

УДК 621.396

А. И. Беляев, Е. А. Букварёв, А. С. Половинкина, А. В. Ястребов

МЕТОД БЫСТРОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ СВЕРТКИ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева

Предложен метод сокращения сложности согласованного фильтра для сигналов большой длительности с применением многоканально согласованного фильтра бинарных последовательностей [1]. Произведено сравнение сложностей построения согласованного фильтра с применением метода и без его использования.

Ключевые слова: согласованный фильтр, бинарная последовательность, оптимизация, сигналы большой длительности, сегмент опорного сигнала.

Введение

Построение согласованных фильтров для сигналов большой длительности требует значительных ресурсов микросхем FPGA, и использование бинарных последовательностей в ряде случаев не обеспечивает желаемого результата минимизации числа логических ячеек. В данной статье предлагаются способы применения согласованного фильтра бинарных последовательностей, с помощью которого удаётся значительно сократить число необходимых для построения согласованного фильтра логических ячеек FPGA.

Постановка задачи

Рассмотрим классическую структуру согласованного фильтра (СФ) для одного опорного сигнала a . СФ выполняет операцию дискретной свёртки, сигнал на выходе фильтра описывается выражением

$$Y[k] = \sum_{n=0}^{N-1} X[k-n] \cdot a[n], \quad (1)$$

где N – число отводов линии задержки; k – отсчёт выходного сигнала; n – номер отвода линии задержки; $a[n]$ – коэффициенты СФ. Общая схема такого СФ изображена на рис. 1.

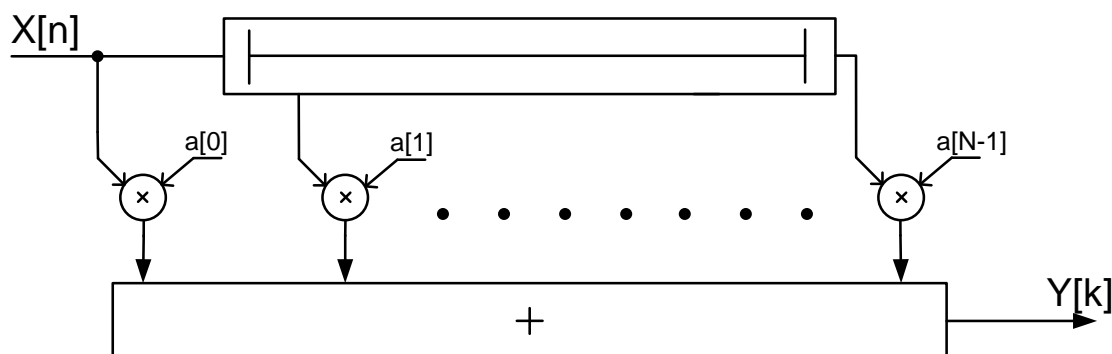


Рис. 1. Общая схема согласованного фильтра

Воспользуемся следующей формулой [1] для оценки сложности фильтра (рис. 1):

$$C = N \sum_{i=1}^{\log_2 N} 0,5^i (c + i), \quad (2)$$

где c – разрядность отсчётов. Тогда для сигнала длительностью $2^{14}=16\,384$ отсчёта единичной разрядности требуется 49 135 логических ячеек. При длительности $2^{16}=65\,536$ отсчётов единичной разрядности – 196 589 логических ячеек. Такие требования превышают число имеющихся логических ячеек быстродействующих схем FPGA с миниатюрным корпусом в несколько раз. Требуется минимизировать объем используемых ресурсов.

Оптимизация схемы фильтра

Основная идея сокращения числа ячеек, используемых при построении СФ для сигналов большой длительности, состоит в изменении схемы фильтра путём включения в неё блока многоканального согласованного фильтра бинарных последовательностей (СФБП), который выполняет параллельную свёртку с несколькими опорными сигналами, причем сложность СФБП будет мало отличаться от сложности фильтра для одного сигнала при соблюдении ограничений на фильтруемые сигналы [1]. Как и ранее мы рассматриваем сигналы, представляющие собой бинарные псевдослучайные последовательности. Постоянная составляющая любого из сигналов близка или равна нулю, длительность сигнала на входе фильтра достаточно большая и кратна степени двойки. Число сигналов, которые подаются на вход фильтра, также целесообразно определить кратным степени двойки. Это обеспечит оптимальный режим работы конвейерного сумматора с логарифмическим приближением [2]:

$$a \in \{-1,+1\}; \sum_{i=0}^{N-1} a_i \approx 0; N \gg 2^M; M = 2^I; W(a) = 0,5(\delta(1) + \delta(-1)), \quad (3)$$

где W – плотность вероятности распределения значений a ; M – число входных сигналов; I – показатель степени, определяющий число входных сигналов; N – длина сигнала на входе СФБП. При этом сложность СФ для нескольких сигналов мало отличается от сложности СФ для одного сигнала.

Подадим одновременно на вход СФБП смесь $X[n]$ из M шумоподобных сигналов длиной $N_1 = \frac{N}{M}$, на выходе будем иметь M откликов с максимальными уровнями напряжения в характерной точке. Просуммировав последние, получим сигнал, уровень напряжения которого в момент времени максимального отклика будет равен $N_1 \cdot M = \frac{N}{M} \cdot M = N$. Структура такого фильтра изображена на рис. 2.

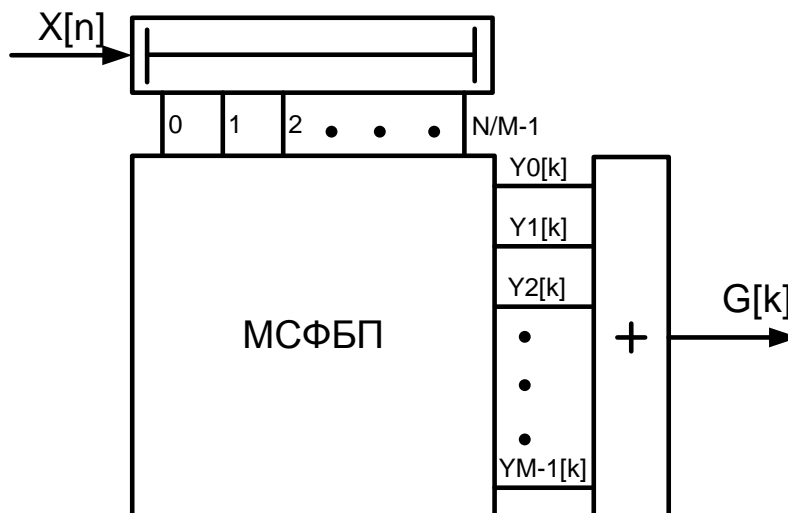


Рис. 2. СФ для смеси сигналов

Для обработки сигнала большой длительности представим его в виде последовательности M сегментов, как показано на рис. 3.

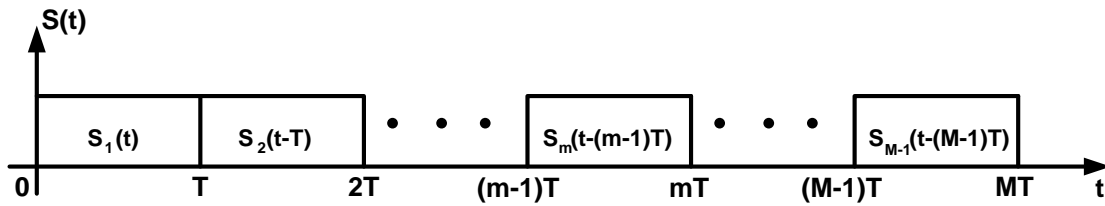


Рис. 3. Входной сигнал, разбитый на M сегментов

Длительность одного сегмента определяется выражением:

$$T = \tau \cdot N_m, \tag{4}$$

где τ - длительность одного отсчёта сегмента. Тогда обрабатываемый входной сигнал запишется в общем виде

$$S(t) = \sum_{m=0}^{M-1} S_m(t - mT). \tag{5}$$

Необходимо, чтобы сегменты, последовательно поступающие с СФБП, присутствовали на входе сумматора одновременно. Для этого поставим линии задержки на выходе фильтра, длительность которых в общем случае можно определить как mT . Для первого пришедшего на вход сегмента требуется максимальная задержка, которая составит $(M-1)T$, для второго сегмента – $(M-2)T$, для предпоследнего – T , в то время как последний вообще не задерживается. Структура такого согласованного фильтра изображена на рис. 4.

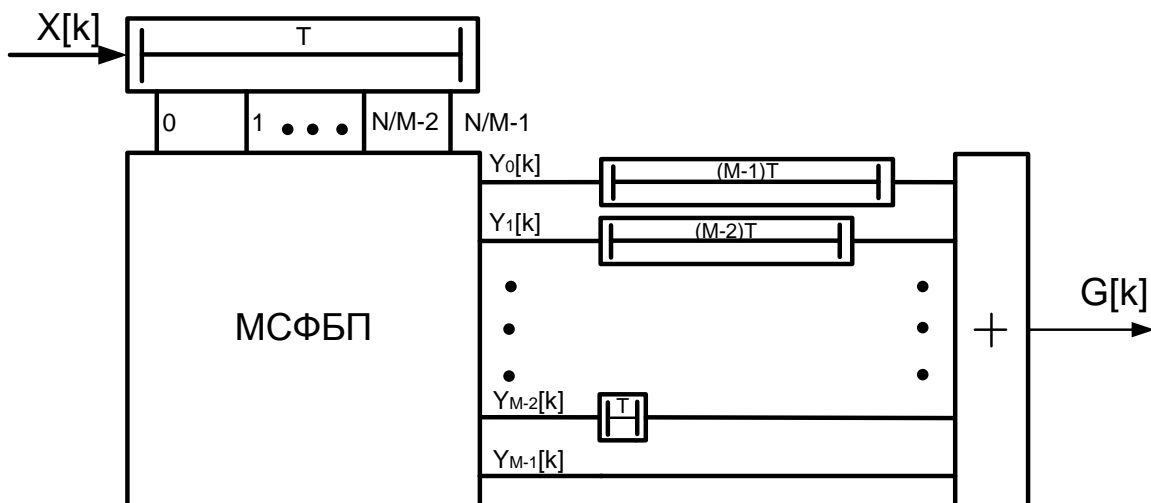


Рис. 4. СФ для последовательности сигналов

Оценим сложность структуры, изображённой на рис. 4 [1]. Сложность аппаратной реализации СФБП без учета линии задержки определяется выражением:

$$C_{СФ} = C_{S_{pre}} + C_{S_{post}} = N \sum_{i=1}^{\log_2 N - M} 0,5^i (c + i) + \sum_{i=0}^{M-1} 2^i (M - i) \cdot (c + \log_2 N - i). \tag{6}$$

С учётом сложности конвейерного сумматора логарифмического приближения и того, что используются сегменты длиной N_i , окончательная формула вычисления числа требуемых логических ячеек запишется в виде

$$C_{C\Phi} = C_{S_{pre}} + C_{S_{post}} + C_{LogSum} = N_1 \sum_{i=1}^{\log_2 N_1 - M} 0,5^i (c + i) + \sum_{i=0}^{M-1} 2^i (M - i) \cdot (c + \log_2 N_1 - i) + M \sum_{i=1}^{\log_2 M} 0,5^i (c + \log_2 N_1 + M + i). \quad (7)$$

На рис. 5 показаны зависимость сложности аппаратной реализации неоптимизированных и оптимизированных фильтров от числа сегментов фильтра для значений $N=2^{15}=32768$, $c=1$ и $N=2^{14}=16384$, $c=1$ опорных сигналов, вычисленных по формулам (2) и (7) соответственно.

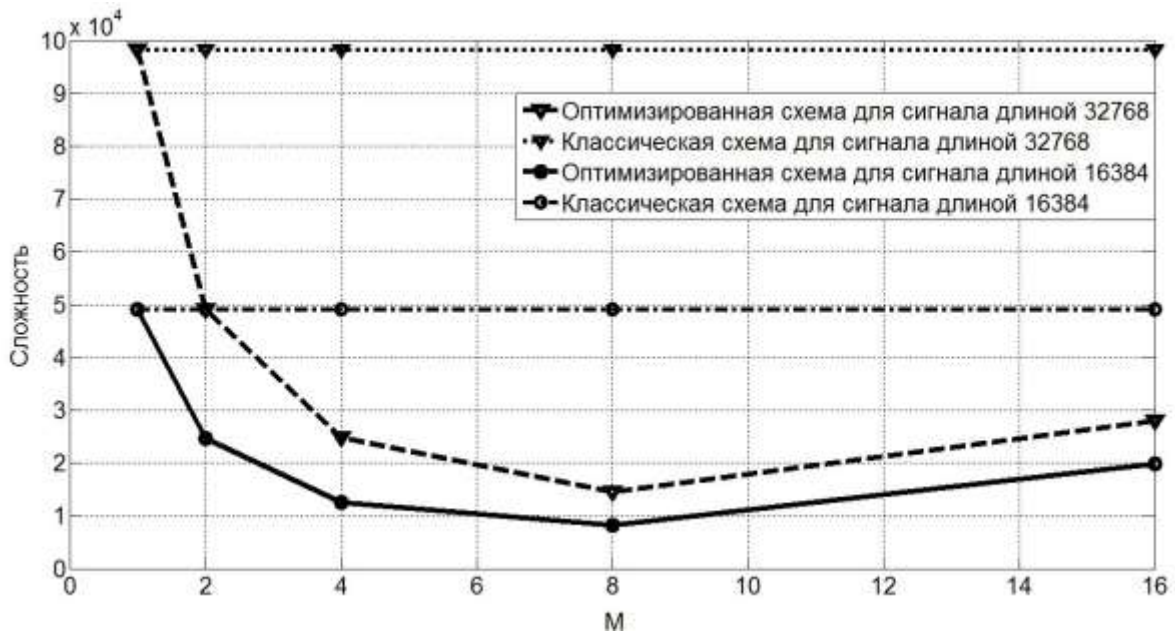


Рис. 5. Оценка выигрыша СФ в зависимости от длины исходного сигнала

Видно, что эффективность алгоритма возрастает при увеличении числа M сигналов, разбивающих сигнал большой длительности на M сегментов, до определённого значения, при котором еще выполняется условие $N_i \gg 2^M$. Дальнейшее увеличение числа сегментов приводит к нарушению этого условия, вследствие чего увеличивается сложность. Сложность фильтра при его реализации для большего сигнала возрастает относительно фильтра, реализованного для сигнала меньшей длины, но это увеличение незначительно относительно исходной сложности для длинного сигнала. Оценим этот выигрыш с помощью табл. 1.

Таблица 1

Оценка выигрыша при увеличении длины сигнала

Длительность исходного сигнала N	16384				32768			
	1	2	4	8	1	2	4	8
Число сигналов M	1	2	4	8	1	2	4	8
Классическая схема (сложность)	49140	49140	49140	49140	98280	98280	98280	98280
Оптимизированная схема (сложность)	49140	24590	12460	8201	98280	49140	24760	14600
Выигрыш (разы)	1	1,99	3,94	5,99	1	2	3,97	6,73

Из табл. 1 видно, что с увеличением длины сигнала N растет выигрыш отношения сложности классической схемы к оптимизированной. Необходимо отметить, что пользоваться данным подходом хорошо тогда и только тогда, когда M сигналов идут в смеси одновременно. Тогда и M максимальных откликов появятся на выходе фильтра одновременно. Пройдя через сумматор, они дадут на его выходе отклик, равный длине исходного сигнала N . В остальных случаях для получения максимального отклика необходимо использовать линии задержки, значительно повышающие сложность фильтра. Тогда чем больше мы разбиваем исходный сигнал, тем больше становится линий задержек для каждого из сегментов на входе фильтра, что может привести к неприемлемой сложности фильтра. Как будет показано далее, чем меньше сигналов для разбиения используется, тем меньше будет линий задержек. Несмотря на то, что они будут достаточно длинными, это не повлияет на значительное увеличение сложности.

Реализация СФ для длинного сигнала

В системе автоматизированного проектирования (САПР) QUARTUS II американской фирмы ALTERA было реализовано два вида СФ. Первый - по классической схеме (рис. 1) для восьми сегментов длиной по 2 048 отсчётов; второй - с использованием предложенного метода оптимизации. Структуры последнего фильтра и обрабатываемых им сигналов представлены на рис. 6.

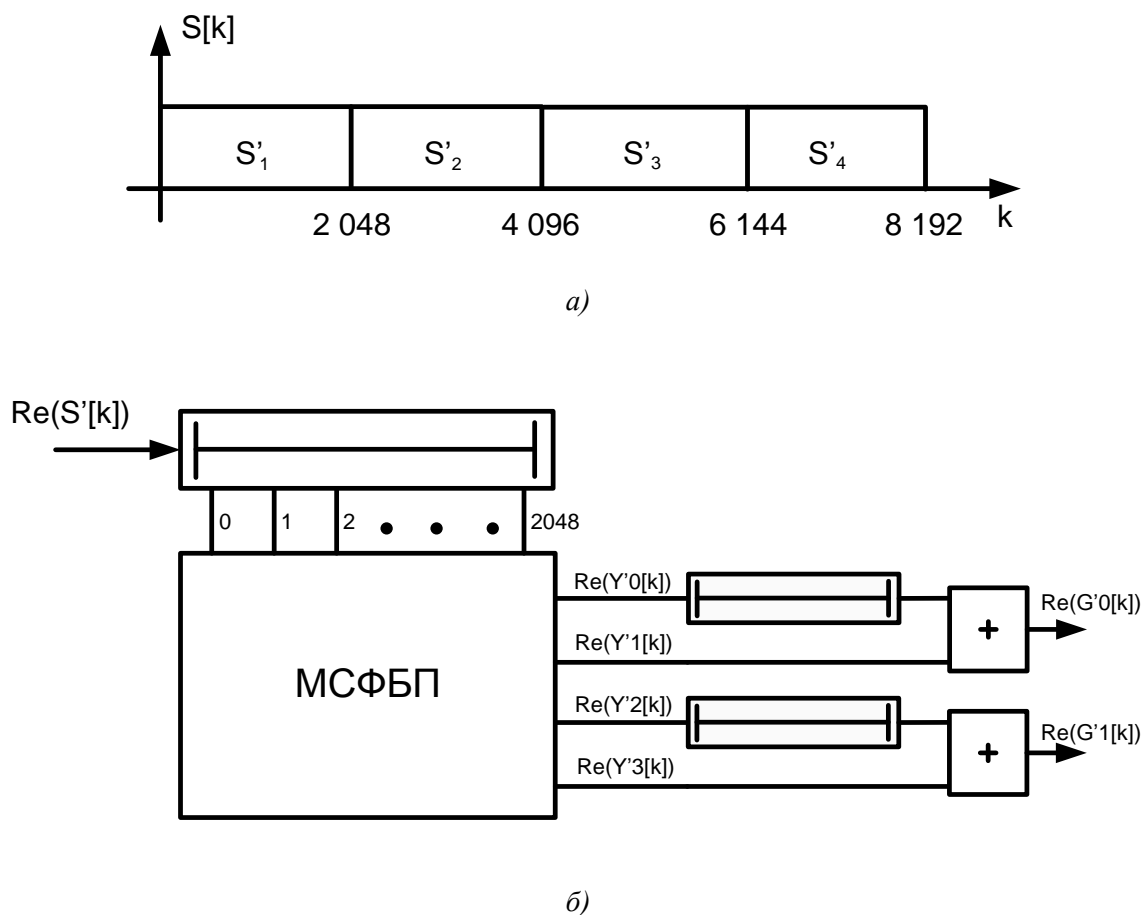
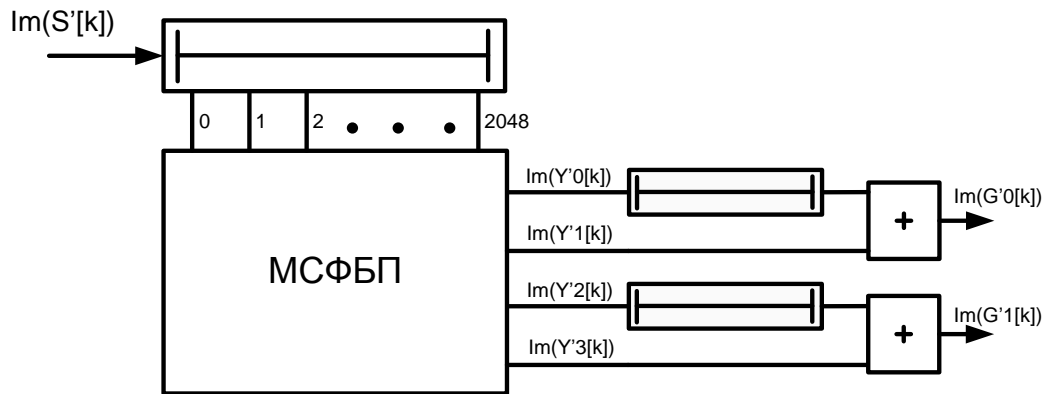
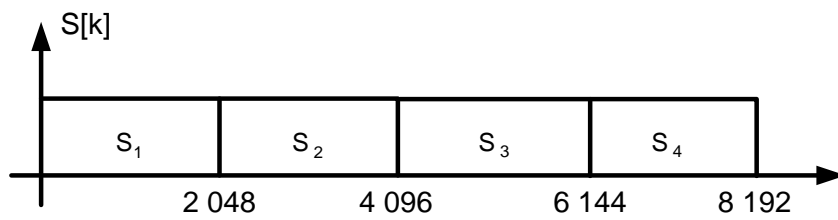


Рис. 6. Структура оптимизированного СФ:

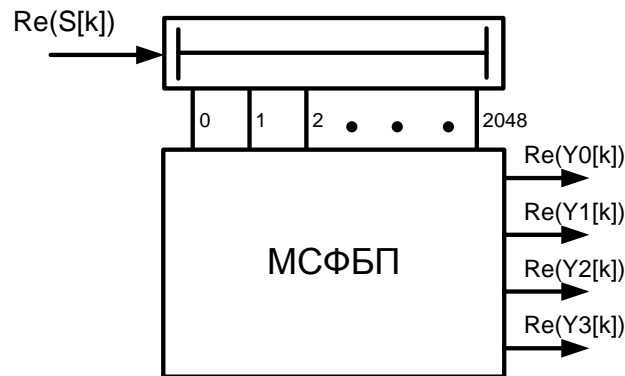
a – синхропоследовательность; b – фильтр для реальной части синхропоследовательности;



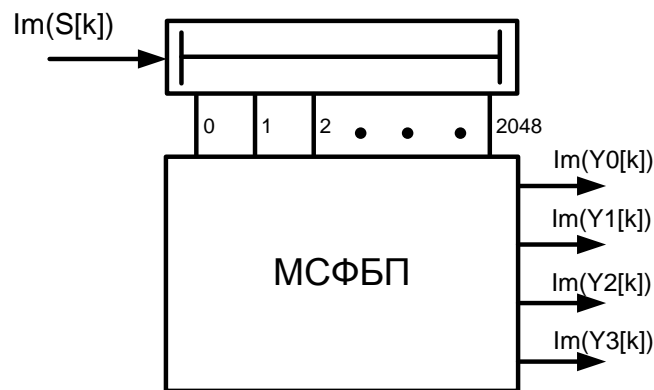
в)



г)



д)



е)

Рис. 6. Структура оптимизированного СФ (окончание):

в – фильтр для мнимой части синхропоследовательности; г – полезный сигнал;
 д – фильтр для реальной части полезного сигнала; е – фильтр для мнимой части полезного сигнала

На рис. 6 представлена синхропоследовательность, которая разбита на две части – первые два сигнала используются для осуществления синхронизации приемника, другие два осуществляют подстройку кварца, S - определяемый сигнал.

В САПР QUARTUS II так же была произведена оценка сложности СФ с использованием возможностей оптимизации (упаковка регистров, оптимизация размещения на кристалле и др.) и без.

Результаты вычислений сложности фильтров даны в табл. 2. В ней имеются столбцы, обозначающие включение и отключение возможности оптимизации проекта. Полностью отключить оптимизацию не представляется возможным из-за характерной структуры логических ячеек и алгоритма их использования. Для сравнения теоретических и практических результатов необходимо учесть сложность линий задержек в теоретических расчётах (линии задержки можно реализовать либо на базе встроенной оперативной памяти, либо на логических ячейках). С точки зрения используемых ресурсов первый способ является самым эффективным и предпочтительным для применения, второй – весьма затратным, определяющим максимальную границу сложности реализации устройства.

Рассмотрим наихудший случай. Для классической схемы сложность конвейерного сумматора с логарифмическим приближением, определяемого по формуле (2), составит 6 130 ячеек, линия задержки для сигнала длительностью 2 048 отсчетов составит 2 048 ячеек. Сложность фильтра для сигнала S определится с учетом реальной и мнимой части как $4 \cdot (6130 + 2048) \cdot 2 = 65424$ ячеек. Для синхропоследовательности сумматор займет 12 273 ячеек, линия задержки – 4 096. Тогда сложность фильтра для реальной и мнимой частей синхропоследовательности определится как $4 \cdot (12273 + 4096) = 65476$ ячеек. Общая сложность составит 130 900 ячеек.

Таблица 2

Сравнение сложностей фильтра для различных систем

Сложность	Классическая схема (логических ячеек)		Оптимизированная схема (логических ячеек)		Выигрыш (разы)	
Теоретически	130900		41592		3,14	
	с оптимизацией	без оптимизации	с оптимизацией	без оптимизации	опт.	неопт.
Практически	73552	130040	14925	28431	4,92	4,57

В силу того, что в практической реализации используются линии задержки для увеличения величины отклика на выходе сумматора, необходимо внести коррекцию в формулу для определения сложности, которая соответствует ситуации, изображенной на рис. 4. Так как сигнал большой длительности N был разделен на M сегментов, то величина линии задержки для фильтра составит N/M логических ячеек. Самый первый пришедший сигнал S_1 будет задержан после выхода из СФ на величину $(M-1) \cdot \frac{N}{M} = (M-1) \cdot N_1$ отсчетов, что займет аналогичное число ячеек для $S_2 - (M-2) \cdot N_1$, для $S_7 (M-7) \cdot N_1$ и т. д. Таким образом, формула оценки сложности фильтра с учетом линий задержек определится

$$C_{C\Phi} = C_{S_{pre}} + C_{S_{post}} + C_{LogSum} + C_{DL} = N_1 \sum_{i=1}^{\log_2 N_1 - M} 0,5^i (c + i) +$$

$$+ \sum_{i=0}^{M-1} 2^i (M - i) \cdot (c + \log_2 N_1 - i) + M \sum_{i=1}^{\log_2 M} 0,5^i (c + \log_2 N_1 + M + i) + N_1 + \sum_{i=1}^{M-1} i \cdot N_1. \quad (8)$$

Построим график (рис. 7), на котором будет отражена сложность фильтра с учетом сложности, вносимой линиями задержек C_{DL} , и без. Возьмем сигнал длительностью $N=16\ 384$ отсчета. Сложность фильтра, собранного по классической схеме (2), составит $C + N = 65\ 519$.

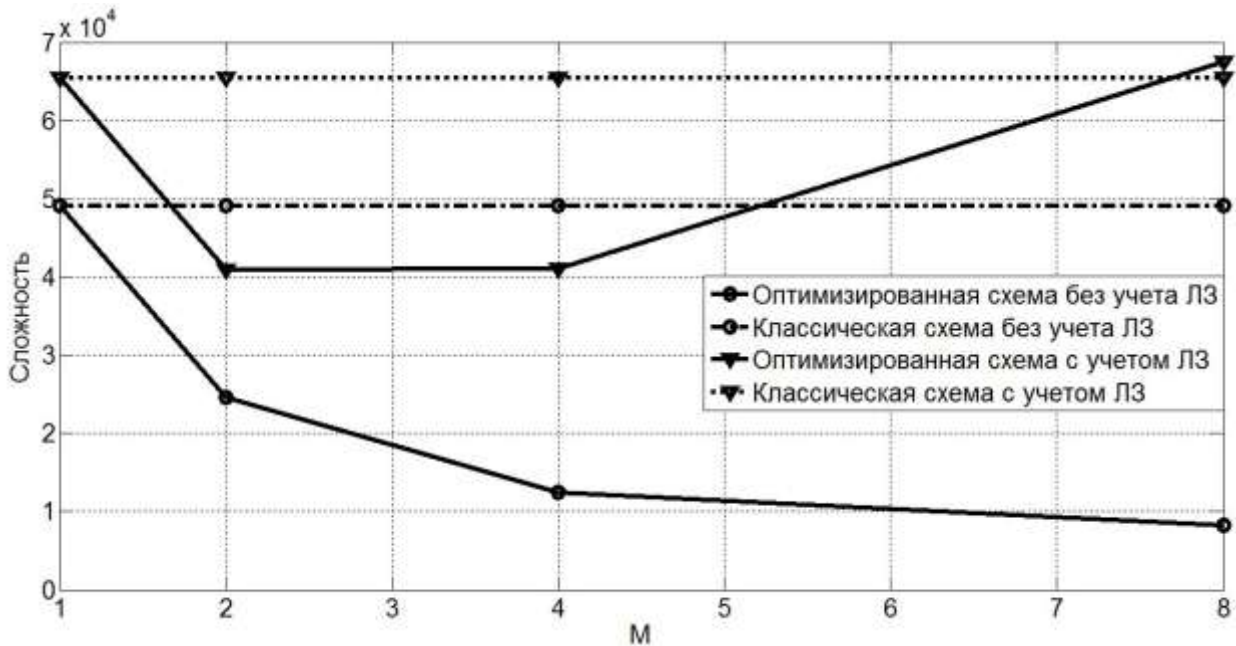


Рис 7. Учет сложности, вносимой линиями задержек

В табл. 3 показаны числовые значения графиков.

Таблица 3

Оценка сложности фильтра с учетом линий задержек и без

Схема	Число сигналов			
	1	2	4	8
Оптимизированная без учета ЛЗ	49140	24590	12460	8201
Оптимизированная с учетом ЛЗ	65519	40980	41130	67590

Из рис. 7 и табл. 3 видно, что, несмотря на уменьшение сложности фильтра с увеличением числа сигналов при фиксированной длине исходного сигнала, происходит рост сложности фильтра, где были учтена сложность линий задержек. Оптимальный режим работы фильтра наблюдается при использовании двух сигналов. При этом сложность самого фильтра без линий задержек составляет 24 590 ячеек, две линии задержки займут по 8 192 ячейки. Выигрыш составит $65\ 519/40\ 980 = 1,6$ раз.

Выводы

1. Предложен способ уменьшения числа используемых логических ячеек FPGA для сигналов большой длительности
2. При использовании линий задержек на базе встроенной памяти выигрыш отношения сложности классической схемы к оптимизированной возрастает с увеличением длительности опорного сигнала и числа сегментов разбиения.
3. При использовании линий задержек на базе логических элементов оптимальным является разбиение опорного сигнала на 2–7 сегментов.

Библиографический список

1. **Беляев, А.И.** Оптимизация многоканального согласованного фильтра бинарных последовательностей / А.И. Беляев, Е.А. Букварев, А.В. Ястребов // Цифровая обработка сигналов. 2011. №1. С. 15-17.
2. **Угрюмов, Е. П.** Цифровая схемотехника / Е. П. Угрюмов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2001. – 528 с.

*Дата поступления
в редакцию 22.06.2012*

A.I. Belyaev, E.A. Bukvarev, A.S. Polovinkina, A.V. Yastrebov

THE OPTIMIZATION OF PN-MATCHED DIGITAL FILTER FOR HIGH LENGTH SIGNALS

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.Y. Alexeev

Purpose: The problem of development of binary digital PN-matched filter for high length signals exists. To solve the mentioned problem the optimal structure of PN-matched filter was developed. The formula of estimation of filter complexity was shown.

Design/methodology/approach: This filter provides the processing of several signals at the same time. Thus a high length signal can be cut on segments. These segments pass through multichannel binary PN-matched digital filter one after another and the first segment gets the longest time delay and the latest segment is passed straight to summator. Sum of delay line outputs provides the same value of autocorrelation function which provides classical scheme of PN-matched filter.

Findings: Optimized scheme requires considerably less logic cells than classical scheme.

Research limitations/implications: The optimized scheme provides matched filtering of high base signals using much less hardware resources.

Originality/value: The present study provides the optimized scheme for receiving pseudo-noise binary high length signals.

Key words: matched filter, binary sequence, optimization, high-length signals, segment.