

УДК 621.396

Г.С. Малышев, А.С. Раевский

ВЛИЯНИЕ ДИСПЕРСИИ ВОЛОКОННОГО СВЕТОВОДА НА ПРОХОЖДЕНИЕ ФРАКТАЛЬНОГО ИМПУЛЬСА В ЗАШУМЛЕННОМ КАНАЛЕ

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Рассмотрен результат численного эксперимента по исследованию прохождения фрактального импульса через одномодовый волоконный световод с учетом хроматической дисперсии. Наряду с полезным сигналом передавался маскирующий шумовой сигнал. Показано, что для эффективной очистки фрактального сигнала от шума на выходе волоконно-оптической линии связи необходимо наряду с кодом фрактального сигнала знать коэффициент дисперсии волоконного световода.

Ключевые слова: фрактальный импульс, дисперсия, белый гауссов шум, дискретное вейвлет-преобразование.

Введение

В настоящее время разработаны специальные средства незаметного считывания информации с волоконно-оптических линий связи (ВОЛС). В связи с этим необходимо применять специальные методы защиты передаваемой по ВС информации. Одним из эффективных методов предотвращения несанкционированного доступа к информации является криптографическое шифрование данных [1]. Однако при таком подходе подразумевается, что факт наличия в канале связи передаваемого сообщения заранее известен злоумышленнику. В результате вопрос защиты информации сводится к выбору криптостойкого шифрования, что само по себе является сложной задачей.

В то же время можно пойти по другому пути: скрыть от злоумышленника сам факт передачи информации. Для этого можно использовать сигналы, имеющие шумоподобный характер. Одним из подходов к решению данной задачи является применение для модуляции оптической несущей фрактальных сигналов [2], имеющих шумоподобную структуру. Благодаря такой структуре они незаметны на фоне шумов, что делает невозможным детектирование информационной посылки по максимуму интенсивности импульса. Для генерирования фрактальных сигналов используются программируемые генераторы [3].

Для маскировки информационного сигнала необходимо обеспечить искусственное зашумление передаваемых данных и передавать поляризованный отвлекающий сигнал высокой интенсивности, который на приемном конце ВОЛС может быть удален при помощи анализатора. Для выделения фрактальных импульсов из маскирующего шумового сигнала необходимо применять цифровые методы очистки от шума [4]. Однако эффективно протектировать очищенный импульс можно лишь в том случае, если априори известна структура самого фрактального сигнала. Именно эти преимущества фракталов обеспечивают высокую скрытность передаваемой информации. Однако в ВС существенную роль будет играть эффект дисперсии [5], что требует внесения специальных корректировок в алгоритм выделения информационных импульсов из шума.

Описание фрактального сигнала

Возьмем за основу фрактальный импульс $\psi(t)$, который определяется следующим образом [4]:

$$\psi(t) = \frac{1}{c_\psi} \left| F U W B \left(\frac{t-b}{T_0} \right) \right|, \quad (1)$$

где c_ψ - нормировочный коэффициент; T_0 - полная длительность фрактального импульса; b - смещение центра симметрии сигнала по оси абсцисс;

$$FUWB(t) = \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n \cos(3\beta^n (2t-1)) \text{sign}(2t-1) \Theta(t) \right];$$

$$\text{sign}(t) = \begin{cases} 1, t > 0 \\ 0, t = 0 \\ -1, t < 0 \end{cases}, \quad \Theta(t) = \eta(t) - \eta(t-1), \quad \eta(t) = \begin{cases} 1, t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}.$$

На рис. 1, *a*, *b* показаны соответственно временная реализация квадрата амплитуды фрактального импульса (1) и его амплитудный спектр, построенные для значений $T_0 = 0.5$ нс, $b = -T_0/2$, $\alpha = 0.7$, $\beta = 2$.

В настоящей статье будем рассматривать ВОЛС с модуляцией оптической несущей по интенсивности, под спектром сигнала будем понимать спектр огибающей. Для построения спектра (рис. 1, *b*) использовался алгоритм быстрого преобразования Фурье. По оси ординат откладываются абсолютные значения интеграла Фурье

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) e^{-i\omega t} dt.$$

Выделение фрактального сигнала из шума

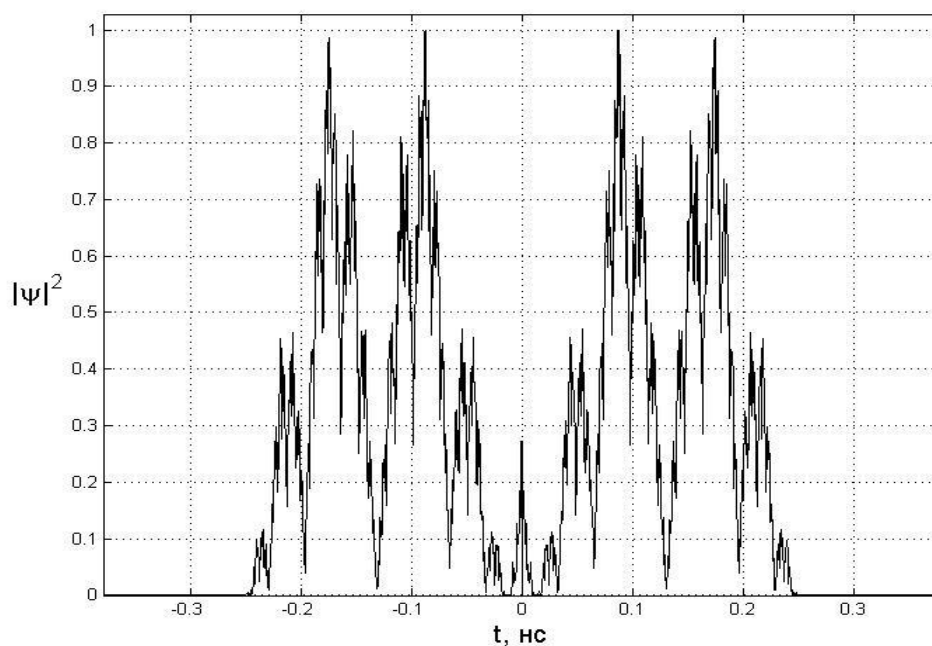
В работе [4] показано, что для оптимальной фильтрации таких сигналов можно использовать метод быстрого дискретного вейвлет - преобразования, так как он является одним из самых чувствительных за счёт свойства масштабирования вейвлетов [6]. Более того, этот метод отличается высоким быстродействием, так как основан на вычислении линейных свёрток с фильтрами вейвлетов [7]. Однако не существует универсальной методики, которая позволила бы определить тип того вейвлета, фильтр которого производил бы наилучшую очистку сигнала от шума. Для каждого конкретного вида сигналов необходимо подбирать один из существующих вейвлетов. Поэтому для очистки от шума были проверены четыре типа вейвлетов – вейвлеты Добеши, койфлеты, симлеты и биортогональные вейвлеты. Путём численного эксперимента было установлено, что для очистки сигнала (1) больше всего подходят вейвлеты Добеши. В частности, использовался вейвлет Добеши 8 (*db8*), фильтры которого содержат по 16 элементов. Далее под фильтрами будем понимать именно фильтры вейвлетов.

В качестве модели шума использовался дискретный белый гауссов шум (БГШ) с фактически нулевым математическим ожиданием и конечным числом отсчётов. В отличие от своего непрерывного аналога, дискретный БГШ имеет конечную дисперсию [7]. Название БГШ связано с тем, что график выборочной автокорреляционной функции дискретного шума имеет в центре резкий пик. При увеличении числа элементов дискретного БГШ величина этого пика также возрастает. В то же время известно, что автокорреляционная функция непрерывного БГШ математически описывается через дельта-функцию Дирака. Именно на основании этой аналогии дискретный БГШ получил своё название. Выборочная автокорреляционная функция представляет собой массив, элементы которого определяются следующим образом:

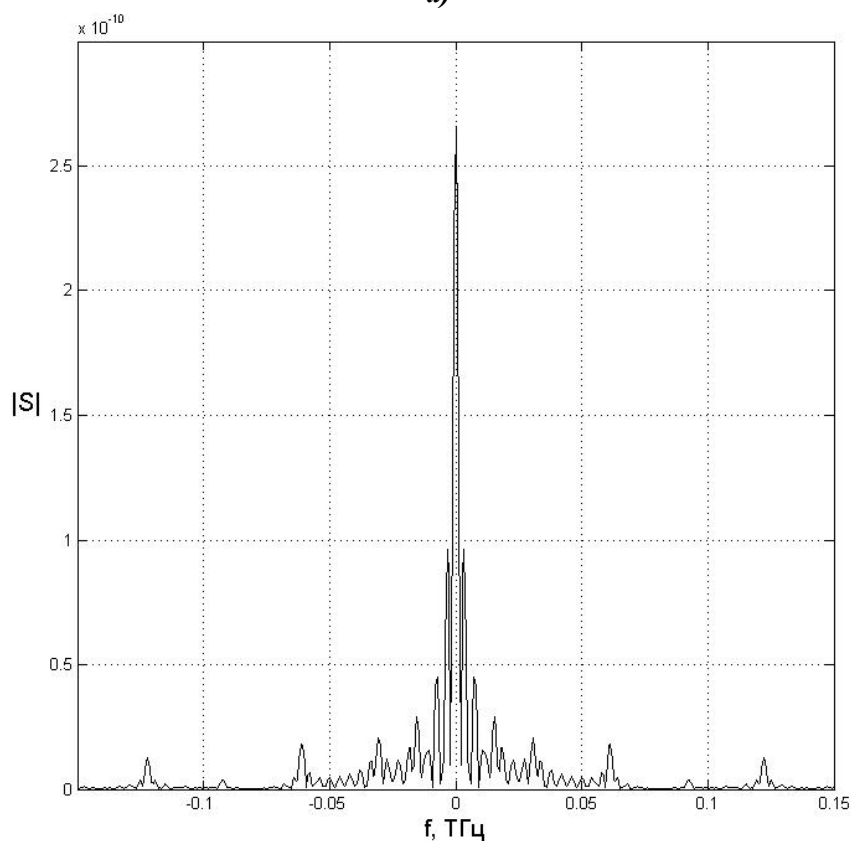
$$r_k = \frac{\sum_{n=k+1}^N (x_n - m_x)(x_{n-k} - m_x)}{\sum_{n=1}^N (x_n - m_x)^2}, \quad k = 1, 2, \dots, (2N - 1),$$

где N – это число элементов массива $\{x_k\}$; m_x - это математическое ожидание дискретной случайной величины. Как уже отмечалось, в случае дискретного БГШ с конечным числом элементов $m_x \approx 0$. Для бесконечного числа элементов выполняется строгое равенство $m_x = 0$. Для моделирования массива дискретного БГШ необходимо использовать генератор случай-

ных чисел, распределённых по нормальному закону.



a)



б)

Рис. 1. Характеристики фрактального импульса (1), построенные для значений $T_0 = 0.5$ нс, $b = -T_0/2$, $\alpha = 0.7$, $\beta = 2$.

a – временная реализация квадрата амплитуды фрактального импульса;

б – амплитудный спектр фрактального импульса

В настоящей работе при моделировании зашумлённого сигнала на выходе приёмника полагалось, что дискретный БГШ является аддитивным шумом, то есть суммируется с основным сигналом. В результате мы получаем реализацию $\xi(t)$, образец которой показан на рис. 2. Численно реализация $\xi(t)$ представляется как сумма двух массивов, первый из которых состоит из дискретных отсчётов незашумлённого сигнала $P(t) = |\psi(t)|^2$, а второй представляет собой дискретный БГШ. Функция $\psi(t)$ определяется с помощью выражения (1). Для зашумления сигнала генерировался дискретный БГШ с выборочной дисперсией 0.04 и соответствующим стандартным отклонением в $\sqrt{0.04} = 0.2$.

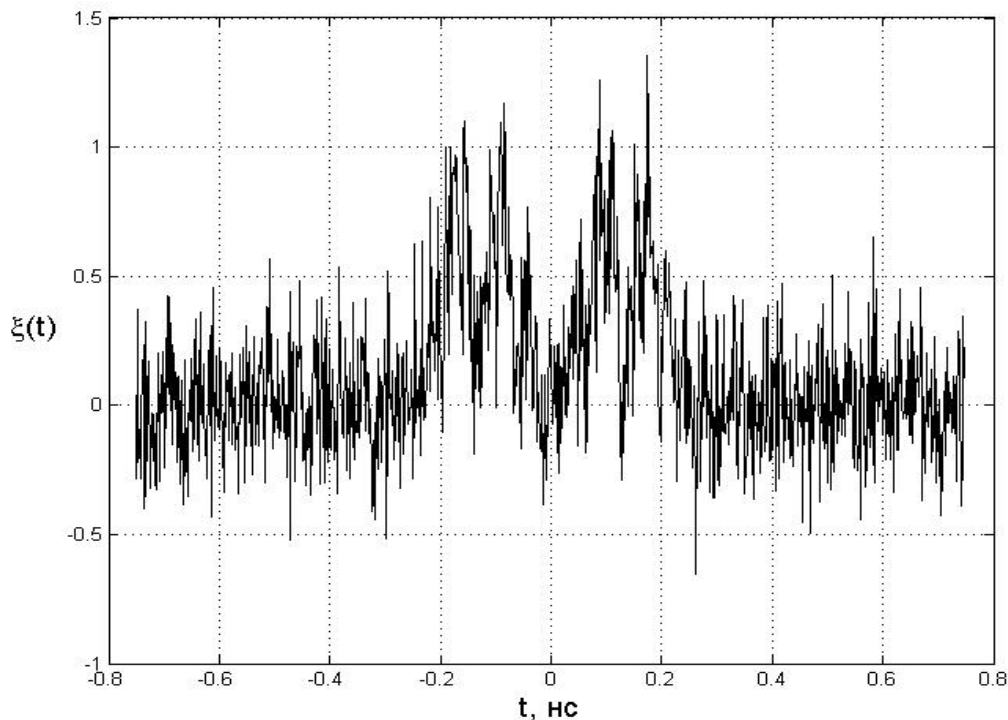


Рис. 2. Зашумлённый фрактальный сигнал

Применяя к массиву дискретного БГШ алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ), мы получим, что дискретный спектр шума неравномерен. Это ещё одно отличие от непрерывного БГШ, который, как известно, имеет постоянный уровень спектра во всём диапазоне частот. Спектр дискретного БГШ, посчитанный с помощью алгоритма БПФ [8], занимает всю полосу частот от нуля до максимального значения, определяемого формулой $\omega = \pi/\Delta t$, где Δt - это шаг дискретизации принимаемого сигнала.

Остановимся подробнее на процессе удаления шума. Заметим сначала, что принятый зашумлённый сигнал называют реализацией. Под шумом понимают высокочастотные составляющие в спектре принятой реализации. Поэтому идея очистки состоит в том, чтобы выделить высокочастотную структуру оцифрованного зашумлённого сигнала путём свёртки с дискретным ФВЧ. В качестве такого фильтра в данной работе применялись высокочастотные фильтры разложения вейвлета *db8*. Процедура получения такой свёртки заложена уже в сам алгоритм дискретного вейвлет преобразования. На первом шаге происходит вычисление дискретной свёртки массива $\{f_k\}$ отсчётов зашумлённого сигнала с низкочастотным $\{h_k^*\}$ и высокочастотным $\{g_k^*\}$ фильтрами разложения и последующей за этим децимацией, то есть выбором из полученной свёртки только элементов с чётными номерами $2n$:

$$a_{1,n} = \sum_k h_k^* \cdot f_{2n-k}, \quad d_{1,n} = \sum_k g_k^* \cdot f_{2n-k}.$$

Таким образом, мы получаем две последовательности коэффициентов. Первая последовательность коэффициентов называется массивом коэффициентов аппроксимации первого уровня и обозначается $\{a_{1,m}\}$. Ясно, что этот массив содержит информацию о низкочастотных компонентах сигнала. Другая последовательность называется массивом коэффициентов детализации первого уровня и обозначается $\{d_{1,m}\}$. Этот массив содержит информацию о высокочастотных, то есть шумовых, компонентах принятой реализации. Процесс вычисления свёрток может быть продолжен. Коэффициенты аппроксимации и детализации для любого j -го уровня разложения находятся по заданным коэффициентам $\{a_{j-1,m}\}$ аппроксимации $(j-1)$ -го уровня [7]:

$$a_{j,n} = \sum_k h_k^* \cdot a_{j-1,2n-k}, \quad \forall j, \forall n. \quad (2)$$

Для коэффициентов детализации получается аналогичное выражение:

$$d_{j,n} = \sum_k g_k^* \cdot a_{j-1,2n-k}, \quad \forall j, \forall n. \quad (3)$$

На основании выражений (2) и (3) можно сделать вывод, что коэффициенты аппроксимации и детализации j -го уровня разложения получаются путём вычисления свёртки коэффициентов $\{a_{j-1,m}\}$ аппроксимации $(j-1)$ -го уровня разложения с соответствующими фильтрами разложения $\{h_k^*\}$, $\{g_k^*\}$ и последующей децимацией, то есть выбором из полученной свёртки только элементов с чётными номерами $2n$. Прямую децимацию принято обозначать значком $(\downarrow 2)$.

Так как коэффициенты детализации были получены путём свёртки с ФВЧ, то очистка от шума может быть осуществлена с помощью зануления части коэффициентов детализации с последующим восстановлением исходного сигнала. Численно было установлено, что для 6 - или 7 - уровневых разложения необходимо занулять коэффициенты детализации первых трёх уровней. Для более высоких уровней разложения предварительно определялась та часть массива коэффициентов, которая содержала максимальные по абсолютному значению коэффициенты детализации. Эта часть массива сохранялась без изменения, а оставшиеся коэффициенты детализации отбрасывались.

Далее необходимо решить задачу обращения, то есть по заданным коэффициентам детализации $\{d_{j,n}\}$ и аппроксимации $\{a_{j,n}\}$ j -го уровня разложения определить коэффициенты аппроксимации $\{a_{j-1,n}\}$ $(j-1)$ -го уровня разложения. Для этого сделаем обратную децимацию массива коэффициентов $\{a_{j,n}\}$ и $\{d_{j,n}\}$, то есть определим массивы $\{\tilde{a}_{j,m}\}$ и $\{\tilde{d}_{j,m}\}$, у которых на чётных местах $m = 2k$ стоят элементы $a_{j,k}$ и $d_{j,k}$, а на остальных – нули:

$$\tilde{a}_{j,m} = \begin{cases} a_{j,k}, m = 2k \\ 0, m = 2k + 1 \end{cases}, \quad \tilde{d}_{j,m} = \begin{cases} d_{j,k}, m = 2k \\ 0, m = 2k + 1 \end{cases}. \quad (4)$$

Тогда формула реконструкции будет иметь вид [7]

$$a_{j-1,n} = \sum_m (h_{n-m} \tilde{a}_{j,m} + g_{n-m} \tilde{d}_{j,m}). \quad (5)$$

Таким образом, установлено, что процедура обращения производится с помощью низко- $\{h_k\}$ и высокочастотного $\{g_k\}$ фильтров реконструкции с предварительной обратной децимацией. Обратную децимацию принято обозначать значком $(\uparrow 2)$. Дискретные фильтры

реконструкции $\{h_k\}$ и $\{g_k\}$ находятся путём транспонирования (изменения порядка следования) фильтров разложения $\{h_k^*\}$ и $\{g_k^*\}$ с последующим комплексным сопряжением. Схематично процедуры прямого и обратного вейвлет-преобразований показаны на рис. 3, а, б.

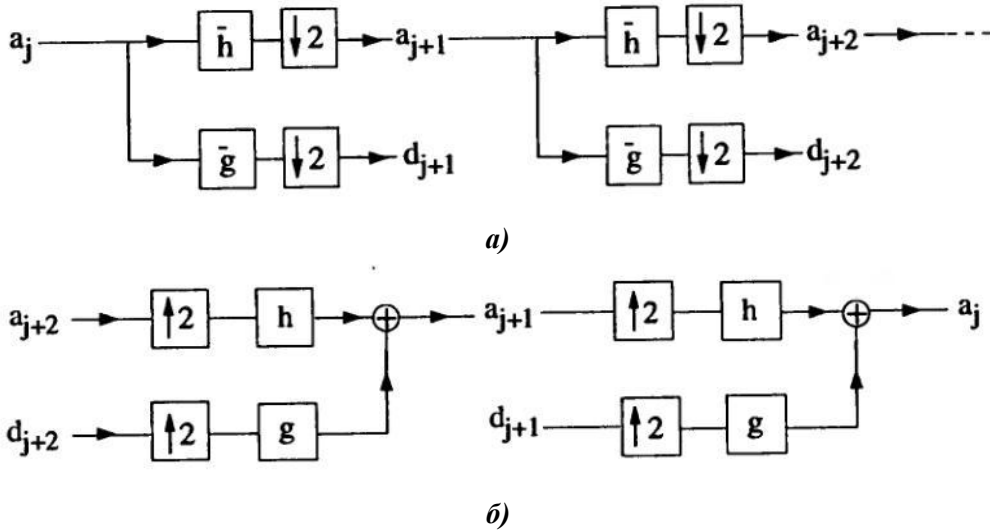


Рис. 3. Реализация алгоритма дискретного вейвлет-преобразования:
 а – прямое дискретное вейвлет-преобразование (разложение);
 б – обратное дискретное вейвлет-преобразование (реконструкция)

После того, как будет произведена очистка принятого сигнала, можно переходить непосредственно к восстановлению самого информационного сообщения. Будем полагать, что наличие СШП сигнала на отведённой позиции означает символ «1», а отсутствие – символ «0». Для фиксирования фрактального импульса понадобится вычисление следующих функционалов [4]:

$$\hat{B} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} P(t)P_0(t)dt}{\int_{-\infty}^{\infty} P_0^2(t)dt}, \quad \hat{D} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} P^2(t)dt}{\int_{-\infty}^{\infty} P_0^2(t)dt}. \tag{6}$$

Эти функционалы определяют меру схожести фрактального сигнала, имеющего мощность $P_0(t)$ на входе в линию, и восстановленного сигнала, имеющего мощность $P(t)$. Чем ближе функционалы (6) к единице, тем выше вероятность того, что принятый сигнал является фрактальным импульсом, который соответствует логической единице. Так как фрактальный импульс имеет сложную временную реализацию, то численное интегрирование выражений (6) является сложной задачей. На практике применяются специальные устройства, называемые интеграторами. Простейшим устройством такого типа является интегрирующая RC-цепь. Однако для численных расчётов гораздо проще от выражений (6) перейти к их дискретным аналогам.

Необходимо отметить, что фрактальный импульс (1) имеет компактный носитель, то есть вся энергия этого импульса сосредоточена на конечном интервале, называемом носителем. В выражении (1) длина носителя задаётся параметром T_0 . Так как при построении рис. 1 полагали, что $T_0 = 0.5$ нс, то длина носителя данного не зашумлённого импульса равна 0.5 нс. Численно было установлено, что для световода с коэффициентом дисперсии $\beta_2 = -20$ пс²/км и длиной $L=50$ км, дисперсионные эффекты начинают играть заметную роль именно в случае

начальной длительности импульса, равной 0.5 нс. Из рис. 1 видно, что вне интервала $[-T_0/2, T_0/2]$ импульс обращается в ноль, поэтому функционал \hat{B} будет близок к единице в том случае, когда очистка от шума произведена успешно в пределах этого интервала.

Влияние дисперсии на результат приема фрактального сигнала

Ставилась задача – определить, каким образом эффекты дисперсии повлияют на качество приёма информации. Для моделирования эффекта дисперсии использовались следующие выражения. Спектр произвольного импульса на длине z световода определяется по формуле [5]:

$$\tilde{U}(z, \omega) = \tilde{U}(0, \omega) \exp\left[-\frac{i}{2} z \omega^2 \beta_2\right]. \quad (7)$$

где $\tilde{U}(0, \omega)$ - спектра импульса на входе:

$$\tilde{U}(0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(0, T) e^{-i\omega T} dT. \quad (8)$$

Под импульсом $U(0, T)$ в данном случае понимается сигнал (1). Временная реализация импульса на длине z световода находится с помощью обратного преобразования Фурье:

$$U(z, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(z, \omega) e^{i\omega T} d\omega. \quad (9)$$

Для расчётов полагали, что длина линии составляет 50 км. Значение коэффициента дисперсии полагали равным $\beta_2 = -20$ пс²/км, что характерно для ВС стандартного профиля показателя преломления на длине волны 1,55 мкм [5]. Начальная длительность фрактального импульса (1) принималась равной $T_0 = 0.5$ нс. Временная реализация квадрата амплитуды диспергировавшего фрактального импульса приведена на рис. 4.

После того, как была рассчитана временная реализация импульса на выходе ВС с дисперсией, производилось искусственное зашумление полученного сигнала. Для моделирования зашумлённого сигнала на выходе приёмника использовался дискретный БГШ с выборочной дисперсией 0.04 и соответствующим стандартным отклонением в $\sqrt{0.04} = 0.2$. В результате получаем на выходе приёмника реализацию $\xi(t)$, образец которой показан на рис. 5.

Всего было произведено 15 численных экспериментов с зашумлением диспергировавшего фрактального сигнала и последующей его фильтрацией. В ходе каждого эксперимента был произведён расчёт по формулам (6). Далее производилось усреднение полученных значений. В результате для рассматриваемого импульса были получены следующие данные:

$$\hat{B}_1^d = 0.729, \quad \hat{D}_1^d = 0.723. \quad (10)$$

Видно, что наличие дисперсии привело к значительному отличию функционалов схожести от 1. Можно сделать вывод, что для того, чтобы организовать успешный приём, необходимо заранее определить коэффициент дисперсии в волоконном световоде и скорректировать выражение для $P_0(t)$ с учётом эффекта дисперсии.

Выводы

Таким образом эффект дисперсионного уширения фрактального импульса может быть использован для обеспечения дополнительной защиты передаваемой информации. Допустим, что злоумышленнику стали известны параметры передаваемого фрактального сигнала. Тогда в качестве контрмеры можно внести в ВС участок волокна с высоким значением дисперсии, что приведёт к значительному изменению формы сигнала. Без дополнительной информации о коэффициенте дисперсии введённого участка, злоумышленнику не удастся ор-

ганизовать эффективное считывание данных. В то же время сами получатели секретной информации смогут восстановить первоначальную форму сигнала при помощи компенсатора дисперсии.

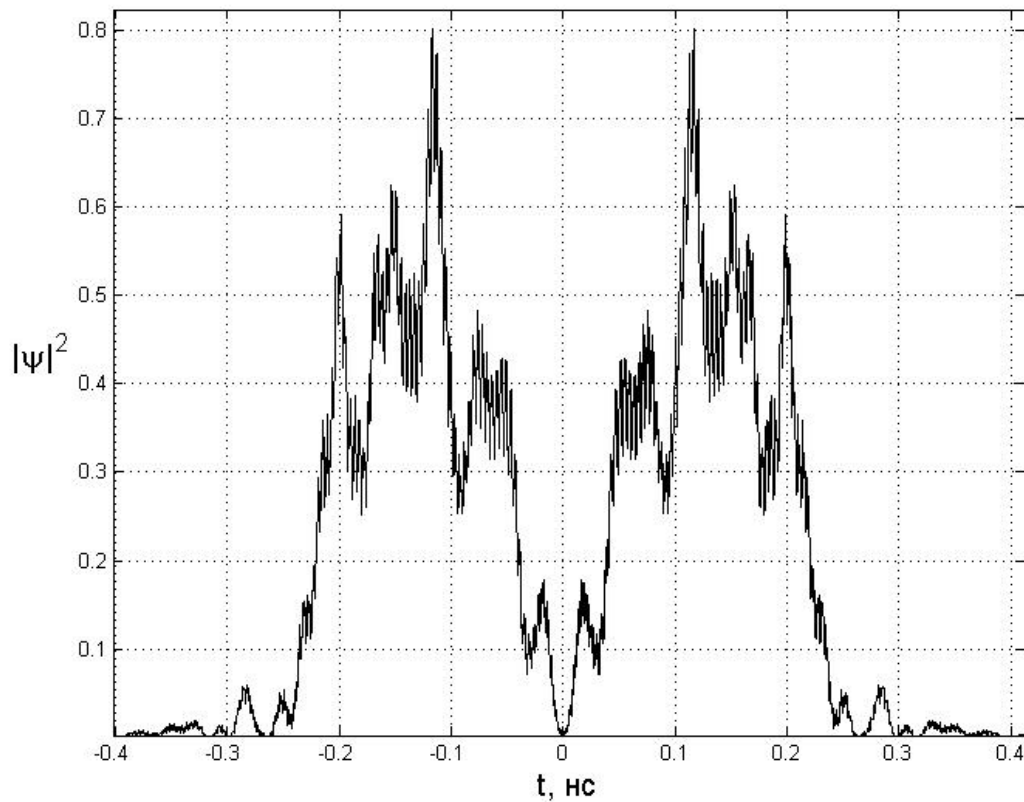


Рис. 4. Временная реализация квадрата амплитуды диспергировавшего фрактального импульса (1), построенная для значений $T_0 = 0.5$ нс, $b = -T_0/2$, $\alpha = 0.7$, $\beta = 2$, $L = 50$ км, $\beta_2 = -20$ пс²/км

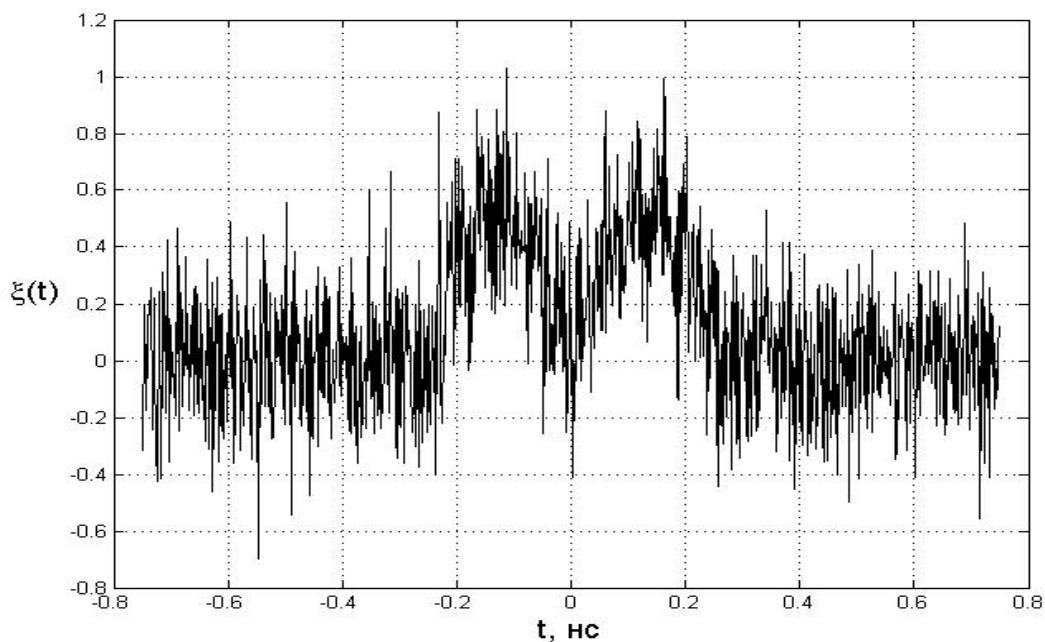


Рис. 5. Зашумлённый диспергировавший фрактальный импульс на выходе оптического приёмника. Зашумлению подвергался сигнал, показанный на рис. 4

Библиографический список

1. Введение в информационную безопасность: учеб. пособие для вузов / А.А. Малюк [и др.]; под ред. В.С. Горбатова. – М.: Горячая линия - Телеком, 2011. – 288 с.
2. **Захаров, К.А.** О дискретизации сигнала с фрактальной структурой / К.А. Захаров, Р.П. Мейланов // Известия вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44. №8. С. 709–711.
3. **Болотов, В.Н.** Генерирование сигналов с фрактальными спектрами / В.Н. Болотов, Ю.В. Ткач // Журнал технической физики. 2006. Т.76. Вып. 4. С. 91–98.
4. **Сухарев, Е.М.** Информационная безопасность: методы шифрования / Е.М. Сухарев. – М.: Радиотехника, 2011. – 208 с.
5. **Агравал, Г.** Нелинейная волоконная оптика / Г. Агравал. – М.: Мир, 1996. – 323 с.
6. **Штарк, Г.** Применение вейвлетов для ЦОС / Г. Штарк. – М.: Техносфера, 2007. – 192 с.
7. **Смоленцев, Н.К.** Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB / Н.К. Смоленцев. – М.: ДМК Пресс, 2008. – 448 с.
8. **Юнаковский, А.Д.** Начала вычислительных методов для физиков / А.Д. Юнаковский. – Нижний Новгород: Институт прикладной физики РАН, 2007. – 220 с.

*Дата поступления
в редакцию 06.05.2013*

G.S. Malyshev, A.S. Raevskii

**THE INFLUENCE OF THE DISPERSION OF THE OPTICAL FIBER FOR PASSING
FRACTAL PULSE IN A NOISY CHANNEL**

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alexeev

Purpose: Investigate the effect of the dispersion of the optical fiber at the reception fractal pulses propagating in a noisy channel.

Design/methodology/approach: Effect of dispersion of the fiber at the reception fractal pulse is determined by calculating the quantities determining the similarity measure is not noisy pulse and the signal obtained after the removal of noise.

Findings: The results show that the effects of the dispersion of the optical fiber can be used to further protect the information transmitted through the optical fiber.

Research limitations/implications: These results provide a starting point for the development of fiber - optic communication lines, in which the information is transmitted using UWB pulses.

Originality/value: The possibility of organizing secure communication in an optical fiber-based fractal pulse.

Key words: fractal momentum variance, white Gaussian noise, the discrete wavelet transform.