УДК 531.781.2

А.Н. Долгов

АНАЛИЗ ПРИМЕНИМОСТИ ФИЛЬТРОВ НИЗКИХ ЧАСТОТ В МИКРОЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Арзамасский политехнический институт (филиал) НГТУ им. Р.Е. Алексеева

При разработке математических моделей аналоговых фильтров электрические узлы описывают в виде передаточных функций. Матричный метод расчета базируется на известных законах Кирхгофа и отличается от других методов наглядностью и возможностью контроля получаемых результатов. Суть метода заключается в составлении матрицы проводимости для всех узлов и в решении закона Ома в матричной форме. Входные напряжения ОУ принимаются равными между собой, входные токи отсутствуют. Если необходимо учитывать неидеальность ОУ, в схему вводятся соответствующие элементы. Известно много вариантов ФНЧ, но не все они пригодны для применения в интегральных датчиках. В статье рассмотрены наиболее удачные варианты с точки зрения минимума погрешности, простоты конструкции, габаритов, энергопотребления и других характеристик.

Одним из простейших вариантов активного фильтра является ФНЧ первого порядка на инвертирующем усилителе. Его основные недостатки – слабое сглаживание, зависимость коэффициента передачи от отношения резисторов. Другой вариант ФНЧ первого порядка на основе пассивного фильтра и неинвертирующего усилителя также позволяет получить приемлемую фильтрацию при минимуме элементов, единичный коэффициент усиления, не зависящий от номиналов элементов фильтра. Рассмотренные фильтры второго порядка (структуры Рауха и Саллен-Ки) имеют примерно одинаковые характеристики, поэтому могут применяться оба варианта, однако второй предпочтительнее для точных датчиков, так как его коэффициент передачи можно сделать независимым от номиналов элементов схемы и равным единице.

Ключевые слова: фильтр низких частот, микроэлектромеханическая система, интегральный датчик.

При разработке математических моделей аналоговых фильтров электрические узлы описывают в виде передаточных функций, поскольку передаточные функции являются универсальным инструментом для анализа и синтеза всех характеристик датчиков. Рассмотрим метод расчета электронных схем на примере ФНЧ второго порядка с положительной обратной связью, применяемого во многих датчиках с аналоговым выходным сигналом (рис. 1). Положительная обратная связь в схеме образована конденсатором C_2.

Матричный метод расчета [1] базируется на известных законах Кирхгофа и отличается от других методов наглядностью и возможностью контроля получаемых результатов. При описании электронных схем необходимо выполнять несколько типовых правил, общих для схем любой сложности:

1. Сложные схемы разделяют на ряд элементарных ячеек, включающих в свой состав один ОУ (или транзистор), охваченный цепями обратных связей из пассивных элементов: резисторов, конденсаторов и индуктивностей.

2. Пассивные элементы представляют в виде их проводимостей: для резисторов - $1/R$, для конденсаторов - Cs и для индуктивностей - $1/Ls$, где s - оператор Лапласа.

3. В выделенном участке схемы намечают узлы соединений, которые обозначают цифрами, начиная с нуля. Нулевой узел обычно совмещают с общей шиной - “землей”.

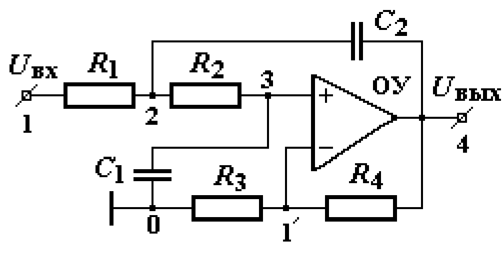

Рис. 1. Схема ФНЧ

4. Составляют матрицу, порядок которой равен числу намеченных в схеме узлов. Причем столбцы и строки матрицы условно обозначают номерами выделенных узлов. В действительности номера столбцов соответствуют

напряжениям в узлах, а номера строк - токам; например, для нулевого столбца имеет место 0 $\Leftrightarrow U_0$, а для строки 0 $\Leftrightarrow J_0$. Для инвертирующего и неинвертирующего входов ОУ составляют отдельные матрицы проводимостей.

5. На пересечении строк и столбцов матрицы записывают проводимости цепей, подходящих к узлу.

6. При заполнении клеток матрицы действует следующее правило для проводимостей: если номера столбца и строки совпадают, то проводимости приписывают знак плюс (+), в противном случае - знак минус (-).

7. Если между узлами нет электрических связей, а имеет место переход через узел, то в соответствующую клетку матрицы ставят нуль.

8. После заполнения матрицы осуществляют проверку правильности ее определения. Правило здесь следующее: суммы проводимостей по каждой строке и столбцу должны равняться нулю.

9. После проверки матрицы и исправления возможных ошибок составляют уравнения Кирхгофа для характерных узлов. Здесь также используют формальные правила, заключающиеся в следующем. Нулевую строку и столбец зачеркивают, это соответствует привязке измерения напряжений относительно условного нулевого уровня, например, уровня “земли”.

10. При составлении уравнений Кирхгофа для алгебраических сумм токов в характерных узлах используют совершенные свойства ОУ. Для современных ОУ можно принять, что входное сопротивление их бесконечно большое, а выходное - бесконечно малое. Таким образом, токами через входы можно пренебречь, поскольку они на несколько порядков меньше токов через цепи обратных связей. Кроме того, используется свойство ОУ с отрицательной обратной связью, которое выражается в близости потенциалов на инвертирующем и неинвертирующем входах.

11. В динамическом отношении ОУ в зависимости от соотношения его постоянной времени и постоянной времени внешних цепей может рассматриваться в виде безынерционного звена или в виде апериодического звена первого порядка. В последнем случае постоянные времени должны быть соизмеримы. Все современные ОУ имеют внутреннюю коррекцию, которая принудительно превращает их в апериодическое звено.

12. В случае описания электронных схем, выполненных на ОУ с несовершенными свойствами, например, с малым входным омическим сопротивлением или большим емкостным сопротивлением, это должно быть отражено в матрице проводимости в виде члена $1/R_{вх}$или $C_{вх}s$.

В рассматриваемом примере на основе закона Кирхгофа для узла *2* по инвертирующему входу алгебраическая сумма токов равна нулю. В соответствии с матрицей проводимости это запишется в следующем виде:

$$\sum J_2 = 0,\ -U_1/R_1 + (1/R_1 + 1/R_2 + C_2 s)U_2 - U_3/R_2 - C_2 s U_4 = 0. \tag{1}$$

Аналогично можно представить уравнение для суммы токов по неинвертирующему входу:

$$\sum J_{1'} = 0,\ (1/R_3 + 1/R_4)U_{1'} - U_4/R_4 = 0. \tag{2}$$

Матрица для инвертирующего входа

	$0 \Leftrightarrow (U_0)$	$1 \Leftrightarrow (U_1)$	$2 \Leftrightarrow (U_2)$	$3 \Leftrightarrow (U_3)$	$4 \Leftrightarrow (U_4)$
~~$0 \Leftrightarrow (J_0)$~~	~~$C_1 s$~~	~~0~~	~~0~~	~~$-C_1 s$~~	~~0~~
$1 \Leftrightarrow (J_1)$	~~0~~	$1/R_1$	$-1/R_1$	0	0
$2 \Leftrightarrow (J_2)$	~~0~~	$-1/R_1$	$1/R_1+1/R_2+C_2 s$	$-1/R_2$	$-C_2 s$
$3 \Leftrightarrow (J_3)$	~~$-C_1 s$~~	0	$-1/R_2$	$1/R_2+C_1 \cdot s$	0
$4 \Leftrightarrow (J_4)$	~~0~~	0	$-C_2 s$	0	$C_2 s$

Матрица для неинвертирующего входа

$$\begin{array}{c|ccc}
 & 0 \Leftrightarrow U_0 & 1' \Leftrightarrow U_{1'} & 4 \Leftrightarrow U_4 \\
\hline
0 \Leftrightarrow J_0 & 1/R_3 & -1/R_3 & 0 \\
1' \Leftrightarrow J_{1'} & -1/R_3 & 1/R_3+1/R_4 & -1/R_4 \\
4 \Leftrightarrow J_4 & 0 & -1/R_4 & 1/R_4
\end{array}$$

Примем для простоты $R_1 = R_2 = R$ и $C_1 = C_2 = C$. Учитывая также, что $U_1 = U_{вх}$, $U_4 = U_{вых}$ и $U_{1'} = U_3$, из совместного решения уравнений (1) и (2) найдем передаточную функцию для рассматриваемой схемы:

$$W_ф(s) = K / \left[(RC)^2 s^2 + RC(3 - K)s + 1 \right]. \tag{3}$$

Коэффициент усиления фильтра равен

$$K = 1 + R_4/R_3\,. \tag{4}$$

Передаточную функцию (3) можно представить в форме, используемой в качестве электрической модели колебательного звена для различных механических систем:

$$W_ф(s) = K / \left(\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1 \right),$$

где $\tau = RC$ - постоянная времени колебательной системы, $\xi = (3 - K)/2$ - относительный коэффициент демпфирования (затухания).

Свойства фильтра определяются коэффициентом усиления (табл. 1).

***Таблица* 1**

Коэффициент усиления K	**Тип фильтра**
1,000	С критическим затуханием
1,268	Фильтр Бесселя
1,586	Фильтр Баттерворта (оптимальное затухание)
2,234	Фильтр Чебышева с неравномерностью 3 дБ
3,000	Генератор сигналов с частотой $f = 1/2\pi RC$

Модель колебательного звена может быть также построена на инвертирующем ОУ.

Известно много вариантов ФНЧ [2–4], но не все они пригодны для применения в интегральных датчиках. Рассмотрим наиболее удачные варианты с точки зрения минимума погрешности, простоты конструкции, габаритов, энергопотребления и других характеристик.

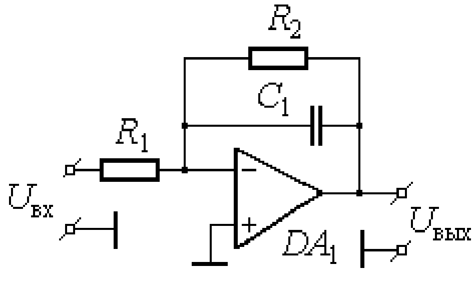

Рис. 2. Вариант ФНЧ 1-го порядка

Основными параметрами ФНЧ являются передаточная функция, несущая полную информацию как для статического состояния, так и для динамического и, в некоторых случаях, входное сопротивление. Далее для всех рассматриваемых фильтров приведены готовые передаточные функции, определенные по вышеописанной методике. Так как ФНЧ в емкостных датчиках применяются для сглаживания пульсаций выходного напряжения, то изменение динамических характеристик фильтра в широких пределах не оказывает существенного влияния на прохождение полезного сигнала. Однако следует обратить внимание на стабильность статического коэффициента передачи.

Одним из простейших вариантом активного фильтра является ФНЧ первого порядка на инвертирующем усилителе (рис. 2). Имеет следующую передаточную функцию:

$$W = -\frac{R_2/R_1}{1 + R_2 C_1 s}\,.$$

Входное сопротивление постоянно: $R_{\text{вх}} = R_1$.

Основные недостатки – слабое сглаживание, зависимость коэффициента передачи от отношения резисторов. Может применяться в схемах с двухполупериодным детектором, имеющих настройку общего коэффициента передачи.

Другой вариант ФНЧ первого порядка на основе пассивного фильтра и неинвертирующего усилителя (рис. 3) также позволяет получить приемлемую фильтрацию при минимуме элементов.

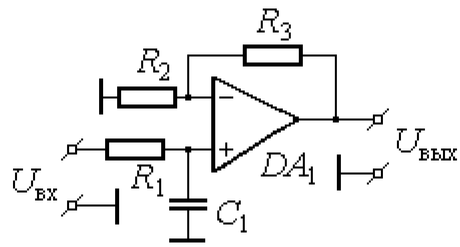

Рис. 3. Вариант ФНЧ 1-го порядка

Передаточная функция фильтра имеет вид:

$$W = \frac{R_2 + R_3}{R_2} \cdot \frac{1}{1 + R_1 C_1 s}. \tag{1}$$

Из (1) видно, что его статический коэффициент передачи не может быть меньше единицы; в то же время, если убрать из схемы R_2 ($R_2=\infty$), коэффициент передачи будет строго равен единице (не зависит от номиналов элементов).

Входное сопротивление фильтра может быть найдено в виде:

$$R_{\text{вх}} = \frac{1 + R_1 C_1 s}{C_1 s},$$

то есть для медленно меняющегося сигнала оно стремится к входному сопротивлению операционного усилителя, а для быстропеременного – превышает R_1.

Недостатком схемы является сравнительно малый коэффициент подавления помех, достоинствами – простота конструкции, возможность получения единичного коэффициента усиления, не зависящего от номиналов элементов фильтра. Применение имеет смысл в конструкциях с двухполупериодным детектором.

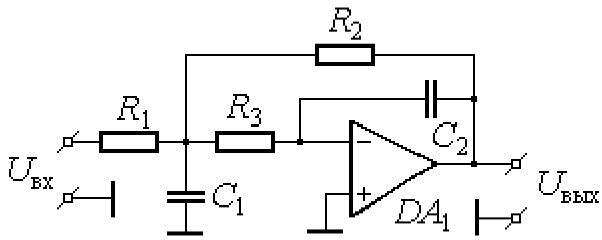

Рис. 4. Вариант ФНЧ второго порядка (структура Рауха)

В схемах на дискретных элементах обычно отдают предпочтение первому варианту ФНЧ, так как он имеет меньший фазовый сдвиг, то есть меньше вероятность самовозбуждения схемы в целом. Напротив, в интегральных схемах паразитные связи слабы, поэтому имеет смысл обратить внимание на второй вариант ФНЧ.

Рассмотрим два варианта ФНЧ второго порядка – структуру Рауха и Саллен-Ки [5]. Для структуры Рауха (4) передаточная функция имеет следующий вид:

$$W = -\frac{R_2 / R_1}{1 + C_2 \left(R_2 + R_3 + R_2 R_3 / R_1\right) s + C_1 C_2 R_2 R_3 s^2}, \tag{2}$$

где R, C – параметры элементов схемы, s – оператор Лапласа.

Фильтры такого типа обладают простотой конструкции, хорошей селективностью, поэтому применяются очень часто, несмотря на зависимость коэффициента передачи от отношения сопротивлений.

Для структуры Саллен-Ки (рис. 5) передаточную функцию можно записать в виде

$$W = \frac{1 + R_4 / R_3}{1 + \left[C_2 \left(R_1 + R_2\right) - C_1 R_1 R_4 / R_3\right] s + C_1 C_2 R_1 R_2 s^2}.$$

Очевидно, что структура передаточной функции сложнее, чем у предыдущего фильтра, но при надлежащем выборе элементов ($R_3=\infty$) она значительно упрощается:

$$W = \frac{1}{1 + C_2 \left(R_1 + R_2\right) s + C_1 C_2 R_1 R_2 s^2}.$$

Видно, что коэффициент передачи становится независимым от номиналов элементов схемы и равным единице. Фазовый сдвиг больше, чем у структуры Рауха, поэтому устойчивость несколько меньше, что при интегральном исполнении не имеет решающего значения.

Выводы

1. ФНЧ первого порядка на основе пассивного фильтра (рис. 3) позволяет получить приемлемую фильтрацию при минимуме элементов, единичный коэффициент усиления, не зависящий от номиналов элементов фильтра. Применение имеет смысл в конструкциях с двухполупериодным детектором.

2. Рассмотренные фильтры второго порядка имеют примерно одинаковые характеристики, поэтому могут применяться оба варианта, однако второй (структура Саллен-Ки, рис. 5) предпочтительнее для более точных датчиков.

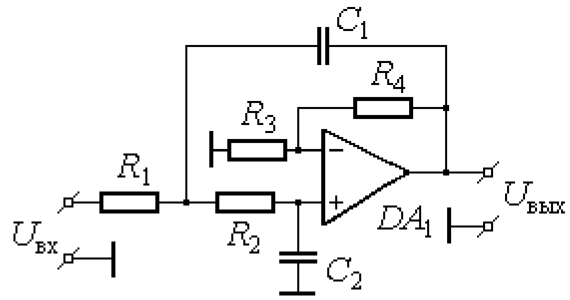

Рис. 5. Вариант ФНЧ второго порядка (структура Саллен-Ки)

Библиографический список

1. **Вавилов, В.Д.** Интегральные датчики: учебник для приборостроительных вузов В.Д. / Вавилов; НГТУ. – Н. Новгород. 2002. –500 с.
2. **Гусев, В.Г.** Электроника: учеб. пособие для приборострoит. спец. вузов / В.Г. Гусев, Ю.М. Гусев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1991.
3. **Хоровиц, П.** Искусство схемотехники / П. Хоровиц, У. Хилл. – М.: Мир. Т. 1. 1983. – 598 с.
4. **Шило, В.Л.** Линейные интегральные схемы в радиоэлектронной аппаратуре / В.Л. Шило. – М.: Сов. радио, 1979. – 368 с.
5. **Гутников, В. С.** Интегральная электроника в измерительных устройствах / В. С. Гутников. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. Отд-ие, 1988.

Дата поступления
в редакцию 26.10.2012

A.N. Dolgov

APPLICATION NOTES FOR LOW-PASS FILTERS IN MEMS

Arzamassky pollytechnic institute (branch)
Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alexeev

In the development of mathematical models of analog filters, electrical components described as transfer functions. Matrix method of calculation is based on the known laws of Kirchhoff and differs from other methods of evidence and the ability to control the results. The method consists in a matrix of conductivity for all the nodes in the solution of Ohm's law in matrix form. Input-voltage op amp taken equal, the input currents are absent. If you need to take into account the non-ideal op amp in the scheme introduced relevant elements. Know a lot of options LPF, but not all are suitable for use in the integrated sensors. The article describes the most successful versions in terms of minimum error, simplicity of design, size, power consumption and other characteristics.

One of the simplest versions of the active filter is a first-order low-pass filter at the inverting amplifier. Its main disadvantages - weak smoothing, the dependence of the transfer from the ratio of resistors. Another variant of the first order low-pass filter based on a passive filter and non-inverting amplifier also provides a reasonable filtering with a minimum of elements, unity gain, independent of the values filter elements. Considered a second-order filters (structure Rauch and Sallen–Key) have similar characteristics, and can be used both, but the second is preferable for precise sensors, as its gain can be done regardless of the denomination of circuit elements and unity gain.

Key words: low-pass filter, MEMS, integral device.