УДК 658.527.011

А.А Иванов

ОПТИМАЛЬНЫЕ РАСПИСАНИЯ ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКЕ ЗАГОТОВОК БЕЗ ПЕРЕНАЛАДКИ СТАНКА

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Оптимальные расписания обработки заготовок обеспечивают минимизацию максимальной длительности прохождения заготовок в системе. Представленные алгоритмы составления оптимальных расписаний могут быть использованы только при отсутствии переналадки станков.

Цель работы: Использование методики расчета оптимальных расписаний, обеспечивающих повышение производительности процесса обработки заготовок.

Метод проведения работы: Для составления оптимальных расписаний используются алгоритмы SPT (Short Processing Time) и Джонсона.

Результаты и область их применения: Оптимальные расписания при параллельной и последовательной обработке заготовок позволяют минимизировать время ожидания обработки.

Выводы: Представленные алгоритмы оптимизации обеспечивают повышение производительности систем механообработки.

Ключевые слова: оптимальное расписание, поточная линия, параллельная обработка, последовательная обработка.

Задача составления оптимальных расписаний относится к задачам комбинаторного типа, так как ее решение связано с выбором из $N!$ вариантов обработки (сборки).

Параллельная обработка заготовок на группе однородных станков проводится с целью повышения производительности на «узких» участках производства. Партия заготовок доставляется на участок обработки и разбивается на группы по числу станков (**статическая система**). Оптимальное расписание составляется для каждого станка независимо от других и минимизирует время ожидания обработки $t_{ож}$, так как время Σt_i = const и зависит лишь от технологии обработки (t_i – время обработки i-й заготовки).

При отсутствии ограничений для составления оптимального расписания обработки на каждом станке используется алгоритм SPT (Short Processing Time), по которому упорядочение заготовок имеет вид [2]

$$t_1 \le t_2 \le \ldots \le t_N.$$

Однако алгоритм SPT не обеспечивает равномерной загрузки станков, при которой снижаются их простои. Покажем это на примере. Пусть имеется партия из шести заготовок с фактическими временами обработки t_i (1,2,3,4,5,6), которую надо распределить между двумя станками. Используя алгоритм SPT, составим расписание обработки на обоих станках:

C1	1	3	5	$\Sigma t_i = 9$
C2	2	4	6	$\Sigma t_i = 12$

Первый станок, закончив обработку, будет простаивать 3 ед. времени в ожидании поступления новой партии заготовок. Для выравнивания суммарного времени Σt_i используют следующее правило: вначале на станок идет заготовка с t_{max}, затем из оставшихся – опять заготовка с t_{max} и т.д. В результате получим промежуточное расписание

C1	6	3	2	$\Sigma t_i = 11$

С2	5	4	1	$\Sigma t_i = 10$

Здесь заготовка с $t = 4$ идет на станок С2, так как станок С1 в это время занят. В этом случае неравномерность загрузки станков уменьшилась и простой станка С2 минимален (1 ед. времени). Окончательное расписание получаем, применяя алгоритм SPT

С1	2	3	6	$\Sigma t_i = 11$
С2	1	4	5	$\Sigma t_i = 10$

Если в системе имеет место ограничение в виде плановых (директивных) сроков обработки d_i, то расписание имеет вид (алгоритм Джексона):

$$d_1 \le d_2 \le ... \le d_N .$$

Для случая $\Delta t_i = d_i - t_i < 0$ имеем запаздывание в выполнении работ, а в случае $\Delta t_i > 0$ – опережение, т.е. резерв времени. Расписание с Δt_i имеет вид

$$\Delta t_1 \le \Delta t_2 \le ... \le \Delta t_N.$$

Алгоритм Джексона дополнен Смитом для случая, когда максимальное запаздывание работ равно нулю, т.е. $d_i \ge \sum_{i=1}^{N} t_i$ (алгоритм Джексона-Смита). В этом случае из группы заготовок, удовлетворяющих данному условию, выбирается заготовка с максимальным временем обработки t_i и для оставшихся $N – 1$ заготовок процедура повторяется.

Динамическая система

Статическая система превращается в динамическую, если вводится дополнительное ограничение, регламентирующее время поступления r_i заготовок на участок обработки. В этом случае программа «автоматический диспетчер» должна распределять поступающие заготовки по станкам в соответствии с расписанием, обеспечивающим обработку в заданные сроки.

Пример работы программы автоматического диспетчера.

Партия из 7 заготовок обрабатывается на трех станках. Характеристики заготовок приведены в табл. 1. Кроме номеров заготовок, в таблице указаны фактические t_i и плановые d_i сроки обработки, а также время поступления r_i заготовок на участок.

Таблица 1

Характеристики партии заготовок в динамической системе

№ заг.	1	2	3	4	5	6	7
t_i	2	5	6	3	8	10	1
r_i	0	6	1	3	8	2	6
d_i	5	16	10	7	20	18	10

На множестве $\{r_i\}$, $\{d_i\}$ построим временные интервалы:

(0,1); (1,2); (2,3); (3,5); (5,6); (6,7); (7,8); (8,10); (10,16); (16,18); (18,20).

На временные интервалы наложим номера поступивших в моменты r_i заготовок и проведем их распределение по трем станкам (табл. 2).

Таблица 2

Распределение заготовок по трем станкам в динамической системе

Инт.. Ст-к	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
С1	1	1	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6								
С2		3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2								
С3				4	4	4	7		5	5	5	5	5	5	5	5				

Последовательная обработка заготовок на поточной линии производится в соответствии с маршрутной технологической картой. Критерий оптимальности расписания – минимизация максимальной длительности прохождения заготовок в системе

$$\max T \to \min.$$

Это значит, что минимизируется цикловое время, которое напрямую связано с производительностью технологических систем ($Q_т = 1/t_ц$).

Теория показывает, что в поточной линии достаточно установить порядок обработки заготовок на первых двух станках С1 и С2 [2]. В общем виде расписание для двух станков представлено в табл. 3.

Таблица 3

Порядок обработки заготовок на первых двух станках поточной линии

<table>
<tr><td>С1</td><td>a_1</td><td>a_2</td><td colspan="2">a_3</td><td colspan="2">...</td><td>a_{N-1}</td><td>a_N</td><td></td></tr>
<tr><td>С2</td><td></td><td>b_1</td><td>b_2</td><td></td><td>b_3</td><td colspan="2">...</td><td>b_{N-1}</td><td>b_N</td></tr>
</table>

В представленном расписании в верхней строчке таблицы заданы a_i – длительности обработки заготовок на станке С1, а в нижней строчке – b_j - длительности обработки на станке С2. Индексы при a_i и b_j указывают порядок следования заготовок на обработку.

Из табл. 3 следует, что длительность $\max T$ равна

$$\max T \geq \sum_{i=1}^{N} a_i + b_N \quad \text{или} \quad \max T \geq a_1 + \sum_{j=1}^{N} b_j\ .$$

Суммы в этих выражениях не зависят от последовательности работ, так как определяются только технологией обработки заготовок. Поэтому уменьшить время $\max T$ можно лишь за счет выбора величин a_1 и b_N.

В основе алгоритма составления оптимального расписания при последовательной обработке заготовок на поточной линии лежит теорема Джонсона, результатом которой является соотношение [1,2]

$$\min\,(a_j,b_i) \leq \min\,(a_i,b_j)\ .$$

Если имеем $\min\,(a_j) \leq \min\,(b_j)$, то заготовка a_j должна обрабатываться первой, а если $\min\,(b_i) < \min\,(a_i)$, то заготовка b_i будет обрабатываться последней. Соответственно обозначения заготовок будут: a_1, b_1 и a_N, b_N.

После того, как будет размещена одна заготовка, это правило применяется для оставшихся заготовок, пока не будет сформировано оптимальное расписание.

Пример.

В табл. 4 даны длительности обработки пяти заготовок на двух станках.

Таблица 4

Длительности обработки пяти заготовок на двух станках

№ заг.	1	2	3	4	5
a_i	6	0	5	8	2
b_j	3	2	4	6	1

Упорядочим массивы a_i и b_j в порядке возрастания

a_i	0_2	2_5	5_3	6_1	8_4
b_j	1_5	2_2	3_1	4_3	6_4

На станке С1 минимальная длительность обработки у заготовки 2 ($a_2 = 0$), а на станке С2 – у заготовки № 5 ($b_5 = 1$). Так как $a_2 < b_5$ (0 < 1), то заготовка 2 будет обрабатываться первой. Исключив ее из списка, получим

a_i	2_5	5_3	6_1	8_4
b_j	1_5	3_1	4_3	6_4

Здесь $b_5 < a_5$ (1 < 2), поэтому заготовка 5 должна обрабатываться последней. Проделывая эту процедуру с оставшимися заготовками, получим *оптимальное* расписание (по номерам заготовок): **2,4,3,1,5.**

Чтобы убедиться в этом, следует сравнить диаграммы с оптимальным и исходным расписанием. Диаграммы строят в масштабе по длительностям обработки.

$a_2 = 0$

<table>
<tr><td>a_i</td><td>$a_1= 6$</td><td colspan="2">$a_3 = 5$</td><td colspan="2">$a_4 = 8$</td><td>$a_5 =2$</td><td colspan="2">5 ед.</td></tr>
<tr><td>b_j</td><td></td><td>$b_1 = 3$</td><td>$b_2=2$</td><td>$b_3 = 4$</td><td>Простой
4 ед.</td><td colspan="2">$b_4 = 6$</td><td>$b_5 = 1$</td></tr>
</table>

а)

$a_2 = 0$

<table>
<tr><td>a_i</td><td colspan="2">$a_4 = 8$</td><td>$a_3 = 5$</td><td colspan="3">$a_1= 6$</td><td>$a_5 =2$</td><td colspan="2">2 ед.</td></tr>
<tr><td>b_j</td><td>$b_2=2$</td><td>Простой
6 ед.</td><td colspan="2">$b_4 = 6$</td><td>$b_3 = 4$</td><td>Пр.
1 ед.</td><td colspan="2">$b_1 = 3$</td><td>$b_5 = 1$</td></tr>
</table>

б)

Рис. 1. Диаграммы с исходным (*а*) и оптимальным (*б*) расписанием обработки заготовок на двух станках поточной линии

По диаграммам находим:

$$\max T_{исх} = 26 \text{ ед. времени, а } \max T_{опт} = 23 \text{ ед. времени.}$$

Выводы

В случае параллельной обработки заготовок на группе однородных станков оптимальное расписание составляется для каждого станка независимо от других и минимизирует время ожидания обработки (статическая система). При этом используется алгоритм SPT (Short Processing Time).

Критерием оптимальности расписания при последовательной обработке заготовок на поточной линии является минимизация максимальной длительности прохождения заготовок в системе. В этом случае в основе алгоритма составления оптимального расписания лежит теорема Джонсона.

Представленные алгоритмы составления оптимальных расписаний могут быть использованы только при отсутствии переналадки станков.

Библиографический список

1. **Иванов, А.А.** Автоматизация технологических процессов и производств: учеб. пособие / А.А. Иванов. М.: ФОРУМ, 2011. − 224 с.
2. **Конвей, Р.В.** Теория расписаний / Р.В. Конвей, В.Л. Максвелл, Л.В. Милляр. – М.: Наука, 1975. – 324 с.

Дата поступления
в редакцию 11.12.2014

A.A. IVANOV

OPTIMAL SCHEDULES OF PARALLEL AND CONSECUTIVE PROCESSING OF PIECES WITHOUT CHANGEOVER

Nizhny Novgorod state technical university n. a. R. E. Alexeev

Optimal schedules of processing of pieces allow for minimizing of the maximum passing time of the pieces in the system. The presented algorithms of optimal schedules set up can be used only if no changeover of the machines takes place.

Purpose: Making use of optimal schedules set up to provide for the productivity increase of processing of pieces.

Working methods: SPT (Short Processing Time) and Johnson algorithms are used for optimal schedules settlement.

Results and fields of application: Optimal schedules of parallel and consecutive piece processing allow to minimize the wait time at processing.

Conclusions: The presented optimization algorithms provide for the machining productivity increase.

Key words: optimal schedule, (continuous) processing line, parallel processing, consecutive processing.