

УДК 621.9.02-229

В.П. Хранилов, Е.В. Тесленко, В.В. Андреев

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ В САПР

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Цель: выявление связи предлагаемой информационной модели формирования массива конструктивно-технологических параметров детали с моделями функционирования динамических систем автоматического управления.

Методология/подход: системный анализ особенностей применения предлагаемой модели, на основе признаков, характерных для динамических систем.

Результаты: проведенный анализ динамической модели при проектировании дает возможность определить предлагаемую математическую модель как структурно-параметрическую модель в пространстве состояний.

Применение: разрабатываемая динамическая модель позволяет описывать процесс формирования конструктивно-технологических параметров при проектировании детали.

Оригинальность/значение: определение разрабатываемой модели как структурно-параметрической модели в пространстве состояний позволяет выработать общую терминологию, единый универсальный математический аппарат и выявить общие закономерности и единство в разнообразных приложениях.

Ключевые слова: автоматизированное проектирование, математическая модель, агрегат, конструктивно-технологические параметры деталей.

Внедрение технологий интегрированной поддержки жизненного цикла продуктов (ИПИ-технологий) активно проводится в передовых отраслях Российской Федерации (авиационная, атомная, машиностроение). На ряде предприятий этих отраслей внедрение находится не на начальной стадии, а далеко продвинуто за этап проектирования. Остро стоит вопрос реализации сквозного цикла проектирование/конечно-элементный анализ конструкции (CAD/CAE) и проектирование/изготовление с использованием станков с ЧПУ (CAD/CAM), проектирование/технологическая подготовка производства (CAD/CAPP).

Конкуренция на рынке изделий машиностроения, сопровождающаяся их усложнением и ростом номенклатуры, требует сокращения длительности конструкторско-технологической подготовки производства. Можно условно сказать, что в разработке и согласовании конструкторской документации взаимодействуют системы «конструктор», «технолог», «метролог».

Для успешного решения задачи управления конструкторско-технологическим взаимодействием систем «конструктор», «технолог», «метролог» при автоматизированном проектировании важен выбор математической модели, используемой в качестве основы алгоритма принятия решения.

При моделировании процесса управления массивом конструкторско-технологических параметров в условиях наличия вариантов в качестве основы предлагается использовать теоретико-множественную модель детали как объекта проектирования [1-3]:

$$\{\mathbf{P}\} = \Phi[\{\mathbf{X}\}, \{\mathbf{Z}\}, \{\mathbf{V}\}] \quad (1)$$

Выражение (1) задает описание способа преобразования параметров детали, заданных совокупностью описаний множества ее поверхностей, с целью исследования модели на предмет выявления в ней возможностей введения элементов автоматического управления, способных реализовать в формализованном виде процедуры автоматизированного проектирования для САПР. При таком подходе проектируемую систему можно представить в виде агрегата [4, 5, 6]

$$\Sigma = [\mathbf{T}, \{\mathbf{X}\}, \{\mathbf{Z}\}, \{\mathbf{V}\}, \{\mathbf{\Omega}\}, \{\mathbf{Y}\}, \{\mathbf{\Gamma}\}, \mathbf{H}, \mathbf{G}], \quad (2)$$

где \mathbf{T} – множество моментов времени; $\{\mathbf{X}\}$ – множество мгновенных значений входных воздействий; $\{\mathbf{Z}\}$ – множество технико-экономических требований, установленных техническим заданием; $\{\mathbf{V}\}$ – множество внешних факторов; $\{\mathbf{\Omega}\}$ – множество допустимых входных

воздействий; $\{Y\}$ – множество мгновенных значений выходных воздействий; $\{G\}$ – множество допустимых выходных воздействий; H – оператор переходов, устанавливающий функциональную связь между переменными; G – оператор, устанавливающий связь между состоянием системы и ее выходной величиной, предопределяющей множество G .

Такая кибернетическая модель определяет проектируемую систему как «черный ящик», имеющий входы, выходы и внутреннюю конструкцию.

Наличие в модели множества моментов времени T при условии их дискретности позволяет использовать терминологию и математический аппарат теории конечных автоматов [6]. Введение дискретных отсчетов времени $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n$ не имеет цели отображения процессов функционирования проектируемой вычислительной системы во времени, а используется для фиксирования сложившихся в процессе целенаправленных интерактивных воздействий различных состояний системы. Далее отмеченные дискретные отсчеты времени целесообразно обозначить в виде целых неотрицательных чисел и называть тактами [6]. Множество дискретных состояний системы, представляющее множество вариантов назначения массива параметров детали со своими фиксированными наборами значений параметров, обозначим как $S = \{s_0, s_1, s_2, \dots, s_n\}$. Наличие множества решений, вызванное вариациями массива параметров деталей в процессе проектирования, изменением вектора требований к конструкции $\{Z\}$, а также определяемое наличием управляющих воздействий со стороны ЛПП определяет факторы неопределенности принятия проектных решений при ее проектировании.

Учитывая особенности конструкторско-технологических стадий создания проекта детали, необходимо заметить, что реализация этих этапов, как правило, предусматривает выбор параметров формирующих ее геометрических поверхностей. В этом случае исходная обобщенная математическая модель трансформируется.

Исходные множества $\{U\}$, $\{O\}$ отображают не входные воздействия, а управляющие воздействия ЛПП, то есть $\{U\}$ – множество мгновенных значений управляющих воздействий $\{U\} = \{X\} \cup \{Z\}$ и $\{O\}$ – допустимые значения векторов $\{X\}$ и $\{Z\}$, то есть $\{O\} = \{X\}_{\text{доп.}} \cup \{Z\}_{\text{доп.}}$. Множество $\{G\}$ представляется множеством ограничений на конструктивно-технологические параметры детали $\{P\}_{\text{доп.}}$; $\{G\} = \{P\}_{\text{доп.}}$. Множество $\{Y\}$ в (2) представлено множеством $\{P\}$ (1). Вводится $\{S\}$ – множество состояний системы, интегрирующее мгновенные значения векторов $\{U\}$ и $\{V\}$. Оператор G , устанавливающий связь между состояниями системы $\{S\}$ и конструктивно-технологическими параметрами детали $\{P\}$, определяется функционалом Φ , выражающим теоретико-множественное соответствие

$\{q\} = [\{X\}, \{Z\}, \{V\}, \{P\}, \Phi]$ с учетом определения разных способов осуществления этого соответствия в виде процедур, реализующих зависимости $P_i = f_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_m)$. Оператор H , устанавливающий функциональную связь между переменными, в дальнейшем определяется с использованием либо регрессионных зависимостей, либо при помощи моделей, построенных на основе искусственных нейронных сетей.

Таким образом, с учетом наличия управляющих воздействий со стороны ЛПП имеем модель

$$\Sigma = [T, \{S\}, \{U\}, \{O\}, \{P\}, \{G\}, \{V\}, H, \Phi]. \quad (3)$$

В развернутом виде с учетом приведенных преобразований:

$$\Sigma = [T, \{S\}, \{X\}, \{Z\}, \{O\}, \{P\}, \{G\}, \{V\}, H, \Phi]. \quad (4)$$

Приведенный агрегат соответствует системе управления моделью формирования массива конструктивно-технологических параметров детали (рис. 1).

С целью описания множества дискретных состояний системы управления процессом формирования массива параметров детали (рис. 1) в процессе автоматизированного проектирования, представляющего множество вариантов реализации детали со своими фиксированными наборами параметров, вводится определение *состояния системы S*. Применение его для развития теоретической базы автоматизированного проектирования требует корректного математического определения, обеспечивающего достоверность и обоснованность используемой при этом математической модели.

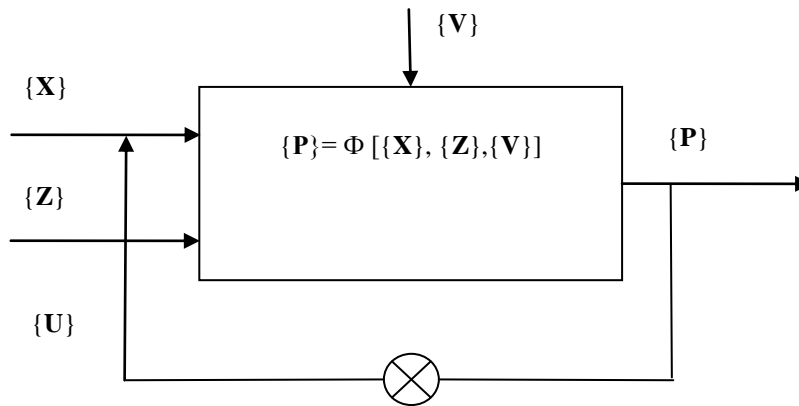


Рис. 1. Система управления процессом формирования массива конструктивно-технологических параметров детали P_p

Утверждение 2.1. Теоретико-множественная модель $\{P\} = \Phi[\{X\}, \{Z\}, \{V\}]$, определяющая связь между выходными параметрами $\{P\}$ детали, состояниями системы S , параметрами элементов $\{X\}, \{Z\}$, при воздействии внешних факторов $\{V\}$ описывает поведение динамической системы $\Sigma = [T, \{S\}, \{X\}, \{Z\}, \{\Omega\}, \{P\}, \{\Gamma\}, \{V\}, H, \Phi]$.

Доказательство

Определим свойства системы, описываемой моделью (3), рис. 1.

1. Заданы следующие множества: множество моментов времени T ; множество состояний S ; множества значений, определяемых входным управлением системы $\{X\}, \{Z\}, \{\Omega\}, \{V\}$; множества выходных значений $\{P\}, \{\Gamma\}$; способ преобразования $\Phi = \{f: T \rightarrow \{P\}\}$; способ преобразования $F = \{\varphi: T \rightarrow U\}$.

2. *Направление времени.* Множество T – упорядоченное подмножество множества действительных чисел – дискретных отсчетов времени $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n$.

3. Пространство допустимых входных функций F удовлетворяет следующим условиям:

а) *нетривиальность.* Множество $\{\Omega\}$ непусто. Система (рис. 5) замкнута. Основная функция автоматизированной системы – изменение $\{X\}$ с целью поиска оптимального значения $\{P\}$ при соблюдении ограничений $\{X\} \in \Omega, \{Z\} \in \Omega, \{V\} \in \Omega$;

б) *сочленение входных воздействий.* Входной «отрезок» $\varphi(t_1, t_2]$ – функция $\varphi \in F$, заданная на временном интервале $(t_1, t_2] \cap T$. Если $\varphi, \varphi' \in F$ и $t_1 < t_2 < t_3$, то найдется функция $\varphi'' \in F$, для которой $\varphi''(t_1, t_2] = \varphi(t_1, t_2]$ и $\varphi''(t_2, t_3] = \varphi'(t_2, t_3]$. Входной «отрезок» $f(t_1, t_2]$ – функция $f \in \Phi$, заданная на временном интервале $(t_1, t_2] \cap T$. Если $f, f' \in \Phi$ и $t_1 < t_2 < t_3$, то найдется функция $f'' \in \Phi$, для которой $f''(t_1, t_2] = f(t_1, t_2]$ и $f''(t_2, t_3] = f'(t_2, t_3]$.

4. Задана переходная функция состояния f , которая определяет состояние $s(t) = f(t; \tau, s, \varphi) \in S$, достигнутое в момент времени $t \in T$ при управляющем воздействии $\varphi \in F$, если в начальный момент времени $\tau \in T$ начальное состояние $s = s(\tau) \in S$. Функция f обладает следующими свойствами:

а) *направление времени.* Функция f определена для всех значений $t \geq \tau$ и необязательно определена для всех значений $t < \tau$;

б) *согласованность.* Равенство $f(t; t, s, \Omega) = s$ выполняется при всех $t \in T, s \in S, \varphi \in F$;

в) *композиционное свойство.* Для любых значений $t_1 < t_2 < t_3$ и любых состояний $s \in S$ и всех входов $\varphi \in F$ имеет место $f(t_3; t_1, s, \varphi) = f(t_3; t_2, f(t_2; t_1, s, \varphi), \varphi)$;

г) *причинность.* Если $\varphi, \varphi' \in F$ и $\varphi(t; \tau) = \varphi'(t; \tau)$, то $f(t; \tau, s, \varphi) = f(t; \tau, s, \varphi')$.

5. Существует соответствие выхода $q: T \times S \rightarrow \{P\}$, определяющее выходную величину $p(t) = q(t, s(t))$. Соответствие $q(\sigma, f(\sigma; \tau, s, \varphi))$ при $\sigma \in (\tau, t]$ является выходным отрезком $f(t; \tau]$ некоторой выходной функции Φ , которая задана на интервале $(t; \tau]$. Пара $(\tau, s]$, где $\tau \in T$ и $s \in S$, представляет событие в динамической системе Σ . Множество $T \times S$ определяет пространство событий в этой системе.

Система является физически реализуемой, если ее выход и состояние в произвольный момент времени t_0 является функцией только от тех входов, которые воздействуют на систему до момента времени t_0 .

Система детерминирована, так как ее выход и состояние в любой момент времени t можно достоверно определить по ее состоянию в некоторый момент времени $t_0 < t$ и по известному входу из полузамкнутого интервала $[t_0, t)$. Полученные свойства 1- 5, 3а, 3б, 4а– 4г строго соответствуют аксиомам динамической системы Р. Калмана [5], что позволяет определить предложенную систему Σ (3) как динамическую, а ее модель (1) отнести к разновидности динамических моделей.

Что и требовалось доказать.

Утверждение 2.2. Множество \mathbf{S} описывает состояние динамической системы Σ в момент времени t , если оно удовлетворяет условиям согласованности [6].

Доказательство

Векторы $s(t_0)$, $u(t_0, t]$, где $u(t_0, t]$ обозначает входной отрезок на полузамкнутом интервале $(t_0, t]$, однозначно определяют выходной отрезок $p[t_0, t)$ для всех начальных состояний $s(t_0) \in \mathbf{S}$ при всех значениях $t \geq t_0$ и для всех входных функций $u \in \Omega$. В результате имеем

$$p(t_0, t) = f[s(t_0); u(t_0, t)], \text{ или } y(t) = f[s(t_0); u(t_0, t)]. \quad (5)$$

Следствие 2.1. Из (5) следует, что Σ является детерминированной системой, не имеющей случайных элементов, и не является упреждающей, так как настоящее значение выхода не зависит от будущих значений входа.

Пусть t_1 – некоторый момент времени между t_0 и t . Тогда для каждого входного вектора $u(t_0, t]$ и наблюдаемого выходного вектора $p(t_0, t]$, которые рассматриваются с момента времени t_1 , так что они дают отрезки $u(t_1, t]$ и $p(t_1, t]$, существует непустое подмножество элементов из пространства \mathbf{S} , обозначаемое через $\mathbf{S}[s(t_0); u(t_0, t)]$, каждый элемент α которого удовлетворяет соотношению

$$p(t_1, t) = f[\alpha; u(t_0, t)]. \quad (6)$$

Следствие 2.2. Условие (6) гарантирует, что каждой паре $u(t_0, t]$ и $p(t_1, t]$ соответствует начальное состояние $s(t_1)$ из \mathbf{S} .

Если $u(t_0, t]$ неизменно, а $u(t_1, t]$ изменяется на всех входах пространства входов системы Σ , то пересечение множеств $\mathbf{S}[s(t_0); u(t_0, t)]$, рассматриваемых на всех значениях $u(t_1, t]$, не является пустым множеством. Полученное условие и соотношение (6) определяют состояние системы Σ в момент времени t , заданное начальным состоянием $s(t_0)$ и входной вектор-функцией $u(t_0, t]$:

$$s(t) = G[s(t_0); u(t_0, t)], \quad (7)$$

где G – однозначная функция своих аргументов. При этом любые два состояния α^1 и α^2 эквивалентны, если для всех значений u из пространства входов системы Σ реакция системы, соответствующая начальному состоянию α^1 , совпадает с реакцией, соответствующей начальному состоянию α^2 .

Следствие 2.3. Условие (7) гарантирует существование, по крайней мере, одного состояния в пространстве \mathbf{S} , которое относится ко всем возможным парам входов и выходов $u(t_1, t]$ и $p(t_1, t]$ соответственно.

Следствие 2.4. Полученные условия (5)–(7) и следствия 2.1 – 2.3 индифферентны к непрерывному или дискретному характеру независимых переменных времени t [6], что позволяет обобщать подходы и методы исследования динамических систем, традиционно применяемые для непрерывных систем преобразования и обработки информации [7], описываемых дифференциальными уравнениями и в обязательном порядке имеющих пространства входных воздействий.

Полученные соотношения (5)–(7) выражают и полностью соответствуют условиям согласованности динамической системы, введенным Л. Заде при определении понятий состояния системы и переменных состояния [5, 6].

Что и требовалось доказать.

Замечание 2.1. Под управляющим воздействием U со стороны ЛПП в данном случае в процессе проектирования детали рассматриваются любые алгоритмы формирования наборов массивов параметров и изменения их значений, реализуемые САПР, или прямые воздействия проектировщика на параметры проектируемой детали. Определение информационной модели формирования массива конструктивно-технологических параметров детали как динамической системы, представляющей по своей математической сути три основных множества $\{X\}$, $\{Z\}$ – входных переменных и $\{P\}$ – интегральных выходных характеристик (при условии их корректного описания) с определенным отношением между их элементами Φ , заданным соответствием $\{q\}=\{X, Z, V, P, \Phi\}$ в виде отображения множеств $\{X\}, \{Z\}$ (как аналогов входных воздействий) в множество $\{P\}$ (как аналог реакций системы), требует обязательного назначения для каждого варианта реализации системы, наряду с множеством входных воздействий, еще и множества состояний динамической системы. Введенное множество S определяет необходимую совокупность признаков, характеризующих объект, и позволяет идентифицировать его в данный момент времени, а также прогнозировать его дальнейшее поведение.

Анализ особенностей применения предложенной выше модели, проведенный на основе признаков, сформулированных в [7], позволил определить ее характерные свойства:

- *динамичность.* Обусловлена наличием зависимости выходных параметров модели не только от входных воздействий в текущий момент времени t_i , определяемых параметрами элементов, но и от их предыдущих значений в моменты $t_i - \tau$;
- *нелинейность.* Определяется тем, что реакция модели на изменения двух и более входных воздействий не эквивалентна сумме реакций на каждое из этих возмущений в отдельности;
- *детерминированность.* Определена отсутствием внутри модели элементов с неконтролируемым или стохастическим изменением их параметров и соответствующими зависимостями от них выходных параметров модели;
- *дискретность.* Задается характером изменения параметров элементов, принимающих значения из конечного множества величин и изменяемых в дискретно определенные моменты времени.
- *стационарность.* Определяется независимостью реакции системы от промежутка времени, на который эта реакция определена, при условии, что система находилась в заданном состоянии, определяемом зафиксированным конечным множеством элементов и их параметров. То есть основные соотношения (функционал Φ) и структура модели не меняются во времени.

Перечисленные свойства позволяют применить для ее описания математическое определение *динамической модели* [3, 5].

Такое определение позволяет выработать общую терминологию, единый универсальный математический аппарат и выявить общие закономерности и единство в разнообразных приложениях модели. В каждом конкретном применении путем введения условий, ограничений и упрощений становится возможным получение полезных результатов, адекватных практической реализации моделируемых систем.

Анализ предлагаемой динамической информационной модели формирования массива конструктивно-технологических параметров детали позволяет выявить ее непосредственную связь с моделями функционирования динамических систем автоматического управления, применяемыми в соответствующих САПР и построенными в соответствии с классическим определением динамической системы [5]. Действительно, в отличие от развиваемых в работах [8] моделей различных систем автоматического управления, где оператор G , устанавливающий связь между состоянием системы и ее выходной величиной, описывается в виде дифференциальных уравнений, в нашем случае G определяется функционалом Φ , выражающим теоретико-множественное соответствие $\{q\}=\{X, Z, V, P, \Phi\}$ с учетом воздействия внешних факторов $\{V\}$.

Таким образом, проведенный анализ динамической модели при проектировании дает

возможность определить предлагаемую математическую модель (3) как структурно-параметрическую модель в пространстве состояний [5, 6]. Модель позволяет описывать функционирование САПР в процессе формирования конструктивно-технологических параметров при проектировании детали [9, 10].

Библиографический список

1. **Бурков, В.Н.** Основы математической теории активных систем / В.Н. Бурков. – М.: Наука, 1977. – 255 с.
2. **Хранилов, В.П.** Нечеткая динамическая модель интерактивного распределения вычислительных ресурсов / В.П. Хранилов, Д.В. Прохоров // Системы управления и информационные технологии. 2006. № 4.1(26). С. 189–193.
3. **Тесленко, Е.В.** Динамическая модель управления конструкторско-технологическим взаимодействием в САПР / В.В. Андреев, В.П. Хранилов // Научно-технический вестник Поволжья. 2013. №3. С. 64–67.
4. **Бусленко, Н.П.** Моделирование сложных систем / Н.П. Бусленко. – М.: Наука, 1978. – 400 с.
5. **Калман, Р.** Очерки по математической теории систем / Р. Калман, П. Фалб, М. Арbib; под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Мир, 1971. – 400 с.
6. **Стрейц, В.** Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем управления: [пер. с англ.] / В. Стрейц; под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука, 1985. – 296 с.
7. **Растрингин, Л.А.** Современные принципы управления сложными объектами / Л.А. Растрингин. – М.: Сов. Радио, 1980. – 232 с.
8. **Пупков, К.А.** Методы классической и современной теории автоматического управления: В 3 т. Методы современной теории автоматического управления / К.А. Пупков, Н.Д. Егупов. А.И. Баркин; под ред. Н.Д. Егупова. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. Т. 3. – 748 с.
9. **Андреев, В.В.** Интеллектуальная информационная система технологического проектирования в САД-системах / В.В. Андреев, Е.В. Тесленко // Научно-технический вестник Поволжья. – 2011. №6. С. 90–92.
10. **Тесленко, Е.В.** Информационная модель массива параметров деталей машиностроения для системы технологического и метрологического сопровождения процесса проектирования / Е.В. Тесленко, В.В. Андреев // Научно-технический вестник Поволжья. 2012. № 3. С. 40–44.

*Дата поступления
в редакцию 09.12.2013*

V.P. Hranilov, E.V. Teslenko, V.V. Andreev

THE ANALYSYS OF THE DYNAMIC DESIGN-ENGINEERING INTERACTION MANAGEMENT MODEL IN CAD

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alexeev

Purpose: Identification of the relationship between the proposed information model of the array design and technological parameters formation and the models of the automatic control dynamic systems.

Design/methodology/approach: The systematic analysis of the proposed model features based on the character of dynamical systems.

Findings: the analysis of dynamic model of the design makes it possible to define a mathematical model of how structural parametric model in the state space.

Research limitations/implications: Developed a dynamic model allows us to describe the formation of structural and technological parameters of the design details.

Originality/value: The model, which is developed as a structural-parametric model in the state space, allows to develop common terminology, a single universal mathematical formalism and to identify common patterns and unity in a variety of applications.

Key words: computer-aided design, mathematical model, assembly, constructive and technological parameters of detail.