УДК 621.372.8

Н.А. Новоселова, Л.Г. Рудоясова

О ПОСТАНОВКЕ ОДНОРОДНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ НА УРАВНЕНИЯХ МАКСВЕЛЛА

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Показано, что лишь для волновода со сферически симметричными слоями можно строго сформулировать скалярные краевые задачи. При неоднородных средах, образующих направляющую структуру, это можно сделать лишь в отдельных частных случаях.

Ключевые слова: векторные уравнения Максвелла, однородные краевые задачи, граничные условия, тропосферный слой.

Введение

В принципе каждая краевая задача о распространении собственных волн в направляющих электродинамических структурах является векторной, т.е. связана с решением векторных уравнений Максвелла. Однако во многих случаях векторную задачу удается свести к скалярным краевым задачам относительно независимых скалярных вспомогательных функций, удовлетворяющих уравнению Гельмгольца и естественным физическим граничным условиям: на ограничивающих направляющую (колебательную) структуру поверхностях; на бесконечности, если структура открытая; на границах раздела сред, образующих структуру. Сведение векторной краевой задачи к скалярным обычно называют [1] ***разделением уравнений Максвелла***.

Метод разделения уравнений Максвелла позволяет существенным образом упростить процесс нахождения векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$, когда ограничивающие поверхности и границы раздела сред, образующих электродинамическую структуру, являются координатными в одной из ортогональных криволинейных систем координат: q_1, q_2, q_3, в которых уравнение Гельмгольца допускает разделение переменных. Рассмотрим несколько вариантов сведения векторных краевых задач к скалярным.

1. Сведение однородных векторных краевых задач к скалярным

В однородной краевой задаче электромагнитное поле удовлетворяет однородным уравнениям Максвелла:

$$rot\vec{E} = -i\omega\mu\vec{H};\ rot\vec{H} = i\omega\varepsilon\vec{E}, \tag{1}$$

которые в произвольной ортогональной криволинейной системе координат: q_1, q_2, q_3 могут быть записаны в виде:

$$\frac{\partial}{\partial q_2}\left(h_{q_3}E_{q_3}\right) - \frac{\partial}{\partial q_3}\left(h_{q_2}E_{q_2}\right) = -i\omega\mu h_{q_2}h_{q_3}H_{q_1}; \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial q_1}\left(h_{q_3}E_{q_3}\right) - \frac{\partial}{\partial q_3}\left(h_{q_1}E_{q_1}\right) = i\omega\mu h_{q_1}h_{q_3}H_{q_2}; \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial q_1}\left(h_{q_2}E_{q_2}\right) - \frac{\partial}{\partial q_2}\left(h_{q_1}E_{q_1}\right) = -i\omega\mu h_{q_1}h_{q_2}H_{q_3}; \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial q_2}\left(h_{q_3}H_{q_3}\right) - \frac{\partial}{\partial q_3}\left(h_{q_2}H_{q_2}\right) = i\omega\varepsilon h_{q_2}h_{q_3}E_{q_1}; \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial q_1}\left(h_{q_3} H_{q_3}\right) - \frac{\partial}{\partial q_3}\left(h_{q_1} H_{q_1}\right) = -i\omega\varepsilon h_{q_1} h_{q_3} E_{q_2}; \tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial q_1}\left(h_{q_2} H_{q_2}\right) - \frac{\partial}{\partial q_2}\left(h_{q_1} H_{q_1}\right) = i\omega\varepsilon h_{q_1} h_{q_2} E_{q_3}, \tag{7}$$

где h_{q_1}, h_{q_2}, h_{q_3} – коэффициенты Ляме, соответствующие координатам: q_1, q_2, q_3.

Предположим, что в выбранной системе ортогональных криволинейных координат векторная задача на уравнениях (1) допускает решение вида:

$$E_{q_3} \neq 0; \; H_{q_3} = 0. \tag{8}$$

В этом случае уравнения (4)-(6) принимают вид:

$$\frac{\partial}{\partial q_1}\left(h_{q_2} E_{q_2}\right) - \frac{\partial}{\partial q_2}\left(h_{q_1} E_{q_1}\right) = 0; \tag{9}$$

$$\frac{\partial}{\partial q_3}\left(h_{q_2} H_{q_2}\right) + i\omega\varepsilon h_{q_2} h_{q_3} E_{q_1} = 0; \tag{10}$$

$$\frac{\partial}{\partial q_3}\left(h_{q_1} H_{q_1}\right) - i\omega\varepsilon h_{q_1} h_{q_3} E_{q_2} = 0. \tag{11}$$

Остальные уравнения системы (2)÷(7) сохраняют свою запись.

Равенство (9) будет выполняться тождественно, если

$$E_{q_1} = \frac{1}{h_{q_1}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial q_1}; \; E_{q_2} = \frac{1}{h_{q_2}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial q_2}. \tag{12}$$

Подставляя (12) в уравнения (10), (11), получаем

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial q_3}\left(h_{q_2} H_{q_2}\right) = -i\omega\varepsilon \frac{h_{q_2} h_{q_3}}{h_{q_1}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial q_1}; \\ &\frac{\partial}{\partial q_3}\left(h_{q_1} H_{q_1}\right) = +i\omega\varepsilon \frac{h_{q_1} h_{q_3}}{h_{q_2}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial q_2}. \end{aligned} \tag{13}$$

Введя обозначения:

$$\bar{u} = \frac{\partial u}{\partial q_3}; \; H_{q_1} = \frac{i\omega\varepsilon}{h_{q_2}} \frac{\partial u}{\partial q_2}; \; H_{q_2} = -\frac{i\omega\varepsilon}{h_{q_1}} \frac{\partial u}{\partial q_1} \tag{14}$$

и подставив их в уравнения (13), нетрудно убедиться в том, что последние будут удовлетворяться тождественно при выполнении условий:

$$h_{q_3} = 1; \; \frac{\partial}{\partial q_3}\left(\frac{h_{q_1}}{h_{q_2}}\right) = 0; \; \frac{\partial}{\partial q_3}\left(\frac{h_{q_2}}{h_{q_1}}\right) = 0. \tag{15}$$

Подставив (14) в (10), (11), (7), получаем

$$E_{q_1} = \frac{1}{h_{q_1}} \frac{\partial^2 u}{\partial q_1 \partial q_3}; \; E_{q_2} = \frac{1}{h_{q_2}} \frac{\partial^2 u}{\partial q_2 \partial q_3}; \tag{16}$$

$$E_{q_3} = -\frac{1}{h_{q_1} h_{q_2}} \left[\frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{h_{q_2}}{h_{q_1}} \frac{\partial u}{\partial q_1}\right) + \frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{h_{q_1}}{h_{q_2}} \frac{\partial u}{\partial q_2}\right)\right].$$

Подставляем компоненты поля, записанные по формулам (14), (16), в уравнения (2), (3), получаем

$$\frac{1}{h_{q_1} h_{q_2}} \left[\frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{h_{q_2}}{h_{q_1}} \frac{\partial u}{\partial q_1}\right) + \frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{h_{q_1}}{h_{q_2}} \frac{\partial u}{\partial q_2}\right)\right] + \frac{\partial^2 u}{\partial q_3^2} + \varepsilon\mu\omega^2 u = 0. \tag{17}$$

При этом учли, что, исходя из (16),

$$E_{q_3} = \varepsilon\mu\omega^2 u + \frac{\partial^2 u}{\partial q_3^2}. \tag{18}$$

Таким образом, векторная краевая задача на уравнениях (1) свелась к решению скалярной задачи на уравнении Гельмгольца (17) относительно функции u с последующим определением компонент поля через эту функцию по формулам (14), (16).

Можно рассмотреть другой вариант краевой задачи на уравнениях (1), когда

$$E_{q_3} = 0;\ H_{q_3} \neq 0. \tag{19}$$

В этом случае, воспользовавшись принципом перестановочной двойственности:

$$E_{q_i} \leftrightarrow H_{q_i};\ \varepsilon \leftrightarrow -\mu,$$

получаем

$$E_{q_1} = -\frac{i\omega\mu}{h_{q_2}}\frac{\partial v}{\partial q_2}; E_{q_2} = \frac{i\omega\mu}{h_{q_1}}\frac{\partial v}{\partial q_1}; E_{q_3} = 0; H_{q_1} = \frac{1}{h_{q_1}}\frac{\partial^2 v}{\partial q_1 \partial q_3}; H_{q_2} = \frac{1}{h_{q_2}}\frac{\partial^2 v}{\partial q_2 \partial q_3};$$
$$H_{q_3} = \varepsilon\mu\omega^2 v\frac{\partial^2 v}{\partial q_3^2}. \tag{20}$$

При этом функция v удовлетворяет уравнению (17).

Другим возможным вариантом краевой задачи является следующий:

$$E_{q_1} \neq 0;\ H_{q_1} = 0. \tag{21}$$

В этом случае уравнения (2), (6) и (7) принимают вид:

$$\frac{\partial}{\partial q_2}\left(h_{q_3}E_{q_3}\right) - \frac{\partial}{\partial q_3}\left(h_{q_2}E_{q_2}\right) = 0; \tag{22}$$

$$\frac{\partial}{\partial q_1}\left(h_{q_3}H_{q_3}\right) + i\omega\varepsilon h_{q_1}h_{q_3}E_{q_2} = 0; \tag{23}$$

$$\frac{\partial}{\partial q_1}\left(h_{q_2}H_{q_2}\right) - i\omega\varepsilon h_{q_1}h_{q_2}E_{q_3} = 0. \tag{24}$$

Запись остальных уравнений (2)-(7) сохраняется.

Равенство (22) будет тождеством, если

$$E_{q_2} = \frac{1}{h_{q_2}}\frac{\partial \overline{u}}{\partial q_2};\ E_{q_3} = \frac{1}{h_{q_3}}\frac{\partial \overline{u}}{\partial q_3}. \tag{25}$$

При этом уравнения (23) и (24) будут тождественно удовлетворяться, если при введении обозначений:

$$\overline{u} = \frac{\partial u}{\partial q_1};\ H_{q_2} = \frac{i\omega\varepsilon}{h_{q_3}}\frac{\partial u}{\partial q_3};\ H_{q_3} = -\frac{i\omega\varepsilon}{h_{q_2}}\frac{\partial u}{\partial q_2}, \tag{26}$$

выполняются условия:

$$h_{q_1} = 1;\ \frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{h_{q_2}}{h_{q_3}}\right) = 0;\ \frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{h_{q_3}}{h_{q_2}}\right) = 0. \tag{27}$$

Подставив (26) в уравнения (5), (23), (24), получаем

$$E_{q_1} = -\frac{1}{h_{q_2}h_{q_3}}\left[\frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{h_{q_3}}{h_{q_2}}\frac{\partial u}{\partial q_2}\right) + \frac{\partial}{\partial q_3}\left(\frac{h_{q_2}}{h_{q_3}}\frac{\partial u}{\partial q_3}\right)\right];$$
$$E_{q_2} = \frac{1}{h_{q_2}}\frac{\partial^2 u}{\partial q_1 \partial q_2}; E_{q_3} = \frac{1}{h_{q_3}}\frac{\partial^2 u}{\partial q_1 \partial q_3}. \tag{28}$$

Подставляем (26) и (28) в уравнения (3) и (4). Получаем

$$\frac{\partial}{\partial q_3}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial q_1^2}\right)-\frac{\partial}{\partial q_3}\left(h_{q_1}E_{q_1}\right)=-\varepsilon\mu\omega^2\frac{\partial u}{\partial q_3}h_{q_1}, \qquad (29)$$

т.е. уравнения (3) и (4) оказываются тождественными. С учетом того, что $h_{q1}=1$, уравнение (29) переписываем в виде:

$$E_{q_1}=\varepsilon\mu\omega^2 u+\frac{\partial^2 u}{\partial q_1^2}.$$

С учетом выражения (28) для компоненты E_{q_1} получаем уравнение относительно функции *u*:

$$\frac{1}{h_{q_2}h_{q_3}}\left[\frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{h_{q_3}}{h_{q_2}}\frac{\partial u}{\partial q_2}\right)+\frac{\partial}{\partial q_3}\left(\frac{h_{q_2}}{h_{q_3}}\frac{\partial u}{\partial q_3}\right)\right]+\frac{\partial^2 u}{\partial q_1^2}+\varepsilon\mu\omega^2 u=0, \qquad (30)$$

аналогичное уравнению (17).

Таким образом, и в случае (21) векторная задача свелась к решению скалярного уравнения (30). Определив из него функцию *u*, компоненты поля находим по формулам (26), (28).

Задачу для варианта, двойственного с (21):

$$E_{q_1}=0;\ H_{q_1}\neq 0, \qquad (31)$$

можно сформулировать, используя принцип перестановочной двойственности. При этом компоненты поля выразятся через функцию *v*, удовлетворяющую уравнению (30), следующим образом:

$$E_{q_1}=0;E_{q_2}=-\frac{i\omega\mu}{h_{q_3}}\frac{\partial v}{\partial q_3};E_{q_3}=\frac{i\omega\mu}{h_{q_2}}\frac{\partial v}{\partial q_2};H_{q_1}=-\frac{1}{h_{q_2}h_{q_3}}\left[\frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{h_{q_3}}{h_{q_2}}\frac{\partial u}{\partial q_2}\right)+\frac{\partial}{\partial q_3}\left(\frac{h_{q_2}}{h_{q_3}}\frac{\partial u}{\partial q_3}\right)\right];$$

$$H_{q_2}=\frac{1}{h_{q_2}}\frac{\partial^2 u}{\partial q_1\partial q_2};H_{q_3}=\frac{1}{h_{q_3}}\frac{\partial^2 u}{\partial q_1\partial q_3}. \qquad (32)$$

Рассмотрим еще один вариант краевой задачи:

$$E_{q_2}\neq 0;\ H_{q_2}=0. \qquad (33)$$

В этом случае уравнения (3), (5), (7) принимают вид:

$$\frac{\partial}{\partial q_1}\left(h_{q_3}E_{q_3}\right)-\frac{\partial}{\partial q_3}\left(h_{q_1}E_{q_1}\right)=0; \qquad (34)$$

$$\frac{\partial}{\partial q_2}\left(h_{q_3}H_{q_3}\right)-i\omega\varepsilon h_{q_2}h_{q_3}E_{q_1}=0; \qquad (35)$$

$$\frac{\partial}{\partial q_2}\left(h_{q_1}H_{q_1}\right)+i\omega\varepsilon h_{q_1}h_{q_2}E_{q_3}=0. \qquad (36)$$

Остальные уравнения системы (2)-(7) сохраняют свою запись.

Уравнение (34) будет удовлетворяться тождественно, если

$$E_{q_1}=\frac{1}{h_{q_1}}\frac{\partial\overline{u}}{\partial q_1};\ E_{q_3}=\frac{1}{h_{q_3}}\frac{\partial\overline{u}}{\partial q_3}. \qquad (37)$$

Подставляем (37) в уравнения (35), (36).

Получаем:

$$\frac{\partial}{\partial q_2}\left(h_{q_3}H_{q_3}\right)=i\omega\varepsilon\frac{h_{q_2}h_{q_3}}{h_{q_1}}\frac{\partial\overline{u}}{\partial q_1};$$

$$\frac{\partial}{\partial q_2}\left(h_{q_1}H_{q_1}\right)=-i\omega\varepsilon\frac{h_{q_1}h_{q_2}}{h_{q_2}}\frac{\partial\overline{u}}{\partial q_3}.$$

Эти уравнения будут тождественно удовлетворяться, если

$$\bar{u} = \frac{\partial u}{\partial q_2}; H_{q_1} = -\frac{i\omega\varepsilon}{h_{q_3}}\frac{\partial u}{\partial q_3}; H_{q_3} = \frac{i\omega\varepsilon}{h_{q_3}}\frac{\partial u}{\partial q_1}; h_{q_2} = 1; \frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{h_{q_1}}{h_{q_3}}\right) = 0; \frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{h_{q_3}}{h_{q_1}}\right) = 0. \tag{38}$$

Подставив (38) в уравнения (35), (6), (36), получаем

$$E_{q_1} = -\frac{1}{h_{q_1}}\frac{\partial^2 u}{\partial q_1 \partial q_2}; E_{q_3} = \frac{1}{h_{q_3}}\frac{\partial^2 u}{\partial q_2 \partial q_3}; E_{q_2} = -\frac{1}{h_{q_1}h_{q_3}}\left[\frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{h_{q_3}}{h_{q_1}}\frac{\partial u}{\partial q_1}\right) + \frac{\partial}{\partial q_3}\left(\frac{h_{q_1}}{h_{q_3}}\frac{\partial u}{\partial q_3}\right)\right]. \tag{39}$$

Уравнение относительно функции *u* получается так же, как в предыдущих вариантах, и имеет вид:

$$\frac{1}{h_{q_1}h_{q_3}}\left[\frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{h_{q_3}}{h_{q_1}}\frac{\partial u}{\partial q_1}\right) + \frac{\partial}{\partial q_3}\left(\frac{h_{q_1}}{h_{q_3}}\frac{\partial u}{\partial q_3}\right)\right] + \frac{\partial^2 u}{\partial q_2^2} + \varepsilon\mu\omega^2 u = 0. \tag{40}$$

Задачу для варианта, двойникового с (33):

$$E_{q_2} = 0;\ H_{q_2} \neq 0, \tag{41}$$

сформулируем, используя принцип перестановочной двойственности. Компоненты поля, используя формулы (38) и (39), записываем в виде

$$\begin{gathered} E_{q_1} = \frac{i\omega\mu}{h_{q_3}}\frac{\partial v}{\partial q_3}; E_{q_2} = 0; E_{q_3} = -\frac{i\omega\mu}{h_{q_1}}\frac{\partial v}{\partial q_1}; H_{q_1} = \frac{1}{h_{q_1}}\frac{\partial^2 v}{\partial q_1 \partial q_2}; \\ H_{q_2} = -\frac{1}{h_{q_1}h_{q_3}}\left[\frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{h_{q_3}}{h_{q_1}}\frac{\partial v}{\partial q_1}\right) + \frac{\partial}{\partial q_3}\left(\frac{h_{q_1}}{h_{q_3}}\frac{\partial v}{\partial q_3}\right)\right]; H_{q_3} = \frac{1}{h_{q_3}}\frac{\partial^2 v}{\partial q_2 \partial q_3}, \end{gathered} \tag{42}$$

где функция *v* удовлетворяет уравнению (40).

Таким образом, рассмотрели все возможные варианты сведения векторной краевой задачи к скалярным на уравнениях: (17), (30), (40). При этом компоненты полей связаны с решениями этих уравнений соотношениями: (14) и (16) или (20), (26)и (28) или (32), (38) и (39) или (42) соответственно.

2. Краевая задача для двухслойного сферического волновода

Любой сферический волновод естественным образом вписывается в сферическую систему координат, для которой в соответствии с принятыми ранее обозначениями имеем:

$q_1 = r$; $q_1 = \Theta$; $q_3 = \varphi$.

Соответственно коэффициенты Ляме записываются:

$h_{q1} = h_r = 1$, $h_{q2} = h_\Theta = r$, $h_{q3} = h_\varphi = r\sin\Theta$.

Как видно, лишь один коэффициент Ляме $h_r = 1$ удовлетворяет необходимому требованию перевода векторной краевой задачи в скалярную. Это соответствует вариантам (21), (31) предыдущей задачи.

Условно две указанные скалярные краевые задачи можно классифицировать как соответствующие волнам E и H. Таким образом, под волнами типа E сферического волновода будем понимать волны, описываемые скалярным уравнением (30) относительно функции *u*, под волнами типа H – волны, описываемые уравнением (40) относительно функции *v*.

Можно рассмотреть два варианта двухслойного сферического волновода: 1-й – экранированный волновод, когда на внешней поверхности выполняются граничные условия:

$$E_\Theta(r = R) = 0;\ E_\varphi(r = R) = 0; \tag{43}$$

2-й – открытый сферический волновод, когда при $r \to \infty$ накладываются либо нулевое граничное условие, либо условие излучения Зоммерфельда, либо (в предположении существования вытекающих волн) не накладывается никаких граничных условий.

Необходимо помнить, что векторные задачи в предыдущем разделе были сведены к скалярным при условии независимости параметров ε и μ сред, образующих направляющую структуру, от пространственных координат. Следовательно, с помощью уравнения (30) мы можем описывать лишь волны двухслойного сферического волновода, образованного однородными средами. При этом в общем случае (при наличии зависимости поля от обеих угловых координат) необходимо брать оба решения уравнения (30): как относительно функции *u*, так и относительно функции *v*.

Действительно, при составлении дисперсионного уравнения на границе между слоями $(r = R_0)$ должны выполняться условия непрерывности тангенциальных (по отношению к этой границе) компонент поля:

$$\begin{aligned} &E_{\Theta_1}(r=R_0)=E_{\Theta_2}(r=R_0); E_{\varphi_1}(r=R_0)=E_{\varphi_2}(r=R_0);\\ &H_{\Theta_1}(r=R_0)=H_{\Theta_2}(r=R_0); H_{\varphi_1}(r=R_0)=H_{\varphi_2}(r=R_0), \end{aligned} \tag{44}$$

которые приводят к системе 4-х линейных однородных алгебраических уравнений относительно постоянных интегрирования уравнения (30), записанного для каждой из областей. Равенство числа уравнений и числа неизвестных выполнится только при введении двух скалярных функций *u* и *v*, удовлетворяющих уравнению (30) и описывающих совместно волны двухслойного сферического волновода.

Таким образом, можно сделать вывод, что в общем случае волны двухслойного сферического волновода имеют гибридный характер. Дисперсионное уравнение волн как открытого двухслойного сферического волновода, так и экранированного, получается из условия нетривиальности решений системы линейных однородных алгебраических уравнений относительно постоянных интегрирования уравнения (30).

При этом для экранированного волновода краевая задача, будучи однородной, является задачей на собственные функции и собственные значения и описывает собственные волны направляющей структуры. Для открытого волновода в зависимости от граничного условия при $r \to \infty$ краевая задача может описывать как собственные, так и несобственные волны. В дальнейшем нас будет интересовать открытый двухслойный сферический волновод, как направляющая структура, по своей математической модели соответствующая тропосферному волноводу [2].

Выводы

Как было показано, лишь для волновода с однородными сферически симметричными слоями можно строго сформулировать скалярные краевые задачи. При неоднородных средах, образующих направляющую структуру это можно сделать лишь в отдельных частных случаях, для определенного класса волн. Поскольку тропосферный слой, окружающий Землю, является в принципе неоднородным, в дальнейшем наряду с вариантом двухслойного сферического волновода, образованного однородными средами, будем рассматривать частный подход к исследованию сферического волновода с неоднородным внешним слоем.

Библиографический список

1. **Раевский, А.С.** К вопросу о расчете спектра волн в неоднородных слоях тропосферы / А.С. Раевский, С.Б. Раевский Н.Д. Хрипков // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2000. Т. 3. № 1. С. 5–9.

2. **Неганов, В.А.** Электродинамика и распространение радиоволн / В.А. Неганов, О.В. Осипов, С.Б. Раевский, Г.П. Яровой; под ред. В.А. Неганова и С.Б. Раевского. – М.: Радиотехника, 2009. – 744 с.

Дата поступления
в редакцию 29.11.2013

N.A. Novoselova, L.G. Rudoyasova

ABOUT STATEMENT HOMOGENEOUS PROBLEM ON MAXWELL EQUATIONS

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alexeev

Purpose: Show that only for waveguide with spherically symmetric layers you can strictly define scalar boundary value problems. In heterogeneous environments, form guide structure, this can only be done in certain particular cases.
Methodology/approach: The boundary value problem of wave guides distribute electrodynamics structures is a vector that is associated with the solution vector of Maxwell's equations: vector boundary value problem by Mixing a scalar is commonly referred to as Division of Maxwell's equations.
Findings: In many cases it is possible to make the task a vector scalar provincial objectives concerning independent scalar auxiliary functions satisfying the Helmholtz Equation and natural physical boundary conditions. Several of the options information vector boundary value problems of scalar. Shows that only for waveguide with similar spherically symmetric layers you can strictly define scalar boundary value problems. In heterogeneous environments that form the structure of the Guide, you can do this only in certain special cases, for a certain class of waves.
Originality/value: Because troposphere layer surrounding the Earth, is in principle mixed in along with the option of a 2-layer waveguide formed by spherical homogeneous environments, we will consider a private approach to the study of no uniform waveguide spherical outer layer.

Key words: Vector Maxwell equations, homogeneous boundary value problems, boundary conditions, troposphere layer.