

# ИНФОРМАТИКА И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

УДК 537.86

Н.В. Асеева, Л.Г. Бляхман, Е.М. Громов, И.В. Оносова, В.В. Тютин

## СОЛИТОНЫ В РАСШИРЕННОМ НЕЛИНЕЙНОМ УРАВНЕНИИ ШРЕДИНГЕРА С ПСЕВДОРАМАНОВСКИМ РАССЕЯНИЕМ И НЕЛИНЕЙНОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,  
(Нижний Новгород)

**Цель работы:** Рассмотрена динамика солитонов в рамках расширенного нелинейного уравнения Шредингера, учитывающего псевдорамановское рассеяние (рассеяние на затухание низкочастотных волнах), нелинейную дисперсию и пространственную неоднородность дисперсии второго порядка.

**Результат:** Показано, что при наличии нелинейной дисперсии сдвиг вниз спектра волновых чисел солитона, вызванный псевдорамановским рассеянием, может быть компенсирован сдвигом спектра вверх, вызванным пространственным уменьшением дисперсии второго порядка. Равновесное состояние является устойчивым при отрицательной величине нелинейной дисперсии и неустойчивым - при положительной. Корректность полученных аналитически решений подтверждается результатами численного счета.

**Научный подход:** Исследование проведено как численно, так и аналитически.

**Новизна:** Результаты исследования новые и могут иметь приложение для исследования и описания динамики интенсивных нелинейных волновых пакетов в плазме или в оптических волоконных линиях связи.

*Ключевые слова:* нелинейное уравнение шредингера третьего порядка, солитон, вынужденное рассеяние, неоднородность, дисперсия второго порядка, нелинейная дисперсия, численный эксперимент.

Существенный интерес к динамике солитонов в настоящее время обусловлен их способностью преодолевать большие расстояния, сохраняя форму и перенося энергию и информацию. Солитонные решения имеют отношение к нелинейным моделям в самых различных областях физики, которые имеют дело с распространением интенсивных волновых полей в диспергирующих средах: оптических импульсов и волновых пучков в пространственных волноводах, электромагнитных волн в плазме, поверхностных волн на глубокой воде и т.д. [1-7]. Также существенный интерес солитоны вызывают в плазмоне [8-10].

Динамика протяженных высокочастотных (ВЧ) волновых пакетов вполне корректно описывается вторым порядком нелинейной теории дисперсионных волн. Основным уравнением этой теории является нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) [11, 12], которое учитывает дисперсию второго порядка и кубическую нелинейность. Солитонные решения в этом случае существуют в результате баланса между дисперсионным расплыванием и нелинейным сжатием волнового пакета, в том числе, в [4, 13] были найдены затухающие солитоны НУШ, учитывающего линейные потери ВЧ волн и убывающую в пространстве дисперсию второго порядка.

Динамика интенсивных коротких ВЧ волновых пакетов описывается уже в третьем порядке теории дисперсии нелинейных волн [1], где во внимание принимаются нелинейная дисперсия [14], вынужденное рассеяние Рамана [15-17] и линейная дисперсия третьего порядка. Основным модельным уравнением в этом порядке теории является расширенное нелинейное уравнение Шредингера третьего порядка (НУШ-3) [17-21]. Солитонные решения в рамках расширенного НУШ при учете дисперсии третьего порядка и нелинейной дисперсии

получены в [22-29]. В [30, 31] найдены стационарные волны перепада в рамках расширенного НУШ при учете вынужденного рассеяния и нелинейности дисперсии. Данное решение существует как результат равновесия между нелинейной дисперсией и вынужденным рассеянием. Для локализованных волновых пакетов и солитонов вынужденное рассеяние приводит к сдвигу вниз спектра пакета [15-17] и, соответственно, к распаду импульса. В работе [32] было предложено использование баланса между вынужденным рассеянием и периодическим внешним усилением в протяженных звеньях линии связи. Компенсация рассеяния линейным излучением из центра солитона рассматривалась в [33]. Компенсация вынужденного рассеяния в неоднородных средах рассматривалась в нескольких случаях: в случае периодической дисперсии второго порядка [34, 35], в случае сдвига точки нулевой дисперсии второго порядка [36] и в оптических волокнах с убывающей дисперсией [37].

Интенсивные короткие импульсы ВЧ электромагнитных или ленгмюровских волн, а также поверхностных ВЧ волн на глубокой воде испытывают заметное рассеяние на низкочастотных (НЧ) волнах, вследствие эффекта вязкости. НЧ модами являются ионно-звуковые волны в плазме или внутренние волны в стратифицированной воде. Первая модель, учитывающая рассеяние при взаимодействии с НЧ волнами, построена в [38,39]. В рамках этой модели возникает расширенное НУШ с пространственным аналогом вынужденного рассеяния Рамана, называемым псевдорамановское вынужденное рассеяние.

Это уравнение было выведено из системы двух уравнений захаровского типа [40] для описания связи Ленгмюровских и ионно - звуковых волн в плазме. Вынужденное псевдорамановское рассеяние приводит к сдвигу собственного волнового числа солитона вниз по спектру, аналогично сдвигу собственной частоты при классическом рассеянии Рамана во временном представлении [1, 14-17] и, соответственно, к распаду солитона.

Модельное уравнение, использованное в [38, 39], так же включает плавное пространственное уменьшение дисперсии второго порядка, которое приводит к сдвигу по спектру вверх собственного волнового числа солитона, в результате которого возможна компенсация эффекта вынужденного рассеяния. Равновесие между псевдорамановским рассеянием и убывающей неоднородной дисперсией второго порядка приводит к стабилизации спектра собственных чисел солитона. К настоящему времени рассматривалась динамика солитонов и волновых пакетов в присутствии псевдорамановского рассеяния, но в отсутствие нелинейной дисперсии и дисперсии третьего порядка.

В данной статье рассматривается динамика солитона в рамках расширенного НУШ, с учетом псевдорамановского рассеяния, уменьшающейся вдоль направления распространения солитона дисперсии второго порядка и с учетом нелинейной дисперсии. Показано, что состояние равновесия между псевдорамановским рассеянием и уменьшающейся дисперсией второго порядка является в смысле существования солитона устойчивым (состояние равновесия типа фокус) для отрицательной нелинейной дисперсии и неустойчивым - для положительной нелинейной дисперсии.

### Модельное уравнение и его интегралы

Рассмотрим динамику ВЧ волнового поля  $U(\xi, t)\exp(-i\omega t + ik\xi)$  в рамках расширенного НУШ, учитывающего псевдо-рамановское рассеяние, нелинейную дисперсию и неоднородную дисперсию второго порядка:

$$2i \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ q(\xi) \frac{\partial U}{\partial \xi} \right] + 2U|U|^2 + 2i\beta \frac{\partial(U|U|^2)}{\partial \xi} + \mu U \frac{\partial(|U|^2)}{\partial \xi} = 0, \quad (1)$$

где  $q(\xi)$  - коэффициент неоднородной дисперсии второго порядка;  $\beta$  - коэффициент нелинейной дисперсии;  $\mu$  - коэффициент псевдо-рамановского вынужденного рассеяния.

Уравнение (1) при нулевых условиях на бесконечности  $U|_{\xi \rightarrow \pm\infty} \rightarrow 0$  имеет следующие интегралы:

$$\frac{dN}{dt} \equiv \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} |U|^2 d\xi = 0, \quad (2)$$

$$2 \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} K |U|^2 d\xi = -\mu \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{\partial(|U|^2)}{\partial \xi} \right]^2 d\xi - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dq}{d\xi} \left| \frac{\partial U}{\partial \xi} \right|^2 d\xi, \quad (3)$$

$$N \frac{d\bar{\xi}}{dt} \equiv \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi |U|^2 d\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} q K |U|^2 d\xi + \frac{3}{2} \beta \int_{-\infty}^{+\infty} |U|^4 d\xi, \quad (4)$$

где  $U \equiv |U| \exp(i\phi)$ ,  $K \equiv \partial\phi / \partial \xi$  - локальное волновое число волнового пакета.

### Аналитические результаты

При анализе системы (2)-(4) будем считать, что масштаб неоднородности линейной дисперсии много больше характерного масштаба огибающей волнового пакета  $D \gg D_{|U|}$ , используем адиабатическое приближение и представим солитон в sech-like виде

$$U(\xi, t) = A(t) \operatorname{sech} \left[ \frac{\xi - \bar{\xi}}{\Delta(t)} \right] \exp \left[ i \int K(\xi, t) d\xi - \frac{i}{2} \int A^2(t) dt \right], \quad (5a)$$

$$K(\xi, t) = k(t) - \frac{3}{2} \frac{\beta A(t)}{q(\bar{\xi})} \operatorname{sech}^2 \left[ \frac{\xi - \bar{\xi}}{\Delta(t)} \right], \quad (5b)$$

где  $\Delta(t) \equiv \sqrt{q(\bar{\xi})} / A(t)$  и выполняется условие  $A^2(t) \Delta(t) = \text{const}$ . Решение (5) имеет два свободных параметра:  $k(t)$  - волновое число и  $\bar{\xi}$  - координата центра масс солитона. При учете (5) система (2)-(4) сводится к системе уравнений:

$$2 \frac{dk}{dt} = -\frac{8q_0^2 A_0^4 \mu}{15q^3(\bar{\xi})} - \frac{q_0 A_0^2 q'(\bar{\xi})}{3q^2(\bar{\xi})} - \frac{2\beta A_0^2 q'(\bar{\xi}) k}{q^2(\bar{\xi})} - q'(\bar{\xi}) k^2, \quad \frac{d\bar{\xi}}{dt} = q(\bar{\xi}) k, \quad (6)$$

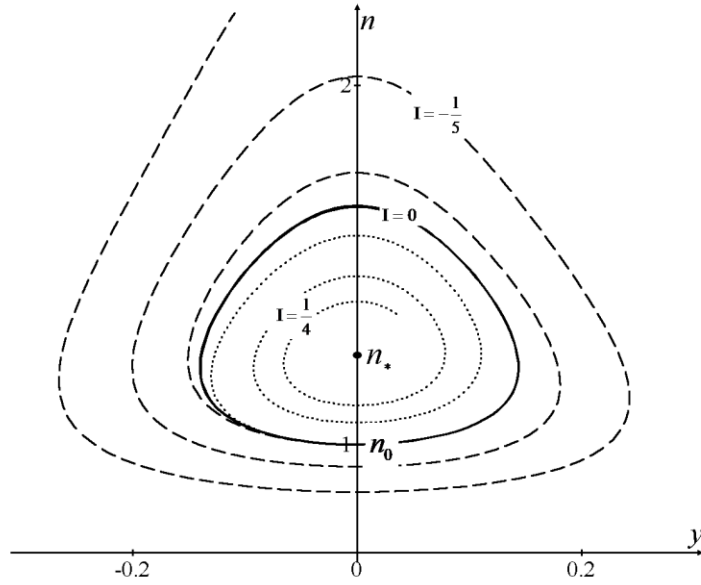
где  $q_0 = q(0)$ ,  $A_0 = A(0)$ ,  $q'(\bar{\xi}) = (dq/d\xi)_{\bar{\xi}}$ . Система (6) имеет состояние равновесия (СР)  $8q_0 A_0^2 \mu = -5q'(\bar{\xi}_*) q(\bar{\xi}_*)$ ,  $k_* = 0$ . В частности, при

$$\mu = \mu_* \equiv -5q'(0)/(8A_0^2). \quad (7)$$

СР соответствует исходным параметрам солитона:  $\bar{\xi} = 0$ ,  $k = 0$ . При  $\mu \neq \mu_*$  параметры солитона являются переменными во времени. Для анализа поведения параметров солитона в окрестности СР будем считать дисперсию второго порядка линейно убывающей,  $q' = \text{const} < 0$  и введем новые переменные  $\tau \equiv -tq'A_0 / \sqrt{3q_0}$ ,  $y \equiv k\sqrt{3q_0} / A_0$  и  $n = q(\bar{\xi}) / q_0$ . Тогда система (6) сводится к виду

$$2 \frac{dy}{d\tau} = -\frac{\lambda}{n^3} + \frac{1}{n^2} + y^2 + \delta \frac{y}{n^2}, \quad \frac{dn}{d\tau} = -ny, \quad (8)$$

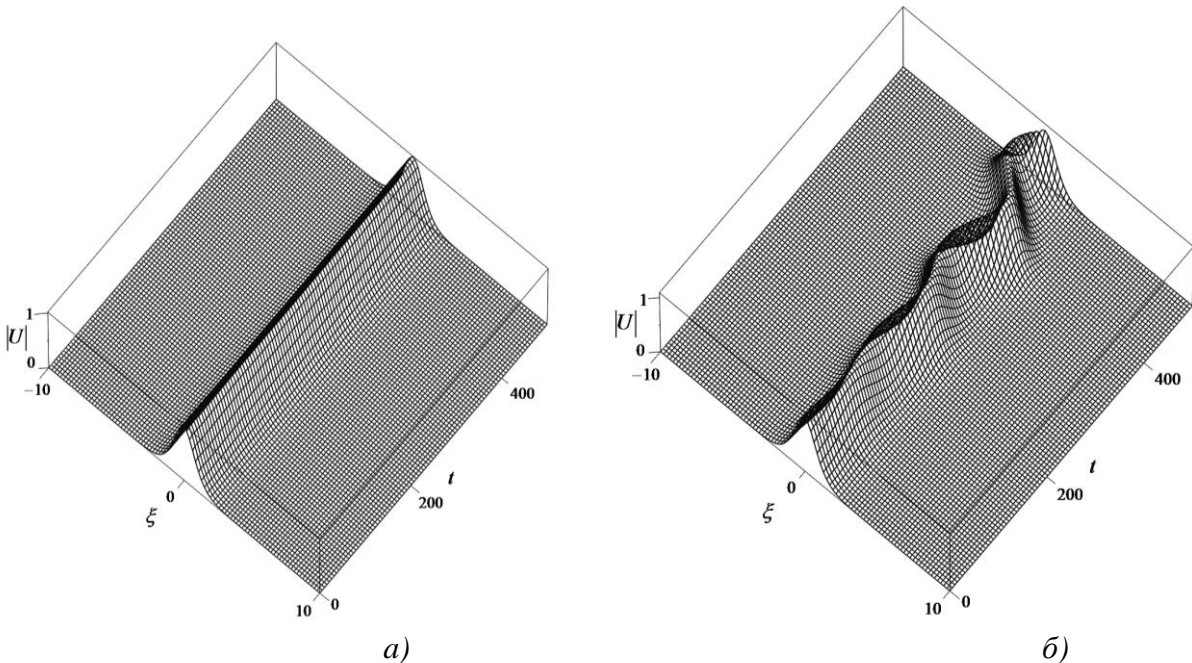
где  $\lambda \equiv -8\mu A_0^2 / (5q') \equiv \mu / \mu_*$ ,  $\delta \equiv 2\sqrt{3}\beta A_0 / \sqrt{q_0^3}$ . СР уравнения (8) в новых переменных имеет вид  $y_* = 0, n_* = \lambda$ . При  $I \equiv -\lambda\delta > 0$  СР - устойчивый фокус, при  $I = 0$  СР - центр, при  $I < 0$  СР - неустойчивый фокус. Траектории уравнения (8) на плоскости  $(y, n)$ , полученные при начальных условиях  $y_0 = 0, n_0 \equiv 1$  и при  $\lambda = 5/4$  показаны на рис. 1 при различных значениях величины  $I$ . В случае  $\mu = \mu_* \equiv 5q'/(8A_0^2)$ , соответствующем  $\lambda = 1$ , СР совпадает с исходными параметрами солитона  $n_0 \equiv 1, y_0 = 0$ . В этом случае параметры солитона во времени остаются неизменными.



**Рис. 1.** Траектории (8) на плоскости  $(y, n)$  при  $\lambda = 5/4$ ,  $y_0 = 0, n_0 \equiv 1$  и различных значениях  $I$

**Результаты численного эксперимента**

Численно решена задача эволюции во времени исходно заданного волнового пакета  $U(\xi, t = 0) = \exp[i\phi(\xi)]\text{sech}\xi$  с пространственным распределением фазы  $\phi(\xi) = -(3/2)\beta \tanh \xi$ , соответствующим волновому числу  $K(\xi) = d\phi/d\xi \equiv -(3/2)\beta \text{sech}^2 \xi$ , в рамках уравнения (1) при  $q(\xi) = 1 - \xi/10$  и при различных величинах  $\mu$  и  $\beta$ . Аналитически предсказанное соответствующее равновесное значение параметра псевдорамановского рассеяния из (8) равно  $\mu_* = 1/16$ . Непосредственно в численном счете при  $\mu = \mu_*$  и  $I = -2\sqrt{3}\beta \equiv -2\sqrt{3}(\mu/\mu_*)\beta \geq 0$ , исходный импульс эволюционирует к стационарному локализованному пакету (рис. 2, а). При  $I < 0$  исходный импульс является неустойчивым во времени (рис. 2, б).



**Рис. 2.** Результаты численного счета. Распределение  $|U(\xi, t)|$  при  $\mu = 1/16 \equiv \mu_*$  и различных величинах  $I = -2\sqrt{3}\beta \equiv -2\sqrt{3}(\mu/\mu_*)\beta$ : а -  $I \geq 0$ ; б -  $I < 0$

Отличие параметра  $\mu$  от равновесного вызывает изменение во времени параметров солитона (волнового числа и амплитуды). Соответствующее пространственное распределение  $|U|$  в различные моменты времени показано на рис. 3 при  $\mu = 5/64 \equiv (5/4)\mu_*$  и различных значениях  $I = -5\sqrt{3}\beta/2 \equiv -2\sqrt{3}(\mu/\mu_*)\beta$ . При  $I > 0$  импульс асимптотически стремится к равновесному состоянию; при  $I = 0$  параметры импульса меняются периодически с постоянным размахом, т.е. имеет место динамическое равновесие, при  $I < 0$  импульс неустойчиво расплывается при квазипериодическом изменении параметров.

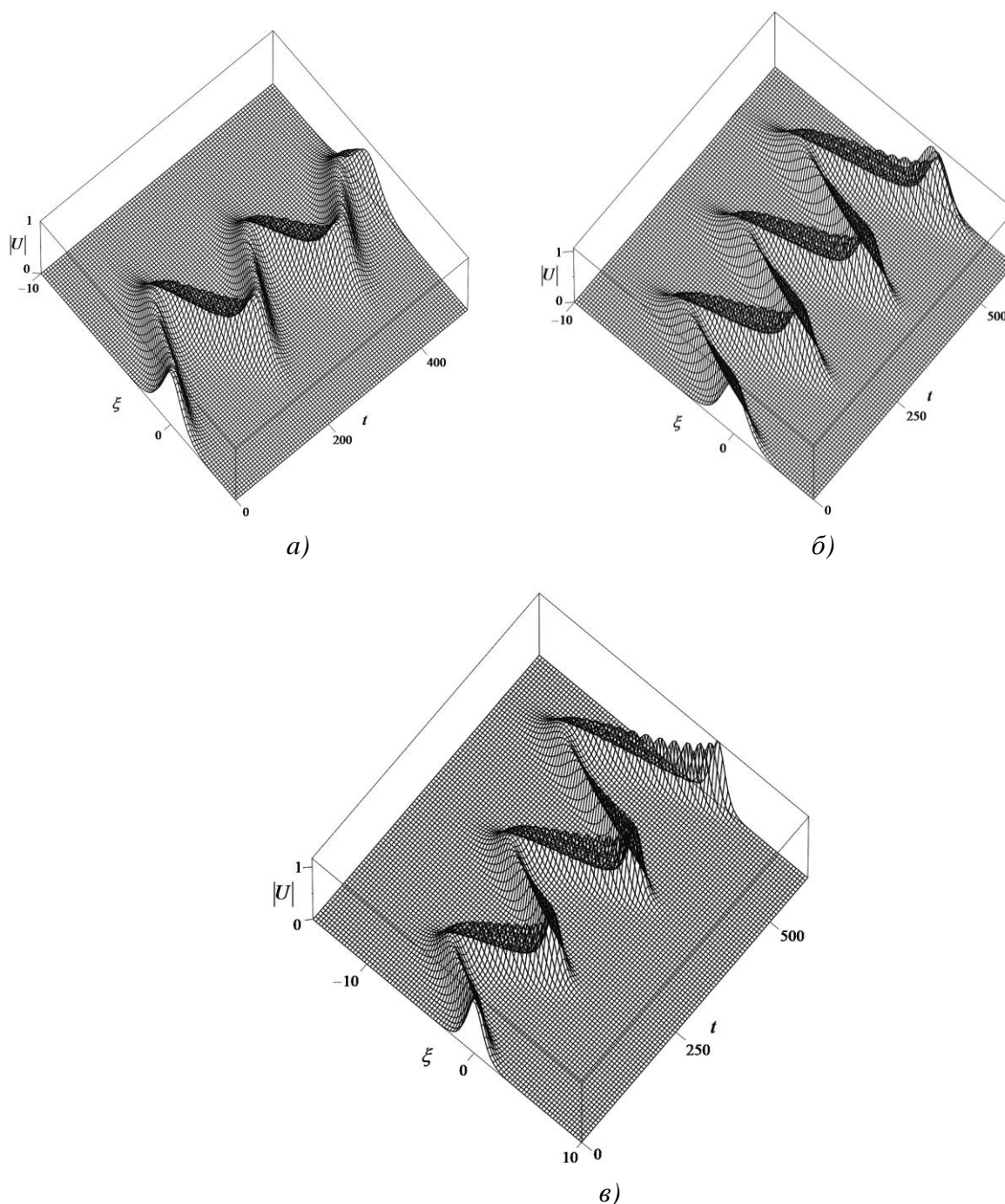
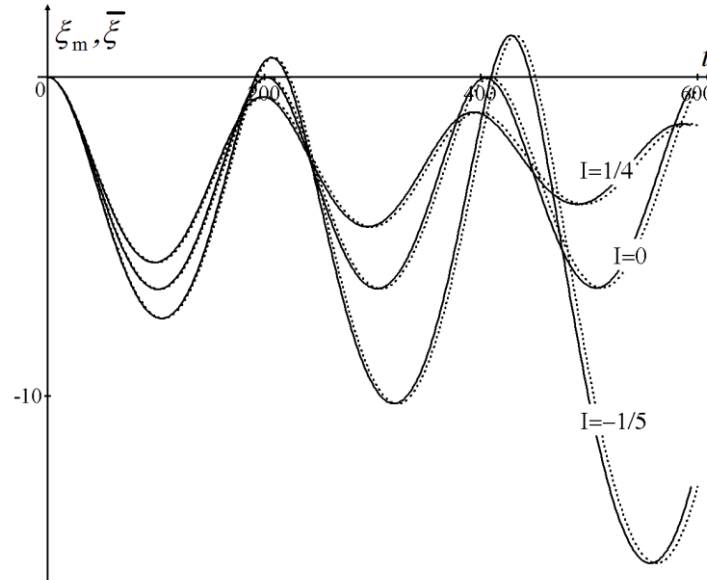


Рис. 3. Результаты численного счета. Распределение  $|U(\xi, t)|$  при  $\mu = 5/64 \equiv (5/4)\mu_*$  и различных величинах  $I = -5\sqrt{3}\beta/2 \equiv -2\sqrt{3}(\mu/\mu_*)\beta$ : а –  $I > 0$ ; б –  $I = 0$ ; в –  $I < 0$

Эта же связь устойчивости солитоноподобного импульса с величиной параметра  $I$  отражена на рис. 4. Здесь показана полученная в результате численного счета зависимость от времени координаты точки максимума модуля огибающей волнового пакета  $\xi_m$  ( $\max|U(\xi, t)| = |U(\xi_m, t)|$ ). Там же приведена для сравнения полученная аналитически координата центра масс волнового пакета  $\bar{\xi} \equiv q_0(n-1)/q'$ , полученная из (6) при  $\mu = 5/64 \equiv (5/4)\mu_*$  и различных величинах  $I = -5\sqrt{3}\beta/2 \equiv -2\sqrt{3}(\mu/\mu_*)\beta$ .



**Рис. 4.** Полученная численно (непрерывная кривая) координата максимума модуля огибающей волнового пакета  $\xi_m$  и полученная аналитически (прерывистая кривая) координата центра масс волнового пакета  $\bar{\xi}$ , в зависимости от времени, при  $\mu = 5/64 \equiv (5/4)\mu_*$  и различных величинах  $I$

Очевидна близость результатов численного эксперимента и результатов, полученных аналитически. Аналогично близки и полученные численно и аналитически величины волнового числа волнового пакета, меняющиеся во времени. И такая близость результатов наблюдается и при прочих величинах параметров  $\mu$  и  $I$ , что подтверждает корректность проведенного аналитического исследования.

### Выводы

В данной работе исследована динамика солитонов в рамках расширенного неоднородного нелинейного уравнения Шредингера, учитывающего эффекты псевдо-рамановского вынужденного рассеяния, линейно убывающей дисперсии второго порядка и нелинейной дисперсии. Результаты были получены аналитически, на основе эволюционных уравнений для интегральных моментов поля. Корректность полученных результатов была доказана в численном эксперименте. Показано, что устойчивые стационарные солитоны существуют за счет баланса между сдвигом вниз по спектру собственного волнового числа солитона, вызванного псевдо-рамановским рассеянием, и сдвигом волнового числа вверх по спектру, вызванного уменьшающейся неоднородной дисперсией второго порядка при отрицательной нелинейной дисперсии. При положительной нелинейной дисперсии солитоноподобные импульсы являются неустойчивыми.

Данная работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект РФФИ № 15-02-01919 а).

## Библиографический список

1. E. Infeld, G. Rowlands, *Nonlinear Waves, Solitons, and Chaos*, Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
2. G.P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optic*, Academic Press, San Diego, 2001.
3. Y. Yang, *Solitons in Field Theory and Nonlinear Analysis*, Springer, New York, 2001.
4. Y.S. Kivshar and G.P. Agrawal, *Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals*, Academic, San Diego, 2003.
5. L.A. Dickey, *Soliton Equation and Hamiltonian Systems*, World Scientific, New York, 2005.
6. B.A. Malomed, *Soliton Management in Periodic Systems*, Springer, New York, 2006.
7. T. Dauxois and M. Peyrard, *Physics of Solitons*, Cambridge University Press, Cambridge, 2006.
8. M. Sich, D.N. Krizhanovskii, M.S. Skolnick, A.V. Gorbach, R. Hartley, D.V. Skryabin, E.A. Cerda-Méndez, K. Biermann, R. Hey, and P.V. Santos, Observation of bright solitons in a semiconductor microcavity, *Nature Phot.* **6** (2012) 50-55.
9. M. Kauranen and A.V. Zayats, Nonlinear plasmonics, *Nature Phot.* **6** (2012) 737-748.
10. E. A. Cerda-Ménde, D. Sarkar, D. N. Krizhanovskii, S. S. Gavrilov, K. Biermann, M. S. Skolnick, and P.V. Santos, Exciton-Polariton Gap Solitons in Two-Dimensional Lattices, *Phys. Rev. Lett.* **111** (2013) 146401.
11. V.E. Zakharov, A.B. Shabat, Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media, *Sov. Phys. JETP.* **34** (1972) 62-69.
12. A. Hasegawa, F. Tappert, Transmission of stationary nonlinear optical physics in dispersive dielectric fibers I: anomalous dispersion, *Appl. Phys. Lett.* **23** (1973) 142-144.
13. Tajima K. Compensation of soliton broadening in nonlinear optical fibers with loss, *Opt. Lett.* **12** (1987) 54-56.
14. J.R. Oliviera, M.A. Moura, Analytical Solution for the Modified Nonlinear Schrödinger Equation Describing Optical Shock Formation, *Phys. Rev. E* **57** (1998) 4751-4755.
15. F.M. Mitschke, L.F. Mollenauer, Discovery of the soliton self-frequency shift, *Opt. Lett.* **11** (1986) 659-661.
16. J.P. Gordon, Theory of the soliton self-frequency shift, *Opt. Lett.* **11** (1986) 662-664.
17. Y. Kodama, Optical solitons in a monomode fiber, *J. Stat. Phys.* **39** (1985) 597-614.
18. Y. Kodama and A. Hasegawa, Nonlinear pulse propagation in a monomode dielectric guide, *IEEE J. Quant. Electron.* **23** (1987) 510-524.
19. C.E. Zaspel, Optical solitary wave and shock solutions of the higher order nonlinear Schrödinger equation, *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 723-726.
20. B. Hong, D. Lu, New Jacobi functions solitons for the higher-order nonlinear Schrödinger equation, *Intern. J. Nonlin. Science* **7** (2009) 360-367.
21. V.I. Karpman, The extended third-order nonlinear Schrödinger equation and Galilean transformation, *The European Physical Journal B* **39** (2004) 341-350.
22. E.M. Gromov, V.I. Talanov, Nonlinear dynamics of short wave trains in dispersive media, *JETP* **83** (1996) 73-79.
23. E.M. Gromov, V.I. Talanov, Short optical solitons in fibers, *Chaos* **10** (2000) 551-558.
24. E.M. Gromov, L.V. Piskunova, V.V. Tyutin, Dynamics of wave packets in the frame of third-order nonlinear Schrödinger equation, *Phys. Lett. A* **256** (1999) 153-158.
25. M.A. Obregon, Yu.A. Stepanyants, Oblique magneto-acoustic solitons in a rotating plasma, *Phys. Lett. A* **249** (1998) 315-323.
26. M. Scalora, M. Sychin, N. Akozbek, E.Y. Poliakov, G. D'Aguanno, N. Mattiucci, M.J. Bloemer, A.M. Zheltikov, Generalized nonlinear Schrödinger equation for dispersive susceptibility and permeability: application to negative index materials, *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005) 013902.
27. S.C. Wen, Y. Wang, W. Su, Y. Xiang, X. Fu, D. Fan, Modulation instability in nonlinear negative-index material, *Phys. Rev. E* **73** (2006) 036617.
28. M. Marklund, P.K. Shukla, L. Stenflo, Ultrashort solitons and kinetic effects in nonlinear metamaterials, *Phys. Rev. E* **73** (2006) 037601.



29. N.L. Tsitsas, N., Rompotis I. Kourakis, P.G. Kevrekidis and D.J. Frantzeskakis, Higher-order effects and ultrashort solitons in left-handed metamaterials, *Phys. Rev. E* **79** (2009) 037601.
30. Y.S. Kivshar, Dark-soliton dynamics and shock waves induced by the stimulated Raman effect in optical fibers, *Phys. Rev. A* **42** (1990) 1757-1761.
31. Y.S. Kivshar, B.A. Malomed, Raman-induced optical shocks in nonlinear fibers, *Opt. Lett.* **18** (1993) 485-487.
32. B.A. Malomed, R.S. Tasgal, Matching intrapulse self-frequency shift to sliding-frequency filters for transmission of narrow solitons, *JOSA B* **15** (1998) 162-170.
33. F. Biancalama, D.V. Skrybin, A.V. Yulin, Theory of the soliton self-frequency shift compensation by the resonant radiation in photonic crystal fibers, *Phys. Rev. E* **70** (2004) 011615.
34. R.-J. Essiambre, G.P. Agrawal, Timing jitter of ultra short solitons in high-speed communication systems. I. General formulation and application to dispersion-decreasing fibers, *JOSA B* **14** (1997) 314-322.
35. R.-J. Essiambre, G.P. Agrawal, Timing jitter of ultra short solitons in high-speed communication systems. II. Control of jitter by periodic optical phase conjugation, *JOSA B* **14** (1997) 323-330.
36. A. Andrianov, S. Muraviev, A. Kim, A. Sysoliatin, DDF-based all-fiber optical source of femtosecond pulses smoothly tuned in the telecommunication Range, *Laser Phys.* **17** (2007) 1296-1302.
37. S. Chernikov, E. Dianov, D. Richardson, D. Payne, Soliton pulse compression in dispersion-decreasing fiber, *Opt. Lett.* **18** (1993) 476-478.
38. E.M. Gromov and B.A. Malomed, Soliton dynamics in an extended nonlinear Schrödinger equation with a spatial counterpart of the stimulated Raman scattering, *J. Plasma Phys.* **79** (2013) 1057-1062.
39. E.M. Gromov and B.A. Malomed, Damped solitons in an extended nonlinear Schrödinger equation with a spatial stimulated Raman scattering and decreasing dispersion, *Opt. Comm.* **320** (2014) 88-93.
40. V.E. Zakharov, Collapse of Langmuir waves, *Sov. Phys. JETP* **35** (1972) 908-914.

*Дата поступления  
в редакцию 25.04.2016*

**N.V. Aseeva, L.G. Blyahman, E.M. Gromov, I.V. Onosova, V.V. Tyutin**

## **SOLITONS IN AN EXTENDED NONLINEAR SCHRÖDINGER EQUATION WITH THE PSEUDO-RAMAN SCATTERING AND NONLINEAR DISPERSION**

National Research University Higher School of Economics ( Nizhny Novgorod)

**Purpose:** Evolution of solitons is addressed in the framework of a third-order nonlinear Schrödinger equation (NLSE), including nonlinear dispersion and a pseudo-stimulated-Raman-scattering (pseudo-SRS) term, i.e., a spatial-domain counterpart of the SRS term which is well known as a part of the temporal-domain NLSE in optics. In this context, it is induced by the underlying interaction of the high-frequency envelope wave with a damped low-frequency wave mode. Also spatial inhomogeneity of the second-order dispersion (SOD) is assumed.

**Approach:** The investigation was considered as analytically as numerically.

**Findings:** As a result it is shown that the wavenumber downshift of solitons, caused by the pseudo-SRS, can be compensated with the upshift provided by decreasing SOD coefficients. The soliton is stable in negative nonlinear dispersion case and unstable in positive one. Analytical results and numerical results are in a good agreement.

*Key words:* Third-Order Nonlinear Schrödinger Equation, Soliton, Stimulated Scattering, Inhomogeneous Second-Order Dispersion, Nonlinear Dispersion.