

УДК 621.37.029.6

В.В. Бирюков, В.А. Грачев

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ВОЗБУЖДЕНИИ ЩЕЛЕВОЙ АНТЕННЫ

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Представлен расчет приемной щелевой антенны как линии передачи, возбуждаемой распределенными источниками. Используемый метод расчета характеризуется краткостью, простотой понимания и легкостью в использовании (не требует решения громоздкой краевой электродинамической задачи). Приведены полученные зависимости от угла падения плоской электромагнитной волны, ее частоты и поляризации.

Экспериментально исследованы частотные свойства и диаграммы направленности щелевых антенн рассмотренных конфигураций. Описана схема экспериментальной установки. Представлены подробные результаты эксперимента.

Проведено сравнение результатов измерений и результатов расчета и численного моделирования.

*Ключевые слова:* коэффициент прохождения, щелевая антенна, диаграмма направленности, поляризация.

### Введение

В связи с возросшим в настоящее время интересом ученых к космическому (в частности, к реликтовому) излучению радиочастотного диапазона, необходимо разрабатывать сверхвысокочувствительную аппаратуру, способную принимать это излучение с минимумом искажений его характеристик. Одним из наиболее важных элементов таких систем является приемная антенна либо антенная решетка. В качестве основных типов антенн применяются дипольные и щелевые антенны, однако предпочтение отдают все же последней, вследствие более высоких поляризационных характеристик [1], [2].

Обычно расчет характеристик щелевой антенны основывается на применении принципа перестановочной двойственности, т.е. сводится к решению аналогичной задачи, но для симметричного электрического вибратора [3]. Рассчитываются характеристики передающей антенны, которые на основании принципа взаимности приписываются рассматриваемой приемной антенне. В настоящей работе предлагается простая методика непосредственного расчета характеристик приемной щелевой антенны, приводится сравнение с известными теоретическими результатами и результатами эксперимента.

### Теоретическая часть

Приемную планарную щелевую антенну (ЩА) можно рассматривать как отрезок щелевой линии, расположенной на слое диэлектрика конечной толщины и возбуждаемой сторонними электрическими и магнитными полями. В приближении телеграфных уравнений это означает введение в эквивалентную схему линии распределенных источников тока и напряжения, определяемых амплитудами электрического и магнитного полей падающей на антенну волны с учетом коэффициента прохождения сквозь диэлектрический слой [4].

Таким образом, задачу расчета частотных и поляризационных характеристик планарной ЩА, а также определения ее диаграммы направленности можно разбить на несколько этапов:

- определение коэффициента прохождения электромагнитных волн различной поляризации сквозь плоско-параллельную диэлектрическую пластинку (ППДП) конечной толщины, которая является подложкой планарной ЩА;
- исследование зависимостей коэффициента прохождения сквозь ППДП от вида поляризации волны, ее угла падения и толщины ППДП;

- составление дифференциального уравнения для отрезка щелевой линии, возбуждаемой распределенными источниками. Нахождение и анализ его решения, то есть определение влияния параметров щелевой линии (длины линии по отношению к длине волны падающего излучения, а также вида поляризации этого излучения) на свойства антенны в целом.

При рассмотрении возбуждения линии передачи внешним магнитным полем будем считать, что на некотором участке линии существует однородный в пространстве и переменный во времени магнитный поток, как показано на рис. 1, *a*. На основании закона электромагнитной индукции для контура 1–2–3–4–1 справедливо выражение

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Интегралы по сторонам контура 2–3 и 4–1 равны нулю, так как силовые линии электрического поля перпендикулярны проводникам. Учитывая связь напряжения с напряженностью электрического поля

$$U_{ab} = \int_a^b \vec{E} d\vec{l},$$

можно записать для э.д.с. электромагнитной индукции

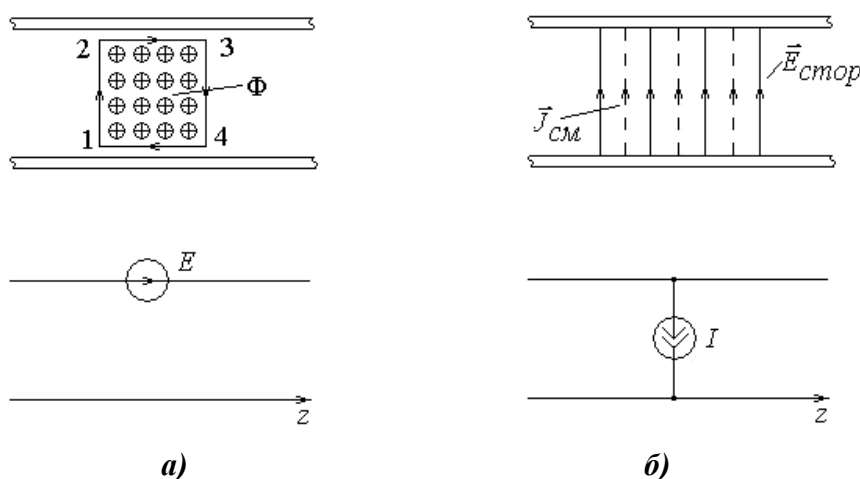
$$U_{34} - U_{21} = E.$$

Это соотношение соответствует эквивалентной схеме с включенным последовательно источником напряжения.

Если в месте расположения линии передачи существует внешнее переменное во времени электрическое поле, то ему соответствует ток смещения, плотность которого определяется выражением

$$\vec{J}_{см} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

Если внешние источники создали между проводниками линии ток, то это означает наличие распределенных источников тока с некоторой линейной плотностью. Таким образом, эквивалентная схема бесконечно малого участка линии принимает вид, показанный на рис. 1, *б*.



**Рис. 1. Возбуждение линии внешними:**  
*a* – магнитным; *б* – электрическим полями

В случае падения на линию передачи плоской электромагнитной волны ее электрическое и магнитное поля играют роль внешних распределенных источников, возбуждающих в линии волны тока и напряжения. Обозначив погонные значения соответствующих источни-

ков тока и напряжения  $I_{\text{внеш}}^{\text{пор}}(z)$  и  $U_{\text{внеш}}^{\text{пор}}(z)$  соответственно, получим систему телеграфных уравнений, описывающих линию передачи, находящуюся под внешним воздействием:

$$\begin{cases} \frac{d\dot{U}}{dz} = -Z_1 \dot{I}(z) + \dot{U}_{\text{внеш}}^{\text{пор}}(z) \\ \frac{d\dot{I}}{dz} = -Y_1 \dot{U}(z) + \dot{I}_{\text{внеш}}^{\text{пор}}(z). \end{cases}$$

Дифференцируя оба уравнения по  $z$  и объединяя их, получаем неоднородные уравнения Гельмгольца относительно лишь одной из неизвестных величин – тока или напряжения:

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dz^2} - \gamma^2 \dot{U} = -Z_1 \dot{I}_{\text{внеш}}^{\text{пор}} + \frac{d\dot{U}_{\text{внеш}}^{\text{пор}}}{dz} = -F(z), \quad (1)$$

$$\frac{d^2 \dot{I}}{dz^2} - \gamma^2 \dot{I} = -Y_1 \dot{U}_{\text{внеш}}^{\text{пор}} + \frac{d\dot{I}_{\text{внеш}}^{\text{пор}}}{dz},$$

где  $Z_1, Y_1$  – погонные сопротивление и проводимость линии;  $\gamma$  – комплексный коэффициент распространения волны в линии, заглавными буквами обозначены комплексные амплитуды соответствующих величин [5].

Так как щелевая антенна представляет собой закороченный с обоих концов отрезок щелевой линии, возбуждаемый полем падающей электромагнитной волны, граничными условиями являются нулевые значения комплексных амплитуд напряжения на концах линии:

$$\dot{U}(0) = 0, \quad \dot{U}(l) = 0,$$

где  $l$  – длина линии передачи.

Рассмотрим уравнение Гельмгольца (1). Поскольку функция  $F(z)$  определяется значениями напряженностей электрического и магнитного полей в падающей плоской электромагнитной волне, ее можно представить в виде

$$F(z) = F_0(\theta, \alpha) e^{j \frac{2\pi}{\lambda_0} z \sin \theta},$$

где  $\theta, \alpha$  – углы падения волны в азимутальной и меридиональной плоскостях, а экспоненциальный множитель описывает изменение фазы эквивалентных источников вдоль линии.

Решение неоднородного уравнения (1) ищем с помощью метода Лагранжа как сумму двух функций, одна из которых является решением однородного уравнения с ненулевыми граничными условиями, другая – решением неоднородного уравнения с нулевыми граничными условиями. В результате получаем распределение комплексной амплитуды напряжения вдоль линии

$$\dot{U}(z) = F_0 \left\{ \frac{e^{j\xi z}}{\xi^2 + \gamma^2} + \text{sh } \gamma z \frac{\text{ch } \gamma l - e^{j\xi l}}{(\xi^2 + \gamma^2) \text{sh } \gamma l} - \frac{\text{ch } \gamma z}{\xi^2 + \gamma^2} \right\}, \quad (2)$$

где  $\xi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \theta$ .

В случае нормального падения волны  $S$ -поляризации на линию длиной  $\lambda/2$  распределение напряжения вдоль линии представляет собой колоколообразную зависимость с максимумом при  $z$  равном половине длине щели и нулями по краям щели. Распределения реальной и мнимой частей комплексной амплитуды напряжения имеют аналогичный вид, однако по абсолютной величине они различаются в три раза. Вещественная часть превалирует над мнимой.

Зависимость амплитуды напряжения в центре линии от длины линии имеет ярко выраженный резонансный характер, при этом максимальное значение напряжения достигается для полуволновой щели. Амплитуда этого максимума сильно зависит от величины согласования между щелью и нагрузкой (съемником сигнала) подключенной к ней. При отношении

$l/\lambda$  находящемся в пределах от 0,65 до 1,45 значение напряжения, снимаемое со ЩА, практически постоянно и составляет порядка 0,7 от максимальной величины. При дальнейшем увеличении отношения  $l/\lambda$  величина напряжения, снимаемого со ЩА, монотонно уменьшается.

Для расчета диаграмм направленности необходимо найти и подставить в (2) выражение для функции  $F_0(\theta, \alpha)$ . На рис. 2 изображены случаи падения на щель под произвольными углами волн двух различных поляризаций. Угол  $\theta$  отсчитывается от плоскости  $XOY$ , угол  $\alpha$  - от плоскости  $XOZ$ .

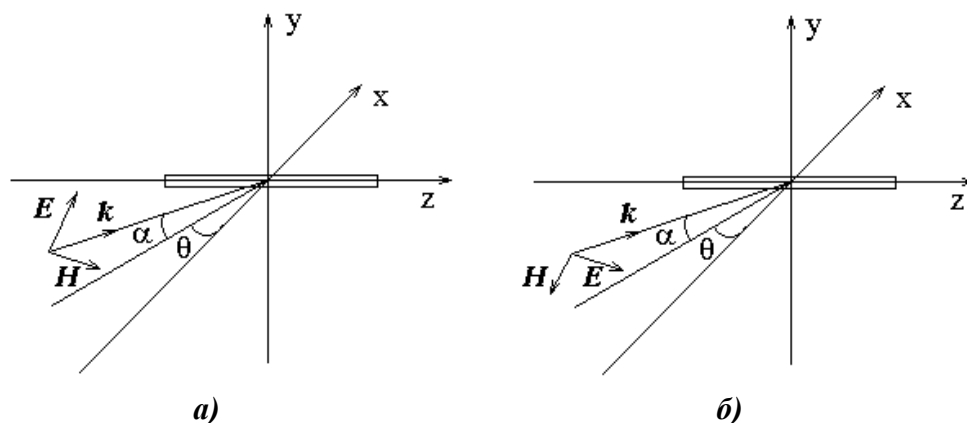


Рис. 2. Падение волн различной поляризации на щель:  
а – S-поляризации ; б – P-поляризации

Стоящие в правой части уравнений Гельмгольца погонные источники тока и напряжения связаны с компонентами падающей волны следующим образом:

$$I_{\text{внеш}}^{\text{пог}} = j\epsilon_0 \omega d_{\text{э}} E_y, \quad U_{\text{внеш}}^{\text{пог}} = j\omega \mu_0 W H_x,$$

где  $d_{\text{э}}$  – эквивалентная толщина линии, определяемая степенью локализации собственного поля щелевой линии.

В случае падения волны S-поляризации значения компонент поля равны

$$E_x = E \sin \alpha \cos \theta, \quad E_y = E \cos \alpha, \quad E_z = E \sin \alpha \sin \theta, \\ H_x = -H \sin \theta, \quad H_y = 0, \quad H_z = H \cos \theta.$$

В случае P-поляризации:

$$E_x = -E \sin \theta, \quad E_y = 0, \quad E_z = E \cos \theta, \\ H_x = -H \sin \alpha \cos \theta, \quad H_y = -H \cos \alpha, \quad H_z = -H \sin \alpha \sin \theta.$$

Таким образом, функция  $F_0(\theta, \alpha)$  для S- и P-поляризации падающей волны имеет вид

$$F_0^{\perp}(\theta, \alpha) = \omega E \left[ j\epsilon_0 d_{\text{э}} Z_1 \cos \alpha - \mu_0 W \frac{k_0}{Z_0} \sin^2 \theta \right] \cos \alpha \cos \theta, \quad (3)$$

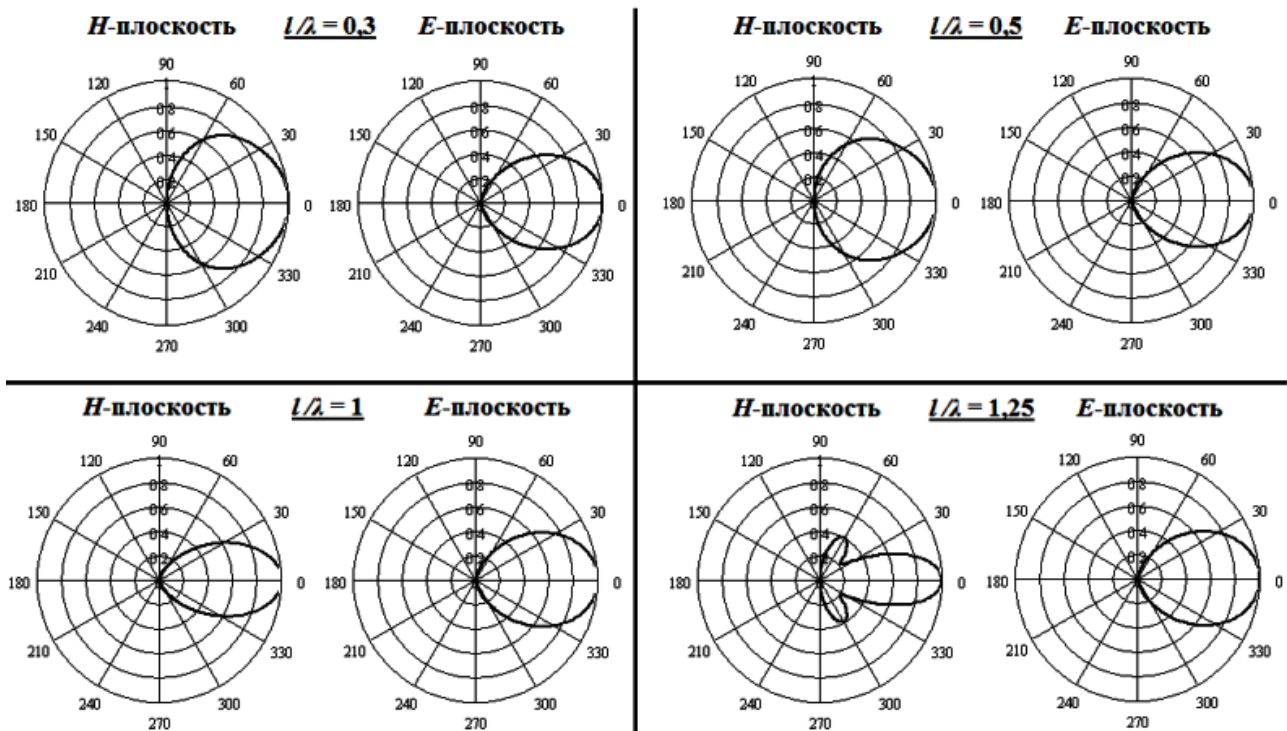
$$F_0^{\parallel}(\theta, \alpha) = \omega E \left[ -\mu_0 W \frac{k_0}{Z_0} \sin \alpha \cos \theta \sin \theta \right] \cos \alpha \cos \theta. \quad (4)$$

Следовательно, подставляя выражения (3) и (4) в выражение (2) при фиксированном значении  $z = l/2$ , что эквивалентно подключению съемника по центру щели, можно рассчитать диаграммы направленности щелевой антенны. Рассчитанные таким образом нормированные диаграммы направленности для волн S- и P-поляризации при различных параметрах щелевой антенны представлены на рис. 3.

В рамках данной модели в случае нормального падения волны P-поляризации колебания в щелевой антенне не возбуждаются. Однако поворот антенны в любой плоскости при-

водит к резкому нарастанию амплитуды колебаний, достигающей максимального значения при углах порядка  $30^\circ - 40^\circ$ .

### S-поляризация:



### P-поляризация:

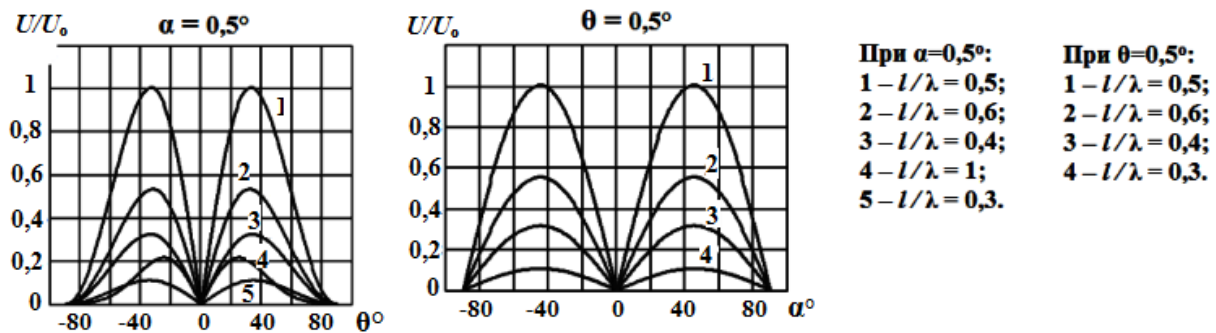
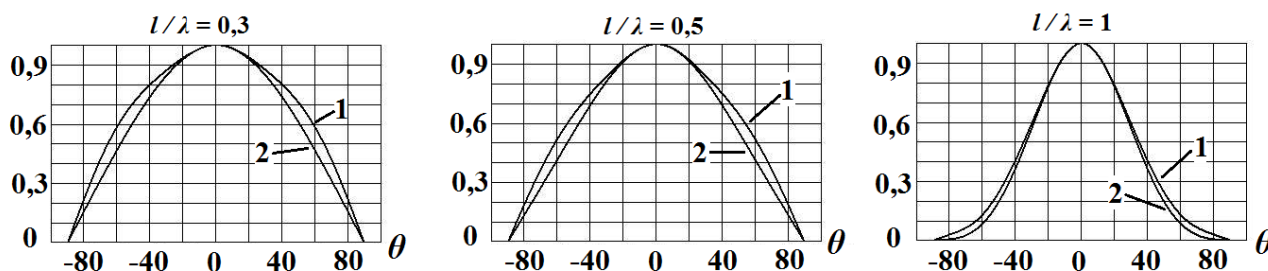


Рис. 3. Диаграммы направленности антенн различной длины в азимутальной (*H*-) и меридиональной (*E*-) плоскостях для *S*- и *P*-поляризованных волн

Как видно из приведенных зависимостей, отклик щелевой антенны на волну указанной поляризации существенно зависит от длины щели и достигает максимума при длине, равной  $\lambda/2$ . Но даже в этом случае, как показывают численные расчеты, значение напряжения в линии при падении волны *P*-поляризации, по крайней мере, на 30 дБ ниже, чем при падении волны *S*-поляризации.

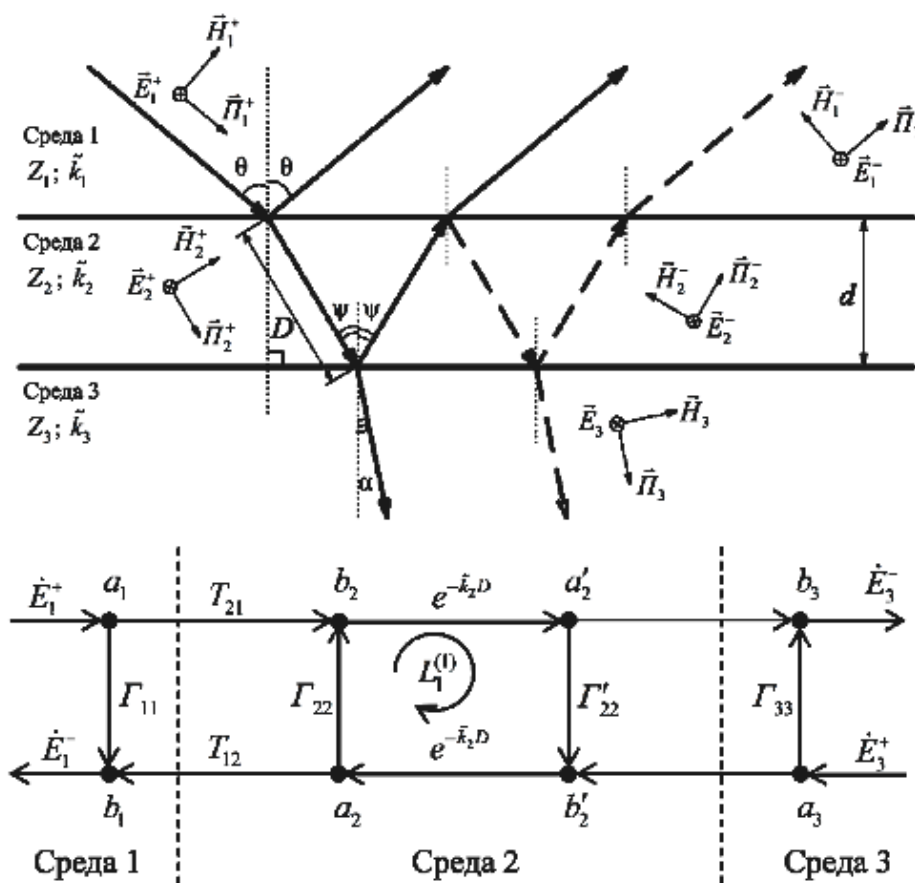
В литературе по антеннам и антенным измерениям приводятся нормированные диаграммы направленности для приема волны основной поляризации, а для волны паразитной поляризации дается лишь среднее значение коэффициента подавления либо уровень кросс-поляризации. В связи с этим, сравнение с известными результатами [3] проводилось для волны основной (*S*-) поляризации (рис. 4). Из рис. 4 следует, что диаграммы направленности, построенные с помощью предлагаемой модели, хорошо совпадают (как качественно, так и количественно) с диаграммами направленности, рассчитанными традиционными методами.



**Рис. 4. Сравнение ДН при падении на ЩА S-поляризованной волны:**  
 1 – получены с помощью предлагаемой модели; 2 – известные теоретические результаты

Правильное решение данной тестовой задачи позволяет надеяться на то, что результаты, полученные при рассмотрении падения на щелевую антенну волны P-поляризации, также верны.

Если электромагнитная волна падает под произвольным углом на ЩА, пройдя сквозь слой диэлектрика (рис. 5), то необходимо учитывать зависимость коэффициента прохождения волны от толщины диэлектрика и его относительной диэлектрической проницаемости [6].



**Рис. 5. Прохождение электромагнитной волной плоско-параллельной диэлектрической пластинки и граф, описывающий данный процесс**

Данная задача решается методом ориентированных графов в предположении, что все среды являются однородными, изотропными и характеризуются волновыми сопротивлениями  $Z_n = \sqrt{\mu_0 \tilde{\mu}_n / \epsilon_0 \tilde{\epsilon}_n} = Z_0 \sqrt{\tilde{\mu}_n / \tilde{\epsilon}_n}$  и коэффициентами распространения  $\tilde{k}_n = k_{n\alpha} + jk_{n\beta}$ , где  $k_{n\alpha}$ ,  $k_{n\beta}$  – коэффициент затухания и фазовая постоянная волны в среде соответственно,  $\tilde{\mu}_n$  и  $\tilde{\epsilon}_n$  –

относительные магнитная и диэлектрическая проницаемости среды, соответственно,  $n=1, 2, 3$  – номер диэлектрического слоя. Диэлектрическая пластинка имеет толщину  $d$ .

На рис. 5 показан граф, описывающий процессы прохождения и отражения волны при падении ее на диэлектрическую пластинку. Величины  $\tilde{A}_{ij}$ ,  $T_{ij}$  – коэффициенты отражения и прохождения (из среды  $j$  в среду  $i$ ) соответственно. Они определяются из формул Френеля и зависят от поляризации волны, угла падения и параметров сред.

Волну с произвольной поляризацией можно представить как суперпозицию двух волн с взаимно-перпендикулярными линейными поляризациями. В линейных средах эти волны рассматриваются по отдельности.

Отыскание коэффициентов  $\Gamma_{ii}$  и  $T_{ij}$  (они же  $S_{ij}$ ) по ориентированному графу производилось по правилу некасающегося контура [7]. Ввиду того, что коэффициенты отражения и прохождения однозначно связаны друг с другом, приведем окончательные выражения для последнего:

$$\text{а) для S-поляризованной волны: } S_{31}^{\perp} = \frac{2A}{B \operatorname{sh} \tilde{k}_2 D + C \operatorname{ch} \tilde{k}_2 D},$$

где

$$A = Z_2 Z_3 \cos \theta \cos \psi,$$

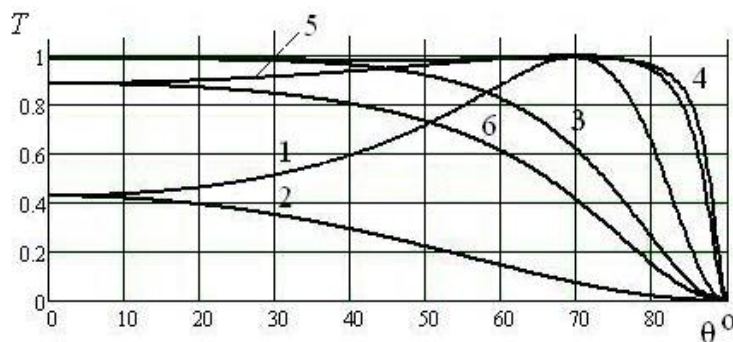
$$B = Z_1 Z_3 \cos^2 \psi + Z_2^2 \cos \theta \cos \alpha, C = Z_1 Z_2 \cos \psi \cos \alpha + Z_2 Z_3 \cos \theta \cos \psi, D = d / \cos \psi;$$

$$\text{б) для P-поляризованной волны: } S_{31}^{\parallel} = \frac{2E}{F \operatorname{sh} \tilde{k}_2 D + G \operatorname{ch} \tilde{k}_2 D},$$

где  $E = Z_2 Z_3 \cos \psi \cos \alpha,$

$$F = Z_1 Z_3 \cos \theta \cos \alpha + Z_2^2 \cos^2 \psi, G = Z_1 Z_2 \cos \theta \cos \psi + Z_2 Z_3 \cos \psi \cos \alpha.$$

Графики зависимостей коэффициентов прохождения в зависимости от угла падения приведены на рис. 6.



**Рис. 6. Зависимость модуля коэффициента прохождения от угла падения волны:**

1, 2 – толщина диэлектрика равна нечетному числу  $\lambda/4$ ; 3, 4 – толщина диэлектрика равна целому числу  $\lambda/2$ ; 5, 6 – толщина диэлектрика равна  $0,05\lambda$ ; 2, 3, 6 – S-поляризация; 1, 4, 5 – P-поляризация

Как видно из этих зависимостей, выбор толщины диэлектрика может существенно повлиять на характеристики щелевой антенны.

### Экспериментальная часть

Для проверки результатов, полученных с помощью предлагаемой теоретической модели, были проведены экспериментальные исследования планарных щелевых антенн в диапазоне частот от 3 до 12 ГГц. Измерения проводились по стандартной методике на установке с двумя каналами: опорным и измерительным. Опорный канал необходим для контроля за постоянством уровня мощности, подводимой к передающей антенне, роль которой выполняет открытый конец коаксиально-волнового перехода, характеризующийся широкой диа-

граммой направленности в рабочем диапазоне частот. В измерительном канале осуществляется регистрация уровня СВЧ мощности, принятого исследуемой антенной. Обе антенны монтируются на оптической скамье и могут перемещаться и вращаться в двух взаимно перпендикулярных плоскостях.

На рис. 7 представлены зависимости коэффициента передачи щелевой антенной от частоты для трех значений ширины щели.

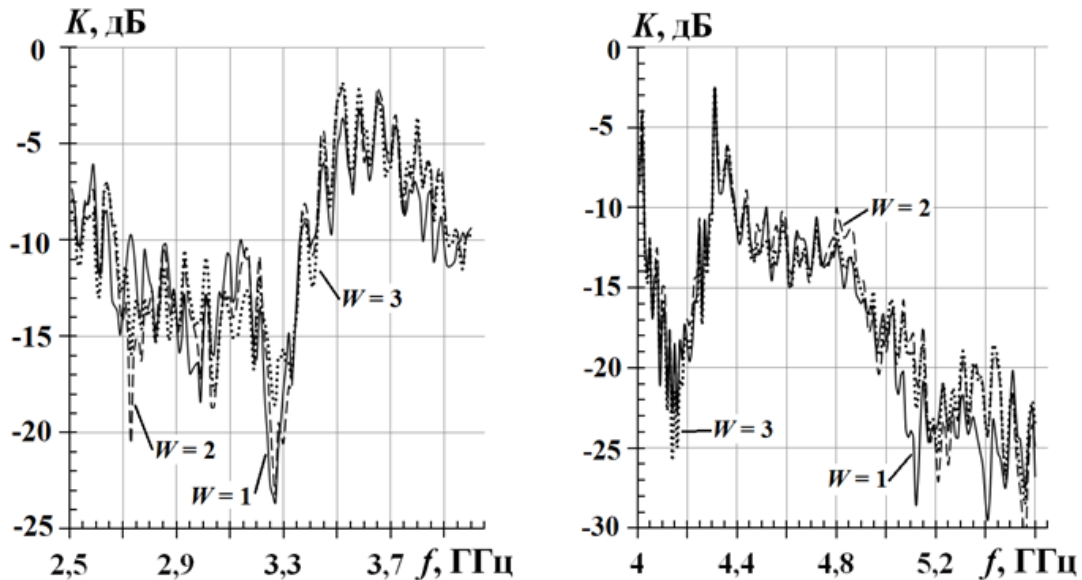


Рис. 7. Зависимости коэффициента передачи ЩА от частоты для трех значений ширины щели в диапазоне от 2,5 до 5,6 ГГц

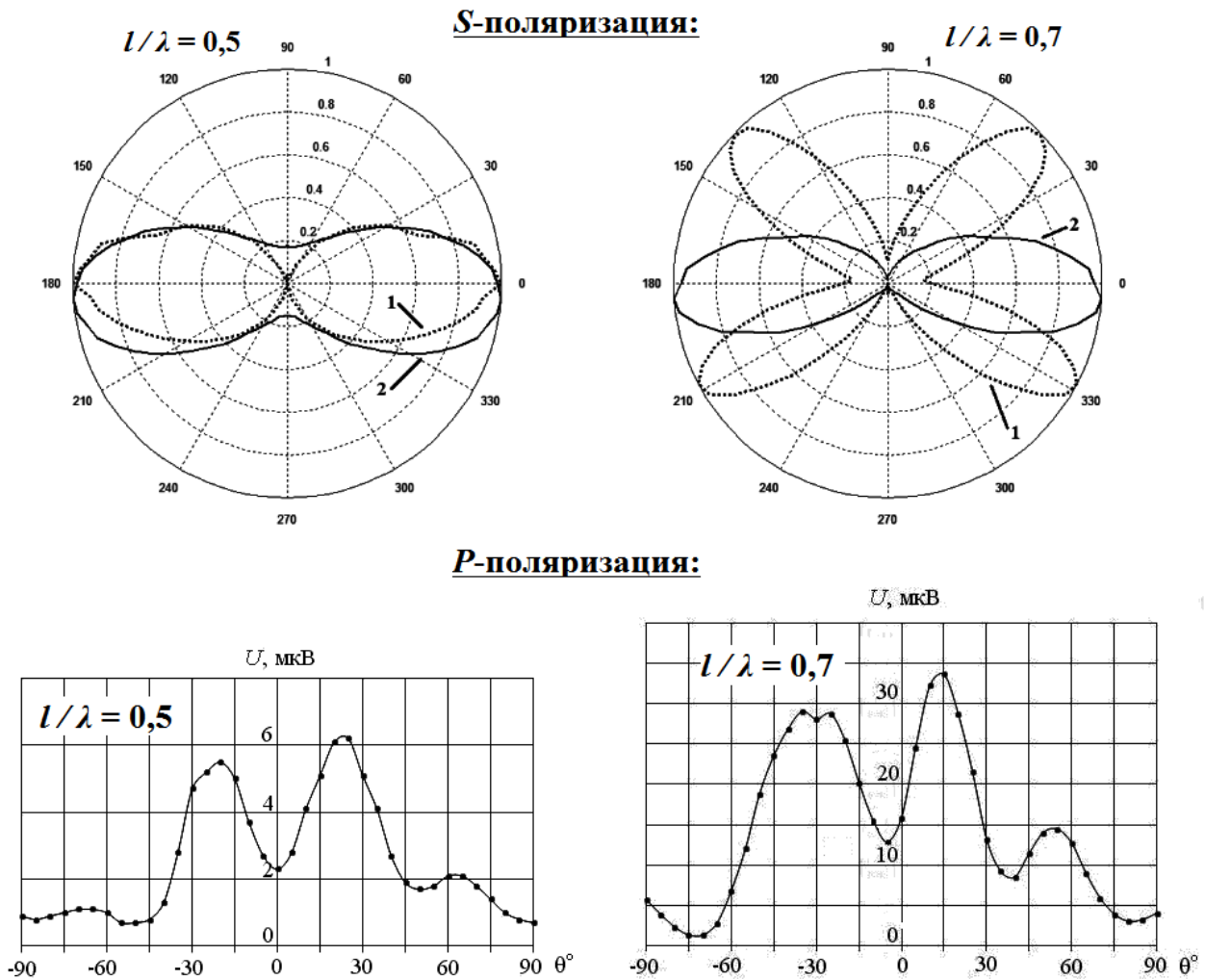
Как видно из графиков, щелевая антенна является достаточно широкополосным устройством. Имеется максимум на частоте, соответствующей резонансу щелевого резонатора на диэлектрической подложке. Этот максимум является достаточно выраженным, его амплитуда и ширина одинаковы для всех трех значений ширины щели, несмотря на большое значение тангенса угла диэлектрических потерь стеклотекстолита и сильную связь с нагрузкой.

На рис. 8 представлены диаграммы направленности щелевой антенны (длина щели  $L=30$  мм, ширина щели  $W$  равна 3 мм) на ФЛАНе с относительной диэлектрической проницаемостью 7,2 и толщиной  $h = 2$  мм, снятые на частотах 3195 МГц ( $l/\lambda = 0,5$ ) и 4830 МГц ( $l/\lambda = 0,7$ ) при падении волн  $S$ -поляризации (в  $E$ - и  $H$ -плоскостях) и  $P$ -поляризации (только в  $E$ -плоскости в связи с недостаточной чувствительностью измерительной аппаратуры).

В случае падения  $S$ -поляризованной волны, при  $l/\lambda = 0,5$  качественно диаграммы в  $E$ - и  $H$ -плоскостях совпадают, при этом ширина диаграмм в обеих плоскостях примерно одинакова и составляет  $\approx 40^\circ$ . При  $l/\lambda = 0,7$  в  $H$ -плоскости с увеличением частоты ширина диаграммы направленности уменьшается, так как уменьшается отношение длины волны к апертуре антенны. В  $E$ -плоскости характер диаграммы существенно изменился: появился значительный «провал» при угле  $0^\circ$ , а максимальное значение принятого сигнала достигается при углах порядка  $\pm 40^\circ$ .

Аналогичные ДН для основной поляризации снимались и для антенны с шириной щели равной 1 мм. Сравнение этих ДН показывает, что при увеличении ширины щели диаграммы направленности в  $E$ -плоскости в нормированном виде практически не меняются. Однако стоит отметить, что абсолютная чувствительность меняется, причем по-разному на разных частотах. Так, при  $l/\lambda = 0,5$  изменение ширины щели от 1 до 3 мм приводит к увеличению чувствительности на 13%. При  $l/\lambda = 0,7$ , при тех же изменениях ширины щели чувствительность возрастает на 58%.





**Рис. 8.** Диаграммы направленности ЩА на подложке из ФЛАНа для  $S$ - (в  $E$ - (1) и  $H$ - (2) плоскостях) и  $P$ -поляризованных волн

Для волны паразитной поляризации ( $P$ -поляризации) диаграмма направленности, снятая в  $E$ -плоскости, носит качественный характер, однако позволяет провести сравнение с результатами теоретического расчета по предложенной выше модели и сделать вывод о ее корректности.

### Выводы

Представленное в данной статье решение задачи о возбуждении приемной щелевой антенны отличается простотой, наглядностью, легкостью доведения до инженерных расчетов.

Результаты расчета основных характеристик щелевой антенны хорошо согласуются как с известными теоретическими результатами, так и с экспериментальными данными.

### Библиографический список

- 1 **Zmuidzinas, J.** Quasi-optical slot antenna SIS mixers / H.G. LeDuc, J. Zmuidzinas // IEEE Trans. microwave Theory Tech. 1992. Vol. 40. Pp. 1797-1804.
- 2 **Zmuidzinas, J.** A dual-polarized slot antenna for millimeter waves / Goutam Chattopadhyay Jonas Zmuidzinas // IEEE Transactions on antennas and propagation. 1988. Vol. 46. № 5. Pp. 736-737.
- 3 **Сазонов, Д.М.** Антенны и устройства СВЧ: учеб. пособие / Д.М. Сазонов.– М.: Высшая школа, 1988. – 432 с.

- 4 **Agouridis, D.C.** Excitation of transmission lines by distributed sources / D.C. Agouridis. – Oak Ridge National Lab., TN (USA): Technical report number(s) ORNL/TM-10376. – 1987. – 15p.
- 5 **Баскаков, С.И.** Радиотехнические цепи с распределенными параметрами: учеб. пособие / С.И. Баскаков. – М.: Высшая школа, 1980. – 152 с.
- 6 **Семенов, Н.А.** Техническая электродинамика / Н.А. Семенов – М.: Связь, 1973. – 480с.
- 7 **Силаев, М.А.** Приложение матриц и графов к анализу СВЧ устройств / М.А. Силаев, С.Ф. Брянцев. – М.: Советское радио, 1970.

*Дата поступления  
в редакцию 10.10.2012*

**V. Birukov, V. Grachev**

## **SOLVING PROBLEM OF EXCITATION SLOT ANTENNAS USING CIRCUIT THEORY**

Nizhniy Novgorod State Technical University n.a. R.Y. Alexeev

The accounts of the receiving slot antenna as a transmission line excited by distributed sources are done. The used method of calculation is easy for understanding and using (it does not require cumbersome solutions boundary electro-dynamics problem). Dependence on the angle of incidence of a plane electromagnetic wave, its frequency and polarization are obtained.

The frequency properties and pattern slot antennas of the considered configurations are investigated experimentally. The scheme of the experimental setup is described. It presents the detailed results of the experiment.

A comparison between the measurement results, the calculation results and numerical simulation are made.

*Key words:* transmission coefficient, slotted antenna radiation pattern, polarization.