

УДК 621.372.413

Белов Ю.Г.¹, Ворошилов Б.И.², Малахов В.А.¹, Нефедьев И.А.¹**ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ В РЕЗОНАТОРЕ,
ОБРАЗОВАННОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНОЙ
С ДВУХСТОРОННЕЙ МЕТАЛЛИЗАЦИЕЙ**Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева¹, Нижегородский научно-исследовательский институт радиотехники²

Рассмотрен резонатор в виде прямоугольной диэлектрической пластины, металлизированной с двух сторон. Торцы пластины не металлизированы. Представлены результаты расчета резонансных частот и добротности колебаний в таком резонаторе. Полученные расчетные соотношения могут быть использованы в качестве алгоритмической основы метода измерения параметров диэлектриков фольгированных диэлектрических пластин.

Ключевые слова: металлизированная диэлектрическая пластина, резонансная частота, добротность, параметры диэлектрика.

При входном контроле параметров фольгированных диэлектрических пластин, предназначенных для изготовления радиоэлектронных устройств, необходимо оперативно измерять относительную диэлектрическую проницаемость ϵ_r и тангенс угла диэлектрических потерь $\operatorname{tg}\delta$ материала пластины. В связи с этим представляет интерес «неразрушающий» метод измерения параметров диэлектрика пластины (т.е. без удаления с нее металлической фольги), основанный на возбуждении в металлизированной диэлектрической пластине электромагнитных колебаний, измерении их резонансных частот и добротности, затем вычислении из результатов измерений параметров ϵ_r и $\operatorname{tg}\delta$ диэлектрика. В настоящей работе представлена постановка задачи о расчете характеристик электромагнитных колебаний в резонаторе, образованном такой пластиной, и получены расчетные соотношения для определения ϵ_r и $\operatorname{tg}\delta$ диэлектрика по данным измерений характеристик резонатора.

Рассматриваемый резонатор с обозначением геометрических размеров схематически показан на рис. 1. Диэлектрическая пластина металлизирована сверху (поверхность S_1) и снизу (поверхность S_2). Торцы пластины не металлизированы. Строгое исследование колебаний в таком резонаторе с учетом излучения со стороны торцов представляет собой сложную электродинамическую задачу, решение которой возможно с использованием тех или иных приближений [1-3]. В рассматриваемом резонаторе (рис. 1) размер d (толщина пластины) мал ($d = 1 \div 2$ мм), в то время как размеры W и L обычно составляют несколько десятков сантиметров. Таким образом, площадь торцовых поверхностей мала по сравнению с S_1 , S_2 . На рабочих частотах резонатора электрические размеры излучающих апертур (торцов) также малы. На этом основании излучением со стороны торцов в рассматриваемом резонаторе можно пренебречь.

В теории диэлектрических резонаторов [1] при высокой диэлектрической проницаемости материала резонатора ϵ_r хорошие результаты при расчете резонансных частот дает предположение, что на всей или части поверхности резонатора выполняется граничное условие, соответствующее «магнитной» стенке, когда на этой поверхности считается равной нулю тангенциальная составляющая магнитного поля. Диэлектрическая проницаемость материала пластин обычно достаточно велика ($\epsilon_r \sim 10$). При малой толщине пластины электромагнитное поле оказывается «запертым» в диэлектрике, как в диэлектрическом резонаторе.

Это позволяет принять предположение, что на поверхности торцов выполняется граничное условие, соответствующее «магнитной» стенке. Справедливость этого предположения далее обосновывается сравнением результатов расчета с экспериментом.

Поскольку толщина пластины d мала, следует ожидать, что резонансные колебания, возбуждаемые на сравнительно невысоких частотах, не будут иметь вариаций поля по координате y . Поэтому в резонаторе не будут возбуждаться колебания типа «E», у которых компонента поля $E_z \neq 0$.

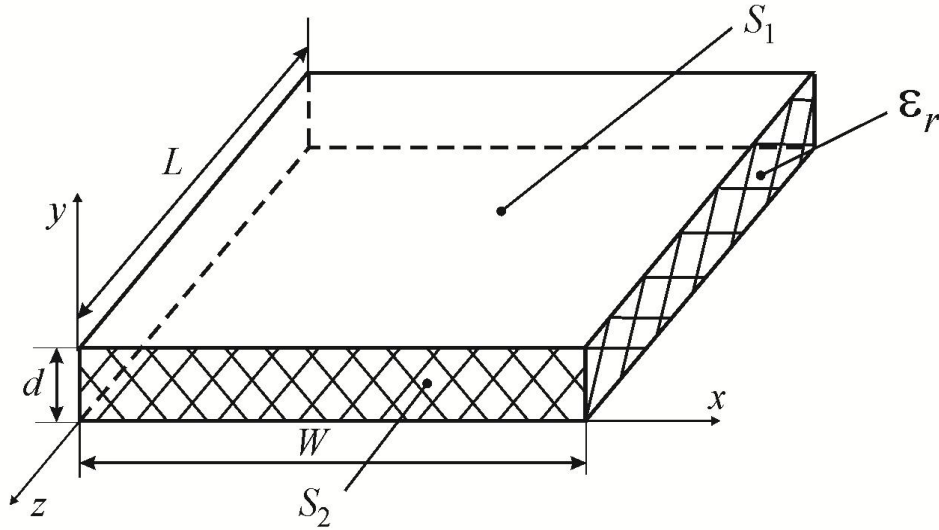


Рис. 1. Резонатор в виде диэлектрической пластины, металлизированной сверху и снизу

Компоненты полей колебаний типа «H» ($H_z \neq 0$) выражаются [4] через продольную компоненту магнитного вектора Герца Π_z^h по формулам:

$$\begin{aligned}
 H_z &= \chi^2 \Pi_z^h; & E_x &= -i\omega\mu_0 \frac{\partial \Pi_z^h}{\partial y}; \\
 H_x &= \frac{\partial^2 \Pi_z^h}{\partial x \partial z}; & E_y &= i\omega\mu_0 \frac{\partial \Pi_z^h}{\partial x}; \\
 H_y &= \frac{\partial^2 \Pi_z^h}{\partial y \partial z};
 \end{aligned} \tag{1}$$

где χ - поперечное волновое число; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Вектор Герца определяется из решения уравнения Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 \Pi_z^h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z^h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z^h}{\partial z^2} + \epsilon_r k_0^2 \Pi_z^h = 0 \tag{2}$$

при граничных условиях:

$$E_x|_{y=0;d} = 0; \tag{3}$$

$$H_x|_{z=0;L} = 0; \quad H_y|_{z=0;L} = 0; \tag{4}$$

$$H_z|_{x=0;w} = 0; \quad H_y|_{x=0;w} = 0. \tag{5}$$

В уравнении (2) обозначено: $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$; $\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{\Phi}{\text{м}}$; ε_r - относительная диэлектрическая проницаемость материала пластины. Граничное условие (3) – условие $E_\tau = 0$ на нижнем и верхнем слоях металлизации (металл считаем идеально проводящим). Условия (4) и (5) соответствуют «магнитной» стенке на торцах пластины

$$H_\tau \Big|_{S_{\text{торц}}} = 0. \quad (6)$$

Решение уравнения (2) при граничных условиях (3) – (5) имеет вид

$$\begin{aligned} \Pi_z^h(x, y, z) &= A \sin \frac{\pi N}{W} x \cdot \cos \frac{\pi p}{d} y \cdot \cos \frac{\pi M}{L} z; \\ \left(\frac{\pi N}{W}\right)^2 + \left(\frac{\pi p}{d}\right)^2 + \left(\frac{\pi M}{L}\right)^2 &= \varepsilon_r k_0^2, \end{aligned} \quad (7)$$

где A – амплитудный коэффициент; $N = 1, 2, 3, \dots$; $p = 0, 1, 2, \dots$; $M = 0, 1, 2, \dots$.

Считая поле не зависящим от координаты y , полагаем $p = 0$. В этом случае решение (7) описывает колебания типа H_{N0M} с компонентами:

$$\begin{aligned} H_z &= \left(\frac{\pi N}{W}\right)^2 A \sin \frac{\pi N}{W} x \cos \frac{\pi M}{L} z; \\ H_x &= -\left(\frac{\pi N}{W}\right) \cdot \left(\frac{\pi M}{L}\right) A \cos \frac{\pi N}{W} x \sin \frac{\pi M}{L} z; \\ E_y &= -i\omega\mu_0 \cdot \left(\frac{\pi N}{W}\right) A \cos \frac{\pi N}{W} x \cdot \cos \frac{\pi M}{L} z. \end{aligned} \quad (8)$$

Резонансная частота такого колебания находится из формулы

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{\pi N}{W}\right)^2 + \left(\frac{\pi M}{L}\right)^2}{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0}}, \quad (9)$$

где $N = 1, 2, 3, \dots$; $M = 0, 1, 2, \dots$.

Если поменять на рис. 1 координатные оси x и z местами (они равноправны), то получим колебания H_{M0N} с той же формулой для резонансной частоты (9), в которой $M = 1, 2, 3, \dots$; $N = 0, 1, 2, \dots$. Это колебание будет иметь те же компоненты поля, что и H_{N0M} . Выражения для компонент получаются из (8) заменой

$$W \leftrightarrow L, \quad M \leftrightarrow N. \quad (10)$$

Формула (9) позволяет определить диэлектрическую проницаемость материала пластины ε_r по измеренному значению резонансной частоты колебания $f_{\text{рез}}^{M,N}$. Для этого очевидно необходимо идентифицировать тип этого колебания – определить значения индексов M и N .

Расчет добротности резонатора производится методом возмущений [4] с учетом потерь в диэлектрике пластины и в металле слоев S_1, S_2 (рис. 1):

$$Q = \omega_{\text{рез}} \frac{W^e}{P_d + P_{M1} + P_{M2}} \quad (11)$$

где $\omega_{\text{рез}} = 2\pi f_{\text{рез}}$;

$$W^e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r \int_v |E_y|^2 dV \quad (12)$$

• запасенная энергия (в данном случае при расчете запасенной энергии удобно рассчитывать энергию электрического поля, так как оно имеет единственную компоненту E_y); V – объем резонатора;

$$P_d = \omega_{\text{рез}} \text{tg} \delta W^e \quad (13)$$

• мощность потерь в диэлектрике;

$$P_{m1,2} = \frac{1}{2} R_s \int_{S_{1,2}} |H_\tau|_{y=0;d}^2 \cdot dS \quad (14)$$

• мощность потерь в металле слоев S_1 и S_2 ; $R_s = \sqrt{\omega_{\text{рез}} \mu_0 / 2\sigma}$ – поверхностное сопротивление (σ – проводимость металла; H_τ – тангенциальная к поверхности слоев $S_{1,2}$ компонента магнитного поля. В данном случае $|H_\tau|^2 = |H_z|^2 + |H_x|^2$). Поскольку поле в резонаторе не зависит от координаты y , $P_{m1} = P_{m2} = P_m$. В соответствии с принятыми предположениями потери на излучение со стороны торцов в (11) не учитываются.

Подставляя в формулы (12) и (14) выражения (8) компонент электромагнитного поля колебаний H_{NOM} , после несложных преобразований получаем формулы для расчета величин W^e и P_m , соответствующие этим колебаниям:

$$W^e = \frac{1}{8} \varepsilon_0 \varepsilon_r \omega_{\text{рез}}^2 \mu_0^2 \left(\frac{\pi N}{W} \right)^2 A^2 W L d (1 + \delta_N)(1 + \delta_M); \quad (15)$$

$$P_m = \frac{1}{8} R_s \left(\frac{\pi N}{W} \right)^2 A^2 \left[\left(\frac{\pi N}{W} \right)^2 (1 - \delta_N)(1 + \delta_M) + \left(\frac{\pi M}{L} \right)^2 (1 + \delta_N)(1 - \delta_M) \right] W L, \quad (16)$$

где

$$\delta_M = \begin{cases} 1, & M = 0; \\ 0, & M \neq 0; \end{cases} \quad \delta_N = \begin{cases} 1, & N = 0; \\ 0, & N \neq 0; \end{cases} \quad (17)$$

Отметим, что для колебаний H_{NOM} $N \neq 0$, поэтому для этих колебаний $\delta_N = 0$.

Выражение (11) добротности можно представить в виде

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_m}, \quad (18)$$

где $Q_d = \omega_{\text{рез}} W^e / P_d$ – составляющая добротности резонатора, обусловленная потерями в диэлектрике; $Q_m = \omega_{\text{рез}} W^e / 2P_m$ – составляющая, обусловленная потерями в металле. Из формул (11) – (14) видно, что для рассматриваемого резонатора $Q_d = 1/\text{tg} \delta$. Для Q_m после преобразований получается формула

$$Q_m = \pi d \sqrt{\frac{60\sigma}{\sqrt{\varepsilon_r}}} \cdot \frac{\left[\left(\frac{N}{W} \right)^2 + \left(\frac{M}{L} \right)^2 \right]^{5/4}}{\left(\frac{M}{L} \right)^2 \frac{1 - \delta_M}{1 + \delta_M} + \left(\frac{N}{W} \right)^2 \frac{1 - \delta_N}{1 + \delta_N}}. \quad (19)$$

Из выражения (17) следует, что

$$\frac{1 - \delta_M}{1 + \delta_M} = \begin{cases} 0, & M = 0; \\ 1, & M \neq 0; \end{cases} \quad \frac{1 - \delta_N}{1 + \delta_N} = \begin{cases} 0, & N = 0; \\ 1, & N \neq 0. \end{cases} \quad (20)$$

Поэтому с учетом выражения для резонансной частоты (9) формула (19) принимает окончательный вид

$$Q_m = d \sqrt{60\pi\sigma \omega_{\text{рез}} \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}. \quad (21)$$

При расчете добротности колебаний H_{MON} в формуле (19) следует произвести замену (10). Нетрудно убедиться, что вид (19) при этом не изменится. Следовательно, остается неизменной и формула (21). Таким образом, выражение (18), где $Q_d = 1/\text{tg}\delta$, а Q_m вычисляется по формуле (21), справедливо как для колебаний H_{NOM} ($N = 1, 2, 3, \dots; M = 0, 1, 2, \dots$), так и для H_{MON} ($M = 1, 2, 3, \dots; N = 0, 1, 2, \dots$),

Отметим важную особенность формулы (21). Величина добротности Q_m не зависит от типа колебания (от значений индексов M или N), а зависит только от резонансной частоты этого колебания. Данная особенность существенно упрощает процедуру определения $\text{tg}\delta$ материала пластины по результатам измерения добротности резонатора, поскольку нет необходимости идентифицировать тип колебания, достаточно только знать его резонансную частоту. В этом заключается отличие от описанной выше процедуры определения ϵ_r с помощью формулы (9) по значению измеренной резонансной частоты. Эта процедура требует достоверной идентификации типа колебания (определения индексов M и N).

Далее представлены результаты расчетов по полученным формулам величин $\tilde{k}_{\text{орез}} = k_{\text{орез}}W$ и $\tilde{Q}_m = Q_m d^{-\frac{1}{2}}$ различных типов колебаний в резонаторе в виде пластины с относительными размерами $\frac{L}{W} = 0,75; \frac{d}{W} = 0,0021$ из листового диэлектрического материала с проницаемостью $\epsilon_r = 10,4$ покрытого с двух сторон медной фольгой. Проводимость меди была принята равной $\sigma = 5 \cdot 10^7$ См/м [5]. Для контроля правильности полученных выражений величины были рассчитаны с помощью пакета математического моделирования *ANSOFT HFSS*.

Моделирование так же, как и вывод расчетных выражений, производилось при задании на торцах пластины граничных условий типа «магнитной» стенки. Результаты аналитического расчета и математического моделирования представлены в табл. 1.

Таблица 1

Величина	Процесс	Тип колебания				
		$N = 1; M = 0$	$N = 0; M = 1$	$N = 1; M = 1$	$N = 2; M = 0$	$N = 2; M = 1$
$\tilde{k}_{\text{орез}}$	расчет	0,9737	1,2968	1,6217	1,9474	2,3397
	моделир.	0,9699	1,2917	1,6167	1,9418	2,3335
$\tilde{Q}_m, M^{-\frac{1}{2}}$	расчет	4423	5104	5708	6255	6856
	моделир.	4435	5116	5720	6267	6867

Дополнительно результаты моделирования для нескольких типов колебаний представлены на рис. 2, на которых показаны растровые картины распределения напряженности электрического поля в резонаторе и эпюры распределения этого поля по сторонам пластины. Последние наглядно позволяют идентифицировать тип колебания, т.е. определить индексы N и M как количество полуволновых осцилляций поля по широкой и узкой сторонам пластины соответственно.

Как видно из табл. 1 и рис. 2 результаты расчетов и математического моделирования совпадают с высокой точностью, что свидетельствует о правильности полученных расчетных выражений.

Результаты расчета резонансных частот были сопоставлены с данными эксперимента. Измерения $f_{\text{рез}}$ производились с помощью измерителя амплитудно-частотных характеристик при включении резонатора «на проход» и подаче противофазных напряжений на верхний и нижний слои металлизации (соответственно снятию напряжений с верхнего и нижнего слоев) в серединах узких или широких краев пластины. Идентификация типов колебаний (определение числа полуволновых осцилляций электрического поля по сторонам резонатора) производилась перемещением локального короткозамыкателя (в виде узкой полоски фольги) вдоль широкого и узкого краев пластины. При попадании короткозамыкателя в пучность электрического поля добротность колебания резко падает, что фиксируется по уменьшению высоты резонансной кривой на экране измерителя.

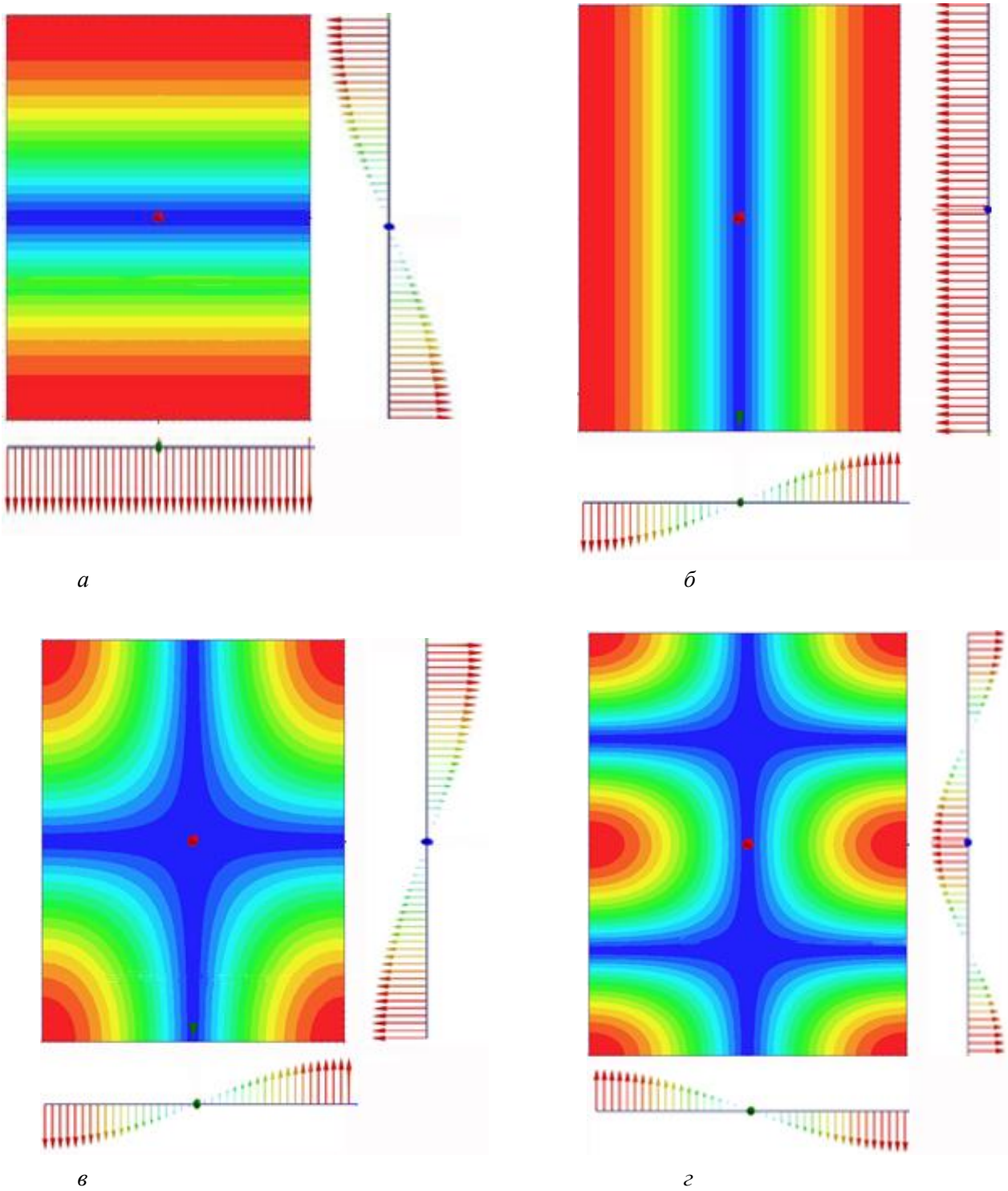


Рис. 2. Результаты математического моделирования для колебаний:

a – $N = 1; M = 0;$

б – $N = 0; M = 1;$

в – $N = 1; M = 1;$

г – $N = 2; M = 1$

Результаты расчета значений $\tilde{k}_{\text{орез}}$ и эксперимента приведены в табл. 2.

Таблица 2

Величина	Процесс	Тип колебания				
		$N = 2; M = 0$	$N = 0; M = 2$	$N = 1; M = 2$	$N = 3; M = 0$	$N = 2; M = 2$
$\tilde{k}_{\text{орез}}$	расчет	1,9474	2,5937	2,7705	2,9211	3,2435
	экспер.	1,9410	2,5923	2,7711	2,9116	3,2436

Как видно из табл. 2, результаты расчета и эксперимента достаточно близки. Это свидетельствует о том, что заложенная в основу формулы (9) электродинамическая модель резонатора с «магнитными» стенками на торцах пластины и отсутствием излучения со стороны этих торцов позволяет хорошо описать структуру электромагнитного поля в реальной пластине. Некоторые расхождения результатов расчета и эксперимента обусловлены, помимо нестрогости электродинамической модели, также погрешностью эксперимента и отличием диэлектрической проницаемости материала пластины, использованной в эксперименте, от номинального значения $\epsilon_r = 10,4$.

Библиографический список

1. Диэлектрические резонаторы / М.Е. Ильченко [и др.]. – М.: Радио и связь, 1989. – 328 с.
2. Добротность сапфирового дискового резонатора с проводящими торцевыми стенками в миллиметровом диапазоне длин волн / А.А. Баранник [и др.] // Журнал технической физики. 2003. Т. 73. Вып. 5. С. 99–103.
3. Исследование азимутальных колебаний в дисковом диэлектрическом резонаторе с проводящими торцевыми стенками / Ю.Г. Белов [и др.] // Антенны. 2014. Вып. 8 (207). С. 59–67.
4. Вайнштейн, Л.А. Электромагнитные волны / Л.А. Вайнштейн. – М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.
5. Фельдштейн, А.Л. Справочник по элементам волноводной техники / А.Л. Фельдштейн, Л.Р. Явич, В.П. Смирнов. – М.: Сов. радио, 1967. – 651 с.

Дата поступления
в редакцию 05.02.2015

Yu. G. Belov¹, V.I. Voroshilov², V.A. Malakhov¹, I.A. Nefed'ev¹

ELECTROMAGNETIC OSCILLATIONS IN THE DIELECTRIC PLATE WITH BILATERAL METALLIZATION RESONATOR RESEARCH

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alexeev¹,
Nizhny Novgorod research institute of radio engineering²

Subject: The resonator in the form of the rectangular dielectric plate metallized from two parties.

Method: The electrodynamic analysis is based on the assumption that on all or part of a surface of the resonator the boundary condition corresponding to a "magnetic" wall (when the tangential component of a magnetic field is considered equal to zero on this surface) is satisfied at high dielectric transmittivity of material of resonator.

Results: Results of calculation of resonant frequencies and quality factor of fluctuations in the resonator are presented. These values were also calculated by means of a package of mathematical modeling ANSOFT HFSS for the purpose of control of correctness of the received expressions. Results of calculation of resonant frequencies were compared with data of experiment.

Conclusions: It is shown that results of calculations and mathematical modeling coincide with high precision. It testifies to correctness of the received settlement expressions. Results of calculation and experiment are rather similar. It testifies that the electrodynamic model of the resonator with "magnetic" walls at the end faces of a plate allows to receive well description of structure of an electromagnetic field in the real dielectric plate with bilateral metallization.

Range of application: Measurement of parameters of dielectrics of the dielectric plates covered with a foil.

Key words: the metallized dielectric plate, resonant frequency, quality factor, dielectric parameters.