

## МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ

УДК 532.6

Е.Л. Авербух, Д.Ю. Тюгин, А.А. Наумов, Е.Н. Чураев, Д.Ю. Смирнов

### АНАЛИЗ ЗАТУХАНИЯ ГРАВИТАЦИОННО-КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЛЕНОК ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

**Цель:** Исследование воздействия пленок поверхностно-активных веществ на гравитационно-капиллярные волны.**Метод:** В основе исследования лежит математический анализ зависимостей параметров гравитационно-капиллярных волн и пленок поверхностно-активных веществ.**Результаты:** Проведен анализ воздействия пленок поверхностно-активных веществ на короткие гравитационно-капиллярные волны для различных характеристик: дисперсионное соотношение, групповые и фазовые скорости (исследованы минимальные значения скоростей и соответствующие им волновые числа). Для анализа эффекта затухания рассмотрены изменения волнового декремента (молекулярного и экстремального) в зависимости от длины волны (волнового числа) и упругости.**Область применения:** Рассмотренные зависимости параметров применяются для корректировки пленочных образов на поверхности океана, в том числе в задачах идентификации данных дистанционного зондирования.*Ключевые слова:* короткие гравитационно-капиллярные волны, пленки, декремент, упругость.

#### Введение

Пленки поверхностно-активных веществ играют важную роль в динамике и экологии океана. Они практически повсеместно находятся на морской поверхности. Поверхностно-активные пленки обладают упругостью, которая препятствует ее сжатию в горизонтальном направлении. В областях сгущения пленки приводят к изменениям спектра ветровой ряби. Такое поверхностное проявление называют сликом. Причиной сгущения пленок поверхностно-активных веществ в естественных условиях являются неоднородность ветрового потока над поверхностью и связанные с этим дрейф пленки, течения и внутренние волны. Распознаванию различного рода волновых движений по форме слика посвящено множество работ. Среди них публикация [1], где представлен подробный анализ современного состояния в данной области и действующей системе классификации сликов от различных волновых структур; [2] посвящена практическим аспектам детектирования поверхностных проявлений различных течений и волн для морей России и современных программных комплексов для работы с такими оценками. В данной статье ограничимся рассмотрением коротких гравитационно-капиллярных волн и воздействием пленок на них.

#### Дисперсионное соотношение

Как известно, дисперсионное соотношение гравитационно-капиллярных волн на поверхности глубокого океана в отсутствие вязкости имеет следующий вид [3]:

$$\omega = \sqrt{gk + (\sigma/\rho)k^3}, \quad (1)$$

где  $\omega$  - волновая частота;  $k$  - волновое число монохроматической волны,  $g = 981 \text{ см/с}^2$  - ускорение свободного падения;  $\sigma$  коэффициент поверхностного натяжения, измеряемый в дин/см;  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$  - плотность воды.

Коэффициент поверхностного натяжения зависит от многих параметров, в частности, от температуры, солености и давления [3, 4]. Для нас здесь более важно, что коэффициент поверхностного натяжения очень чувствителен к параметрам пленок поверхностно-активных веществ, покрывающей водную поверхность. Для чистой воды при нормальных условиях  $\sigma = 72$  дин/см и примерно в два раза меньше для грязной воды. Дисперсионное соотношение показано на рис. 1, слева для чистой ( $\sigma = 72$  дин/см) и грязной ( $\sigma = 32$  дин/см) воды.

В логарифмических координатах наличие гравитационной и капиллярной ветвей (первого и второго слагаемых в (1)) дисперсионного соотношения очевидно, и влияние поверхностного натяжения значительно для коротких волн (только с длинами волн меньше 10 см). Для капиллярных волн разница между дисперсионными кривыми становится более очевидной (рис. 2, справа), если использовать линейные шкалы для обеих осей. Именно короткие ветровые волны играют важную роль в диагностике морской поверхности, так что их связь с характеристиками пленок на морской поверхности должна быть проанализирована.

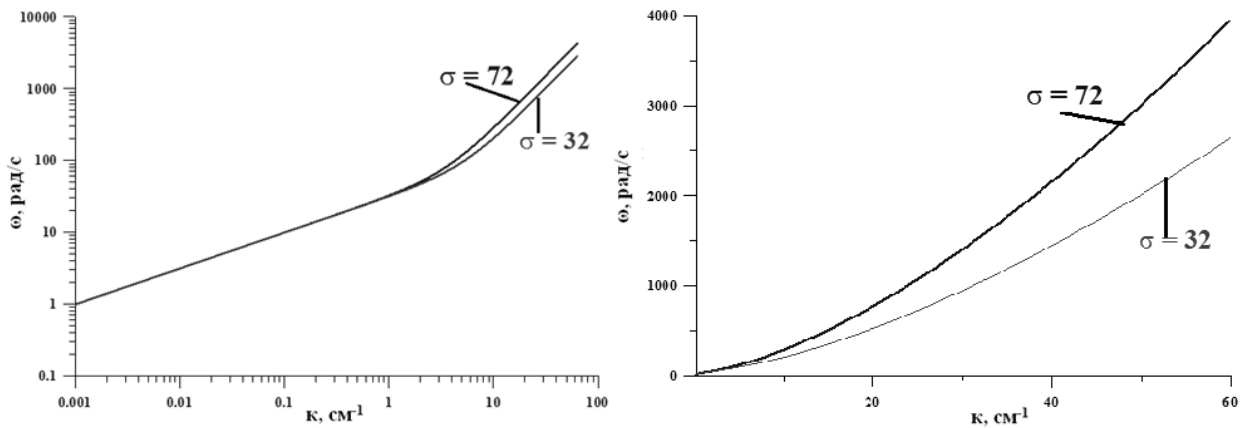


Рис. 1. Дисперсионное соотношение гравитационно-капиллярных волн на чистой и загрязненной воде: слева - логарифмические координаты; справа - линейные

### Групповая и фазовая скорость

Возбуждение волн ветром возможно, если скорость ветра превышает минимальные значения скоростей распространения волн на воде. Сильное взаимодействие ветровых волн с течениями также зависит от их относительной скорости. Ввиду дисперсии, имеется две скорости ветровых волн, одна из них – фазовая скорость,  $c_{ph}$  определяет скорость индивидуальных волн, а другая - групповая скорость,  $c_{gr}$  определяет движение группы волн как целого. Они определяются из (1) следующим образом:

$$c_{ph} = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g}{k} + (\sigma/\rho)k}, \tag{2}$$

$$c_{gr} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{2} \frac{g + 3(\sigma/\rho)k^2}{\sqrt{gk + (\sigma/\rho)k^3}}. \tag{3}$$

Фазовая скорость гравитационно-капиллярных волн представлена на рис. 2, а. Как функция волнового числа эта функция не является монотонной кривой, и минимальное значение фазовой скорости равно

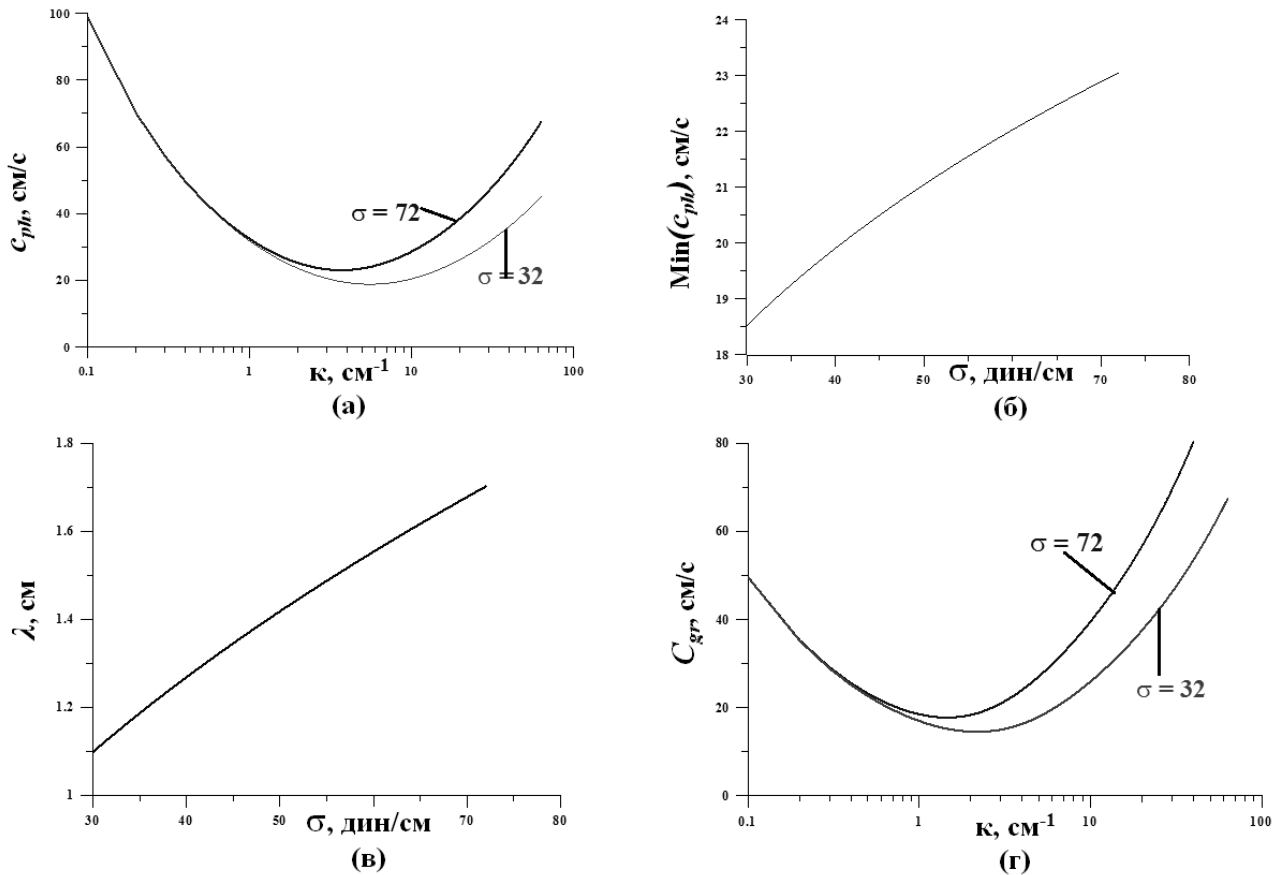
$$\min(c_{ph}) = \sqrt{2\sqrt{g\sigma/\rho}}, \tag{4}$$

которое достигается при

$$k_{\min} = \sqrt{g\rho/\sigma}. \tag{5}$$

Пленки с небольшим значением поверхностного натяжения ведут к уменьшению

минимальной фазовой скорости до нескольких см/с (рис. 2, б). С формальной точки зрения, более медленные волны можно возбудить более слабым ветровым потоком, если работает механизм Филлипса [5]. Длина волны с минимальным значением фазовой скорости стремится к 1 см на грязной воде (рис. 2, в).



**Рис. 2.** Фазовая скорость гравитационно-капиллярных волн на чистой и загрязненной воде (а); - инимальное значение фазовой скорости капиллярных волн для разных поверхностных натяжений (б); зависимость длины волны с минимальным значением фазовой скорости от поверхностного натяжения (в); групповая скорость гравитационно-капиллярных волн на чистой и грязной воде (г)

Групповая скорость также уменьшается с уменьшением поверхностного натяжения (рис. 2, г). Минимальная групповая скорость

$$\min(c_{gr}) = \sqrt[4]{g\sigma/\rho} \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)^2}{2\sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}-1}} \approx 1.086(g\sigma/\rho)^{1/4} \approx 0.768 \min(c_{ph}) \quad (6)$$

достигается при волновом числе

$$\tilde{k} = \sqrt{g\rho/\sigma} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}-1} \approx 0.393k_{\min}. \quad (7)$$

Следовательно, наличие пленки ведет к уменьшению минимального значения групповой скорости до 15 см/с для волн длиной 3 - 5 см. Это важно для определения оптимальных условий резонансных взаимодействий между короткими волнами и океаническими течениями. Более слабые течения могут блокировать волновую рябь, если морская поверхность покрыта пленкой.

Экспериментально влияние пленок поверхностно-активных веществ на скорость распространения коротких волн изучалось в лотке Тель-Авивского университета [6]. Как и

ожидалось, относительное отклонение фазовой скорости из-за присутствия пленки не превышает 1.5% даже для довольно коротких волн.

### Эффект затухания

В реальной морской воде как в вязкой жидкости важен эффект затухания гравитационно-капиллярных волн в подповерхностном слое. Эта проблема в приближении слабого затухания линейных гравитационно-капиллярных волн изучалась почти 40 лет назад, и мы можем воспроизвести хорошо известную формулу для волнового декремента,  $\gamma$  [7-10]:

$$\gamma = 2\nu k^2 \frac{\frac{2\nu k^2}{\omega} - \frac{Ek^3}{\rho\omega^2} \sqrt{\frac{2\nu k^2}{\omega}} + \frac{E^2 k^6}{2\rho^2\omega^4} \sqrt{\frac{\omega}{2\nu k^2}}}{\frac{2\nu k^2}{\omega} - \frac{2Ek^3}{\rho\omega^2} \sqrt{\frac{2\nu k^2}{\omega}} + \frac{2E^2 k^6}{\rho^2\omega^4}}, \quad (8)$$

где  $\nu \approx 0.01 \text{ см}^2/\text{с}$  - кинематическая вязкость;  $E$  - модуль упругости (измеренный в дин/см), определяемый через поверхностное натяжение;  $\sigma$  и концентрацию пленки,  $\Gamma$

$$E = -\Gamma \frac{d\sigma}{d\Gamma}. \quad (9)$$

Декремент затухания гравитационно-капиллярных волн очень сильно зависит от упругости пленки поверхностно-активных веществ, в отличие от ее поверхностного натяжения, поэтому при исследовании диссипации ветровой ряби можно брать в качестве поверхностного натяжения его значение для чистой воды. В этом случае пленки будут характеризоваться только одним параметром – модулем упругости,  $E$ . Если пленки нет ( $E = 0$ ), выражение (8) совпадает с декрементом для волн в вязкой жидкости [3]

$$\gamma_0 = 2\nu k^2. \quad (10)$$

Молекулярная вязкость ведет к очень слабому затуханию ветровой ряби (ее декремент значительно меньше частоты волны) для длин волн больших, чем 0.01 мм. Для “жестких” пленок поверхностно-активных веществ с большим значением эластичности, декремент ветровой ряби есть

$$\gamma_\infty = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu k^2 \omega}{2}}. \quad (11)$$

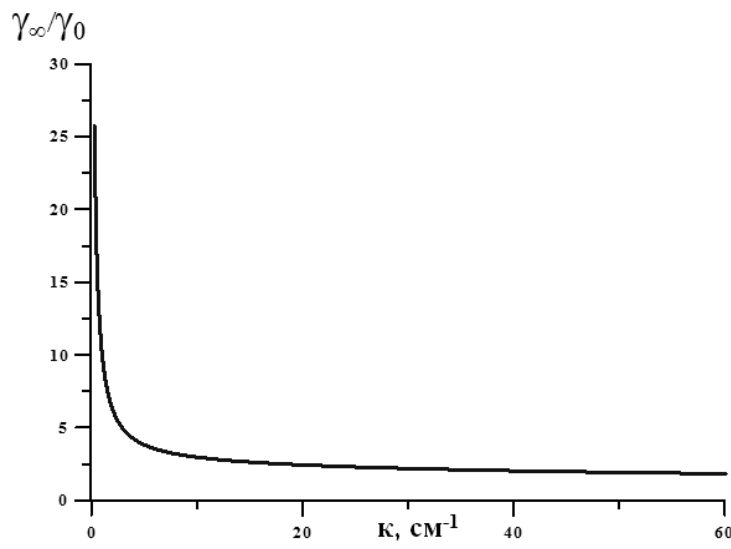


Рис. 3. Сравнение декремента затухания волн на чистой воде  $\gamma_0$  и покрытой жесткой пленкой  $\gamma_\infty$

Декремент затухания ветровой ряби и в этом случае остается меньше частоты волны для волн с длиной большей 0.01 мм. Но его отношение к декременту затухания волны на чистой воде,  $\gamma_\infty/\gamma_0$  меняется очень значительно (рис. 3). Оно превышает фактор 2 для ряби длиной 2 мм и больше и становится равным 1 - для волн с длиной несколько см и больше. Этот простейший анализ показывает важность пленок в динамике ветровых волн на поверхности моря.

Выражение (8) определяет семейство кривых декремента затухания ряби от волнового числа,  $k$  и упругости пленки,  $E$ . Как функция упругости пленки декремент затухания ряби немонотонная кривая; он растет от молекулярного значения (10) с ростом упругости и потом убывает, стремясь к асимптотическому значению (11) в пределе “твердых” пленок. Эти кривые показаны на рис. 4 для ветровой ряби с длинами 2 - 5 см.

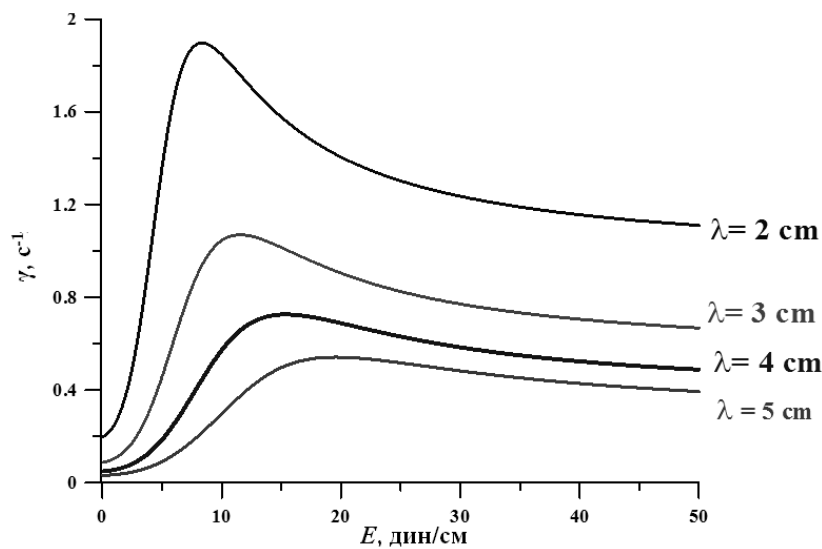


Рис. 4. Зависимость декремента ряби разной длины от упругости пленки

Местонахождение и значение экстремальной точки зависят от длины волны. Для определения экстремума удобно использовать безразмерные переменные: относительный молекулярный декремент:

$$\gamma_m = \frac{\gamma_0}{\omega} = \frac{2\nu k^2}{\omega}, \quad (12)$$

и относительная упругость

$$P = \frac{Ek^3}{\rho\omega^2}. \quad (13)$$

Тогда формула (8) может быть переписана следующим образом:

$$\delta = \frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{\gamma_m - P\sqrt{\gamma_m} + \frac{P^2}{2\sqrt{\gamma_m}}}{\gamma_m - 2P\sqrt{\gamma_m} + 2P^2}. \quad (14)$$

Простейший анализ экстремума этой функции по отношению к упругости дает следующие значения [11]:

$$P_* = \sqrt{\gamma_m}, \quad \delta_* = \frac{1}{2\sqrt{\gamma_m}}. \quad (15)$$

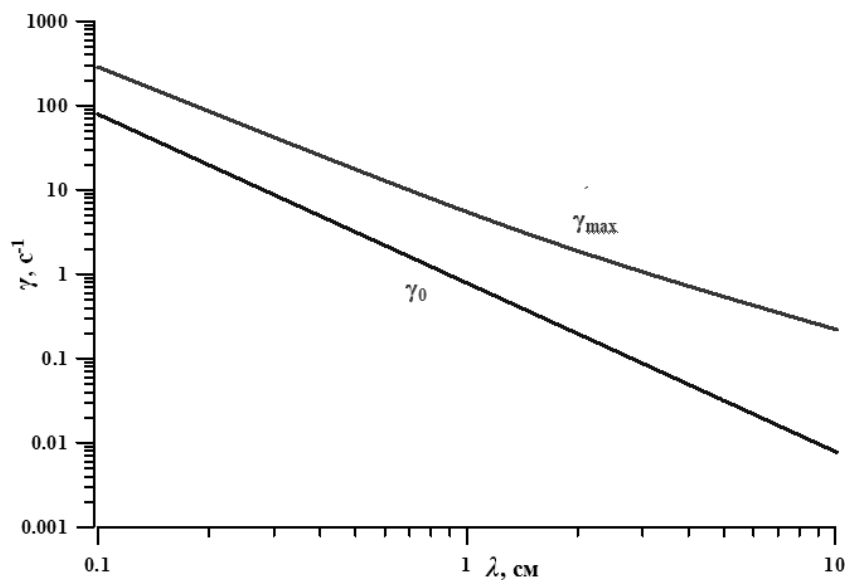
В размерных переменных максимальное значение декремента волн есть

$$\gamma_{\max} = \sqrt{\frac{\nu k^2 \omega}{2}} = 2\gamma_\infty, \quad (16)$$

и оно достигается при упругости

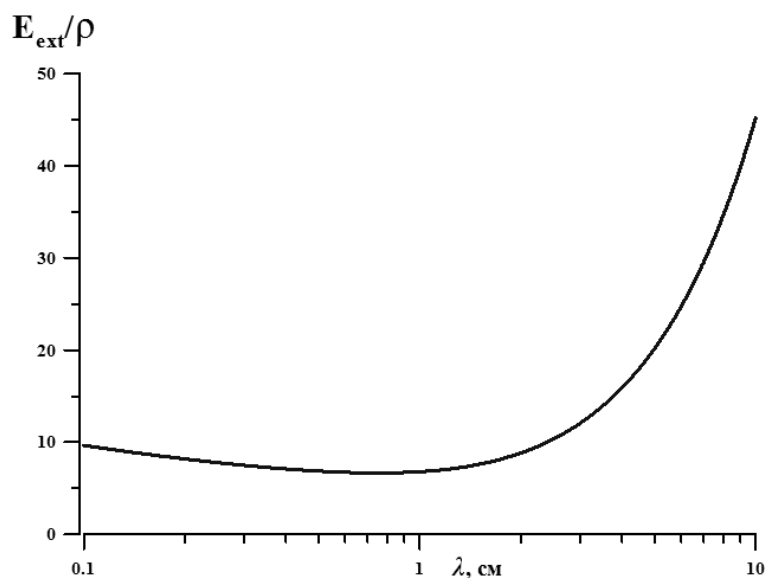
$$\frac{E_{ext}}{\rho} = \frac{\sqrt{2\nu\omega^3}}{k^2}. \quad (17)$$

Сопоставление молекулярного ( $\gamma_0$ ) и экстремально пленочного ( $\gamma_{max}$ ) декрементов показано на рис. 5 для длин волн в диапазоне 0.1 - 10 см.



**Рис. 5.** Сопоставление  $\gamma_{max}$  экстремального декремента коротких волн и  $\gamma_0$  молекулярного декремента на чистой воде

Величина «экстремальной» упругости  $E_{ext}$  имеет важное физическое значение, потому что оно характеризует свойства пленки поверхностно-активных веществ, ведущее к сильному волновому затуханию. Эти значения для разных длин волн показано на рис. 6. Относительная величина экстремальной упругости к плотности воды почти не меняется в диапазоне 0.1 – 3 см, оно приблизительно равно  $10 \text{ см}^3/\text{с}^2$  с минимальным значением  $6.7 \text{ см}^3/\text{с}^2$ . Такие небольшие значения упругости можно легко наблюдать в реальных условиях моря.



**Рис. 6.** Изменение экстремальной упругости от длины волны

Таким образом, в данной работе проведен анализ воздействия пленок поверхностно-активных веществ на короткие гравитационно-капиллярные волны для различных параметров: дисперсионного соотношения, групповых и фазовых скоростей (исследованы минимальные значения скоростей и соответствующие им волновые числа). Для анализа эффекта затухания рассмотрены изменения волнового декремента (молекулярного и экстремального) в зависимости от длины волны (волнового числа) и различной упругости.

Представленные результаты поисковой научно-исследовательской работы получены в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы» (14.В37.21.0611, 14.132.21.1814) и стипендии Президента Российской Федерации (СП-202.2013.5).

### Библиографический список

1. **Иванов, А.Ю.** Стики и пленочные образования на космических радиолокационных изображениях // Исследование Земли из космоса. 2007. № 3. С. 73–6.
2. Комплексный спутниковый мониторинг морей России / О.Ю. Лаврова [др.]. – М.: ИКИ РАН, 2011. – 480 с.
3. **Левич, В.Г.** Физико-химическая гидродинамика / В.Г. Левич. – М.: Физматгиз, 1959. – 699 с.
4. **Сретенский, Л.Н.** Теория волновых движений жидкости / Л.Н. Сретенский. – М.: Наука, 1977. – 816 с.
5. **Филлипс, О. М.** Динамика верхнего слоя океана / О. М. Филлипс. – Л.: Гидрометеиздат, 1980. – 319 с.
6. Shemer L., Shamesse M., Talipova T. On the phase velocity of gravity - capillary surface waves. In Issue // Subsurface oceanic layer: Physical processes and remote sensing. 1999, Institute of Applied Physics Press, Nizhny Novgorod, Russia, (in English). P. 277-293.
7. Dorrestein R. General linearized theory of the effect of surface films on water ripples // Proc. K. Ned. Akad. Wet. B 54, 1951. P.2 60.
8. **Garrett, W.D.** Stabilization of air bubbles at the air-sea interface by surface-active material // Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts, v 14, Issue 6, 1967. P. 661–672
9. Lucassen J, Hansen R. S. Damping of waves on monolayer-covered surfaces: I. Systems with Negligible Surface Dilational Viscosity// Journal of Colloid and Interface Science, v 22, Issue 1.1966. P. 32–44.
10. Lucassen J, Hansen R. S. Damping of waves on monolayer-covered surfaces: II. Influence of bulk-to-surface diffusional interchange on ripple characteristics // Journal of Colloid and Interface Science, v. 23, Issue 3, 1967. P. 319–328.
11. **Ермаков, С.А.** Влияние пленок на динамику гравитационно-капиллярных волн / С.А. Ермаков. – Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2010. – 164 с.

Дата поступления  
в редакцию 01.11.2013

**E. Averbukh, D. Tyugin, A. Naumov, E. Churaev, D. Smirnov**

### DAMPING ANALYSIS OF GRAVITY-CAPILLARY WAVES UNDER THE INFLUENCE OF SURFACTANT

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.T. Flexeev

**Purpose:** Investigation of influence of the surfactant's film on the gravity-capillary waves.

**Method:** The research is based on mathematical analysis of parameters of gravity - capillary waves and surfactant.

**Results:** The studies were carried out to describe the impact of surfactant on short gravity-capillary waves for different characteristics: the dispersion relation, group and phase velocities (minimal velocities' value and their wave numbers). During the analysis of damping effect we discuss changes of the wave decrement (molecular and extreme) relate to wavelength (wave number), and elasticity.

**Application domain:** Considered dependences of the parameters applied to correct the film forms on the ocean surface, including the problems of identification of remote sensing data.

*Key words:* short gravity-capillary wave, film, decrement, elasticity.