

УДК 534.6:532

В.А. Кикеев, П.И. Коротин, М.Б. Салин, А.С. Суворов

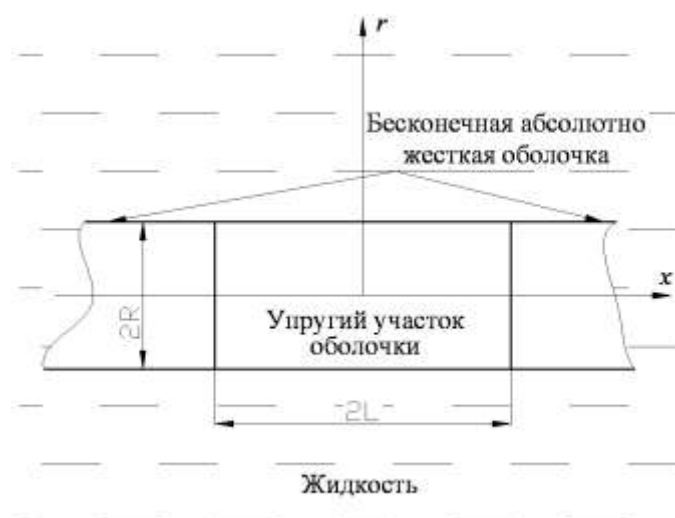
**АКУСТИЧЕСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ МЕХАНОАКУСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ,
НАХОДЯЩИХСЯ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ**

Институт прикладной физики Российской академии наук

Исследовано влияние статического давления на виброакустические характеристики оболочечных конструкций. Получены зависимости, демонстрирующие, что это влияние эквивалентно появлению мембранной жесткости оболочки и её подкреплений, которая в ряде случаев может достигать значений изгибной жесткости. Для тонких осесимметричных оболочек выведены аналитические формулы для оценки изменения собственных частот оболочки от величины гидростатического давления. С помощью метода конечных элементов исследовано влияние гидростатики на акустические свойства оболочечных конструкций, имеющих сложную геометрию. Продемонстрировано наличие высокой чувствительности виброакустических характеристик внутреннего насыщения тонкостенных корпусов к внешнему давлению.

Ключевые слова: давление, виброакустические характеристики, оболочечные конструкции, изгибная жесткость.

При проектировании сложных инженерных конструкций, к которым предъявляются требования по акустическому излучению, необходимо уметь прогнозировать их виброакустические характеристики. Из-за сложности проведения физических экспериментов, удовлетворяющих всем критериям подобия, единственным методом прогноза звукового давления часто является расчет. Наличие внешнего гидростатического давления приводит к возникновению напряжений растяжения-сжатия в конструкции. При этом возникает так называемая "мембранная" жесткость [1, 2], которая при значительных величинах гидростатического давления становится сравнима с изгибной жесткостью оболочки, что непосредственно сказывается на акустических характеристиках конструкции. Данный феномен хорошо иллюстрируется на примере гитарной струны, при ослаблении или натяжении которой меняется спектр и уровень звукового излучения. Далее на примере различных оболочечных объектов выполнено исследование влияния статического давления на динамические характеристики конструкций.

**Рис. 1. Постановка задачи**

Известные авторам работы по расчету оболочек, погруженных в жидкость, направлены либо на статический расчет устойчивости под действием гидростатического давления,

либо на расчет вибрационных характеристик при отсутствии статической «мембранной» жесткости [1, 3]. При этом постановка задачи, в которой рассматриваются одновременно оба данных явления, авторам неизвестна. Следует отметить, что получение решения в квадратурах для сложных оболочечных конструкций является весьма затруднительным ввиду громоздкости выкладок, однако для тел канонической формы данная проблема может быть исследована аналитическими методами.

Анализ влияния гидростатического давления на тонкостенную оболочку выполним на примере бесконечной абсолютно жесткой цилиндрической оболочки радиусом R и толщиной h , имеющей упругий участок длиной $2L$ (рис. 1). При этом $R/L=\lambda$, а $R/h=\gamma$. Пусть оболочка погружена в жидкость с плотностью ρ_e и колеблется по гармоническому закону с циклической частотой ω . При этом на упругом участке оболочки возникают радиальные перемещения $W(X,\varphi)$, где X – продольная осевая координата; φ – азимутальный угол.

В такой постановке задачи уравнения теории изгиба тонкостенных оболочек, нагруженных внешним давлением [4], относительно неизвестной безразмерной величины радиального перемещения $w=W/R$ следует дополнить членами, учитывающими инерционные и гидродинамические силы в следующем виде:

$$\begin{cases} \Delta^2 w + \Delta w + w_{\varphi\varphi} + \nu \lambda^2 w_{xx} + w = \mu \gamma^2 (w - \iint w d\varphi^2) - \\ - p - q \left[w_{\varphi\varphi} + \frac{\lambda^2}{2} w_{xx} + w \right] + \frac{12\gamma^2 \lambda^2}{(1-\nu^2)} F_{xx} \\ \Delta^2 F = -\lambda^2 w_{xx} \end{cases}, \quad (1)$$

где $x=X/L$ – безразмерная продольная координата,

$$\Delta^2 = \frac{\lambda^4 \partial^4}{\partial x^4} + \frac{2\lambda^2 \partial^4}{\partial x^2 \partial \varphi^2} + \frac{\partial^4}{\partial \varphi^4}, \Delta = \frac{\lambda^2 \partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2},$$

$\mu=12\rho\omega^2 R^2(1-\nu^2)/E$ – инерционный коэффициент; E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона; ρ – плотность материала оболочки, $q=12\rho_e g H(1-\nu^2)\gamma^3/E$ – цилиндрическая жесткость оболочки; g – ускорение свободного падения; H – глубина погружения; F – функция напряжений; p – безразмерное внешнее гидродинамическое давление, формула для которого может быть получена путем решения задачи об акустическом излучении колеблющегося в жидкости упругого участка бесконечной абсолютно жесткой цилиндрической оболочки [5]:

$$p = \frac{\mu \gamma^3}{2\pi \lambda} \frac{\rho_e}{\rho} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{w} K_n(k) e^{-i(mx-n\varphi)} dm}{n K_n(k) - k K_{n+1}(k)}, \quad (2)$$

где волновой параметр k и Фурье образ функции w определяются соотношениями:

$$k = \lambda \sqrt{m^2 - \chi^2}, \tilde{w} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-1}^1 w e^{imx + in\varphi} d\varphi dx,$$

$K_n(\cdot)$ – функция Кельвина n -го порядка; $\chi=L\omega/c$, c – скорость звука в воде; $w_{m,n}$ – Фурье образ функции w .

В качестве граничного условия для системы уравнений (1) выберем наиболее простые с точки зрения математических выкладок условия, моделирующие «шарнирную опору» и определяемые уравнениями:

$$\lim_{|x| \rightarrow 1} w = 0, \lim_{|x| \rightarrow 1} w_{xx} = 0. \quad (3)$$

С учетом граничных условий (3) решение уравнения (1) можно искать в виде тригонометрического ряда:

$$w = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_j A_j e^{-in\varphi} \cos(\pi j x); j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots, \quad (4)$$

где $A_{j,n}$ – коэффициенты разложения величины прогиба. Исходя из метода Галеркина [6], можно записать следующее вариационное соотношение:

$$\int_{-1}^1 w \frac{\delta w}{\delta A_j} dx = 0,$$

которое позволяет преобразовать уравнение (1) к следующей однородной системе уравнений относительно неизвестных величин A_j :

$$\begin{aligned} & \left[(n^2 + \pi^2 \lambda^2 j^2)^2 - 2n^2 - 1 - \lambda^2 \pi^2 (1 + \nu) j^2 - \mu \gamma (1 + n^2) - q \left(n^2 + \frac{\lambda^2 \pi^2 j^2}{2} + 1 \right) \right. \\ & \left. + \frac{12 \gamma^2 \lambda^4 \pi^4 j^4}{(1 - \nu^2)(n^2 + \lambda^2 \pi^2 j^2)^2} \right] A_j \\ & = \frac{2 \pi j \mu \gamma^3 \rho_b}{\lambda \rho} \sin(\pi j) \sum_{s=1/2}^{(2N+1)/2} s \sin(\pi s) A_s \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(2 \sin(m/2)^2 - 1)^2}{(\pi^2 j^2 - m^2)(\pi^2 s^2 - m^2)} \frac{K_n(k) dm}{n K_n(k) - k K_{n+1}(k)}. \end{aligned}$$

Эта система однородных уравнений может быть сведена к задаче по нахождению собственных чисел μ , имеющих физический смысл резонансных частот колебаний оболочки. В данном случае задача по нахождению μ является нелинейной вследствие наличия трансцендентной зависимости гидродинамических сил от частоты колебаний. Однако, считая гидродинамические силы достаточно малыми по сравнению с силами инерции, данную задачу можно решить методом последовательных приближений, с уточнением значения параметра μ на каждой итерации. В качестве примера были выполнены расчеты собственных частот стальной оболочки с характерными размерами $\lambda=0.5$; $\gamma=28.57$, находящейся в жидкости под давлением. Результаты аналитического расчета, представленные на рис. 3, а, отображают зависимость собственных частот колебаний оболочки от гидростатического давления. Параллельно данная задача была решена методом конечных элементов с помощью программного пакета ANSYS (рис. 3, б).

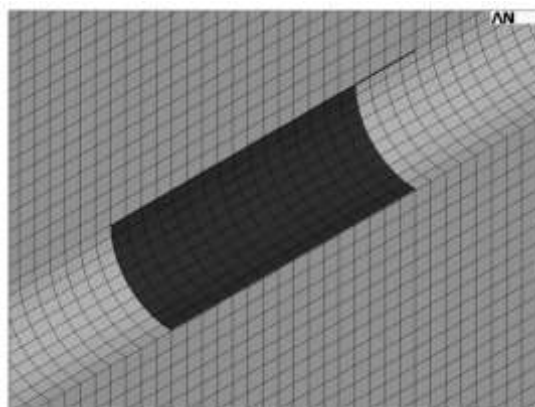


Рис. 2. Фрагмент конечно-элементной модели цилиндрической оболочки в жидкости

Использованная для расчетов конечно-элементная модель представлена на рис. 2, при этом темный цвет соответствует упругому участку оболочки, состоящему из элементов Shell63. Жидкость с наружи оболочки моделировалась стандартными акустическими элементами Fluid30. В целях корректного моделирования акустических процессов в жидкости внешняя граница конечно-элементной модели представляла собой сферическую поверхность, с расположенными на ней поглощающими звук элементами Fluid130. В расчете использовалась симметрия модели относительно вертикальной и поперечной плоскостей, при этом были заданы соответствующие граничные условия.

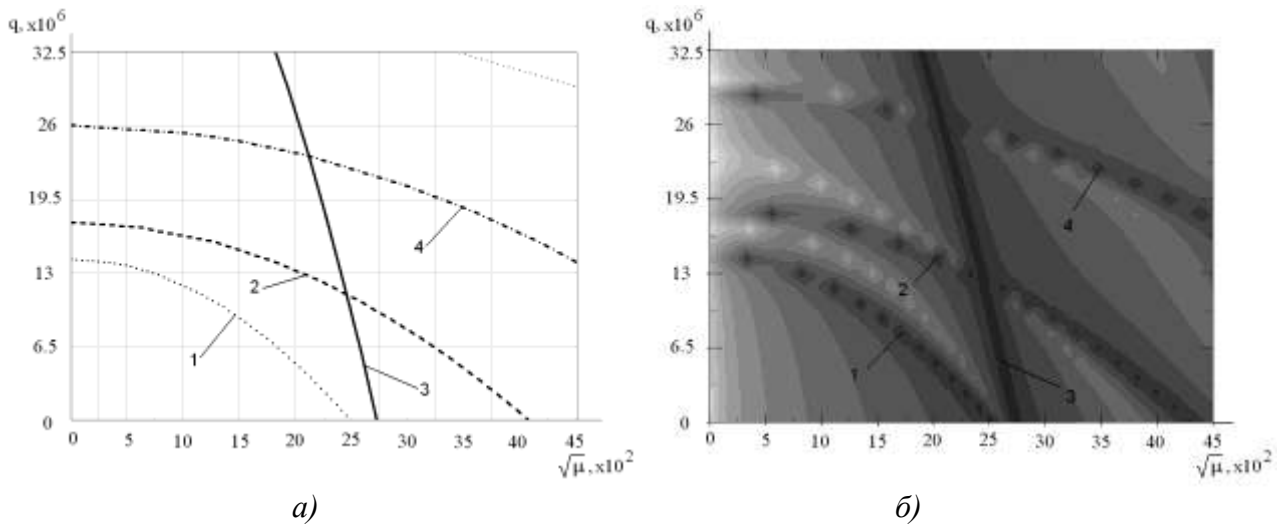


Рис. 3. Зависимость резонансных частот колебаний от внешнего гидростатического давления:
a – аналитическое решение; *б* – численное решение

Анализируя графики рис. 3, *a*, *б* можно отметить хорошее совпадение результатов, полученных аналитически и численно. Сравнение резонансных кривых, полученных аналитически и с помощью метода конечных элементов, показывает расхождение не более 5%. На графиках отчетливо видны максимумы, соответствующие резонансным колебаниям оболочки. При этом точки пересечения данных кривых с осью ординат соответствуют явлению потери устойчивости конструкции, а значение ординаты в данной точке – критическому статическому давлению $q_{кр}$. На графиках цифрами обозначены формы: 1 - гексапольная; 2 - октупольная; 3 - квадрупольная а; 4 - декапольная (и более высокие формы). При ином значении параметров λ и μ характер распределения экстремальных линий на графиках будет существенно изменяться.

Отметим, что представленные на данных графиках характеристики получены в линейной постановке. Вместе с тем известно, что при величинах внешнего давления, близких к первым критическим, в механической системе возникают сильные нелинейности, проявляющиеся в виде изменения геометрии конструкции. Таким образом, результат, соответствующий области графиков при $q > q_{кр1}$, лишен физического смысла и может быть корректно получен лишь с учетом геометрической нелинейности. Нелинейная задача об акустическом излучении и динамике оболочечной конструкции при воздействии внешнего давления, близкого к критическому, представляет не меньший интерес, однако выходит за рамки данной работы.

Для области графика с ординатами $q < q_{кр1}$, представляющей наибольший практический интерес, полученные формулы являются физически корректными. Полученные результаты можно использовать в целях прогнозирования уровня излучения. На рис. 4 приведен график дальнего акустического поля оболочки для значений давления $q=0$ и $q=0,8q_{кр}$.

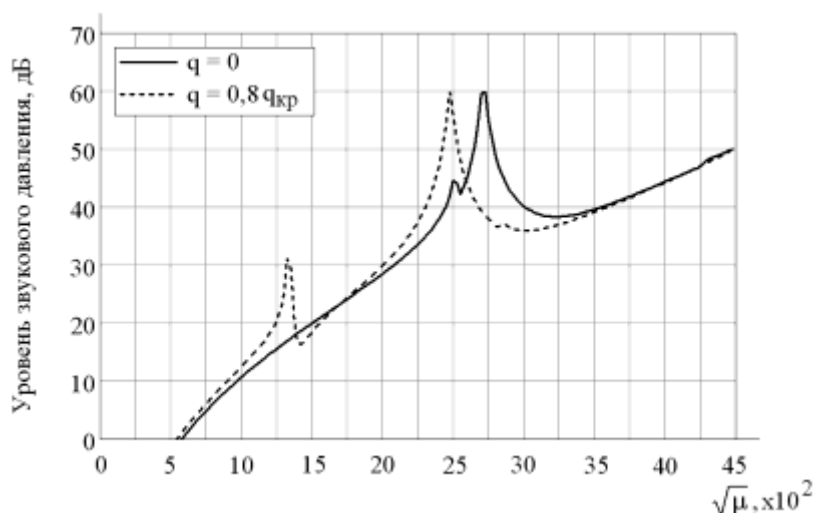


Рис. 4. Дальнее акустическое поле

Из рисунка видно, что наибольшие изменения в АЧХ дальнего поля при изменении внешнего давления возникают вблизи резонансного пика квадрупольной формы колебаний.

Рассмотренный ранее пример характеризуется ортогональностью резонансных форм колебаний, вследствие наличия осевой симметрии. В связи с этим на графиках рис. 3 возможно пересечение кривых. При отсутствии осевой симметрии характер кривых может существенно образом меняться. Наглядным примером такой системы может служить бесконечно длинная оболочка, погруженная в жидкость и содержащая сосредоточенную амортизированную массу (рис. 5).



Рис. 5. Поперечное сечение оболочки с амортизированной точечной массой

Жесткость амортизирующего элемента в данном случае подобрана таким образом, что резонансная частота колебаний массы относительно оболочки при отсутствии внешнего давления равняется $1/3$ резонансной частоты квадрупольной формы колебаний оболочки. Результаты аналитического расчета звукового давления при возбуждении оболочки сосредоточенной силой представлены на рис. 6, б. Для сравнения на рис. 6, а приведены результаты

расчета звукового давления, излучаемого точно такой же оболочкой без сосредоточенной амортизированной массы. Уровень серого на графике отображает уровень звука в логарифмической шкале в дальнем акустическом поле. Темные области графика соответствуют максимуму уровня давления, светлые - минимуму уровня давления. На графике рис. 6, а отлично видна темная линия, соответствующая резонансным квадрупольным колебаниям оболочки. Как можно видеть, с ростом давления частоты собственных колебаний оболочки уменьшаются до нуля в точке потери устойчивости. В месте с этим для представленного на рис. 6, б графика характерно наличие двух линий. При этом в данном случае линии не могут быть отождествлены с конкретными формами резонансных колебаний, поскольку формы существенно меняются при изменении внешнего давления. Так, вблизи оси абсцисс левая линия соответствует резонансным колебаниям массы относительно оболочки, а правая – квадрупольным колебаниям оболочки. С ростом давления частота колебаний оболочки начинает существенно уменьшаться, однако пересечения кривых не возникает, вследствие «перемешивания» резонансных мод. Для области графика, характеризуемой наиболее близким расположением темных кривых, левая кривая соответствует синфазным колебаниям оболочки и точечной массы, а правая – противофазным. Максимум на оси ординат относится к критическому значению внешнего давления, соответствующего потере устойчивости оболочки по квадрупольной форме. Из рисунков следует вывод о том, что для конструкций с внутренним насыщением гидростатическое давление может оказывать существенное влияние не только на динамические характеристики оболочек, но и на акустическое излучение. Это означает, что учет данного явления необходим при расчете акустических характеристик.

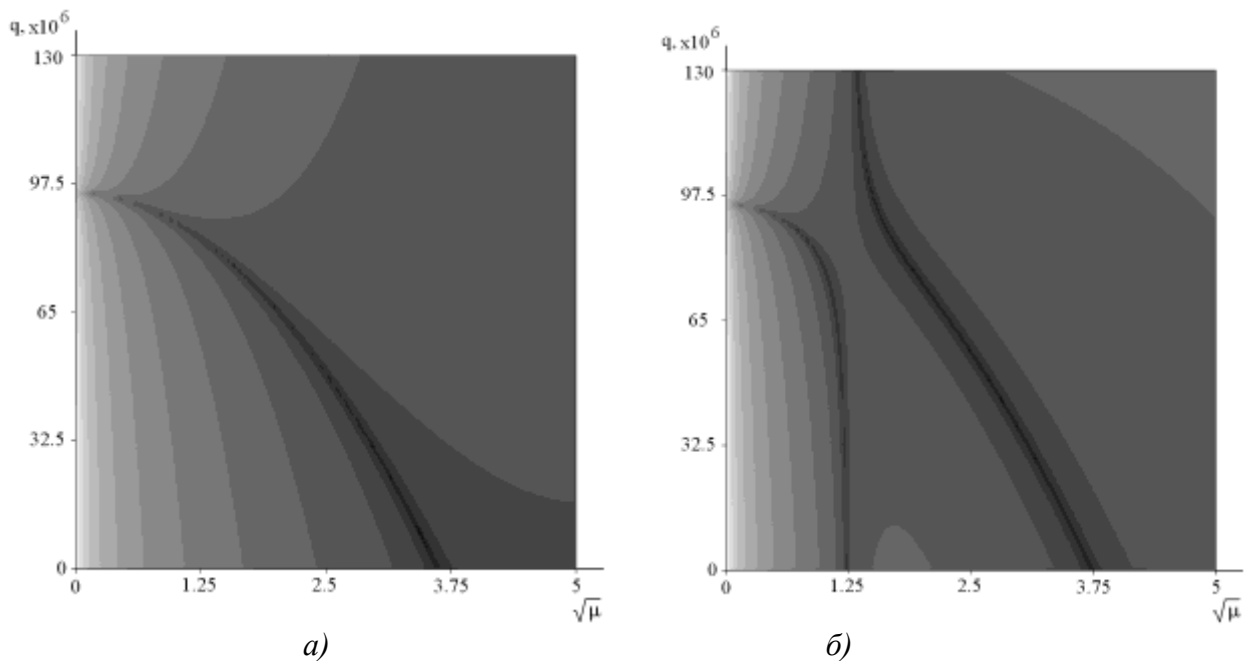


Рис. 6. Зависимость уровня звука от гидростатического давления для оболочечной системы:

а – без амортизированной точечной массы; *б* – с амортизированной точечной массой

Рассмотренные примеры характеризуются довольно простой геометрией, что позволяет получать оценочные аналитические зависимости, например, для излучения подводного трубопровода от внутреннего потока. Для более сложной геометрии, в частности, при наличии всевозможных продольных и поперечных ребер жесткости, фундаментных конструкций и распорок представляется возможным лишь проведение численного учета рассматриваемых в работе явлений. Более того, в ряде случаев оболочки с подкреплениями характеризуются высокой чувствительностью именно внутреннего насыщения к гидростатическому давлению.

нию. В качестве примера приведем результат численного модального анализа оребренной тонкостенной оболочки (разрез на рис. 7).

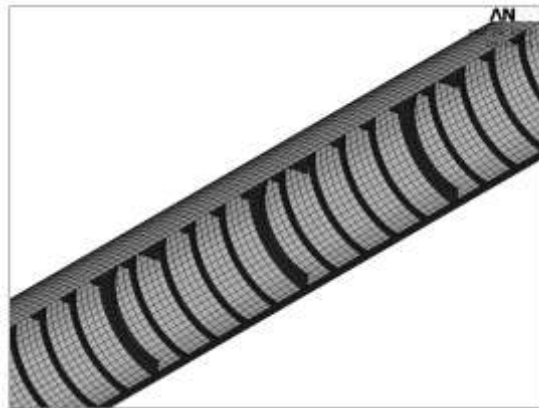
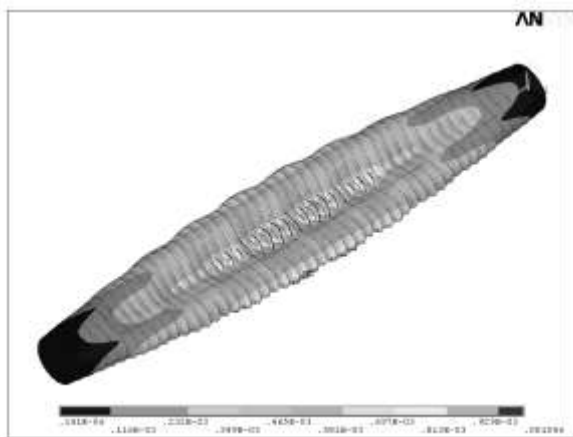
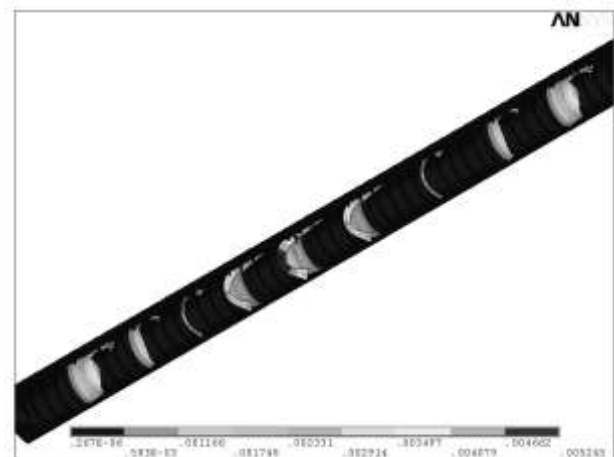


Рис. 7. Конечно-элементная модель оболочки

Как показал расчет, уже при незначительном изменении (в пределах 15%) значений частот глобальных форм колебаний, таких как первая квадрупольная форма, представленная на рис. 8, *а*, возникают существенные изменения формы и частот мод локальных колебаний оболочки и её внутреннего набора. При этом собственные частоты насыщения значительно сильнее реагируют на статическое давление. Так, для формы колебаний внутренних поперечных ребер жесткости (рис. 8, *б*) в данном случае реализуется семикратное уменьшение значения резонансной частоты колебаний.



а)



б)

Рис. 8. Моды:

а – первая оболочечная; *б* – колебаний поперечных ребер жесткости

Таким образом, изменение частотных характеристик излучения переменных сил, приложенных к внутреннему насыщению оболочки, будет существенно более выражено, чем для сил, действующих на оболочку (например, рис. 4).

Вывод

В работе проанализировано влияние гидростатического давления на виброакустические характеристики оболочечных конструкций и их внутреннее насыщение. Выведены расчетные формулы для получения оценки влияния гидростатики на собственные частоты ци-

линдрической оболочки и проведена численная верификация КЭМ. Для оболочки с сосредоточенной амортизированной массой показано возникновение изменений в формах колебаний. На примере сложной оболочечной конструкции численно получены оценки влияния статического давления на частоты различных форм колебаний оболочки и внутреннего насыщения. Исследованное в работе явление может иметь практическое значение при проектировании оболочечных с заданными требованиями на виброакустические характеристики.

Библиографический список

1. **Волошановский, Ю.П.** Собственные колебания замкнутых цилиндрических оболочек и панелей при наличии равномерного статического давления // Исследования по теории пластин и оболочек / Казанский ун-т. Казань, 1978. № 13. С. 186–192.
2. **Пикуль, В.В.** К теории устойчивости оболочек // Вестник ДВО РАН. 2006. № 4. С. 81–86.
3. **Ильгамов, М.А.** Колебания цилиндрической оболочки конечной длины в акустической среде / М.А. Ильгамов, А.З. Камалов // Исследования по теории пластин и оболочек / Казанский ун-т. Казань. 1966. № 4. С. 367–376.
4. **Постнов, В.А.** Строительная механика корабля и теория упругости / В.А. Постнов // Судостроение. 1987. Т. 2. С. 360–361.
5. **Лепендин, Л.Ф.** Акустика / Л.Ф. Лепендин. – М.: Высш. шк., 1978. – 232 с.
6. **Флетчер, К.** Численные методы на основе метода Галёркина / К. Флетчер. – М.: Мир, 1988. – 43 с.

*Дата поступления
в редакцию 01.02.2011*

V.A Kikeev, P. I. Korotin, M. B. Salin, A. S. Suvorov

ACOUSTIC RADIATION OF MECHANICAL SYSTEMS UNDER THE INFLUENCE OF HYDROSTATIC PRESSURE

Influence of static pressure on vibroacoustic characteristics of the shell structures is investigated. The obtained dependences show that this influence is equivalent to the occurrence of membrane rigidity of a shell and its reinforcements which in some cases can reach values of flexural rigidity. For axially symmetric thin shells, analytical formulas for estimation of the change in eigen frequencies of a cover from size of hydrostatic pressure are deduced. Effect of hydrostatics on the acoustic characteristics of the shell samples with complex geometries is investigated using the method of finite elements. Presence of high sensitivity of vibroacoustic characteristics of internal infills of thin-walled cases to external pressure is shown.

Key words: static pressure, vibroacoustic characteristics, shell structures, flexural rigidity.