена с любой необходимой для практики точностью. При инженерных расчетах, очевидно, нет смысла задавать точность итерационного процесса для определения коэффициентов теплоотдачи выше погрешности экспериментальной оценки температур в точках участков.

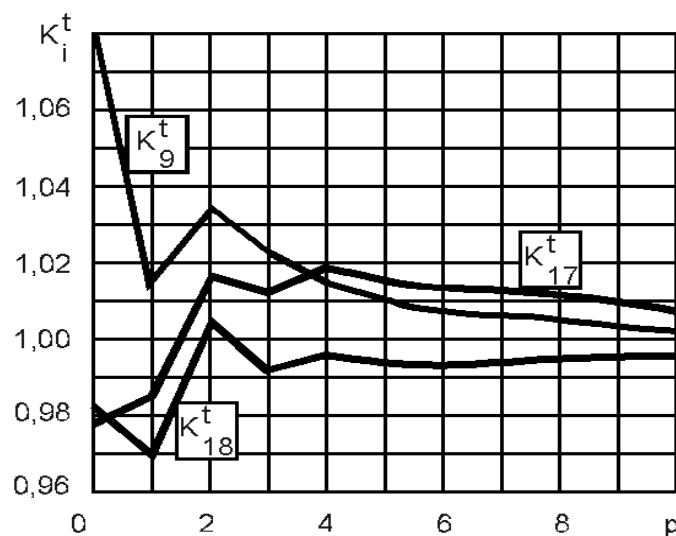


Рис. 2. Сходимость итерационного процесса по  $K_i^t$

Определенный набор ГУ 3-го рода для участков теплообмена поршней ДВС и полученные поля температур и напряжений являются базовой КЭМ теплонапряженности поршней для разработки КЭМ перспективных конструкций поршней двигателей путем проведения численных экспериментов.

Итерационная методология определения ГУ 3-го рода в силу своей простоты, относительной легкости осуществления и высокой получаемой точности рекомендуется для численного моделирования теплового и напряженно-деформированного состояния теплонагруженных деталей любых машин.

#### Библиографический список

1. Двигатели внутреннего сгорания. Конструирование и расчет на прочность поршневых и комбинированных двигателей / Д.Н. Вырубов [и др.]; под ред. А.С. Орлина, М.Г. Круглова. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1984. – 384 с.
2. **Кузьмин, Н.А.** Профилирование головок поршней ДВС // Изв. вузов. Машиностроение. – 2006. №12. С. 41–46.
3. **Костин, А.К.** Теплонапряженность двигателей внутреннего сгорания: справочное пособие / А.К. Костин, В.В. Ларионов, Л.Н. Михайлов. – Л.: Машиностроение, 1979. – 222 с.
4. Прочность материалов и элементов конструкций в экстремальных условиях / Г.С. Писаренко, [и др.]; под ред. Г.С. Писаренко. – Киев: Наук. думка, 1980. Т. 2. – 740 с.
5. **Малков, В.П.** Оптимизация упругих систем / В.П. Малков, А.Г. Угодчиков. – М.: Наука, 1981. – 216 с.

*Дата поступления  
в редакцию 04.02.2011*

**N.A. Kuzmin, I.O. Donato**

#### **BOUNDARY CONDITIONS DETERMINATION FOR MACHINE ELEMENTS THERMAL TENSITY SIMULATION**

The accuracy and practical value of finite element simulation and other computational methods that allow to estimate temperature fields, stresses and strains of machine elements are depend on science-based approaches that help to determine and validate necessary boundary conditions that is needed for sufficiently reproducing of machine elements real physical environment.

*Key words:* temperature, thermal tensity, finite element method, boundary condition, iteration, piston, working capacity, reliability.