

УДК 612.84; 535.643; 535.247

М.В. Мартынюк

## ОЦЕНКА ГРАНИЦ ОБЛАСТЕЙ МЕТАМЕРИИ ДЛЯ НАБОРА СВЕТОЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ПРИЁМНИКОВ

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Рассматривается решение проблемы оценки систематической погрешности колориметра, обусловленной линейной независимостью кривых спектральной чувствительности его светочувствительных приёмников и кривых сложения цветов стандартного колориметрического наблюдателя.

*Ключевые слова:* метамерия, объективная фотометрия, ограниченное множество в метрическом пространстве, линейное программирование, трёхцветные системы, спектральная чувствительность человеческого глаза.

### Введение

Считается, что в глазной системе человека существует три вида колбочек, отличающихся кривыми спектральной чувствительности, и цветовое ощущение, вызываемое излучением со спектральным составом  $S(\lambda)$ , может быть представлено в виде трёх сигналов от колбочек  $L$ ,  $M$  и  $S$  ( $L$  – long wavelength,  $M$  – middle wavelength,  $S$  – short wavelength). Если ввести обозначение

$$(A(\lambda), B(\lambda)) = \int_{360\text{nm}}^{830\text{nm}} A(\lambda)B(\lambda)d\lambda, \quad (1)$$

то  $L = (S(\lambda), l(\lambda))$ ,  $M = (S(\lambda), m(\lambda))$ ,  $S = (S(\lambda), s(\lambda))$ , где  $l(\lambda)$ ,  $m(\lambda)$  и  $s(\lambda)$  – кривые спектральной чувствительности колбочек человеческого глаза.

Если векторы  $l(\lambda)$ ,  $m(\lambda)$  и  $s(\lambda)$  нормированы, то  $L$ ,  $M$  и  $S$  являются ортогональными проекциями вектора  $S(\lambda)$  на  $l(\lambda)$ ,  $m(\lambda)$  и  $s(\lambda)$ , поэтому их принято называть цветовыми координатами спектра  $S(\lambda)$  в цветовом пространстве  $LMS$  (термин цветовая координата не является полным аналогом термина координата, так как векторы  $l(\lambda)$ ,  $m(\lambda)$  и  $s(\lambda)$  неортогональны). Векторы  $l(\lambda)$ ,  $m(\lambda)$  и  $s(\lambda)$  и аналогичные им далее будем называть базисными.

На основании усреднённых результатов экспериментов Гилда и Райта были получены так называемые кривые сложения цветов  $r(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$  для стандартного колориметрического наблюдателя [1] (рис. 1, а). В ходе эксперимента наблюдатель должен был уравнивать все чистые спектральные (монохроматические) цвета с помощью суммы трёх уравнивающих цветов (синего, красного и зелёного с длинами волн 700, 546.1 и 435.8 нм, интенсивностями 243.3, 4.663 и 3.384 Вт, при угле зрения 2°)

Следует заметить, что кривые сложения цветов не являются непосредственно кривыми спектральной чувствительности колбочек человеческого глаза. Они представляют собой их линейную комбинацию. Наблюдатель, уравнивая во время эксперимента результат воздействия на его зрительную систему монохроматического света с длиной волны  $\lambda_j$ , с результатом воздействия взвешенной суммы трёх монохроматических цветов (изменяя веса уравнивающих цветов –  $r(\lambda_j)$ ,  $g(\lambda_j)$ , и  $b(\lambda_j)$ ), подбирал решение системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} l(435.8)r(\lambda_j) + l(456.1)g(\lambda_j) + l(700.0)b(\lambda_j) = l(\lambda_j), \\ m(435.8)r(\lambda_j) + m(456.1)g(\lambda_j) + m(700.0)b(\lambda_j) = m(\lambda_j), \\ s(435.8)r(\lambda_j) + s(456.1)g(\lambda_j) + s(700.0)b(\lambda_j) = s(\lambda_j), \end{cases} \text{ или } [RGB \rightarrow LMS] \times \begin{bmatrix} r(\lambda_j) \\ g(\lambda_j) \\ b(\lambda_j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l(\lambda_j) \\ m(\lambda_j) \\ s(\lambda_j) \end{bmatrix}.$$

Из подобного эксперимента невозможно получить матрицу перехода от  $r(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$  к  $l(\lambda)$ ,  $m(\lambda)$ ,  $s(\lambda)$ :

$$[RGB \rightarrow LMS] = \begin{bmatrix} l(435.8) & l(456.1) & l(700.0) \\ m(435.8) & m(456.1) & m(700.0) \\ s(435.8) & s(456.1) & s(700.0) \end{bmatrix},$$

и сами кривые спектральной чувствительности человеческого глаза, но  $R$ ,  $G$  и  $B$  – цветовые координаты спектра  $S(\lambda)$  в цветовом пространстве  $RGB$ , вычисленные как  $R = (S(\lambda), r(\lambda))$ ,  $G = (S(\lambda), g(\lambda))$ ,  $B = (S(\lambda), b(\lambda))$ , будут являться линейной комбинацией цветовых координат спектра  $S(\lambda)$  в цветовом пространстве  $LMS$ .

Из этого следует взаимная однозначность (биективность) отображения цветовых координат  $RGB$  и  $LMS$  друг в друга, т.е. **не существует спектров, имеющих одинаковые цветовые координаты в цветовом пространстве  $RGB$  и различные цветовые координаты в цветовом пространстве  $LMS$ .**

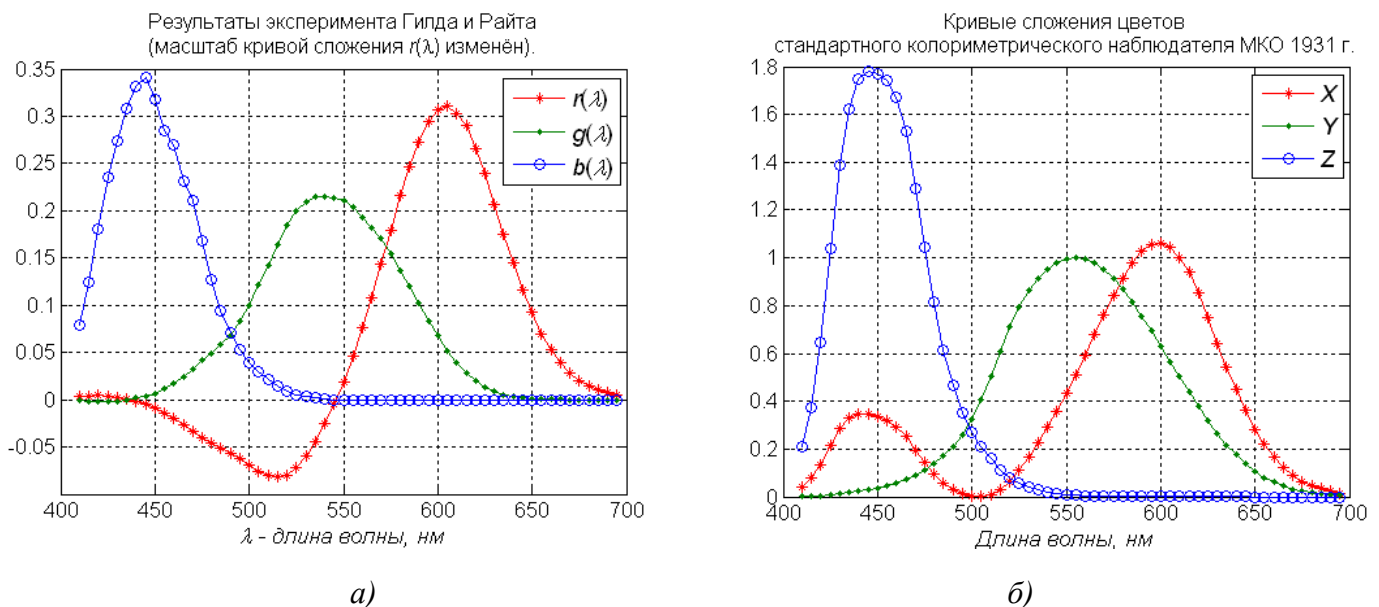
Для описания цветового ощущения человека может подойти любая цветовая система, построенная на базовых векторах (кривых сложения), являющихся линейной комбинацией кривых  $r(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$  и  $b(\lambda)$ .

В 1931 г. Международная комиссия по освещению (МКО) предложила в качестве одного из возможных вариантов кривые сложения  $x(\lambda)$ ,  $y(\lambda)$ ,  $z(\lambda)$  [1] (рис. 1. б), известные как кривые сложения цветов стандартного колориметрического наблюдателя МКО 1931 г. Переход от кривых  $r(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$  к  $x(\lambda)$ ,  $y(\lambda)$ ,  $z(\lambda)$  осуществляется умножением на известную матрицу размером  $[3 \times 3]$ .

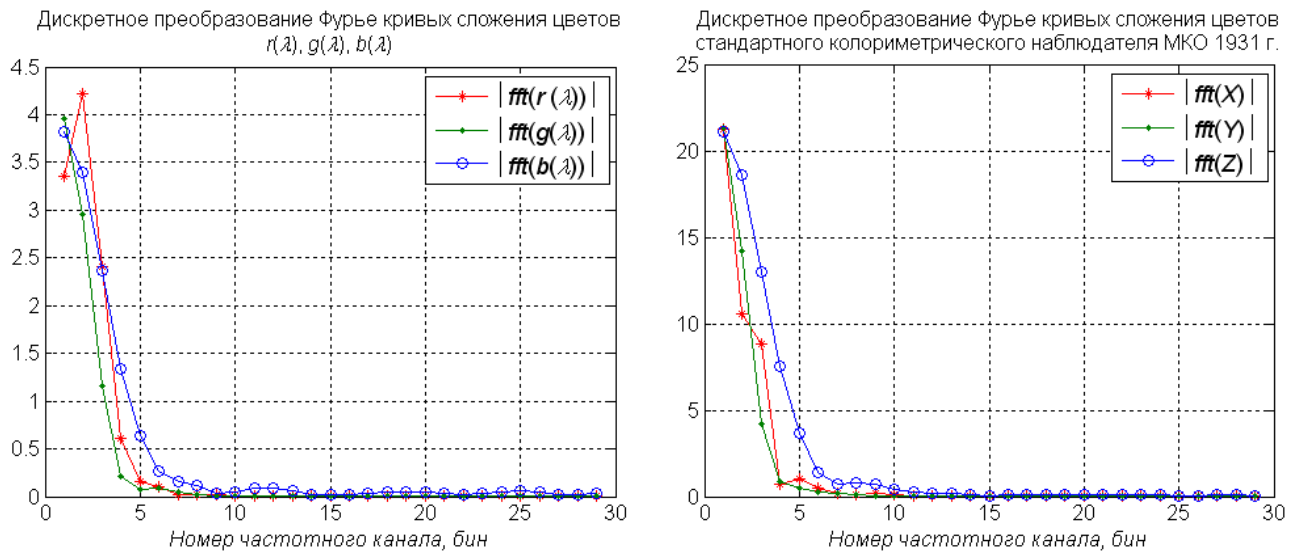
В колориметрии принято, что при пропорциональном изменении цветовых координат излучения яркость изменяется во столько же раз, но его цветовой тон и насыщенность цвета остаются неизменными. Последние два параметра в колориметрии называются цветностью и определяют направление цветового вектора в цветовом пространстве [2].

Кривые сложения  $r(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$  и  $x(\lambda)$ ,  $y(\lambda)$ ,  $z(\lambda)$  изменяются достаточно плавно. Из рис. 2 видно, что шаг между отсчётами при их описании равный 5 нм является достаточным и даже избыточным, поэтому переход от непрерывных кривых сложения к дискретным не приведёт к существенному изменению результатов. Далее мы будем рассматривать только дискретные кривые сложения, заданные для длин волн  $\lambda_j$ , где  $j = 1 \div N$ .

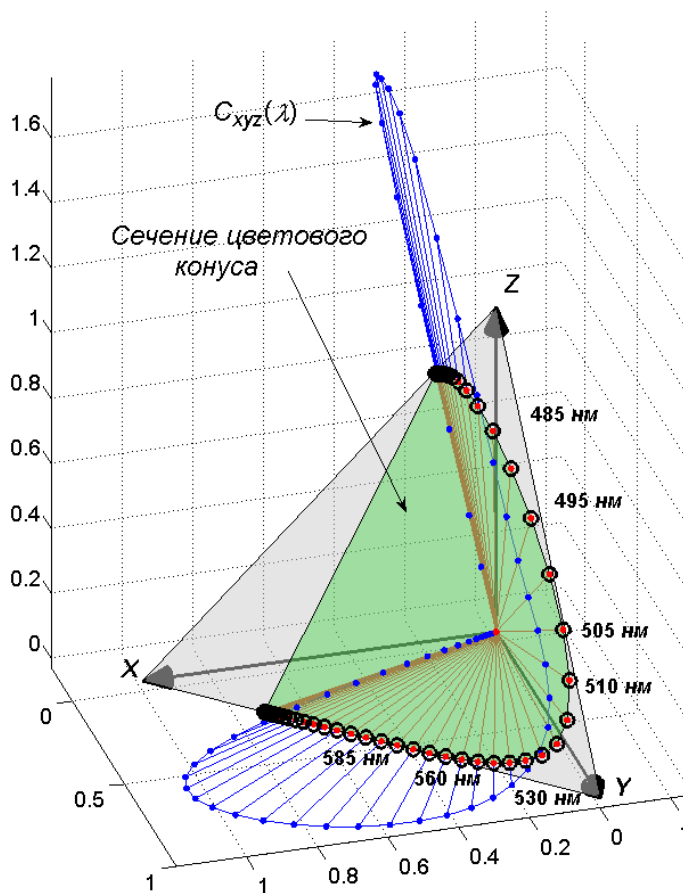
Если рассматривать три значения  $x(\lambda_j)$ ,  $y(\lambda_j)$ ,  $z(\lambda_j)$  для определённой длины волны  $\lambda_j$ , как три координаты в трёхмерном пространстве, можно представить кривые сложения в виде одной трёхмерной кривой (рис. 3). Обозначим получившуюся кривую как  $C_{xyz}(\lambda)$  и введём специальное обозначение для вектора, имеющего координаты  $[x(\lambda_j) \ y(\lambda_j) \ z(\lambda_j)] - C_{xyz}(\lambda_j)$ .



**Рис. 1. Кривые сложения цветов:**  
а –  $r(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$ ; б –  $x(\lambda)$ ,  $y(\lambda)$ ,  $z(\lambda)$



а) б)  
**Рис. 2. Дискретные спектры кривых сложения цветов:**  
*a* –  $r(\lambda), g(\lambda), b(\lambda)$ ; *б* –  $x(\lambda), y(\lambda), z(\lambda)$



**Рис. 3. Кривые сложения цветов  $x(\lambda), y(\lambda), z(\lambda)$**

цветовых координат  $X, Y$ , и  $Z$  ставят в соответствие три координаты цветности:  $x = X / (X+Y+Z)$ ,  $y = Y / (X+Y+Z)$ ,  $z = Z / (X+Y+Z)$ , а при описании цветности приводят только  $x$  и  $y$ , так как  $z = 1 - x - y$ .

Так как  $S(\lambda_i)$  не может принимать отрицательные значения, область всех возможных цветовых координат  $X, Y$ , и  $Z$  реально существующих спектров (с произвольным, но положи-

Цветовые координаты  $X, Y$ , и  $Z$  нохроматического спектра  $S(\lambda)$ , содержащего единственную составляющую с длиной волны  $\lambda_j$ , равны (1)  $l_j \cdot x(\lambda_j)$ ,  $S(\lambda_j) \cdot y(\lambda_j)$ ,  $S(\lambda_j) \cdot z(\lambda_j)$  или  $l_j \cdot C_{xyz}(\lambda_j)$ . Следовательно, направление вектора, проходящего через некоторую точку трёхмерной кривой  $v_z(\lambda_j)$ , определяет цветность всех монохроматических спектров с длиной волны  $\lambda_j$ . Излучение, имеющее сложный спектральный состав, можно представить в виде суммы монохроматических спектров, а его цветовые координаты в виде взвешенной суммы соответствующих векторов:

$$[X \ Y \ Z] = \sum_{i=1}^N S(\lambda_i) \cdot C_{xyz}(\lambda_i).$$

На рис. 4 приведён пример вычисления цветовых координат для диоматического спектра.

В колориметрии принято оценить цветность любого вектора в цветовом пространстве по координатам его пересечения с плоскостью, заданной уравнением  $x + y + z = 1$ . Тройке

тельным распределением энергии) ограничена цветовым конусом – выпуклой оболочкой конуса с вершиной в начале координат, боковой поверхности которого принадлежит кривая  $C_{xyz}(\lambda)$  [2]. Сечение цветового конуса плоскостью  $x + y + z = 1$  (рис. 3) образует кривую спектральных цветов (локус) и линию, замыкающую красный и синий концы локуса. Если локус ограничивает выпуклую область, то он является границей множества всех возможных значений цветовых координат  $x$ ,  $y$  и  $z$ .

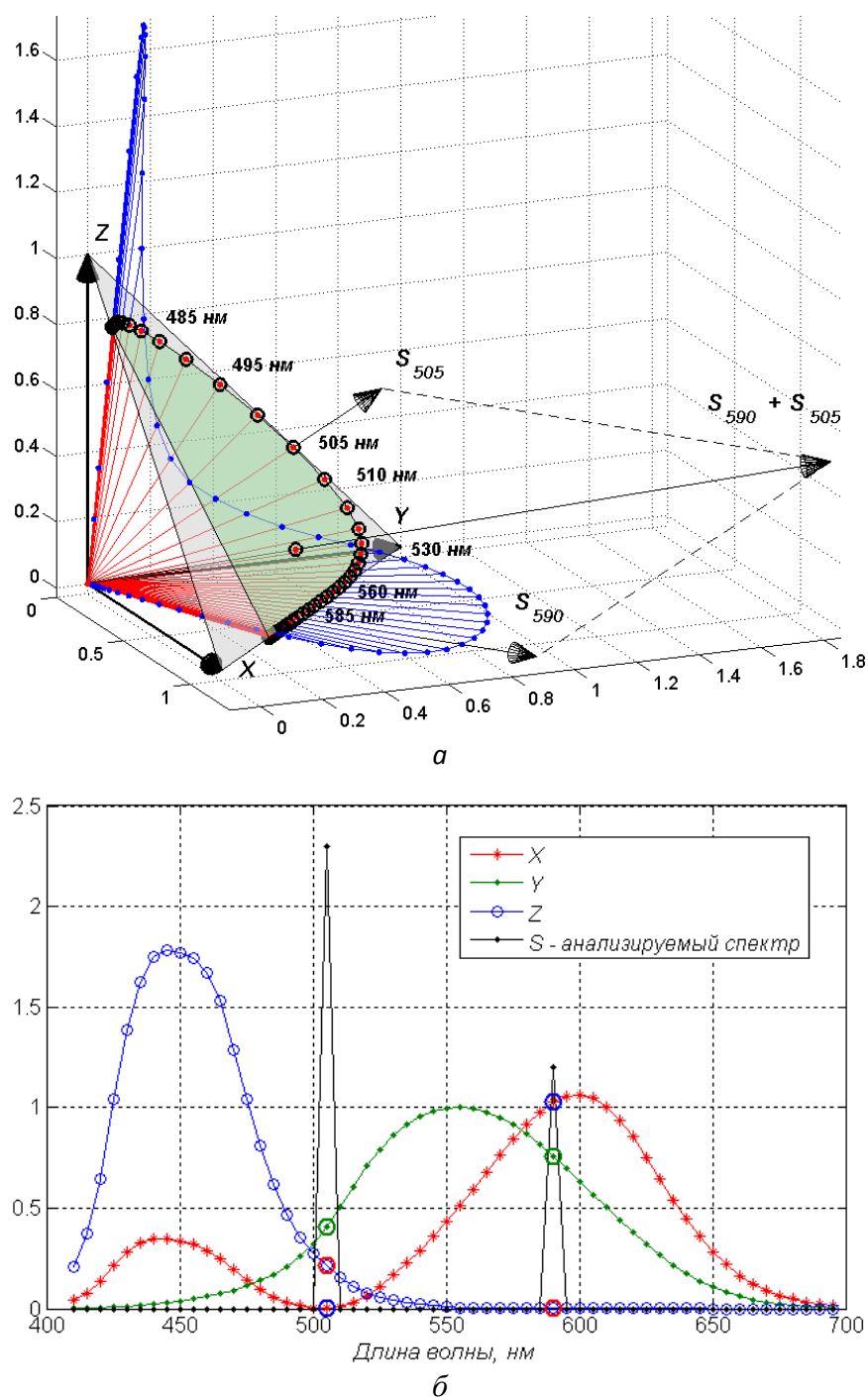


Рис. 4. Вычисление цветовых координат дихроматического спектра

При измерении цвета как физической характеристики используются специальные измерительные приборы – колориметры. Каждый из этих приборов содержит набор светочувствительных элементов с различными кривыми спектральной чувствительности. Обозначим кривые спектральной чувствительности колориметра через  $q_i(\lambda)$ , а соответствующие им возбуждения от

излучения  $S(\lambda)$  (цветовые координаты) через  $Q_i = (S(\lambda), q_i(\lambda))$ , где  $i$  – номер светочувствительного элемента ( $i = 1 \div n$ ) а  $n$  – размерность цветового пространства колориметра.

Любые два излучения  $S_1(\lambda)$  и  $S_2(\lambda)$ , различающиеся по спектральному составу, но вызывающие одинаковые возбуждения каждого из светочувствительных приёмников

$$(S_1(\lambda), q_i(\lambda)) = (S_2(\lambda), q_i(\lambda)); \forall i = 1 \div n$$

будут неотличимы для колориметра. Если в качестве колориметра выступает человеческий глаз ( $n = 3$ ) о подобных излучениях  $S_1(\lambda)$  и  $S_2(\lambda)$  говорят, что они имеют одинаковый цвет, а сами излучения принято называть метамерными [2]. Далее мы будем называть метамерными излучения, имеющие одинаковый цвет в цветовом пространстве колориметра, а множество точек цветового пространства  $XYZ$  с координатами цветности  $x, y, z$ , являющихся проекцией метамерных излучений, областью метамерии.

В [2] рассмотрены вопросы цветоразличения различных ступенчатых окрасок при изменении спектра освещения, т.е. сколь велики могут быть ошибки при узнавании цвета предмета при помощи данного набора светочувствительных приёмников для данной пары источников – вопросы, связанные с физиологией восприятия цвета.

В представленной статье рассматривается техническая сторона проблемы измерения цвета применительно к более общему случаю – сколь велики могут быть ошибки при измерении цвета произвольного излучения для двух различных наборов светочувствительных приёмников. В качестве одного из двух наборов приёмников может быть выбран человеческий глаз и соответствующий ему один из возможных вариантов цветового пространства  $XYZ$ . В этом случае рассматриваемый вопрос сводится к задаче оценки максимальной систематической погрешности колориметра, обусловленной явлением метамерии.

### Постановка задачи

Набор отсчётов спектра  $S(\lambda_j)$  ( $j = 1 \div N$ ) можно рассматривать как координаты вектора в  $N$ -мерном линейном пространстве.

Заданным цветовым координатам  $[Q_1 \dots Q_n]$  в цветовом пространстве колориметра соответствует множество векторов  $N$ -мерного пространства –  $S^M$ , дающих заданную ортогональную проекцию на  $n$  базисных векторов  $q_i(\lambda)$  ( $i = 1 \div n$ ) (2). Все  $N$ -мерные векторы из множества  $S^M$  лежат в подпространстве с размерностью  $N-n$ , полученном пересечением  $n$  гиперплоскостей, каждая из которых имеет  $N-1$  степень свободы (одна гиперплоскость – одна строка в системе линейных уравнений (2)).

$$\begin{cases} S(\lambda_1) \cdot q_1(\lambda_1) + S(\lambda_2) \cdot q_1(\lambda_2) + \dots + S(\lambda_N) \cdot q_1(\lambda_N) = Q_1, & S(\lambda_j) \geq 0, \\ S(\lambda_1) \cdot q_2(\lambda_1) + S(\lambda_2) \cdot q_2(\lambda_2) + \dots + S(\lambda_N) \cdot q_2(\lambda_N) = Q_2, & q_i(\lambda_j) > 0, \\ \dots & \\ S(\lambda_1) \cdot q_n(\lambda_1) + S(\lambda_2) \cdot q_n(\lambda_2) + \dots + S(\lambda_N) \cdot q_n(\lambda_N) = Q_n, & \forall i = 1 \div n, \forall j = 1 \div N. \end{cases} \quad (2)$$

Очевидно, что пересечение каждой из гиперплоскостей и полупространств  $S(\lambda_j) \geq 0$ ,  $\forall j = 1 \div N$  в (2) ограничено, т.е. имеет конечный объём в  $N$ -мерном пространстве. Например, конечно множество наборов целых неотрицательных чисел, дающих в сумме заданное число. Пересечение  $n$  ограниченных гиперплоскостей также будет ограничено, соответственно множество  $S^M$  в метрическом пространстве размерностью  $N$  будет ограниченным.

Проекции неограниченного множества всех возможных спектров с неотрицательным распределением энергии на плоскость  $x + y + z = 1$  в цветовом пространстве  $XYZ$  занимают всю внутреннюю область локуса. Ограниченность множества  $S^M$  позволяет предположить, что область внутри локуса, на которую будут проецироваться все  $S(\lambda) \in S^M$ , назовём её областью метамерии, не будет занимать весь локус.

Ставится задача найти границы области метамерии на плоскости  $x + y + z = 1$  в цветовом пространстве  $XYZ$  для известных цветовых координат  $[Q_1 \dots Q_n]$ , заданных в цветовом пространстве некоторого колориметра, имеющего известные кривые спектральной чувствительности  $q_i(\lambda)$  ( $i = 1 \div n$ ).

Решение данной задачи позволит определять погрешности оценки координат цветности  $x, y$  колориметров только на основании кривых их спектральной чувствительности.

### Определение границ области метамерии

Спектр, содержащий  $n$  монохроматических спектральных составляющих с длинами волн  $\lambda_{a_1}, \lambda_{a_2}, \dots, \lambda_{a_n}$ , будем называть  $n$ -хроматическим спектром  $[a_1, a_2, \dots, a_n]$ . Покажем, что область метамерии в цветовом пространстве  $XYZ$  ограничена  $x, y, z$  координатами всех возможных  $n$ -хроматических спектров, имеющих цветовые координаты  $[Q_1 \dots Q_n]$  в цветовом пространстве колориметра.

Запишем (2) для случая  $n$ -хроматического спектра. Далее условие  $S(\lambda_j) \geq 0, q_i(\lambda_j) > 0, \forall i = 1 \div n, \forall j = 1 \div N$  будем полагать обязательным, поэтому его упоминание будем опускать:

$$\begin{cases} S(\lambda_{a_1}) \cdot q_1(\lambda_{a_1}) + S(\lambda_{a_2}) \cdot q_1(\lambda_{a_2}) + \dots + S(\lambda_{a_n}) \cdot q_1(\lambda_{a_n}) = Q_1, \\ S(\lambda_{a_1}) \cdot q_2(\lambda_{a_1}) + S(\lambda_{a_2}) \cdot q_2(\lambda_{a_2}) + \dots + S(\lambda_{a_n}) \cdot q_2(\lambda_{a_n}) = Q_2, \\ \dots \\ S(\lambda_{a_1}) \cdot q_n(\lambda_{a_1}) + S(\lambda_{a_2}) \cdot q_n(\lambda_{a_2}) + \dots + S(\lambda_{a_n}) \cdot q_n(\lambda_{a_n}) = Q_n, \end{cases} \quad (3)$$

где  $a_1, a_2, \dots, a_n$  – номера  $n$  ненулевых координат вектора  $S(\lambda_j)$  ( $j = 1 \div N$ ).

Система линейных уравнений (3) имеет единственное решение  $[S(\lambda_{a_1}) S(\lambda_{a_2}) \dots S(\lambda_{a_n})]$

Если  $S(\lambda_{a_i}) \geq 0 \forall i = 1 \div n$ , то  $n$ -хроматический спектр  $[a_1, a_2, \dots, a_n]$  с цветовыми координатами  $[Q_1 \dots Q_n]$  существует.

Пусть существует  $n$ -хроматический вектор  $S(\lambda)$  с ненулевыми  $a_1, a_2, \dots, a_n$  координатами, имеющий в цветовом пространстве колориметра цветовые координаты  $[Q_1 \dots Q_n]$ . Преобразуем это спектр в  $(n+1)$ -хроматический, добавив к нему ещё одну ненулевую составляющую, тогда выражение (3) преобразуется в (4):

$$\begin{cases} S(\lambda_{a_1}) \cdot q_1(\lambda_{a_1}) + S(\lambda_{a_2}) \cdot q_1(\lambda_{a_2}) + \dots + S(\lambda_{a_n}) \cdot q_1(\lambda_{a_n}) + S(\lambda_{a_{n+1}}) \cdot q_1(\lambda_{a_{n+1}}) = Q_1, \\ S(\lambda_{a_1}) \cdot q_2(\lambda_{a_1}) + S(\lambda_{a_2}) \cdot q_2(\lambda_{a_2}) + \dots + S(\lambda_{a_n}) \cdot q_2(\lambda_{a_n}) + S(\lambda_{a_{n+1}}) \cdot q_2(\lambda_{a_{n+1}}) = Q_2, \\ \dots \\ S(\lambda_{a_1}) \cdot q_n(\lambda_{a_1}) + S(\lambda_{a_2}) \cdot q_n(\lambda_{a_2}) + \dots + S(\lambda_{a_n}) \cdot q_n(\lambda_{a_n}) + S(\lambda_{a_{n+1}}) \cdot q_n(\lambda_{a_{n+1}}) = Q_n. \end{cases} \quad (4)$$

Система линейных уравнений (4) содержит одну свободную переменную, поэтому множество её решений будет лежать на прямой  $\bar{s}$ , проходящей через точку с координатами  $P = [0 \dots S(\lambda_{a_1}) \dots 0 \dots S(\lambda_{a_2}) \dots 0 \dots S(\lambda_{a_n}) \dots 0 \dots]$ , и будет ограниченным, так как  $S(\lambda_j) \geq 0, \forall j = 1 \div N$ .

Каждая строка в (4) это уравнение  $i$ -й плоскости, вектор нормали к которой имеет неотрицательные координаты  $\bar{n}_i = [0 \dots q_i(\lambda_{a_1}) \dots 0 \dots q_i(\lambda_{a_2}) \dots 0 \dots q_i(\lambda_{a_n}) \dots 0 \dots q_i(\lambda_{a_{n+1}}) \dots 0 \dots]$ . Любой вектор параллельный  $i$ -той плоскости будет ортогонален также вектору нормали  $\bar{n}_i$ . Прямая, содержащая множество решений (4), является пересечением  $n$  таких плоскостей. Соответственно ненулевой вектор, параллельный данной прямой (обозначим его  $\bar{V}$ ), будет ортогонален каждому из векторов  $\bar{n}_i, \forall i = 1 \div n$ , т.е.  $(\bar{V}, \bar{n}_i) = 0, \forall i = 1 \div n$ , а это невозможно, если все его координаты положительные. Соответственно и вектор  $\bar{V}$  и вектор  $(-1) \cdot \bar{V}$  будут иметь отрицательные координаты.

Движение из любой точки прямой  $\bar{s}$ , являющейся решением (4), в направлении вектора  $\bar{V}$  или вектора  $-\bar{V}$  приведёт к уменьшению, по крайней мере, одной из координат. Продолжая движение вдоль векторов  $\bar{V}$  и  $-\bar{V}$ , мы попадём на границы отрезка, содержащего всё множество решений (4), в точку, для которой одна из переменных  $[S(\lambda_{a_1}) S(\lambda_{a_2}) \dots S(\lambda_{a_n}) S(\lambda_{a_{n+1}})]$  обратится в ноль, и при дальнейшем перемещении вдоль  $\bar{V}$  и  $-\bar{V}$  станет отрицательной.

Равенство нулю одной из переменных  $[S(\lambda_{a_1}) S(\lambda_{a_2}) \dots S(\lambda_{a_n}) S(\lambda_{a_{n+1}})]$  означает, что гра-

ничными точками отрезка, содержащего множество решений (4), являются координаты двух  $n$ -хроматических спектров.

При ортогональном проецировании в линейном пространстве некоторого множества точек расстояния между проекциями максимально удалённых точек будет максимальным, следовательно:

**Проекция множества  $(n+1)$ -хроматических векторов, имеющих в цветовом пространстве колориметра размерности  $n$  одинаковые координаты  $[Q_1 \dots Q_n]$ , в любое другое цветовое пространство будет принадлежать отрезку, ограниченному проекциями  $n$ -хроматических векторов, имеющих координаты  $[Q_1 \dots Q_n]$  в цветовом пространстве колориметра.**

Теперь вернёмся к системе линейных уравнений (2). Некоторое ограниченное множество  $S^M$ , полученное в результате пересечения подпространства с размерностью  $(N-n)$  и полупространств  $S(\lambda_j) \geq 0, \forall j = 1 \div N$ . Данное пересечение даёт выпуклый многогранник [3]. Вершинами многогранника в  $N$ -мерном пространстве являются все  $n$ -хроматические векторы (спектры), удовлетворяющие (3), рёбрами – множество всех  $(n+1)$ -хроматических векторов, удовлетворяющих (4), гранями – множество всех  $(n+2)$ -хроматических векторов, имеющих координаты  $[Q_1 \dots Q_n]$  в цветовом пространстве колориметра. Очевидно, что при проекции такого  $N$ -мерного многогранника в пространство размерности  $r$  ( $r < N$ ) всё множество вершин выпуклой оболочки  $r$ -мерного многогранника будет являться подмножеством проекций вершин  $N$ -мерного многогранника.

Следовательно, для поиска границы максимально возможного разброса действительных цветовых координат  $x, y$  всех возможных спектров с положительным распределением энергии имеющих в цветовом пространстве колориметра координаты  $[Q_1 \dots Q_n]$  достаточно:

- решить систему линейных уравнений (3) для каждого из возможных  $n$ -хроматических спектров, перебрав все возможные комбинации  $[a_1, a_2, \dots, a_n]$  (всего  $C_N^n$  вариантов), т.е. найти все возможные  $P = [0 \dots S(\lambda_{a_1}) \dots 0 \dots S(\lambda_{a_2}) \dots 0 \dots S(\lambda_{a_n}) \dots 0 \dots]$ , такие, что  $S(\lambda_{a_i}) \geq 0, \forall i = 1 \div n$  и  $(P, q_1(\lambda)) = Q_1, \dots, (P, q_n(\lambda)) = Q_n$ ;
- вычислить для каждого из полученных решений ( $P$ ) его цветовые координаты  $X, Y, Z$  в цветовом пространстве  $XYZ$  и координаты цветности  $x, y, z$ ;
- найти кусочно-линейную выпуклую оболочку для множества полученных точек – область метамерии.

Задавшись некоторым начальным значением  $N$  (соответственно шагом  $\Delta\lambda$ ), можно уменьшать шаг интерполяции кривых спектральной чувствительности приёмников (увеличивая  $N$ ) до тех пор, пока дальнейшее увеличение  $N$  перестанет приводить к существенному изменению границы области метамерии. Необходимо заметить, что  $N$  не может быть очень большим (например, при  $N=52$  и  $n=3$  число трихроматических спектров  $C_{52}^3 = 22100$ , при  $N=52$  и  $n=4$   $C_{52}^4 = 270725$ , при  $N=52$  и  $n=5$   $C_{52}^5 = 2598960$  и т.д.), поэтому данный метод может использоваться, скорее, для качественной оценки границ области метамерии.

Из изложенного следует, что, чем больше спектральных составляющих в каждом из метамерных спектров, тем ближе (в среднем) их проекции окажутся к центру метамерной области.

### Экспериментальная проверка метода

Для численной экспериментальной проверки предложенного метода в качестве набора светочувствительных приёмников была выбрана ПЗС-матрица (прибор с зарядовой связью) ICX285AQ производства фирмы SONY [4] с размерностью цветового пространства  $n=3$ . Кривые спектральной чувствительности выбранной матрицы в трёхмерном виде приведены на



Рис. 5.

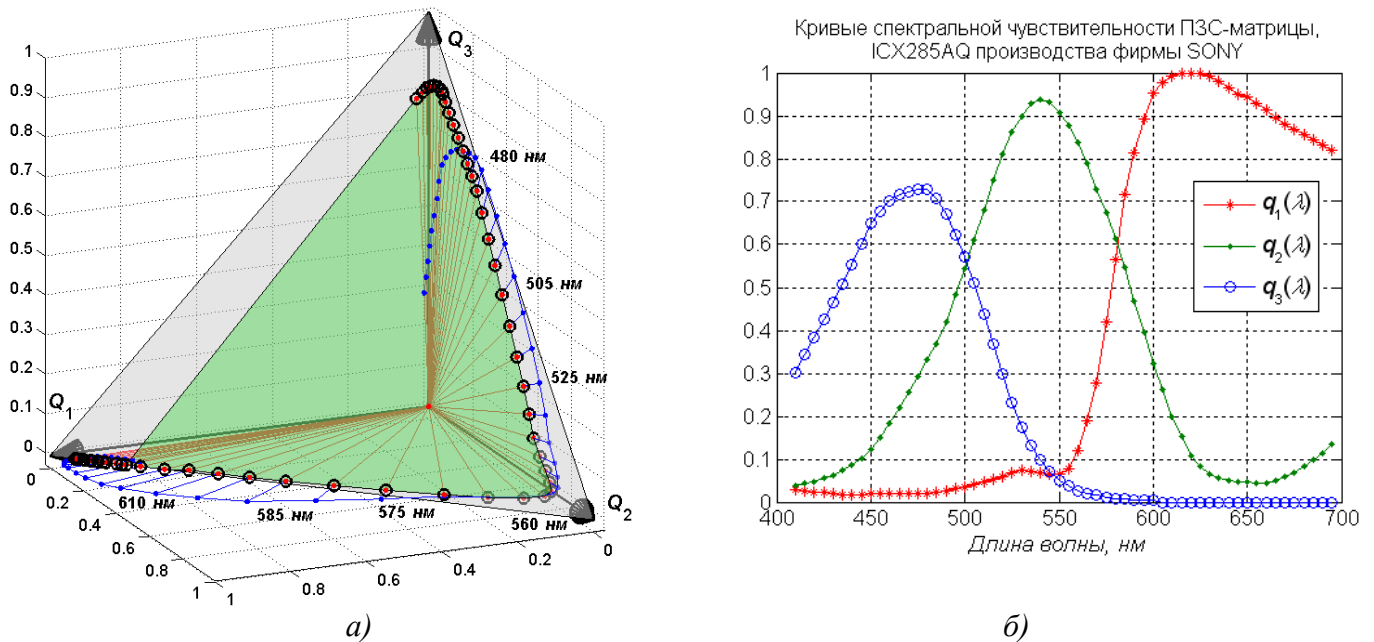


Рис. 5. Кривые спектральной чувствительности ПЗС-матрицы ICX285AQ

Из рис. 5, а видно, что кривые спектральной чувствительности ПЗС-матрицы выбирались таким образом, чтобы обеспечить максимальное использование цветового пространства. Так как цветовой конус данного набора светочувствительных приёмников заполняет почти всё цветовое пространство, на выходе ПЗС-матрицы практически отсутствуют «запрещённые» комбинации цветов, что повышает информативность результатов.

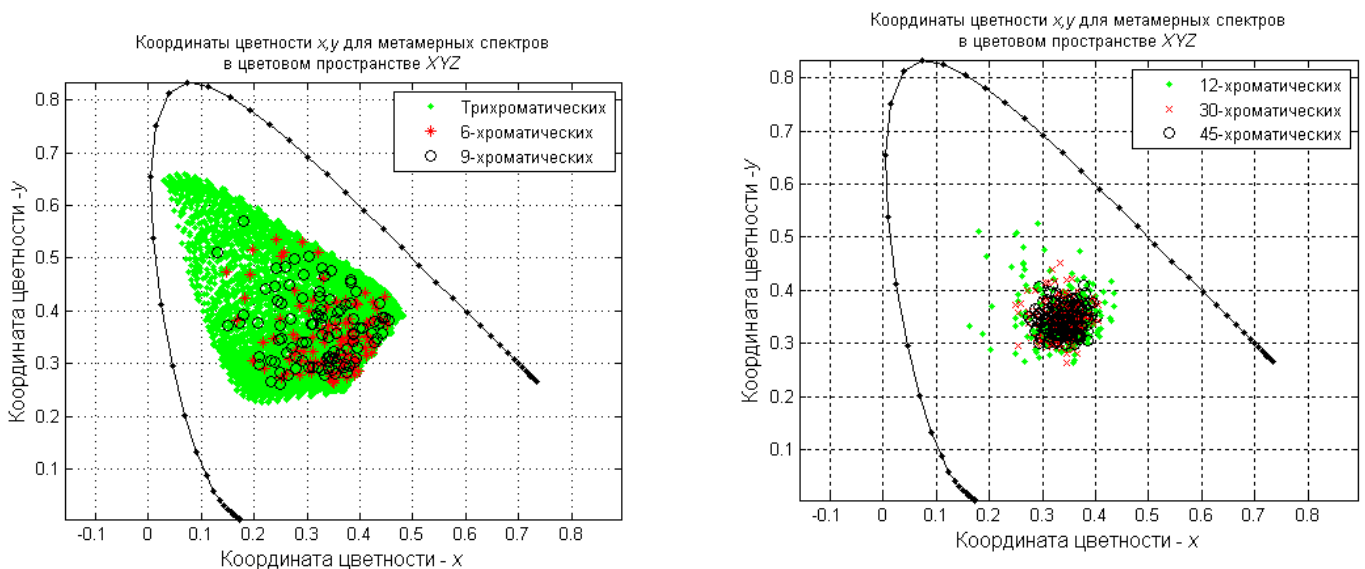


Рис. 6. Координаты цветности  $x, y$  метамерных спектров

Далее задавался набор цветковых координат  $[Q_1 Q_2 Q_3]$ , для которого вычислялись все трихроматические спектры и некоторое достаточно большое количество случайных 4, 5, ...,  $N$ -хроматических спектров.

Первая серьёзная теоретическая попытка оценить степень метамеризма окрасок была предпринята в работах [5] и [6]. В них же описан метод численной генерации метамерных спектров, так называемый «прямой» метод. Сначала определялась базовая совокупность



спектральных коэффициентов отражения окрасок при исходном освещении, затем из этой совокупности выбирались краски, имеющие один и тот же цвет. Однако данный метод не подходит для генерации спектров с заданными цветовыми координатами, поэтому был предложен метод, основывающийся на свойствах линейного пространства. Проекция суммы векторов равна сумме проекций, а изменение длины вектора приводит к пропорциональному изменению длины его проекции. Следовательно, проекции в цветовое пространство колориметра любых линейных комбинаций метамерных векторов будут являться масштабными копиями вектора  $[Q_1 \ Q_2 \ Q_3]$ . Так как масштабирование нового метамерного вектора не изменит его координат цветности  $x, y$  в цветовом пространстве  $XYZ$ , координаты цветности можно вычислять без дополнительных преобразований.

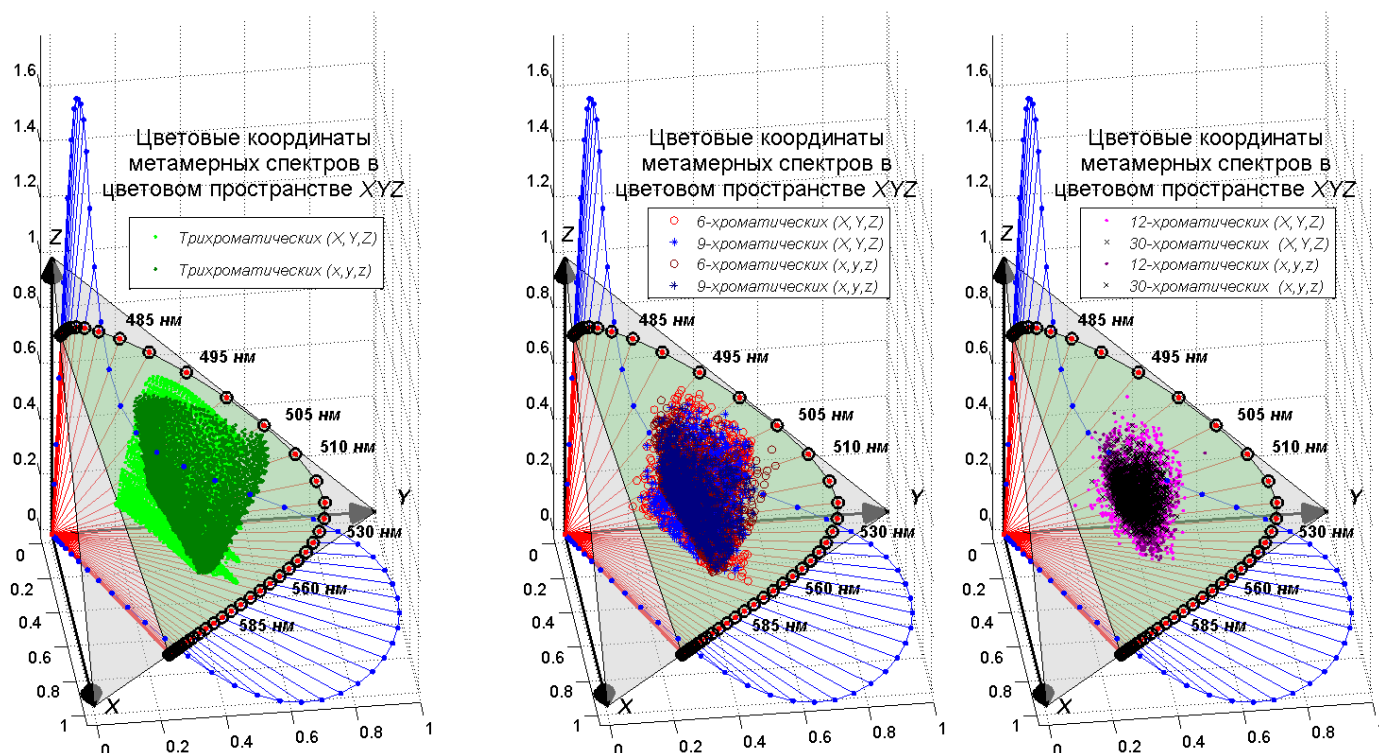


Рис. 7. Цветовые координаты метамерных спектров  $X, Y, Z$  и их проекция  $x, y, z$  на плоскость  $x + y + z = 1$

В качестве исходного набора метамерных векторов используются трихроматические спектры с положительным распределением энергии, вычисленные в соответствии с предыдущим пунктом.

При численном моделировании были выбраны следующие параметры:

- координаты в цветовом пространстве ПЗС-матрицы:  $[0.4122, 0.3515, 0.2363]$ ;
- размерность спектров, кривых спектральной чувствительности и кривых сложения  $N=58$ .

Общее количество возможных трихроматических спектров составило 30 856, из них 7312 давали проекцию в цветовое пространство ПЗС-матрицы при положительно определённых координатах. Результаты моделирования приведены на рис. 6 и рис. 7.

## Выводы

Предложен метод качественной оценки границ систематической погрешности колориметра, имеющего произвольное количество светочувствительных приёмников, обусловленной линейной независимостью кривых спектральной чувствительности светочувствительных приёмников колориметра и кривых сложения цветов стандартного колориметрического наблюдателя. Предлагаемый метод может быть использован как для оценки погрешно-

стей трёхкомпонентных колориметров, использующих набор корректирующих фильтров, так и для оценки погрешности определения цвета с помощью спектрофотометров.

Предложенный метод определяет только теоретический предел матамеризма и не учитывает никаких ограничений на формы спектров излучений, кроме положительности распределения энергии.

#### Библиографический список

1. [Электронный ресурс] // <http://cvrl.ioo.ucl.ac.uk/>
2. **Максимов, В.В.** Трансформация цвета при измерении освещения / В.В. Максимов. – М.: Наука, 1984. – 161 с.
3. [Электронный ресурс] // <http://ru.wikipedia.org/wiki/>
4. [Электронный ресурс] // [http://www.datasheetcatalog.com/datasheets\\_pdf/I/C/X/2/ICX285.html](http://www.datasheetcatalog.com/datasheets_pdf/I/C/X/2/ICX285.html)
5. **Stiles, W.S.** Counting metameric object colors / W.S. Stiles, G.W. Wyszecki. – J. Opt. Soc. Amer., 1962. V. 52. N 3. P. 313–328.
6. **Stiles, W.S.** Counting metameric object-color stimuli using frequency-limited spectral reflectance functions / W.S. Stiles, G. Wyszecki, N. Ohta // J. Opt. Soc. Amer., 1977. V. 67. N 6. P. 779–784.

*Дата поступления  
в редакцию 30.06.2012*

**M.V. Martinuk**

#### METAMERIC AREA ESTIMATION FOR THE SET OF THE LIGHT-SENSITIVE ELEMENTS

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alexeev

**Purpose:** This article deals with technical issues of color measurement.

**Design/methodology/approach:** The paper gives a method of estimating the error value in measuring the color of an arbitrary radiation for two different sets of light-sensitive detectors. As one of the two sets of light-sensitive detectors, can be selected the human eye. In this case, the problem is reduced to the question of estimating the maximum systematic error of the colorimeter, due to the phenomenon of the metamerism.

**Implications:** The solution to this problem allows to determine the error of estimates of chromaticity coordinates  $x$ ,  $y$  colorimeters only on the basis of their spectral sensitivity curves. The proposed method allows to estimate the errors of the three-component colorimeters. This method can also evaluate the accuracy of color measurement by the spectrophotometer.

**Originality/value:** This paper proposes a method of qualitative assessment of the boundaries of a systematic error of the colorimeter, which has an arbitrary number of light-sensitive detectors. The proposed method only determines the theoretical limit of the metamerism. The method does not take into account the restrictions on the shape of the spectra of radiation except for the positivity of the energy distribution.

*Key words:* metamerism, objective photometry, bounded set in a metric space, linear programming, three-color system, spectral sensitivity of the eye.