

УДК 531.768.082.14

В.Д. Вавилов<sup>1</sup>, А.А. Грязев<sup>1</sup>, С.И. Гайнов<sup>1</sup>, С.Ф. Былинкин<sup>2</sup>**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МИКРОСИСТЕМНОГО ДАТЧИКА  
УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ**Арзамасский политехнический институт (филиал) НГТУ им. Р.Е. Алексеева<sup>1</sup>,  
ОАО Арзамасское научно-производственное предприятие «ТЕМП-АВИА»<sup>2</sup>,

Рассмотрен вопрос разработки и оптимизации микросистемных датчиков угловых скоростей посредством конструктивных решений. Предложена новая конструкция микродатчика угловых скоростей, для которой получена математическая модель микрогироскопа как динамической системы в виде передаточной функции четвертого порядка. Рассмотрена электрическая схема датчика с широтно-импульсной модуляцией и ПИД-регулятором, отвечающая за съём сигнала и обеспечивающая обратную силовую связь.

*Ключевые слова:* микросистемные датчики, упругие подвесы, консоль, контурное демпфирование, точка резонанса, микродатчик угловых скоростей.

Существует множество конструктивных схем датчиков угловых скоростей (ДУС), выполненных по микросистемной технологии; их принцип действия основан на эффекте Кориолиса, при котором чувствительной массе придается тот или иной вид колебаний, на который накладывается вектор измеряемой угловой скорости. Возникающая кориолисова сила смещает колеблющуюся массу по направлению действия этой силы. Величина этого смещения пропорциональна измеряемой угловой скорости.

На рис. 1 приведена одна из возможных конструкций подвижного узла микрогироскопа, выполненного посредством специально спроектированных фотошаблонов. Состоит микрогироскоп из однородной пластины проводящего кремния, на которой размещены все узлы и элементы. Их названия приведены в подрисуночных подписях к чувствительному элементу. На рис. 2 представлен эскиз изоляционной обкладки чувствительного элемента. Изоляционная обкладка может быть выполнена, например, из непроводящего монокремния или из ионосодержащего стекла. Обкладка представляет собой несущую пластину 1, на которой выполнены два одинаковых проводящих электрода 2 электростатического преобразователя момента, расположенные симметрично относительно оси  $x$ . На несущей пластине 2 имеются также: проводящие электроды 3 емкостного преобразователя угловых перемещений и проводящие электроды 4, предназначенные для возбуждения угловых движений маятника относительно оси  $y$ .

При наличии поворотной измеряемой скорости  $\Omega_z$ , вектор которой направлен по оси  $z$ , на чувствительной массе 4 возникает знакопеременный момент от кориолисовой силы, направленный относительно оси  $x$  и приводящий ее вместе с внешней рамкой в колебания относительно той же оси. Частота этих колебаний совпадает с частотой вынужденных колебаний массы, а амплитуда колебаний пропорциональна измеряемой угловой скорости  $\Omega_z$ .

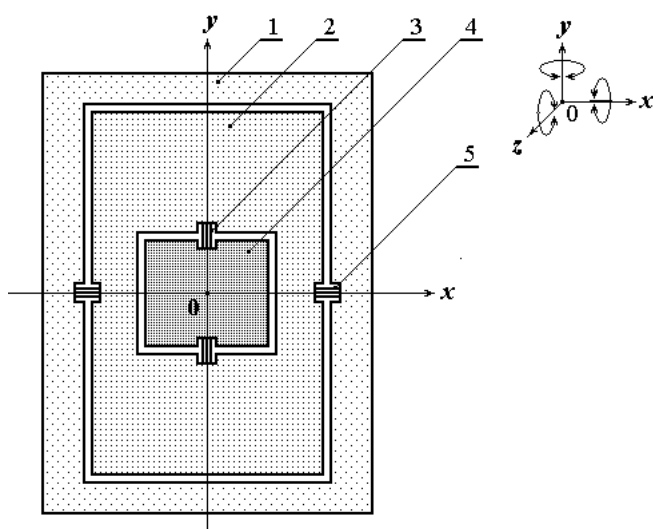
Поскольку момент кориолисовой силы является знакопеременным, то он приводит во вторичные колебания внешнюю рамку вместе с чувствительной массой с той же частотой и с осью колебаний, ортогональной двум другим. Других движений в кинематической схеме нет. Мерой, определяющей величину поворотной скорости, является амплитуда колебаний чувствительной массы, на которую ее смещает момент кориолисовой силы. Учтем, что в рассматриваемой кинематической схеме для чувствительного элемента имеется две степени свободы, по которым возможны перемещения, но одна из этих степеней используется для возбуждения принудительных колебаний внутренней рамки (челнока).

Электростатический момент в компенсационных устройствах уравнивает в чув-

ствительном элементе соответственно действующий момент, сводя угловые перемещения чувствительной массы к нулю:

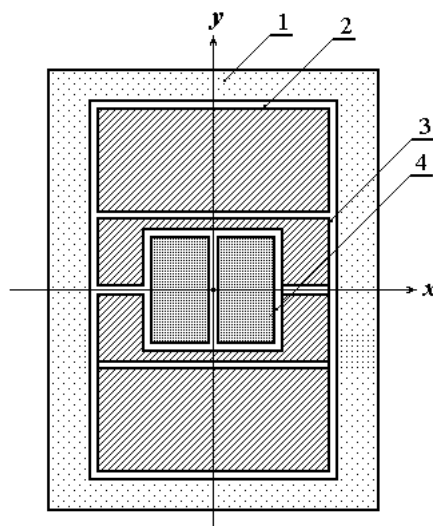
$$M_{\text{эл}} = M_{\text{кор}} + M_{\text{упр}} + M_{\text{помех}}, \quad (1)$$

где  $M_{\text{эл}} = 2\varepsilon\varepsilon_0 U_{\text{оп}} U_{\text{вых}} FL/h^2$  – электростатический момент, уравнивающий чувствительную массу;  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая постоянная;  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды между подвижным и неподвижными электродами;  $U_{\text{оп}}$  – опорное напряжение;  $U_{\text{вых}}$  – выходное напряжение электронного контура регулирования;  $F$  – площадь подвижного электрода в плане (площадь чувствительной массы);  $L$  – плечо от оси качания  $x$  до центра обкладки силового преобразователя;  $h$  – зазор между подвижным и неподвижными электродами.



**Рис. 1. Подвижный узел:**

1 - несущая пластина; 2 - подвижный электрод силового преобразователя; 3 - упругие подвесы внутренней рамки; 4 - чувствительная масса (маятник); 5 - упругие подвесы внешней рамки



**Рис. 2. Неподвижная обкладка чувствительного элемента:**

1 - изоляционная пластина; 2 - проводящие электроды силового преобразователя; 3 - проводящие электроды емкостного преобразователя перемещений; 4 - электроды возбуждения принудительных колебания маятника

Момент кориолисовой силы относительно оси  $x$  определяется следующим выражением:

$$M_{\text{кор}} = 2m\omega_y l Q \Omega_z, \quad (2)$$

где  $m$  – чувствительная масса;  $\omega_y$  – знакопеременная скорость чувствительной массы вдоль оси  $y$ ;  $\Omega_z$  – измеряемая угловая скорость относительно оси  $z$ ;  $l$  – плечо колебаний чувствительной массы;  $Q$  – добротность механического узла.

Соответственно чем выше добротность, тем выше амплитуда колебаний и, следовательно, чувствительность механического узла. Угловая скорость перемещений чувствительной массы относительно оси  $y$  определяется частотой вынужденных колебаний и жесткостью подвесов в выбранном направлении.

Одним из преимуществ выбранной кинематической схемы является то, что жесткость подвесов механического подвижного узла может быть выполнена сколько угодно малой за счет увеличения длины струны подвеса. Так, жесткость подвеса на кручение с крестообразным поперечным сечением оценивается следующей формулой:

$$G = \frac{nE_{[100]}c_n^3 b_n}{32a_n(1+\gamma)}, \quad (3)$$

где  $a_n, b_n, c_n$  – соответственно длина, ширина и толщина струны подвеса в его сечении;  $n$  – количество подвесов;  $\gamma$  – коэффициент Пуассона. Причем ширина пружины  $b_n$  выполняется более чем на порядок ее толщины  $c_n$ , тем самым устраняется погрешность от воздействия боковой составляющей ускорения по оси  $y$ . Из приведенной расчетной формулы видно, что снижение жесткости пружины в зависимости от толщины ребра осуществляется по кубическому закону.

Соединение несущей пластины  $1$  с корпусом датчика угловых скоростей осуществляется по жесткому треугольнику с центром треугольника в центре тяжести чувствительной массы  $4$ . Обычно соединение осуществляют посредством промежуточной ситалловой пластины. Температурные коэффициенты корпуса, несущей и промежуточной пластин должны совпадать. Чаще всего для корпуса применяют нержавеющую сталь типа ковара. В динамическом плане подвижный узел датчика угловых скоростей имеет одну степень свободы и соответственно описывается передаточной функцией второго порядка:

$$W_{\text{пу}}(s) = \frac{2m\omega_y l Q \Omega_z}{J_x s^2 + K_\phi s + G_\phi}, \tag{4}$$

где  $J_x = m(a_m^2 + c_m^2)/12$  – полярный момент инерции подвижного узла относительно оси  $y$ ;  $K_{\phi} = 2m\omega_y l Q$  – коэффициент чувствительности подвижного узла;  $K_\phi$  – суммарный коэффициент потерь.

Демпфирование подвижного узла может осуществляться в электрическом контуре или газодинамическим методом. Количественно величина демпфирования определяется величиной скоростного момента в динамической системе.

Для определения передаточной функции маятникового акселерометра в замкнутом контуре справедлива структурная схема (рис. 3) с соответствующими параметрами. Одно из важных требований, предъявляемых к системам регулирования, заключается в том, чтобы постоянное входное воздействие обрабатывалось без установившейся ошибки.

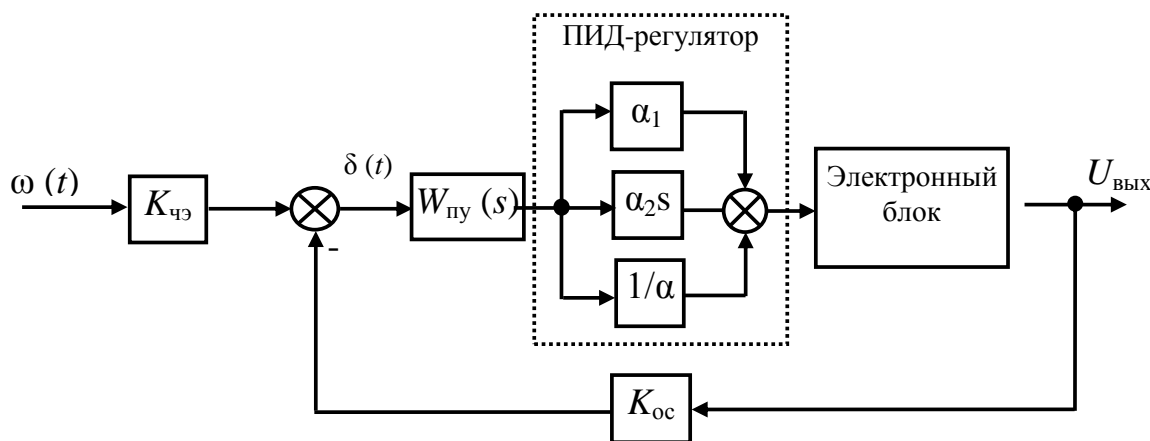


Рис. 3. Структурная схема микросистемного ДУС

Для статических систем при классическом синтезе этого можно добиться с помощью включения ПИД-регулятора, который для микросистемного ДУС является наиболее эффективным корректирующим устройством. Передаточная функция корректирующего устройства может быть записана в следующем виде:

$$W_{\text{кор}}(s) = \alpha_1 + \alpha_2 s + \frac{1}{\alpha_3 s}, \tag{5}$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  – постоянные времени звеньев: пропорционального, дифференцирующего и интегрирующего.

Настройка ПИД-регулятора осуществляется выбором его параметров в соответствии с задачей. В передаточной функции корректирующего устройства три неизвестных параметра. Их определение точнее всего осуществлять по экспериментальным данным. Тем не менее, возможно их определение теоретически по требуемым свойствам ПИД-регулятора. Многочисленными опытами установлено, что значение постоянных времени электрических узлов должно равняться постоянной времени механической части, например, челнока ДУС. Теоретически это можно объяснить как обеспечение синхронной работы всех узлов управляемой системы. При интегральном исполнении ДУС все постоянные времени соизмеримы и обеспечение постоянных времени механических узлов равных постоянным времени электронных узлов не представляет трудностей. Определим основные требования к корректирующему устройству исходя из естественных условий:

1. ПИД-регулятор должен обеспечивать оптимальное демпфирование в замкнутом контуре ДУС;
2. Для синхронной работы всех узлов микросистемного ДУС постоянные времени механической части и электрической: дифференциатора и интегратора должны быть равными между собой;
3. Постоянная времени апериодического фильтра сглаживания шумов дифференциатора должна определяться шумами на входе ПИД-регулятора;
4. В установившемся режиме работы ПИД-регулятор не должен оказывать влияния на статическую характеристику акселерометра;
5. ПИД-регулятор должен обеспечить задаваемую разработчиком полосу пропускания акселерометра.

Из этих требований получаем следующие равенства:

$$\alpha_1 = \alpha_3 = T = \sqrt{\frac{J_y}{G_\phi}}; \quad \alpha_2 = 1. \quad (6)$$

Совершенно очевидно, что в других устройствах значения параметров настройки ПИД-регулятора могут быть иными по сравнению с данным частным случаем.

С учетом отмеченных свойств передаточную функцию корректирующего устройства перепишем в виде:

$$W_{\text{кор}}(s) = \frac{T^2 s + Ts + 1}{Ts}. \quad (7)$$

Силовой электростатический преобразователь линеаризован по напряжению и работает на притяжение. Зазор между подвижным и неподвижным электродами составляет порядка десяти микрометров. Величина развиваемой силы электростатического преобразователя определяется следующим выражением:

$$M_{\text{эл}} = \frac{2\varepsilon\varepsilon_0 b_3 c_3 LU_{\text{оп}} U_{\text{упр}}}{h^2}, \quad (8)$$

где  $b_3$  и  $c_3$  – длина и ширина электрода;  $U_{\text{упр}} = U_{\text{вых}}$  – управляющее напряжение.

Соответственно коэффициент передачи микросистемного датчика угловых скоростей в статике (крутизна характеристики) определится в виде:

$$K_\Omega = \frac{mvh^2}{\varepsilon\varepsilon_0 b_3 c_3 U_{\text{оп}}}, \quad (9)$$

где  $v$  – скорость раскочки подвижного узла.

Ограничение по нижнему пределу (порогу чувствительности) определяется в основном напряжением тепловых шумов, имеющих место в емкостной мостовой схеме:

$$U_{\text{тш}} = (2k \Theta / \pi C)^{1/2}, \quad (10)$$

где  $k = 1,3807 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана;  $\Theta$  – температура чувствительного элемента, К;  $C$  – емкость между электродами преобразователя перемещений, Ф. В чистом виде

напряжение тепловых шумов представляет собой погрешность нулевого уровня. Снизить эту погрешность возможно термостатированием чувствительного элемента при пониженной температуре или увеличением емкости преобразования перемещений. Последнее наиболее приемлемо для применения в микроакселерометрах и в микроДУСах.

Увеличение емкости между электродами преобразователя перемещений возможно двумя путями: уменьшением зазора между подвижным и неподвижными проводящими электродами, увеличением площади неподвижного проводящего электрода 3 (рис. 2) или одновременно тем и другим способами. Уменьшение зазора между подвижным и неподвижными проводящими электродами ограничено критической напряженностью электрического поля, при которой возникает электрический пробой. Например, в среде сухого азота критическая напряженность составляет  $E_{кр} \approx 5 \cdot 10^6$  В/м.

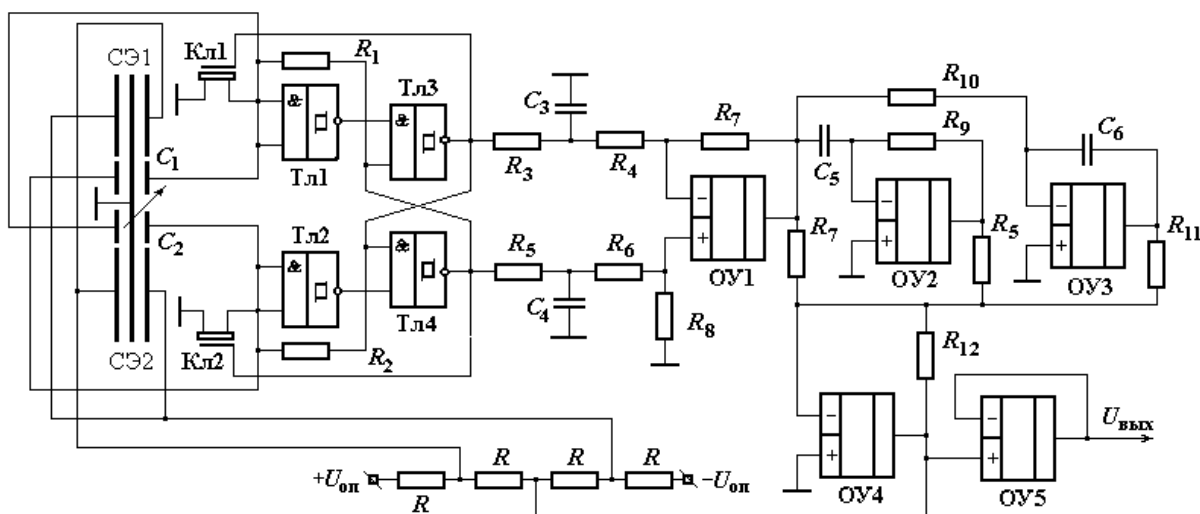


Рис. 4. Электрическая схема с широтно-импульсной модуляцией

Электроды емкостей датчика перемещений и датчика силы размещены на проводящей площади неподвижной обкладки и суммарно не могут превосходить эту площадь. В данном случае имеет место выбора оптимального соотношения между площадями датчика перемещений и датчика силы.

Для емкостных преобразователей перемещений с заземленным центральным электродом наиболее эффективной является электрическая схема с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ). Дифференциальные измерительные емкости  $C_1$ - $C_2$  выполнены в виде неподвижных металлизированных электродов на стеклянных крышках и подвижного электрода, роль которого выполняет проводящий кремниевый маятник. Посредством триггера  $D_1$  измерительных емкостей  $C_1$ - $C_2$  и ключей Кл1 и Кл2 выполнен симметричный мультивибратор, на котором осуществлена широтно-импульсная модуляция. Заряд измерительной емкости  $C_1$  проходит с прямого выхода триггера  $D_1$ , а емкости  $C_2$  – с инверсного. А разряд емкостей осуществляется поочередно посредством замыкания ключей Кл1 и Кл2.

Управляющими сигналами для ключей являются сигналы по перекрестным каналам с тех же выходов триггера. Временязадающие резисторы  $R_1$  и  $R_2$  выполнены одинаковыми. В нейтральном положении микроДУСа при  $C_1 = C_2$  постоянные времени прямой и инверсной цепей мультивибратора равны, т.е.  $R_1 C_1 = R_2 C_2$ , а на выходе мультивибратора имеет место симметричный прямоугольный сигнал (меандр).

При действии ускорений подвижный электрод (проводящий маятник) дифференциальных емкостей отклоняется, что приводит к нарушению равенства постоянных времени и к ассиметризации выходного сигнала. Далее сигналы с прямого и инверсного выходов триггера

гера проходят через одинаковые низкочастотные фильтры ( $R_{\Phi}-C_{\Phi}$ ) и широтно-модулированный сигнал преобразуется в разность напряжений на выходах фильтров, пропорциональную действующему ускорению.

Амплитуда импульсов на выходах триггера равна напряжению питания, поэтому оно должно быть стабилизировано, а в передаточных соотношениях должно использоваться как опорное  $U_{оп}$ . Пассивные фильтры нижних частот выделяют средние значения напряжений на измерительных емкостях, поступающих на прямой и инверсный входы операционного усилителя ОУ1 за один цикл в виде:

$$U_1 = U_{оп} \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{1}{1 + R_3 C_3 s}; \quad U_2 = U_{оп} \frac{C_2}{C_1 + C_2} \frac{1}{1 + R_5 C_4 s}. \quad (11)$$

На входах масштабного усилителя, совмещенного с фильтром нижних частот, сигнал равен разности напряжений на пассивных фильтрах. При условиях  $R_3 = R_4, C_3 = C_4$  имеем:

$$U_1 - U_2 = U_{оп} \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \frac{1}{1 + R_3 C_3 s}. \quad (12)$$

Из уравнения (13) видно, что электрическая схема микросистемного с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ) обладает логотметрическим свойством. Коэффициент передачи преобразователя перемещений в соответствии (12) определится в виде:

$$K_{\text{мн}} = U_{оп} \frac{L}{h}.$$

В соответствии со структурной схемой полная передаточная функция компенсационного ДУС с электростатической обратной связью и с ПИД-регулятором в прямой цепи имеет вид:

$$W_{\text{дус}}(s) = \frac{K(b_2 s^2 + b_1 s + b_0)}{a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad (13)$$

где  $K = K_{\text{чз}} K_{\text{мн}} K_{\text{yc}}, a_4 = J T \tau T a_3 = K_{\text{дy}} T \tau + J T; a_2 = G T \tau + K_{\text{дy}} T + K_{\text{oc}} K_{\text{мн}} K_{\text{yc}} T^2;$   
 $a_1 = (G_y + K_{\text{oc}} K_{\text{мн}} K_{\text{yc}}) T; a_0 = K_{\text{oc}} K_{\text{мн}} K_{\text{yc}}; b_2 = T^2; b_1 = T; b_0 = 1.$

Далее сигнал с выхода масштабного усилителя поступает в цепь обратной связи на вход резистивного линейризатора, который формирует напряжение на силовых электродах отработки. Величина электростатического момента, развиваемого электродами силовой отработки, с учетом линейризатора определяется следующим выражением:

$$M_{\text{oc}} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 F L}{2} \left[ \frac{(U_{\text{оп}} + U_{\text{ynp}})^2}{(h - x)^2} - \frac{(-U_{\text{оп}} - U_{\text{ynp}})^2}{(h + x)^2} \right], \quad (14)$$

где  $x$  – смещение подвижного электрода от нейтрального положения. После несложных преобразований величину момента обратной связи можно получить в виде:

$$M_{\text{oc}} = \frac{2 \varepsilon \varepsilon_0 F L U_{\text{ynp}} U_{\text{оп}}}{h^2}, \quad (15)$$

с относительной ошибкой нелинейности по перемещению, равной

$$\delta_{\text{н}} = 2x/h. \quad (16)$$

В связи с тем, что ошибки компенсационных приборов определяются ошибками обратного преобразователя, то без принятия специальных мер, его ошибка нелинейности цели-

ком будет присуща всему измерительному прибору. Проблема может быть решена различными способами. Первый, наиболее приемлемый и точный, это использование интеграторов в прямой цепи, что придает компенсационным приборам астатический режим и отработку к нулю смещения  $x$ . В тех случаях, когда применение астатизма невозможно, например, из-за потери динамической устойчивости прибором, ошибку нелинейности можно снизить до допустимого значения ограничением величины смещения.

Крутизну характеристики электростатического преобразователя силы для передаточных функций компенсационных приборов можно представить, учитывая (15), в следующем виде:

$$K_{oc} = 2\varepsilon\varepsilon_0 U_{оп} FL/h^2.$$

### Выводы

1. Наибольший вклад в погрешность микросистемного ДУС вносят нестабильность зазора  $h$  между подвижным и неподвижным электродами, нестабильность принудительной скорости  $v$  раскачки подвижного узла и нестабильность опорного напряжения  $U_{оп}$ ;

2. Погрешности, вносимые в работу ДУС, имеют разные знаки, поэтому имеется возможность статической настройки крутизны характеристики.

### Библиографический список

1. Северов, Л.А. Микромеханические гироскопы: конструкции, характеристики, технологии, пути развития / Л.А. Северов [и др.] // Изв. вузов. Приборостроение. 1998. Т. 41. № 1-2. С. 57–73.
2. Распопов В.Я. Микромеханические системы / В.Я. Распопов. – М.: Машиностроение, 2007. –410 с.

Дата поступления  
в редакцию 06.02.2014

V.D. Vavilov<sup>1</sup>, A.A. Gryazev<sup>1</sup>, S.I. Gainov<sup>1</sup>, S.F. Bylinkin<sup>2</sup>

### MATHEMATIC MODEL OF MICROSYSTEM ANGULAR RATE SENSOR

Arzamas polytechnic institute (branch) Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alexeev<sup>1</sup>,  
JSC ARPE «TEMP-AVIA», Arzamas<sup>2</sup>

Question of the development and optimization micro gyroscope is considered in the article by means of constructive decisions. The mathematical model of a microgyroscope as dynamic system is received in the form of transfer function of the fourth-order. The largest contribution to the error of microsystem gyroscope made by instability gap between the movable and fixed electrodes, instability forced swing speed mobile node and the reference voltage instability. Errors introduced to the work of microgyroscope have different signs, so it make possible to configure the slope of the static characteristic. In considered constructive development of the introduction, bring positive whine effect are following: 1 – an using asymmetrical cruciform under-weight; 2 – an using dry air-cushion in electric sidebar; 3 – vibroinsulation sensor of the element by means of consoles; 4 – an using the power supply power converter alternating current. Due to using the noted innovations increased is sewn sensitivity microsystems gyroscope and reduced his inaccuracy.

*Key words:* microsystem sensors, strings of the lavalier, console, contour air-cushion, point reasonable, angular rate microsensors.