

УДК 629.4.015

Ю.С. Ромен¹, Я.М. Клебанов², Е.А. Солдусова²**ДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ КОЛЕСНОЙ ПАРЫ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ЭКИПАЖА С УЧЕТОМ ХАРАКТЕРИСТИК РЕЛЬСОВОГО ПУТИ**Всероссийский научно-исследовательский институт железнодорожного транспорта¹,
Самарский государственный технический университет²

Рассматривается построение уравнений динамики движения колёсных пар железнодорожных экипажей с учётом характеристик рельсового пути. Составленная система уравнений полностью охватывает все степени свободы движения колесной пары и взаимодействующих с нею конструктивных элементов тележки модели ЦНИИ-ХЗ типа 18-100.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения движения, компьютерное моделирование, центр масс, колесная пара, железнодорожный вагон.

Учет характеристик рельсового пути при моделировании динамики движения подвижного состава направлен на повышение безопасности движения поездов. Оценка состояния технических средств инфраструктуры наряду с оценкой состояния технических средств подвижного состава и оценкой режима ведения поезда является важной частью общей оценки безопасности движения поездов по определенному участку пути.

Компьютерное моделирование движения железнодорожного подвижного состава опирается на уравнения многомассовой динамики твёрдых тел. Такие уравнения, нашедшие своё применение в решении прикладных задач, представлены в ряде работ [1-5]. Далее рассматривается построение уравнений колебаний колёсных пар тележек железнодорожного экипажа, которые используются авторами для моделирования динамики движения экипажей. Составленная система уравнений ориентирована на конструктивные особенности тележки модели ЦНИИ-ХЗ типа 18-100.

Движение колёсной пары представляется как совокупность поступательного движения вместе с центром масс пары и вращательного движения вокруг центра масс. В этом случае, согласно теоремам о количестве движения и кинетическом моменте, поступательное движение определяется только главным вектором внешних сил, а вращательное – только главным моментом этих сил. Рассматривая колебания колёсных пар, пренебрегаем квадратами угловых скоростей и их парными произведениями по сравнению с угловыми ускорениями.

При составлении дифференциальных уравнений движения и уравнений связи была использована правая декартова система координат (см. рис. 1) с вертикальной осью Z , направленной вниз, поперечной горизонтальной осью Y , направленной вправо по ходу движения, и продольной осью X , проходящей на уровне пятниковых узлов и направленной по ходу движения экипажа. Для углов поворота положительные направления следующие: вилание Ψ – по часовой стрелке, если смотреть по оси Z , боковая качка Φ – по часовой стрелке, если смотреть по направлению движения (по оси X). Используются следующие обозначения индексов: i – номер колесной пары ($i = 1, 2$), j – номер тележки (для первой по ходу тележки $j = 1$), k – индекс для обозначения стороны тележки ($k = 1$ – правая сторона по ходу движения, $k = 2$ – левая).

Предполагается, что экипаж движется со средней скоростью V . Это позволяет вместо оператора $\frac{d(\cdot)}{dt}$ ввести $\frac{Vd(\cdot)}{dx}$. В дальнейшем дифференцирование по x отмечается штрихом.

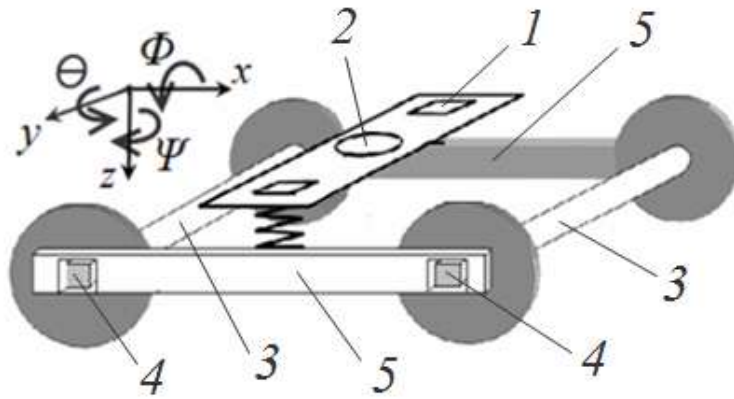


Рис. 1. Схема тележки:

1 – наддрессорная балка; 2 – пятниковый узел; 3 – колёсная пара;
4 – букса; 5 – боковая рама

Вертикальные колебания колёсной пары описываются уравнением

$$V^2 m z_{ij}'' = \sum_k \Delta N_{ijk} - \sum_k \Delta N_{ijk}^+ + P,$$

где P и m – вес и масса колесной пары с буксами; ΔN_{ijk} – силы взаимодействия колеса и рельса; ΔN_{ijk}^+ – силы взаимодействия колёсной пары с боковыми рамами тележки. Для них

$$\Delta N_{ijk} = \begin{cases} -\frac{r_0}{s} H_{pijk} (-1)^k & \text{для } \Delta_{ijk} \leq 0; \\ -c_z \Delta_{ijk} - k_z V \Delta'_{ijk} - \frac{r_0}{s} H_{pijk} (-1)^k & \text{для } \Delta_{ijk} > 0, \end{cases} \quad (1)$$

где, если по (1) получается $\Delta N_{ijk} \geq 0$, то далее принимаем $\Delta N_{ijk} = 0$; H_{pijk} – поперечная сила, действующая на боковую раму тележки от i -й колесной пары c_z – вертикальная жесткость рельса; k_z – демпфирование в пути, s – расстояние между кругами катания; r_0 – номинальный радиус колеса по кругу катания; Δ_{ijk} – прогиб рельса, определяемый зависимостями:

$$\Delta_{ijk} = z_{ij} - (-1)^k \frac{s}{2} \Phi_{ij} - \bar{\eta}_{ijk};$$

$$\Delta'_{ijk} = z'_{ij} - (-1)^k \frac{s}{2} \Phi'_{ij} - \bar{\eta}'_{ijk},$$

где $\bar{\eta}_{ijk}$ – вертикальное отклонение рельса от плоскости пути с учетом возвышения.

$$\bar{\eta}_{ijk} = \eta_{ijk} - |h_j| \frac{1 + (-1)^k \text{sign } h_j}{2},$$

где η_{ijk} – неровность поверхности катания рельса (положительная вниз); h_j – возвышение наружного рельса в кривой, положительное при возвышении левого рельса (в правой кривой).

Дифференциальное уравнение крена колёсной пары имеет вид:

$$V^2 J_x \Phi_{ij}'' = b(\Delta N_{ij1} - \Delta N_{ij2}) - b(\Delta N_{ij1}^+ - \Delta N_{ij2}^+),$$

где J_x – момент инерции колесной пары, $2b$ – расстояние между рессорными комплектами.

Поворот колёсной пары в раме тележки

$$V^2 J_z \Psi_{ij}'' = X_{ij1} b - X_{ij2} b + \frac{1}{2} s (H_{x_{ij2}} - H_{x_{ij1}}),$$

где $J_z = J_x$ – моменты инерции колесной пары; Ψ_{ij} – угол поворота колесной пары в абсолютной системе координат:

$$\Psi_{ij}' = \gamma_{ij}' + \phi_j',$$

где γ_{ij}' – угловая скорость поворота колесной пары относительно касательной к средней линии пути; ϕ_j – угол расположения средней линией пути; $H_{x_{ijk}}$ – продольная сила, действующая на колесо со стороны рельса, являющаяся функцией относительного проскальзывания на поверхности контакта.

Боковой относ колёсной пары описывается уравнением

$$V^2 m y_{ij}'' = P \frac{\bar{\eta}_{1ij} - \bar{\eta}_{2ij}}{s} - \sum_k H_{P_{ijk}} - m V^2 \phi_j' + \sum_k F_{ijk},$$

где F_{ijk} – сила, действующая на пару со стороны k -го рельса:

$$F_{ijk} = \begin{cases} H_{y_{ijk}} - c_{py} (y_{ij} - \sigma_{ijk}) & \text{для } \sigma_{ij1} \leq y_{ij} \leq \sigma_{ij2}; \\ H_{y_{ijk}} & \text{для } \sigma_{ij1} > y_{ij} > \sigma_{ij2}, \end{cases}$$

где c_{py} – поперечная жесткость рельса по головке; $H_{y_{ijk}}$ – сила псевдоскольжения, действующая на колесо по поверхности катания при отсутствии набегания ребордой на рельс; σ_{ijk} – зазор в колее на сторону под колесной парой, рассчитываемый по формулам

$$\sigma_{ijk} = \Delta \sigma_{ijk} - (-1)^k \sigma_0 - \frac{H_{y_{ijk}}}{c_{py}},$$

где σ_0 – номинальный зазор в колее; $\Delta \sigma_{ijk}$ – ордината неровности k -го рельса (положительная при отклонении рельса вправо).

Продольное смещение колёсной пары в раме тележки описывается уравнением

$$V^2 m x_{ij}'' = \sum_k H_{x_{ijk}} - \sum_k X_{ijk},$$

где силы $H_{x_{ijk}}$ и $H_{y_{ijk}}$ являются проекциями силы псевдоскольжения, зависящей от величины общей скорости проскальзывания в соответствии с пропорциями

$$H_{x_{ijk}} = H_{ijk} \frac{\bar{U}_{x_{ijk}}}{\bar{U}_{ijk}};$$

$$H_{y_{ijk}} = H_{ijk} \frac{\bar{U}_{y_{ijk}}}{\bar{U}_{ijk}},$$

где H_{ijk} – полная величина силы псевдоскольжения (знак минус опущен, так как реакция рельса $\Delta N < 0$), определяемая по формулам:

$$H_{ijk} = \kappa_{ijk} \Delta N_{ijk} \bar{U}_{ijk},$$

где ΔN_{ijk} – нагрузка на колесо; κ_{ijk} – криповский коэффициент пропорциональности, описываемый зависимостью:

$$\kappa_{ijk} = \frac{0,25}{\sqrt{U_{x_{ijk}}^2 + U_{y_{ij}}^2 + \varepsilon^2}},$$

где $\varepsilon^2 = 2 \cdot 10^{-6}$ – коэффициент, который соответствует тангенсу угла наклона, равному 176 при бесконечно малых относительных скоростях проскальзывания. Это согласуется с фор-

мулой Картера при осевых нагрузках порядка 20 т.

Скорость относительного проскальзывания колеса

$$\bar{U}_{ijk} = \sqrt{\bar{U}_{xijk}^2 + \bar{U}_{yij}^2},$$

где \bar{U}_{xijk} – относительная скорость продольного проскальзывания

$$\bar{U}_{xijk} = (-1)^k \left[\frac{s}{2} \Psi'_{ij} + \frac{1}{r_0} f_k(y_{ij}) \right],$$

где $f_k(y_{ij})$ – превышение радиуса расположения площадки контакта над номинальной величиной у k -го колеса

$$f_k(y_{ij}) = \begin{cases} \mu(y_{ij} - \Delta\sigma_{ijk}) & , \text{при } \sigma_{ij1} > y_{ij} > \sigma_{ij2}; \\ 2\mu(y_{ij} - \Delta\sigma_{ijk}) & , \text{при } \sigma_{ij1} \leq y_{ij} \leq \sigma_{ij2}, \end{cases}$$

где μ – коничность поверхности катания.

Относительная скорость поперечного проскальзывания колеса \bar{U}_{yij} :

$$\bar{U}_{yij} = \frac{1}{V} (\dot{y}_{ij} - Vy_{ij}).$$

Поскольку в модели процессы рассматривают в функции пути, то для каждого из колес:

$$\bar{U}_{yij} = y'_{ij} - y_{ij}.$$

Изложенные зависимости являются частью общей системы дифференциальных уравнений движения многомассовой системы, описывающей колебания железнодорожного экипажа.

Теперь рассмотрим, как учитывается поведение колёсных пар при описании поведения движения тележки.

Вертикальное перемещение центра k -й боковины j -й тележки (z_{jk}^+):

$$z_{jk}^+ = 0,5 \cdot \left(\sum_{i=1}^2 z_{ij} - (-1)^k b \cdot \sum_{i=1}^2 \Phi_{ij} \right);$$

$$z_{jk}^{+'} = 0,5 \cdot \left(\sum_{i=1}^2 z'_{ij} - (-1)^k b \cdot \sum_{i=1}^2 \Phi'_{ij} \right),$$

где z_{ij} – подпрыгивание центра i -й колесной пары j -й тележки; Φ_{ij} – угол крена i -й колесной пары j -й тележки; b – половина расстояния между рессорными комплектами.

Продольная сила, действующая на надрессорную балку со стороны k -й боковины j -й тележки (X_{jk}^+):

$$X_{jk}^+ = \sum_{i=1}^2 X_{ijk},$$

где X_{ijk} – продольная сила, действующая на боковую раму j -й тележки от i -й колесной пары со стороны k -й буксы:

$$X_{ijk} = \begin{cases} c_x [x_{ij} + b(-1)^k (\gamma_{ij} - \gamma_j^+) + (-1)^l [\Delta_{xl}]_{ijk}] - f_{\delta} \Delta N^+_{ijk} F_X (x'_{ij} + b(-1)^k (\psi'_{ij} - \psi_j^{+'})) + \\ + k_x^+ V [x'_{ij} + b(-1)^k (\psi'_{ij} - \psi_j^{+'})] \quad \text{при} \quad |x_{ij} + b(-1)^k (\gamma_{ij} - \gamma_j^+)| \geq [\Delta_{xl}]_{ijk}; \\ - f_{\delta} \Delta N^+_{ijk} F_X (x'_{ij} + b(-1)^k (\psi'_{ij} - \psi_j^{+'})) + \\ + k_x^+ V [x'_{ij} + b(-1)^k (\psi'_{ij} - \psi_j^{+'})] \quad \text{при} \quad |x_{ij} + b(-1)^k (\gamma_{ij} - \gamma_j^+)| < [\Delta_{xl}]_{ijk}; \end{cases},$$

$$F_X (x'_{ij} + b(-1)^k (\psi'_{ij} - \psi_j^{+'})) = F \cdot (x'_{ij} + b(-1)^k (\psi'_{ij} - \psi_j^{+'})) \text{ при } (x'_{ij} + b(-1)^k (\psi'_{ij} - \psi_j^{+'})) < 1/A,$$

$$F_X (x'_{ij} + b(-1)^k (\psi'_{ij} - \psi_j^{+'})) = 1 \text{ при } (x'_{ij} + b(-1)^k (\psi'_{ij} - \psi_j^{+'})) \geq 1/A,$$

где параметры A и F зависят от условий решения конкретной задачи; c_x – продольная жесткость рамы тележки при ее деформации после выбора зазора в буксовом проеме; k_x^+ – демпфирование при продольных перемещениях буксы; $[\Delta_{xl}]_{ijk}$ – зазор на сторону в буксовом проеме относительно его оси; индекс $l=1$ для величины зазора впереди от его оси и $l=2$ при направлении в сторону, противоположную движению экипажа соответственно:

$$l = \begin{cases} 1 \text{ при } x_{ij} + b(-1)^k (\gamma_{ij} - \gamma_{\delta jk}) \geq 0, \\ 2 \text{ при } x_{ij} + b(-1)^k (\gamma_{ij} - \gamma_{\delta jk}) < 0, \end{cases}$$

где x_{ij} – продольное перемещение центра i -й колесной пары относительно шкворневой точки тележки; γ_{ij} – угол поворота колесной пары относительно касательной к средней линии колеи в центре тележки.

Поворот боковой рамы тележки

$$V^2 J_{zp}^+ \psi''_{\delta jk} = (H_{P1jk} - H_{P2jk})a - M_{jk}^+,$$

где H_{Pijk} – поперечная сила, действующая на боковую раму тележки от i -й колесной пары; J_{zp}^+ – момент инерции боковой рамы тележки относительно вертикальной оси; a – расстояние между колёсными парами; M_{jk}^+ – момент, действующий на надрессорную балку со стороны боковины при её повороте

$$H_{Pijk} = \begin{cases} c_{yijk} (y_{ij} - y_{ijk}^+ - [\Delta_y]_{ij} \text{sign}(y_{ij} - y_{ijk}^+)) - f_{\delta} \Delta N^+_{ijk} F_{H_p} (y'_{ij} - y'_{ijk}) + \\ + k_y^+ V (y'_{ij} - y'_{ijk}) \quad \text{при} \quad |y_{ij} - y_{ijk}^+| \geq [\Delta_y]_{ij}, \\ - f_{\delta} \Delta N^+_{ijk} F_{H_p} (y'_{ij} - y'_{ijk}) + k_y^+ V (y'_{ij} - y'_{ijk}) \quad \text{при} \quad |y_{ij} - y_{ijk}^+| < [\Delta_y]_{ij} \end{cases},$$

$$M_{jk}^+ = M_{Tj}^+ F_{M^+} (\psi'_{\delta jk} - \psi_j^{+'}) + c_{\psi jk}^+ (\gamma_{\delta jk} - \gamma_j^+) + k_x^+ V (\psi'_{\delta jk} - \psi_j^{+'}),$$

$$M_{Tj}^+ = B - C \cdot \Delta N_{jk}^*,$$

где параметры B и C зависят от условий решения конкретной задачи, M_{Tj}^+ – момент трения при депланации тележки:

$$F_{M^+} (\psi'_{\delta jk} - \psi_j^{+'}) = H \cdot (\psi'_{\delta jk} - \psi_j^{+'}) \text{ при } (\psi'_{\delta jk} - \psi_j^{+'}) < \frac{1}{D},$$

$$F_{M^+} (\psi'_{\delta jk} - \psi_j^{+'}) = 1 \text{ при } (\psi'_{\delta jk} - \psi_j^{+'}) \geq \frac{1}{D},$$

где $c_{\psi jk}^+$ – жесткость при депланации тележки:

$$c_{\psi jk}^+ = E - G \cdot \Delta N_{jk}^*,$$

параметры H , D , E и G зависят от условий решения конкретной задачи.

Рамная сила

$$H_{Pij} = \sum_k H_{Pijk},$$

$$F_{Hp}(y'_{ij} - y_{ijk}^{+'}) = K \cdot (y'_{ij} - y_{ijk}^{+'}) \text{ при } (y'_{ij} - y_{ijk}^{+'}) < \frac{1}{J},$$

$$F_{Hp}(y'_{ij} - y_{ijk}^{+'}) = 1 \text{ при } (y''_{ij} - y_{ijk}^{+'}) \geq \frac{1}{J},$$

где параметры K и J зависят от условий решения конкретной задачи; c_{yijk} – жесткость связей, ограничивающих поперечное перемещение колесной пары относительно рамы тележки; y_{ij} – перемещение колесной пары относительно оси пути; $y_{ijk}^{+'}$ – перемещение сечения k -й боковой рамы j -й тележки над i -й колесной парой относительно оси колеи:

$$y_{ijk}^{+'} = y_{jk}^{+'} - (-1)^i a \gamma_{\delta jk} - \frac{a^2}{2} \phi_j',$$

$$y_{ijk}^{+'} = y_{jk}^{+'} - (-1)^i a \gamma_{\delta jk}',$$

Углы поворота надрессорной балки $\gamma_j^{+'}$ и боковой рамы $\gamma_{\delta jk}$ j -й тележки в колее:

$$\gamma_j^{+'} = \psi_j^{+'} - \phi_j',$$

$$\gamma_{\delta jk}' = \psi_{\delta jk}' - \phi_j',$$

$[\Delta_y]_{ij}$ – поперечный зазор в буксовых челюстях на сторону относительно среднего положения i -й колесной пары по отношению к продольной оси j -й тележки; f_{δ} – коэффициент трения по буксе; $k_y^{+'}$ – демпфирование при поперечных перемещениях колесной пары.

Библиографический список

1. **Вериго, М.Ф.** Взаимодействие пути и подвижного состава / М.Ф. Вериго, А.Я.Коган. – М.: Транспорт, 1986. – 559 с.
2. **Вершинский, С.В.** Динамика экипажа / С.В. Вершинский, В.Н. Данилов, В.Д. Хусидов. – М.: Транспорт, 1991. – 360 с.
3. **Wickens, A.H.** Fundamentals of rail vehicle dynamics: guidance and stability / A.H. Wickens. – Lisse: Swets and Zeitlinger, 2003. – 287 p.
4. **Wickens, A. H.** A History of Railway Vehicle Dynamics. Handbook of Railway Vehicle Dynamics. – Boca Raton: Taylor & Francis, 2006. – P.5 – 38.
5. **Ромен, Ю.С.** Моделирование колебаний кузова железнодорожного вагона / Ю.С. Ромен, Я.М. Клебанов, Е.А. Солдусова // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. технические науки / СамГТУ. – Самара, 2013. №3(39). С. 141–147.

Дата поступления
в редакцию 29.04.2014

Yu.S. Romen¹, I. M. Klebanov², E.A. Soldusova²

WHEELSET MOTION DYNAMICS OF RAILWAY VEHICLES TAKING INTO ACCOUNT THE CHARACTERISTICS OF THE TRACK

All-Russian Scientific Research Institute of Railway Transport¹,
Samara state technical university²

The construction of the equations of motion dynamics of railway vehicle wheelsets taking into account the characteristics of the track is considered. The composed system of equations fully covers all degrees of freedom of motion of the wheelset and interacting with it elements of carts model ЦНИИ-ХЗ type ХЗ 18-100.

Key words: differential equations of motion, computer simulation, the center of mass, oscillations, railway car.