

УДК 519.688

А. В. Швецов<sup>1</sup>, А. А. Ложкин<sup>1</sup>, И. А. Юхновский<sup>1</sup>, Р. Р. Хайрулин<sup>1</sup>, В. В. Бенсон<sup>1</sup>,  
А. Н. Бебенин<sup>1</sup>, И. Е. Волкова<sup>2</sup>

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЦЕЛИ ПО ДАННЫМ ТЕЛЕАВТОМАТА СОПРОВОЖДЕНИЯ

ОАО «ЦНИИ Буревестник»<sup>1</sup>,  
Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева<sup>2</sup>

Рассмотрен вопрос о прогнозировании движения цели по данным, полученным с телеавтомата сопровождения. Алгоритм на основе метода наименьших квадратов позволяет предсказывать поведение целей, время полета снаряда до которых не превышает нескольких секунд, а также удаленных, но слабо маневрирующих целей.

*Ключевые слова:* зенитная артиллерия, прогнозирование, метод наименьших квадратов.

Достоверное прогнозирование движения цели представляет значительный интерес при разработке систем управления огнем зенитной артиллерии. Ошибки прогнозирования являются одними из основных и непосредственно влияют на точность стрельбы и, следовательно, эффективность систем.

Задача прогнозирования движения цели сводится к определению закона движения цели по данным наблюдения за ней в течение некоторого интервала времени и предсказания ее положения в пространстве спустя определенный промежуток времени. Последний определяется временем полета снаряда до точки встречи с целью.

Стоит отметить, что большинство целей зенитной артиллерии являются управляемыми и, следовательно, способны изменять закон своего движения в процессе полета и в том числе за время полета снаряда до цели. Поскольку, тем не менее, точка встречи рассчитывается до выстрела, то учесть эти изменения для неуправляемых снарядов не представляется возможным. Поэтому при постановке задачи мы будем исходить из того, что за прогнозируемое время закон движения цели не изменяется, а движение цели полностью определяется ее поведением в предшествующие моменты времени (интервал наблюдения).

Такое предположение, по крайней мере, должно быть справедливо для прогноза на небольшие промежутки времени вперед (порядка нескольких секунд) и для достаточно слабо маневрирующих целей. Последнее обстоятельство связано еще и с тем, что воздушные цели, движущиеся на больших скоростях, достаточно инерционны – их маневрирование ограничено максимально допустимыми перегрузками.

Для задач зенитной артиллерии удобно работать в системе координат местного горизонта, поскольку наблюдения за целью происходят именно в ней, а не в системе криволинейных (географических) координат. Задача об определении установок стрельбы ( $\theta$ ,  $\psi$ ,  $t$ ) по движущимся целям (рис.1) может быть сведена к решению системы уравнений:

$$\begin{cases} x(\theta, \psi, t) - x_c(t) = 0 \\ y(\theta, \psi, t) - y_c(t) = 0, \\ z(\theta, \psi, t) - z_c(t) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

где  $x$ ,  $y$ ,  $z$  – координаты центра масс снаряда в полете;  $x_c$ ,  $y_c$ ,  $z_c$  – координаты цели. Здесь используется стартовая система координат  $Oxyz$ , ось  $Oy$  которой направлена по нормали к поверхности земного эллипсоида в точке расположения орудия и, соответственно, плоскость  $Oxz$  является плоскостью местного горизонта. Система уравнений (1) должна быть решена относительно неизвестных установок стрельбы ( $\theta$ ,  $\psi$ ,  $t$ ) с заданной точностью, где  $\theta$  – угол

между вектором начальной скорости снаряда  $v$  и плоскостью горизонта,  $\psi$  – угол между проекцией скорости на плоскость углов стрельбы,  $t$  – время полета снаряда до цели. Зависимость координат центра масс снаряда  $r(t) = (x(t), y(t), z(t))$  при заданных значениях углов наведения орудия ( $\theta, \psi$ ) является решением системы уравнений движения твердого тела в пространстве [1, 2], в которых учтены аэродинамические силы и моменты, действующие на снаряд в полете, сила тяжести и сила Кориолиса, связанная с суточным вращением Земли.

Данные о положении цели в момент времени  $t_i$  представлены двумя углами  $\theta_{ci}$  и  $\psi_{ci}$ , которые приходят с телеавтомата сопровождения цели, и расстоянием до цели  $r_{ci}$ , измеряемом лазерным дальномером. В реальности эти приборы всегда обладают некоторой погрешностью измерений, поэтому если положить, что  $\tilde{r}_{ci}$ ,  $\tilde{\theta}_{ci}$  и  $\tilde{\psi}_{ci}$  – истинные значения в момент времени  $t_i$ , то

$$\begin{aligned} \Delta r_{ci} &= r_{ci} - \tilde{r}_{ci}, \\ \Delta \theta_{ci} &= \theta_{ci} - \tilde{\theta}_{ci}, \\ \Delta \psi_{ci} &= \psi_{ci} - \tilde{\psi}_{ci}, \end{aligned} \tag{2}$$

- соответствующие ошибки измерений. А радиус-вектор цели в системе координат местного горизонта, измеряемый в момент времени  $t_i$ , имеет следующие компоненты:

$$\begin{aligned} x_{ci} &= r_{ci} \cos \theta_{ci} \cos \psi_{ci}, \\ y_{ci} &= r_{ci} \sin \theta_{ci}, \\ z_{ci} &= -r_{ci} \cos \theta_{ci} \sin \psi_{ci}. \end{aligned} \tag{3}$$

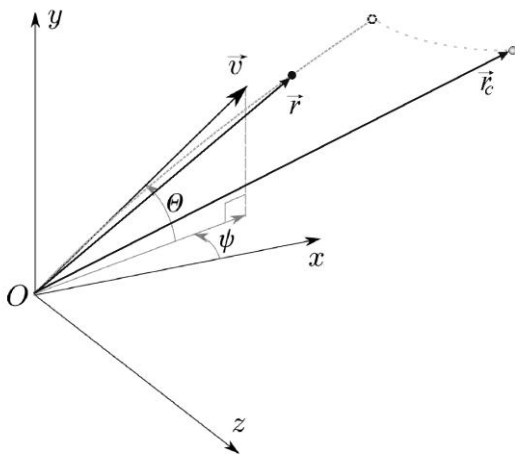


Рис. 1. Система координат местного горизонта

На рис. 1 начало координат  $O$  совпадает с орудием. Радиус-вектор  $r = (x, y, z)$  характеризует положение центра масс снаряда в пространстве, тогда как радиус-вектор  $r_c = (x_c, y_c, z_c)$  – положение цели. Вектор  $v$  – вектор скорости центра масс снаряда в начальный момент времени.

В качестве исходных данных для прогнозирования положения цели используются координаты цели  $(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci})$  в последовательные  $N$  моменты времени ( $t_i$ ) от  $t_0$  до  $t_f$ . Закон движения цели аппроксимируется полиномиальной зависимостью

$$\vec{r}_c(t) = \vec{i}P_n(t) + \vec{j}Q_m(t) + \vec{k}G_k(t), \tag{4}$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – орты системы координат местного горизонта (рис.1). Как уже отмечалось, предполагается, что цель в течение достаточного для ее поражения промежутка времени после момента  $t_f$  движется по

тому же закону  $r_c(t)$ , что и в интервале времени от  $t_0$  до  $t_f$ . Отметим, что порядки аппроксимирующих полиномов  $P_n(t), Q_m(t), G_k(t)$  в общем случае не совпадают. Каждый из полиномов  $P_n(t), Q_m(t), G_k(t)$  определяется соответственно  $(n+1), (m+1)$  и  $(k+1)$  коэффициентами

$$P_n(t) = \sum_{i=0}^n a_i t^i, \quad Q_m(t) = \sum_{i=0}^m b_i t^i, \quad G_k(t) = \sum_{i=0}^k c_i t^i. \tag{5}$$

Для прогнозирования положения цели в настоящей работе используется метод наименьших квадратов [3, 4, 6]. Последний основан на отыскании минимума функционала  $S$ :

$$S(a_0, \dots, a_n, b_0, \dots, b_m, c_0, \dots, c_k) = \sum_{i=1}^N (\bar{r}_c(t_i) - \bar{r}_{ci})^2 =$$

$$= \sum_{i=1}^N \left( (P_n(t_i) - x_{ci})^2 + (Q_m(t_i) - y_{ci})^2 + (G_k(t_i) - z_{ci})^2 \right) \quad (6)$$

Данный функционал минимален для набора коэффициентов  $a_0, \dots, a_n, b_0, \dots, b_m, c_0, \dots, c_k$ , являющихся решением системы  $(n+m+k+3)$  уравнений

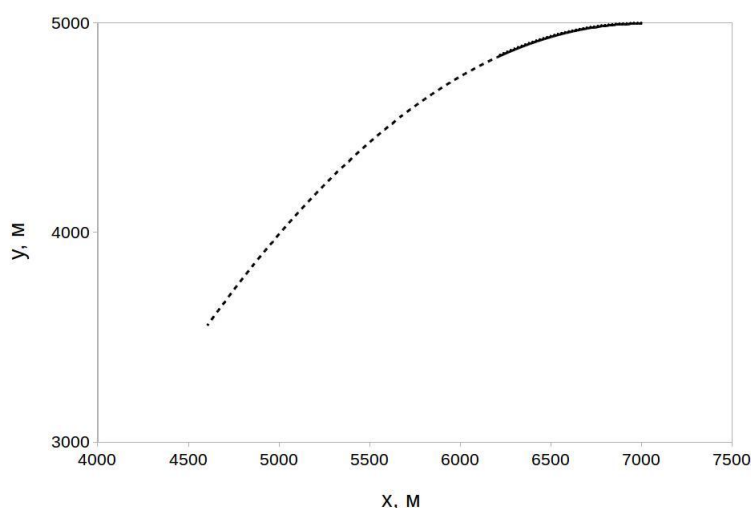
$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a_i} = 0, & i = 0, \dots, n \\ \frac{\partial S}{\partial b_i} = 0, & i = 0, \dots, m, \\ \frac{\partial S}{\partial c_i} = 0, & i = 0, \dots, k, \end{cases} \quad (7)$$

которая приводится к системе линейных уравнений относительно неизвестных коэффициентов полиномов:

$$\sum_{l=0}^n a_l \left( \sum_{i=1}^N t_i^{l+j} \right) = \sum_{i=1}^N x_{ci} t_i^j, \quad j = 0, \dots, n, \quad (8a)$$

$$\sum_{l=0}^m b_l \left( \sum_{i=1}^N t_i^{l+j} \right) = \sum_{i=1}^N y_{ci} t_i^j, \quad j = 0, \dots, m, \quad (8б)$$

$$\sum_{l=0}^k c_l \left( \sum_{i=1}^N t_i^{l+j} \right) = \sum_{i=1}^N z_{ci} t_i^j, \quad j = 0, \dots, k. \quad (8в)$$



**Рис. 2. Траектория цели в период наблюдения  $[t_0, t_f]$  (сплошная линия) и прогнозируемая траектория цели (пунктирная линия)**

Каждая из систем уравнений (8а), (8б), (8в) может быть разрешена независимо. Поскольку число определяемых коэффициентов полиномов и, соответственно, число уравнений (8а)-(8в) обычно невелико, то для решения системы уравнений используется метод Гаусса [5]. Так как координаты цели определены неточно (2), то рассчитанные в (8а)-(8в) коэффициенты  $a_l, b_l, c_l$  характеризуются определенными ошибками относительно истинных значений.

По этой причине очевидно, что необходимо ограничиваться полиномами небольшой степени, так как члены высокого порядка  $at^l$  ( $l \gg 1$ ) быстро возрастают с ростом  $t$  и соответственно увеличивают ошибку прогнозирования положения цели в пространстве. Разумеется жестко задавать порядки аппроксимирующих полиномов  $P_n(t)$ ,  $Q_m(t)$ ,  $G_k(t)$  не имеет смысла, поскольку заранее неизвестно по какому закону будет двигаться цель. С этой целью оптимальные для аппроксимации порядки полиномов должны быть определены расчетным путем по накопленным в результате наблюдения за целью данным -  $(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci})$ ,  $i = 1, \dots, N$ .

В настоящей работе используются полиномы наименьших степеней, для которых выполняется условие:

$$|P_n(t_i) - x_{ci}| < \varepsilon, \quad |Q_m(t_i) - y_{ci}| < \varepsilon, \quad |G_k(t_i) - z_{ci}| < \varepsilon, \quad \forall t_i \in [t_0, t_f], \quad (9)$$

Порядки аппроксимирующих полиномов определяются путем последовательного решения систем уравнений (8а), (8в) и проверки условия (9).

На рис. 2 представлен результат прогнозирования движения цели. Наблюдение за целью происходит в течении 4 с. (сплошная линия на рис.2). Истинные координаты цели изменяются по закону  $\tilde{x}_c = -7000 + 200 \cdot t$ ,  $\tilde{y}_c = 5000 - 10 \cdot t^2$ ,  $\tilde{z}_c = 0$ . Для расчетов использовались зашумленные данные  $x_{ci} = \tilde{x}_{ci} + \Delta x_{ci}$ ,  $y_{ci} = \tilde{y}_{ci} + \Delta y_{ci}$ ,  $z_{ci} = \tilde{z}_{ci} + \Delta z_{ci}$ , где  $\Delta x_{ci}$ ,  $\Delta y_{ci}$ ,  $\Delta z_{ci}$  - случайные ошибки измерения координат с равномерным распределением в интервале  $(-\varepsilon/2, \varepsilon/2)$ . Прогноз осуществляется на промежуток времени 8 с. вперед (пунктирная линия на рис.2). Значения  $\varepsilon$  выбирались в интервале от 1 до 10 м. Ошибки определения координат цели относительно истинных составили значения меньше  $\varepsilon$  для координат  $x_c$  и  $z_c$  и величину порядка  $4\varepsilon$  для координаты  $y_c$ . Это можно считать хорошим результатом, с учетом того, что время прогноза превышало время наблюдения в два раза.

Следует отметить, что описанный в работе алгоритм может успешно применяться для прогнозирования движения слабо маневрирующих целей, находящихся на значительных дистанциях, а также целей, испытывающих значительные перегрузки, но время полета снаряда до которых не превышает 3-4 с. В дальнейшем для увеличения точности прогноза планируется применить фильтрацию Калмана [6].

#### Библиографический список

1. ГОСТ В 24288-80. – М., Госстандарт, 1980.
2. **McCoy, R. L.** Modern Exterior Ballistics / R. L. McCoy - Atglen, Schiffer Military History, 2012.
3. **Линник, Ю. В.** Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений / Ю. В. Линник. – М., 1962.
4. **Зайдель, А. Н.** Ошибки измерений физических величин / А. Н. Зайдель. – Л.: Наука, 1974.
5. **Бахвалов, Н.С.** Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М.: Бинном. Лаборатория знаний, 2011.
6. **Фарина, А.** Цифровая обработка радиолокационной информации / А. Фарина, Ф. Студер. – М.: Радио и связь, 1993.

Дата поступления  
в редакцию 11.12.2014

**A. V. Shvetsov, A. A. Lozhkin, I. A. Juhnowski, R.R. Khairulin, V. V. Benson,  
A. N. Bebenin, I. E. Volkova**

#### PREDICTION OF TARGET MOTION BY DATA OF AN OPTICAL TRACKING SYSTEM

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R. E. Alexeev,  
Joint Stock Company Central Research Institute "BUREVESTNIK"

The forecasting algorithm of target motion is discussed for the case of data obtained by an optical tracking system. The algorithm based on the method of least squares allows to predict a target behavior if the time flight of a projectile to the target does not exceed a few seconds as well as for the case of slowly maneuvering remote targets.

*Key words:* flak, forecasting algorithm, least-squares method.