

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЕСТЕСТВЕННЫХ, ТЕХНИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ НАУКАХ

УДК 51-7

А.С. Козицин, Е.В. Шадрина

ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ МИКРОПРОЦЕССОВ НА СОСТОЯНИЕ СИСТЕМЫ НА ПРИМЕРЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ МОДЕЛИ 'МАРГАРИТКОВЫЙ МИР'

Национальный исследовательский университет Высшая Школа Экономики

Цель работы. Исследовано влияние количества особей, обитающих на планете, на способность планеты приспособиваться к изменению температуры, вследствие поступления энергии от звезды, на орбите которой находится планета.

Научный подход: Для исследования было построено компьютерное приложение на языке программирования C# с использованием технологии .NET Framework 4.0, которое позволяет смоделировать все представленные в данной работе эксперименты.

Результат: Обоснованно подтверждение гипотезы о значении видового разнообразия на планете. Способность организмов к терморегулированию заставляет задуматься о поддержании видового разнообразия на планете Земля. В результате проведенных экспериментов доказано, что чем шире проявляется видовое разнообразие, тем больше вероятность противостоять глобальным изменениям температуры.

Новизна: результаты исследования температурного регулирования новые и позволяют предсказать возможные исходы глобальных изменений температуры, так как в современном мире очень остро стоит проблема экологической безопасности человечества.

Ключевые слова: модель «Маргаритковый Мир», глобальные изменения температуры, модель Дж. Лавлока, компьютерное приложение, моделирование экспериментов.

Введение

Модель «Маргаритковый Мир» была предложена в 1983 Дж. Лавлоком и Э. Уотсоном «Biological homeostasis of the global environment: the parable of Daisyworld» [1]. Модель «Маргариткового Мира» была построена с конкретной целью – показать корректность гипотезы Геи, выдвинутой в 1968 году Дж. Лавлоком. Данная гипотеза рассматривает Землю, как суперорганизм, способный к саморегуляции. Результат исследования представляется чрезвычайно интересным. «Маргаритковый Мир» сопротивлялся внешнему воздействию, и на какое-то время смог поддерживать необходимые параметры для существования биосферы. Таким образом, эксперимент Лавлока завершился успехом. В 1996 году Хардинг и Лавлок вновь обращаются к модели «Маргариткового Мира», добавляя в модель класс травоядных животных [2]. В 2000 году Д. Кохэн и А. Рич, взяв за основу оригинальный «Маргаритковый Мир», который был описан Лавлоком и Уотсоном в 1983 году, исследовали влияние видовой конкуренции на изменение температуры. Результатом [3] стало подтверждение предположения о повышении стабильности температуры. В 2001 году Дж. Лавлок вновь обратился к исследованию модели «Маргариткового Мира» в статье «Daisyworld revisited: quantifying biological effects on planetary self-regulation» [4]. Дж. Лавлок добавил новые параметры, усложнив систему. В частности, Лавлок стал учитывать способности к приспособлению у организмов. Результаты [5] показали, что способности «Маргариткового Мира» к саморегулированию возросли.

Исследование данного вопроса актуально и по сей день, так как в современном мире

очень остро стоит проблема экологической безопасности человечества. Исследование температурного регулирования позволяет предсказать возможные исходы глобальных изменений температуры. Существуют современные статьи, обращающиеся к модели «Маргариткового Мира». Г. Экланд в 2010 году опубликовал статью [6], в которой утверждал, что в природе существуют реальные системы, ведущие себя похожим на модель образом. В 2012 году Д. Пунитан и Р. МакКей исследовали данную модель с целью выявления особенностей поведения «Маргариткового Мира» при различных параметрах [7].

Целью данной работы является исследование влияния количества особей, обитающих на планете, на способность планеты приспосабливаться к изменению температуры, вследствие поступления энергии от звезды, на орбите которой находится планета. Для исследования этой проблемы было построено компьютерное приложение на языке программирования C# с использованием технологии .NET Framework 4.0, которое позволяет смоделировать все представленные в данной работе эксперименты.

Методология исследования

В модели существуют два глобальных объекта: звезда и планета, находящаяся в зоне гравитационного взаимодействия с данной звездой. Полагаем, что на планете не образуются продукты конденсации водяного пара. Планету населяют несколько видов, отличающихся своей окраской. От окраски зависит коэффициент альбеда (характеристика отражательной способности поверхности). В данном контексте под альбедо подразумевается истинное Ламбертово альбеда. Виды, обитающие на планете, существуют в определенном диапазоне температур. Температура влияет на размножение видов – дает селективное преимущество. Таким образом, виды с темной окраской поглощают больше энергии, а значит, могут занять территории с более низкой температурой. В свою очередь виды со светлой окраской могут занять территории с более высокой температурой. Следует отметить, что это не связано с приспособляемостью организмов к долговременному обитанию на данной территории, как это можно увидеть на планете Земля.

Ещё одной важной характеристикой является светимость звезды (полная энергия, излучаемая небесным телом в единицу времени). В процессе истощения звезда увеличивается в размерах и увеличивает излучаемую энергию. На планете, в условиях повышения температуры, обитающие виды борются за существование (за занимаемую территорию).

В данной работе был сделан ряд изменений оригинальной модели Дж. Лавлока с целью изучить взаимосвязь соотношения количества особей и температурных изменений. В частности, было увеличено количество возможных видов модели до 150000. В модели виды при благоприятных условиях пытаются заселить максимально доступное пространство. Также добавлен новый класс объектов, которые в дальнейшем будем называть *статическими*, они не вовлечены в борьбу за территорию, но их роль в процессах поглощения излучения важна. Примерами таких объектов в реальной жизни могут служить горные образования, водные поверхности, ледники и т.д. Для модели, представленной в данной работе, выбираются величины, которые близки к реальным физическим. В первую очередь, речь идет о фундаментальных физических постоянных, связывающих систему «Солнце - Земля». Также необходимо отметить, что параметр Ламбертово альбеда выбирается случайным образом, так как при работе с большим числом видов было бы разумно представить всевозможное видовое многообразие. В данном исследовании сделано допущение, что виды считаются одинаковыми тогда и только тогда, когда совпадает их Ламбертово альбеда. Опишем необходимые связи между ключевыми величинами с помощью формул. Планетарное альбеда A вычисляется по формуле:

$$A = \sum_{i \in X} a_i A_i + \sum_{j \in Y} a_j A_j, \quad (1)$$

где множество X – все виды, населяющие планету; множество Y – все статические объекты; a_i – площадь планеты в процентах, занимаемая видом i , обитающим на планете, a_j – пло-

щадь планеты в процентах, занимаемая статическим объектом j ; A_i – Ламбертово альbedo вида i ; A_j – Ламбертово альbedo статического объекта j .

Общая температура планетарной поверхности T вычисляется как

$$T = \sqrt[4]{L \frac{S_{\odot}}{4\sigma} (1 - A)}, \quad (2)$$

где L – светимость звезды, которая меняется с течением времени; S_{\odot} – Солнечная Постоянная; σ – Постоянная Стефана-Больцмана.

Температура над поверхностью, занимаемой видом или статическим объектом, T_{loc} вычисляется как

$$T_{loc} = \sqrt[4]{q' L \frac{S_{\odot}}{4\sigma} (A - A_{loc}) + T^4}, \quad (3)$$

где q' – коэффициент изоляции; A_{loc} – Ламбертово альbedo вида или статического объекта.

Коэффициент рождения новой особи i -вида β_i вычисляется как

$$\beta_i = 1 - \left(\frac{T_{loc} - T_{opt}}{T_{opt} + \varepsilon} \right), \quad (4)$$

где T_{opt} – оптимальная температура для существования жизни на планете; ε – граничная температура, при которой новая особь ещё может зародиться.

Изменение площади, занимаемой i -видом, a_i – вычисляется как

$$a_i = \frac{da_i}{dt} = a_i (\beta_i a_j - \gamma), \quad (5)$$

где $\gamma = 0,3$ – смертность, как и в оригинальной модели.

В рамках одного эксперимента проводится изучение изменения площади, занимаемой видами в совокупности, как следствие регулирования температуры поверхности, в зависимости от изменения светимости звезды. Площадь занятой части вычисляется в процентах от всей поверхности планеты.

Для выбора ограничений на диапазон изменения светимости звезды требуются дополнительные вычисления. Необходимо рассмотреть спектральный класс стареющих звезд – красных гигантов, которые в прошлом были похожи на Солнце. Светимость звезды и ее размеры связаны следующим соотношением:

$$R = \sqrt{\frac{L \cdot L_{\odot}}{\sigma T^4 \cdot 4\pi}}, \quad (6)$$

где R – радиус звезды; L – показатель сравнения светимости звезды и светимости Солнца; $L_{\odot} = 3,827 \cdot 10^{26}$ Вт – светимость Солнца; T – температура поверхности звезды.

Очевидно, что при некотором L радиус звезды может превысить расстояние от звезды в первоначальных размерах до планеты, и тогда планета будет поглощена хромосферой звезды. Температуру поверхности Красного Гиганта примем равной 3000K – средняя для II класса Гигантов по диаграмме Герцшпрунга – Рассела [11]. Исходя из этих соображений, выбирается $L_{max} = 6,65L_{\odot}$, что приблизительно в 47 раз больше радиуса Солнца. В свою очередь $L_{min} = 0,65L_{\odot}$.

Экспериментальная часть

Для работы с моделью было написано приложение, функциональной возможностью которого является построение графика изменения площади, занимаемой видами в совокупности, как следствие регулирования температуры поверхности, в зависимости от изменения

светимости звезды. Поддерживаются два режима: первый – изучение оригинальной модели Дж. Лавлока «Daisyworld», второй – изучение новой модели, описанной в данной работе. В результате работы приложения с параметрами оригинальной модели Дж. Лавлока были получены следующие результаты.

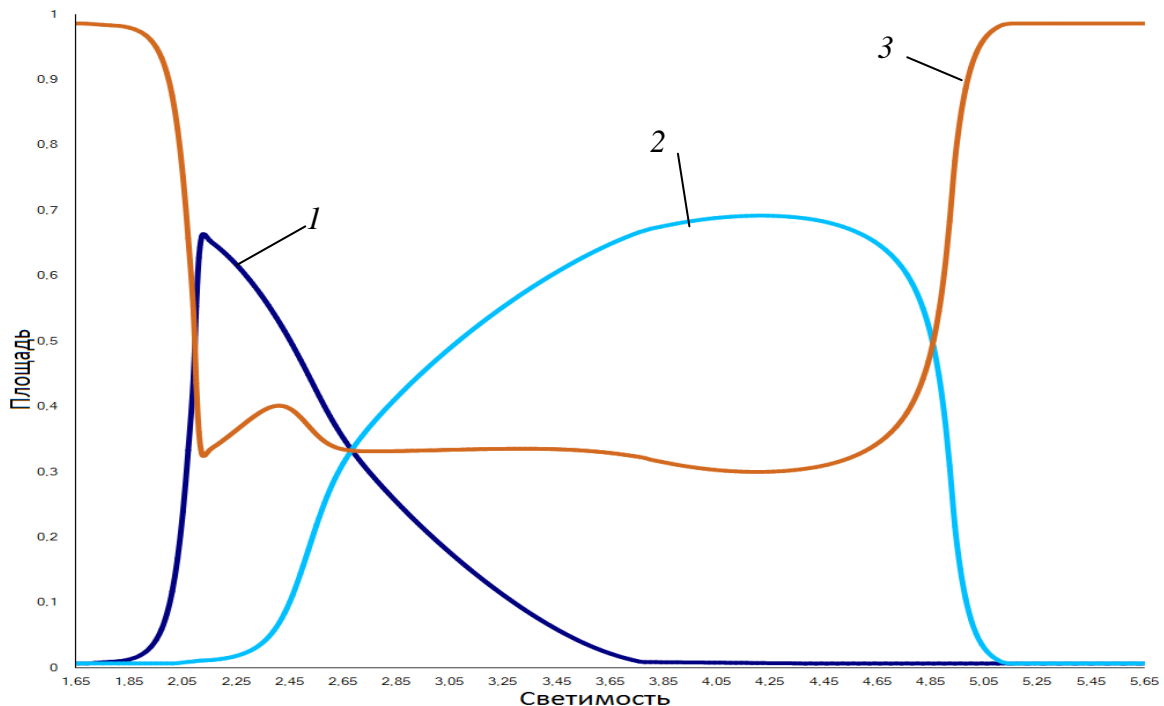


Рис. 1. Оригинальный эксперимент Дж. Лавлока

На рис. 1 кривой 1 отмечены черные маргаритки, кривой 2 – белые маргаритки, а кривой 3 – незаселенная поверхность планеты. По оси абсцисс отложены отметки изменения светимости, по оси ординат – площадь. На первом этапе, черные маргаритки активно развиваются и занимают порядка 67% территории при $L = 2,15 \cdot L_{\odot}$. После этого постепенно они снижают численность, в то время как белые маргаритки только начинают разрастаться. Такой попеременный рост позволяет контролировать общую численность особей на планете на одном уровне, тем самым снижая общую температуру поверхности. Но и белые маргаритки с ещё большим повышением светимости звезды после пиковой отметки в 67% территории при $L = 4,35 \cdot L_{\odot}$ постепенно погибают, и при $L = 5,15 \cdot L_{\odot}$ на планете перестали существовать представители видов белых и черных маргариток.

В результате работы приложения с параметрами измененной модели получены следующие результаты.

Проведем эксперимент с количеством видов равным 2. На рис. 2 кривой 1 отмечена совокупность всех видов, населяющих планету, кривой 2 – статические объекты. Можно заметить, что графики симметричны, здесь и далее по оси абсцисс отложены отметки изменения светимости, по оси ординат – площадь.

Заметим, что максимальная совокупная площадь, занимаемая обитающими видами, равна 27% при $L = 2,50 \cdot L_{\odot}$, и уже при $L = 3,00 \cdot L_{\odot}$ на планете перестают существовать представители видов. Очевидно, что это связано с особенностью выбора альбедо – случайным образом, а не заданием значений, близких к полярным – 0,75 для черных маргариток и 0,25 для белых. Чтобы удостовериться в предположении, проведем ещё один эксперимент с такими же параметрами.

На рис. 3 изображены результаты данного эксперимента. Можно заметить, что ре-

зультаты очень близки к первому опыту с оригинальной моделью Дж. Лавлока. Максимальная совокупная площадь, занимаемая обитающими видами, равна 70% при $L = 3,75 \cdot L_{\odot}$, при $L = 4,50 \cdot L_{\odot}$ населяющие планету виды погибают.

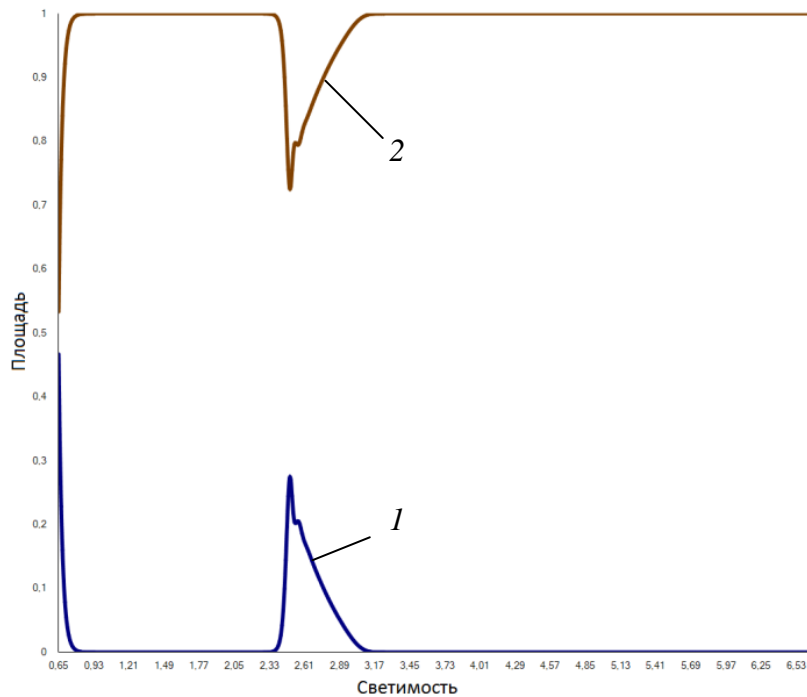


Рис. 2. Измененная модель с двумя видами

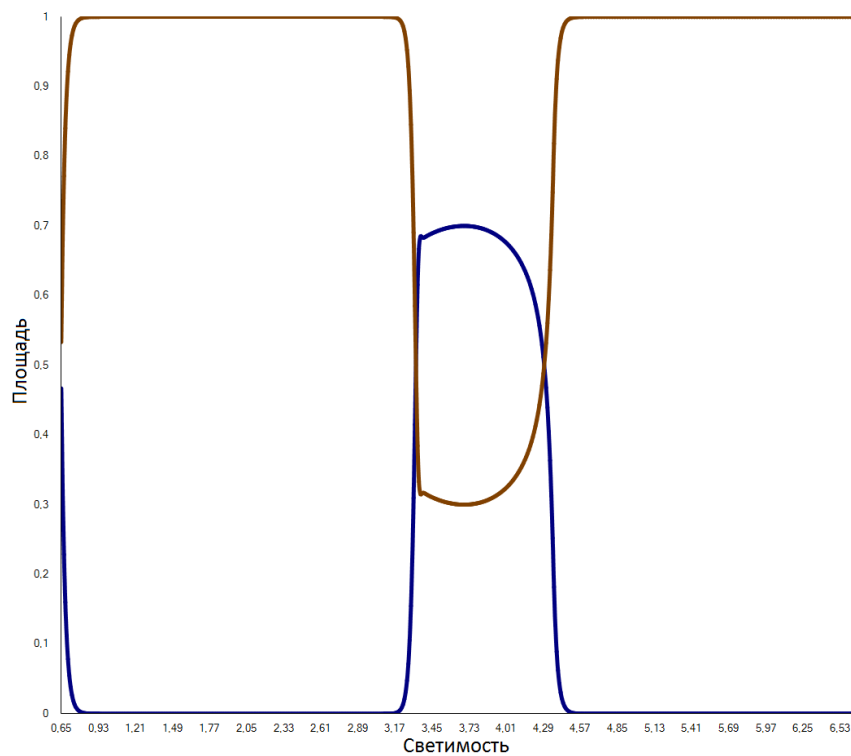


Рис. 3. Измененная модель с двумя видами

В следующем эксперименте увеличим количество видов на 3, таким образом, проведем исследование модели с пятью видами. Вновь отметим, что на рис. 4 максимальная сово-

купная площадь, занимаемая обитающими видами, равна 70% при $L = 3,70 \cdot L_{\odot}$, при $L = 4,29 \cdot L_{\odot}$ населяющие планету виды погибают. Но примечательно в этом эксперименте, что появляется область при значениях светимости от $2,40 \cdot L_{\odot}$ до $3,17 \cdot L_{\odot}$. В этот отрезок времени жизни планеты погибают виды, которые не способны выносить высокие температуры и при этом бороться с конкуренцией. Если данная гипотеза верна, то именно этим обусловлен резкий скачок занимаемой площади. Другим видам требовалась большая территория, так как при данном уровне температур коэффициент рождения новой особи подобного вида из уравнения (4) наиболее высокий.

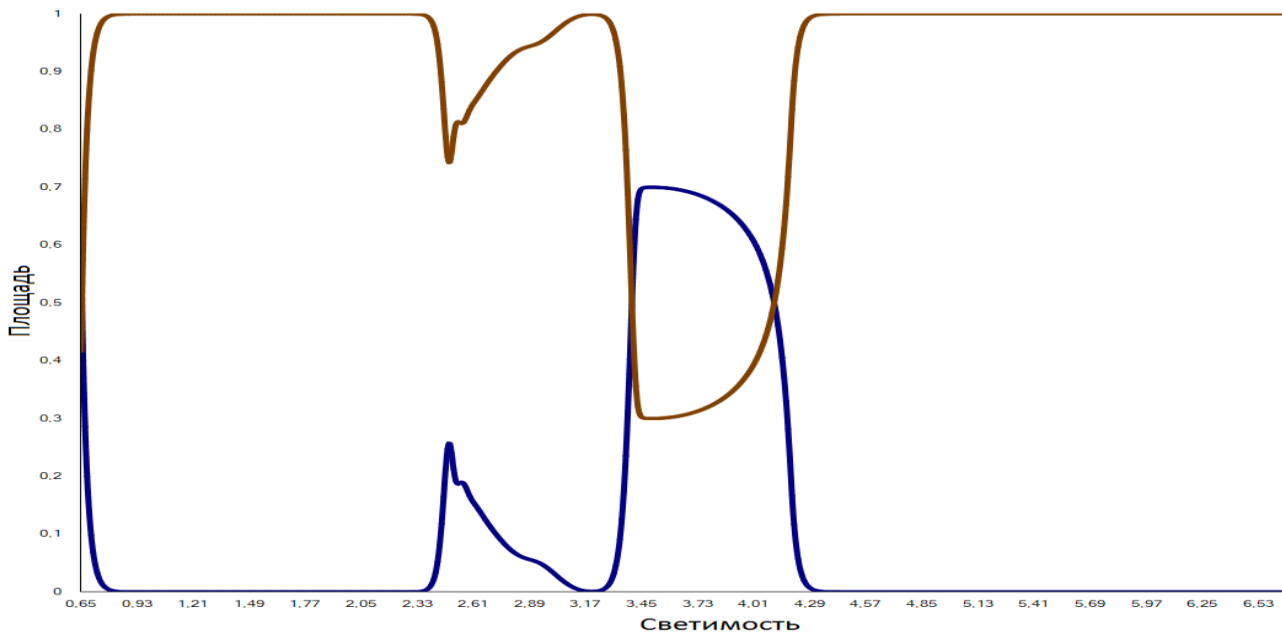


Рис. 4. Измененная модель с пятью видами

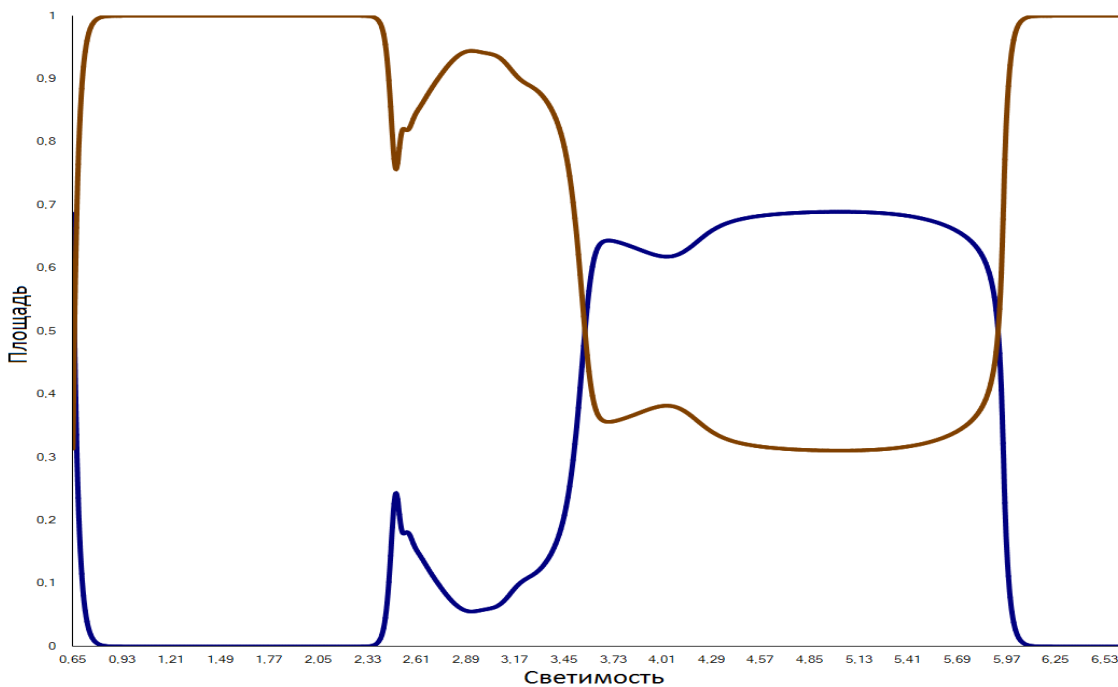


Рис. 5. Измененная модель с 50 видами

В следующем эксперименте увеличим количество особей на порядок. Зададим значение

количества особей равное 50. На рис. 5 представлен результат. Вновь можно заметить область значений светимости от $L = 2,33L_{\odot}$ до $L = 2,89L_{\odot}$, при которой погибает часть видов, согласно нашей гипотезе. Максимальная совокупная площадь, занимаемая обитающими видами, равна 70% при $L = 2,85L_{\odot}$ при $L = 6,00L_{\odot}$ населяющие планету виды погибают.

Уже сейчас можно заметить, что увеличение числа особей на порядок дает определенный выигрыш во времени существования жизни на планете. Проверим предположение, увеличив число видов до 150.

На рис. 6 представлен результат исследования модели с 150 видами. Общий вид графика в этом эксперименте напоминает график, изображенный на рис. 5. Обратим лишь внимание, что жизнь на планете погибает при $L = 6,15L_{\odot}$, что уже очень близко к ее сохранению в условиях нашей модели (верхняя граница светимости была определена в уравнении (6)).

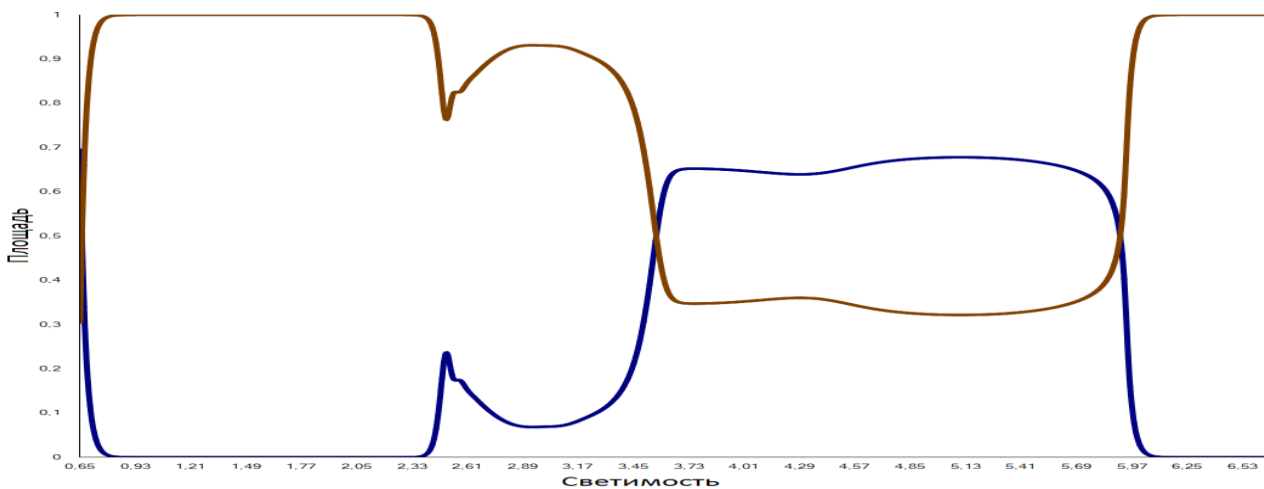


Рис. 6. Измененная модель с 150 видами

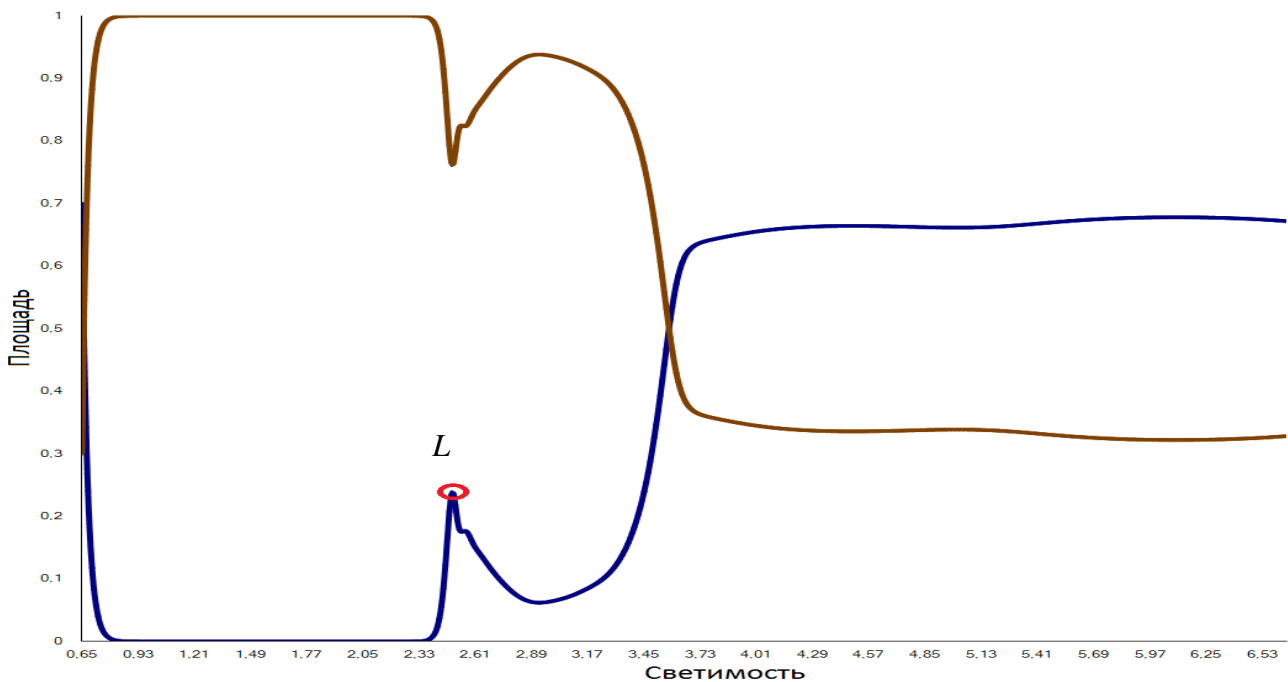


Рис. 7. Измененная модель с 1500 видами

Вновь увеличим количество видов на порядок, и построим модель для 1500 видов. На рис. 7 продемонстрирован результат. В результате этого эксперимента подтвердилось предпо-

ложение о существовании такого числа видов, при котором температура планеты будет оставаться на некотором уровне, комфортном для существования видов. Отметим точку $L = 2,55 \cdot L_{\odot}$. Она интересна тем, что в ней могли исчезнуть несколько видов, которые не смогли перенести роста светимости, излучения и, как следствие, температуры.

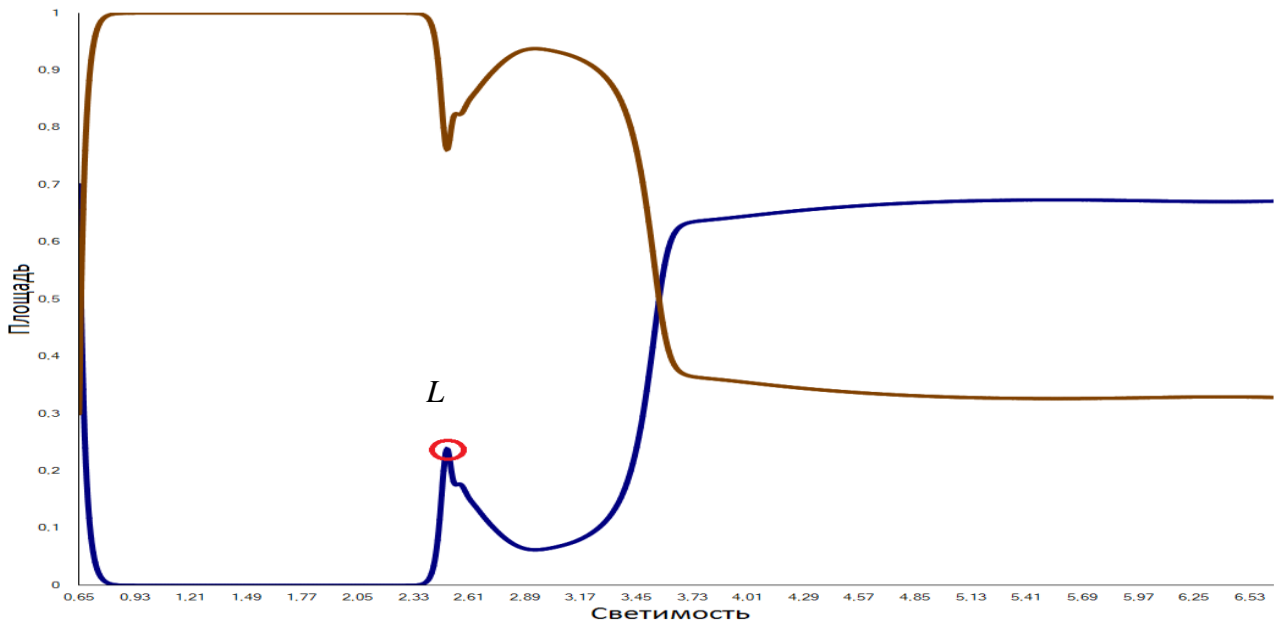


Рис. 8. Измененная модель с 15000 видами

Для демонстрации работы запустим модель с количеством особей 15000 и 150000. Результаты на рис. 8 и рис. 9 соответственно. Обратим внимание на точку $L = 2,55L_{\odot}$. На рис. 7–9 она отмечена символом L . Координаты данной точки совпадают на всех рис. 7–9, да и сами графики не отличаются друг от друга. Поэтому дальнейшее увеличение числа видов даже не требуется. На основании уже сделанных построений можно удостовериться в корректности выдвинутых гипотез.

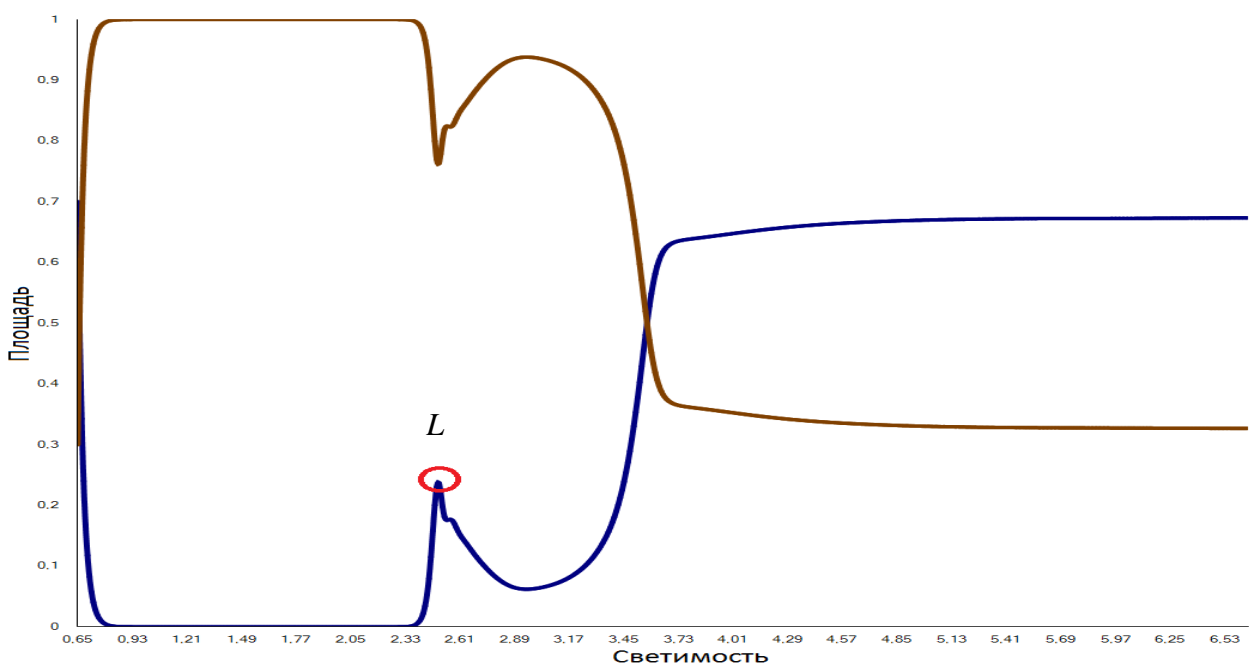


Рис. 9. Измененная модель с 150000 видами

Заключение

В ходе проведенного исследования была подтверждена возможность использования модели Дж. Лавлока для большого числа видов. Более того, видовое многообразие модели дало возможность говорить не только о способности к сопротивлению внешним факторам, но и о поддержании гомеостаза.

При некотором количестве видов наблюдался процесс увеличения площади, занимаемой видами за счет первичного увеличения числа видов с более высокими коэффициентами альбедо на некотором интервале (L_1, L_2). Затем, наблюдалась гибель некоторых из этих видов в результате повышения температуры и дальнейшее освобождение части территории. В дальнейшем это давало видам с более низкими коэффициентами альбедо возможность занимать большую территорию A_{\max} . Но с ростом излучения звезды, при некотором $L_{\text{гибели}}$, в ряде опытов с N количеством видов, наступала гибель жизни на планете. Результаты экспериментов приведены в табл. 1.

Таблица 1

N	A_{\max}	(L_1, L_2)	$L_{\text{гибели}}$
2	27%	–	$3,00L_{\odot}$
5	70%	$(2,40L_{\odot}, 3,17L_{\odot})$	$4,29L_{\odot}$
50	70%	$(2,33L_{\odot}, 2,89L_{\odot})$	$6,00L_{\odot}$
150	68%	$(2,33L_{\odot}, 2,89L_{\odot})$	$6,15L_{\odot}$
1500	70%	$(2,33L_{\odot}, 2,89L_{\odot})$	–
15000	70%	$(2,33L_{\odot}, 2,89L_{\odot})$	–
150000	70%	$(2,33L_{\odot}, 2,89L_{\odot})$	–

Важным результатом работы стало подтверждение гипотезы о значении видового разнообразия на планете. Способность организмов к терморегулированию заставляет задуматься о поддержании видового разнообразия на планете Земля. Очевидный вывод из проведенных экспериментов – чем шире проявляется видовое разнообразие, тем больше вероятность противостоять глобальным изменениям температуры.

Библиографический список

1. **Watson, A. J.** Biological homeostasis of the global environment: the parable of Daisyworld [Электронный ресурс] / A.J. Watson, J.E. Lovelock // Режим доступа: <http://www.tellusb.net/index.php/tellusb/article/download/14616/16397> // Tellus, 35B.- 1997. С. 284-289. (дата обращения: 28.01.2014).
2. **Harding, S.P.** Exploiter-mediated Coexistence and Frequency-Dependent Selection in a Numerical Model of Biodiversity [Электронный ресурс] / S.P. Harding, J.E. Lovelock // Режим доступа: http://www.ingentaconnect.com/content/ap/jt/1996/00000182/00000002/art00146#aff_1 // Journal of Theoretical Biology, Volume 182, Number 2.-1996.-С.109-116. (дата обращения: 20.02.2014).
3. **Cohen, J. E.,** Interspecific competition affects temperature stability in Daisyworld [Электронный ресурс] / J.E.Cohen, A.D. Rich // Режим доступа: <http://www.tellusb.net/index.php/tellusb/article/view/17079> // Tellus, 52B.- 2000. - С. 980-984. (дата обращения: 20.02.2014).
4. **Lenton, T.M.,** Daisyworld revisited: quantifying biological effects on planetary self-regulation [Электронный ресурс] / T.M. Lenton, J.E. Lovelock // Режим доступа: <http://www.tellusb.net/index.php/tellusb/article/download/16597/18531> // Tellus, 53B.-2001.-С. 288-305. (дата обращения: 28.01.2014).
5. **Lenton, T.M.** Daisyworld revisited: quantifying biological effects on planetary self-regulation [Электронный ресурс] / T.M. Lenton, J.E. Lovelock // Режим доступа: <http://www.tel->

- lusb.net/index.php/tellusb/article/download/16597/18531 // Tellus, 53B.-2001.-С. 303-305. (дата обращения: 28.01.2014).
6. **Ackland, G.J.** Emergent patterns in space and time from daisyworld: a simple evolving coupled biosphere-climate model [Электронный ресурс] / G.J. Ackland, A.J. Wood // Режим доступа: <http://rsta.royalsocietypublishing.org/content/368/1910/161.full> // Phil. Trans. R. Soc. A 368. 2010./С.161-179 (дата обращения: 28.01.2014).
 7. **Punithan, D.**, Self-Organizing Spatio-temporal Pattern Formation in Two-Dimensional Daisyworld [Электронный ресурс] / D. Punithan, R.I. McKay // Режим доступа: http://www.academia.edu/2038605/Self-organizing_spatio-temporal_pattern_formation_in_two-dimensional_daisyworld // IWSOS 2012, LNCS 7166.-2012.-С. 72–83 (дата обращения: 20.02.2014).
 8. **Watson, A. J.** Biological homeostasis of the global environment: the parable of Daisyworld [Электронный ресурс] / A. J. Watson, J.E. Lovelock // Режим доступа: <http://www.tellusb.net/index.php/tellusb/article/download/14616/16397> // Tellus, 35B. 1997. С. 284. (дата обращения: 28.01.2014).
 9. **Watson, A. J.** Biological homeostasis of the global environment: the parable of Daisyworld [Электронный ресурс] / A. J. Watson, J.E. Lovelock // Режим доступа: <http://www.tellusb.net/index.php/tellusb/article/download/14616/16397> // Tellus, 35B. 1997. С. 287. (дата обращения: 28.01.2014).
 10. **Booth, G.** DaisyBall model [Электронный ресурс] / G. Booth // Режим доступа: <http://gingerbooth.com/flash/daisyball/DaisyBall.html> (дата обращения: 28.01.2014).
 11. **Russel, H. N.** Relations between the spectra and other characteristics of the stars. [Электронный ресурс] / H. N. Russel // Режим доступа: <http://adsabs.harvard.edu/abs/1914PA.....22..275R> // Popular Astronomy. V. 22. 1914. С. 275-294 (дата обращения: 28.01.2014).

*Дата поступления
в редакцию 02.09.2014*

A.S. Kozitzyn, E.V. Shadrina

STUDY OF THE EFFECT OF MICRO-PROCESSES ON THE SYSTEM OF THE EXAMPLE OF A COMPUTER MODEL DAISYWORLD

National Research University Higt Economics School

Research focus: In this article was issued the influence of number of species, which are living on the planet surface, on the temperature regulation ability of the planet. The planet is located in the orbit of the star and receives the solar energy.

Research methods: In order to study the processes was built a C# application with use of .NET Framework 4.0, which is able to simulate all experiments of this paper.

Results: The hypothesis about the importance of species diversity on the planet was proved. The ability of organisms to thermal control raises questions about maintaining species diversity on Earth. The experiments proved the fact, that wider species diversity increases the probability of resisting global temperature changes.

Novelty: The result of the study of the temperature regulations are new and are able to predict actual possible outcomes of the global temperature changes, as in the modern world the ecological security problems are very acute.

Key words: model DaisyWorld, global temperature changes, J.Lovelock's model, computer application, simulation experiments.