

УДК 330.4

Р.В. Шамин^{1,3}, О.Р. Козырев², К.В. Логвинова²,
С.Ю. Обыденнова², А.Р. Гиниятуллин², А.Г. Шмелева^{3,1}

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕГЛАДКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ЗАДАЧАХ ОЦЕНКИ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТИ НАУКОЕМКИХ ПРЕДПРИЯТИЙ

Российский университет дружбы народов (РУДН)¹,
Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева²,
Московский технологический университет (МИРЭА)³

Рассматриваются вопросы количественной оценки конкурентоспособности наукоемких предприятий. Основная сложность состоит в том, что для проведения количественной оценки необходимо учитывать множество определяющих параметров, среди которых присутствуют не только объективные показатели продукции и ее стоимость, но и факторы, связанные с уровнем компетенции предприятия, а также прогнозом состояния наукоемкого предприятия в будущем. Актуальные задачи экономической оптимизации представляют собой многофакторную модель, где результирующая функция зависит от большого числа оптимизируемых переменных. Кроме того, во многих задачах возникают негладкие функции, что делает проблему нахождения оптимальных решений очень сложной.

Рассмотрены подходы к оценке конкурентоспособности и ее связи с оптимизационными задачами. Показано, что возникающие оптимизационные задачи не всегда могут быть эффективно решены с помощью классических процедур. Экономико-математическая оптимизация, как правило, сопряжена с нахождением глобальных экстремумов в ситуациях, когда оптимизируемая функция имеет большое количество локальных экстремумов. Представлен метод имитации отжига, который позволяет находить решения указанных задач в условиях наличия локальных минимумов и отсутствия нужной гладкости. Рассмотрено применение метода имитации отжига для решения оптимизационных задач оценки конкурентоспособности наукоемких предприятий.

Ключевые слова: имитационная модель, конкурентоспособность, оптимизация, многофакторная модель, компетенции, метод отжига.

Задачи оптимизации играют определяющую роль во многих экономико-математических моделях, поскольку задачами экономики является рациональное (оптимальное) распределение ресурсов. При этом многие задачи экономической оптимизации представляют собой многофакторную оптимизацию, когда результирующая функция зависит от большого числа факторов (оптимизируемых переменных) [1]. Кроме того, во многих экономических задачах оптимизации возникают негладкие функции, что делает проблему нахождения оптимальных решений очень сложной. Более того, экономико-математическая оптимизация, как правило, сопряжена с нахождением глобальных экстремумов в ситуациях, когда оптимизируемая функция имеет большое количество локальных экстремумов.

В настоящей работе рассматривается метод имитации отжига для нахождения экстремумов в задачах оценки конкурентоспособности наукоемких предприятий.

Существуют различные методы для оценки конкурентоспособности наукоемких предприятий. Основная сложность состоит в том, что для проведения такой количественной оценки необходимо учитывать большое количество различных факторов. Поскольку рассматриваются наукоемкие предприятия, то нужно учитывать не только объективные показатели продукции и ее стоимость, но и различные факторы, связанные с уровнем компетенции предприятия, а также прогнозом состояния наукоемкого предприятия в будущем [2-3].

В настоящей работе рассматривается известный метод ТОС Time-Object-Compare, с помощью которого можно получать количественные оценки конкурентоспособности наукоемких предприятий в условиях анализа большого количества факторов.

Метод ТОС был разработан для количественной оценки конкурентоспособности продукции наукоемких производств. В рассматриваемой экономико-математической модели этот метод

позволяет проводить оценку изменения конкурентоспособности продукции в зависимости от изменения характеристик продукции, производимой наукоемкими предприятиями.

Параметры для проведения расчетов по этому методу приведены в табл. 1. Полнота и точность этих данных определяют точность расчетов показателей конкурентоспособности продукции.

Таблица 1

Показатели конкурентоспособности продукции

	Название	Обозначение	Единицы измерения
	Вектор статистических характеристик	x	Безразмерный
2	Вектор средних значений статистических характеристик	\bar{x}	Безразмерный
3	Вектор нормированных времен статистических характеристик	τ	Безразмерный
4	Матрица неравновесности статистических характеристик	A	Безразмерный
5	Вектор прогнозных характеристик	y	Безразмерный
6	Вектор средних значений прогнозных характеристик	\bar{y}	Безразмерный
7	Вектор нормированных времен прогнозных характеристик	τ	Безразмерный
8	Вектор доверия прогнозных характеристик	p	Безразмерный
9	Матрица неравновесности прогнозных характеристик	A	Безразмерный
10	Вектор объективных характеристик	z	Безразмерный
11	Матрица неравновесности объективных характеристик	A	Безразмерный
12	Вектор сравнительных характеристик	q	Безразмерный
13	Матрица неравновесности сравнительных характеристик	A	Безразмерный
14	Матрица описания конкурирующих объектов	Q	Безразмерный

В результате применения метода получим четыре числовых параметра, которые описывают конкурентоспособность продукции. Эти параметры приведены в табл. 2.

Таблица 2

Параметры оценки конкурентоспособности продукции

Название	Обозначение	Единицы измерения
Статистический показатель конкурентоспособности продукции	T_p	Безразмерный
Прогнозный показатель конкурентоспособности продукции	T_F	Безразмерный
Объективный показатель конкурентоспособности продукции	T_O	Безразмерный
Сравнительный показатель конкурентоспособности продукции	T_C	Безразмерный

Таким образом, мы получаем следующий четырехмерный вектор

$$T = \begin{pmatrix} T_p \\ T_F \\ T_O \\ T_C \end{pmatrix},$$

рассчитываемый по методу ТОС. Этот вектор представляет собой комплексный показатель конкурентоспособности наукоемких предприятий.

Как отмечалось ранее, при применении метода оценки конкурентоспособности науко-

емких предприятий, возникает задача многомерной оптимизации. При этом возникающие функции для оптимизации имеют различные особенности:

- оптимизируемые функции негладкие;
- оптимизируемые функции имеют большое количество локальных минимумов.

Рассмотрим метод имитации отжига, который можно использовать для проведения численной оптимизации в указанных случаях.

Общая постановка задачи следующая. Пусть мы рассматриваем числовую функцию f на некотором непустом множестве U :

$$f : U \rightarrow R.$$

Будем предполагать, что функция f является неотрицательной на этом множестве. В задачу оптимизации входит нахождение такого элемента $u^* \in U$, что

$$f(u^*) = \min_{u \in U} f(u).$$

Разумеется, что в общей постановке эта задача может и не иметь решения, поскольку указанный минимум может не существовать. Кроме того, возможно, что данная задача имеет более одного решения [4].

Будем рассматривать задачу построения некоторой минимизирующей последовательности для оптимальной задачи. Это означает нахождение следующей последовательности:

$$\{u_k\} \subset U, \lim_{k \rightarrow \infty} f(u_k) = \inf_{u \in U} f(u).$$

Обычно для построения этой последовательности используют вариант градиентных методов, но как уже отмечалось, в задачах оценки конкурентоспособности наукоемких предприятий, эти методы будут неэффективны.

Рассмотрим вариант метода имитации отжига, который позволяет эффективно находить глобальные экстремумы (минимумы) в задачах оптимизации.

1-й шаг. Положим $T=100$.

2-й шаг. Положим $k = 0$.

3-й шаг. Выбираем $u_k \in U$ произвольно.

4-й шаг. Модифицируем u_k и получаем некоторое $v \in U$.

5-й шаг. Если $f(v) < f(u_k)$, то положить $u_{k+1} = v$ и перейти к шагу 9.

6-й шаг. Выбираем случайное значение $\xi \in (0,1)$, используя равномерное распределение.

7-й шаг. Если $\xi < \exp(-(f(v) - f(u_k))/T)$, то положить $u_{k+1} = v$ и перейти к шагу 9.

8-й шаг. Положить $u_{k+1} = u_k$.

9-й шаг. Положить $k = k + 1$.

10-й шаг. Положить $T = 0.95 T$.

11-й шаг. Перейти к шагу 4.

Приведем пример использования этого метода для негладкой функции, которая имеет много локальных минимумов.

Рассмотрим функцию

$$f(u) = 0.1u^2(2 + |\sin(8u)|).$$

Для простоты выбрана одномерная функция, но метод имитации отжига хорошо работает и в многомерном случае. Тем не менее, эта функция имеет большое количество нарушения гладкости: в точках, в которых синус меняет знак. Более того, эта функция имеет бесконечно большое количество локальных минимумов, что делает эту задачу для нахождения минимума очень сложной для традиционных методов. Приведем график этой функции (рис. 1).

Метод имитации отжига отлично справляется с нахождением минимума такой функции с заданной точностью.

Рассмотрим модельный пример наукоемкого предприятия, для которого оценка конкурентоспособности требует решения экстремальной задачи. Пусть для оценки конкурентоспособности этого предприятия по методу ГОС необходимо оценить характеристики выпускаемой продукции с учетом распределения финансирования мероприятий по наращиванию ключевых компетенций, необходимых для разработки рассматриваемой продукции.

Введем вектор

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{pmatrix},$$

который обозначает уровень финансирования каждого из n мероприятий по повышению ключевых компетенций

$$C_i = C_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Здесь через C_i обозначены уровни ключевых компетенций, необходимые для создания инновационного продукта, который позволит повысить конкурентоспособность рассматриваемого наукоемкого предприятия.

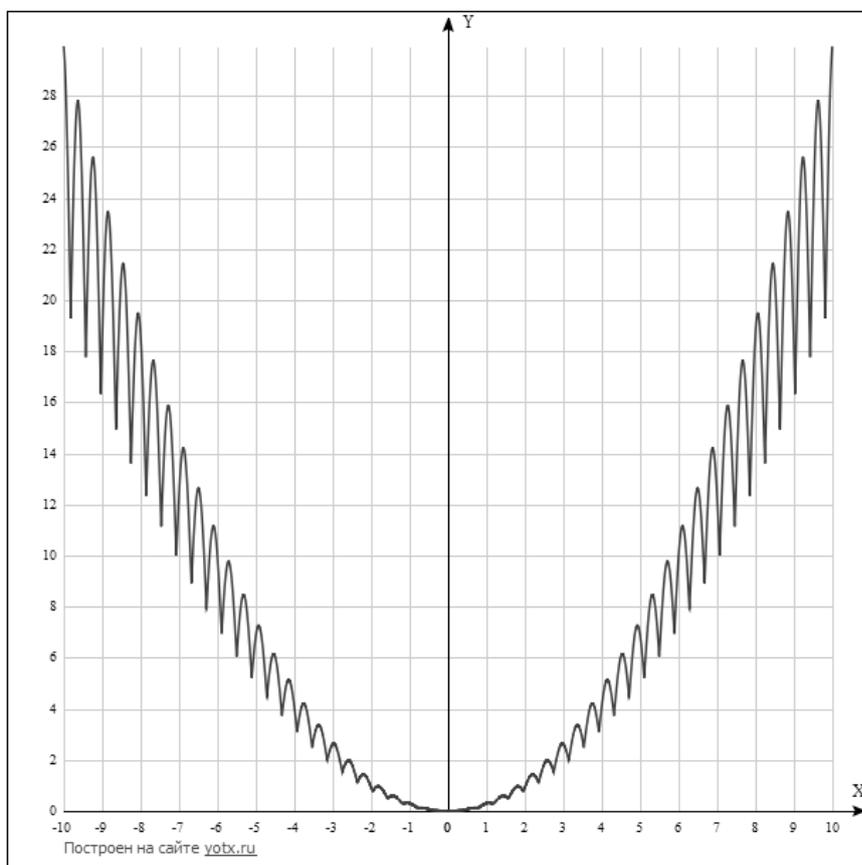


Рис. 1. График оптимизируемой функции

Зависимость характеристик инновационного продукта от ключевых компетенций оценивается с помощью следующей целевой функции:

$$f = f(C_1, C_2, \dots, C_n).$$

Таким образом, возникает следующая оптимизационная задача:

$$f(C_1(x_1, \dots, x_n), C_2(x_1, \dots, x_n), \dots, C_n(x_1, \dots, x_n)) \rightarrow \max.$$

Одна из основных трудностей состоит в том, что целевая функция $f(C)$, а также функции компетенций C_i , как правило, неизвестны аналитически, а могут быть оценены лишь эмпирически с использованием эконометрики и иных статистических инструментов. При этом оптимизационная задача становится негладкой и содержащей большое количество локальных экстремумов. Поэтому предполагаем, что использование метода имитации отжига для нахождения минимума является наиболее эффективной в этой ситуации.

В работе рассмотрены экономико-математические модели для оценки конкурентоспособности наукоемких предприятий. Показано, что в этих задачах часто возникают оптимизационные задачи, которые могут иметь различные особенности: негладкость, наличие локальных экстремумов. Следовательно, применение традиционных методов оптимизации оказывается неэффективным.

Для решения оптимизационных задач предлагаем использовать вариант метода имитации отжига, который позволяет находить решения оптимальных задач в условиях наличия локальных минимумов и отсутствия нужной гладкости.

Для количественной оценки конкурентоспособности наукоемких предприятий предлагается использовать комплексный метод ТОС. Этот метод учитывает самые различные факторы для количественной оценки конкурентоспособности.

Приведена общая схема оценки конкурентоспособности наукоемких предприятий с использованием уровня ключевых компетенций. В этой схеме возникает сложная оптимизационная задача, которая может быть решена с помощью метода имитации отжига.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 16-06-00300-а.

Библиографический список

1. **Шамин, Р.В.** Подходы к созданию методики оценки влияния инновационных технологий на повышение конкурентоспособности предприятий РКП / Р.В. Шамин, М. Анфимова, П. Мякишева // Риск: ресурсы, информация, снабжение, конкуренция. – 2015. – № 2. – С. 72-75.
2. **Шамин, Р.В.** Подходы по оценке влияния внешних и внутренних факторов на конкурентоспособность продукции ракетно-космической промышленности / Р.В. Шамин, Д.В. Ковков, А.А. Чурсин // Бизнес в законе. – 2013. – № 1. – С. 127-130.
3. **Чурсин, А.А.** Инвестиции и инновации и их роль в повышении конкурентоспособности организаций / А.А. Чурсин, Р.В. Шамин // Оборонный комплекс - научно-техническому прогрессу России. – 2011. – Вып. 2. – С. 83-87.
4. **Gurevich, P.L.** Reaction-diffusion equations with spatially distributed hysteresis / P.L. Gurevich, R.V. Shamin, S.B. Tikhomirov // SIAM J. Math. Anal. – V. 45. – №. 3 (2013). – P. 1328-1355.

*Дата поступления
в редакцию 31.10.2017*

**R.V. Shamin^{1,3}, O.R. Kozyrev², K.V. Logvinova, S.Yu. Obydenova²,
A.R. Giniyatullin², A.G. Shmeleva^{3,1}**

ECONOMIC-MATHEMATICAL MODEL OF NONLINEAR OPTIMIZATION IN SCIENTIFIC ENTERPRISES COMPETITIVENESS ESTIMATION PROBLEMS

Russian University of Peoples' Friendship¹
Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alekseev²
Moscow technological university (MIREA)³

Purpose: Competitiveness assessment optimization problem solution for knowledge-based enterprises.

Design/methodology/approach: Annealing simulation method application for knowledge-based enterprises' competitiveness assessment optimization problems.

Findings: Imitation model for knowledge-based enterprises' competitiveness assessment optimization problems.

Research limitations/implications: Proposed imitation model can be implicated in various companies and enterprises of strategic value.

Originality/value: The following method allows to analyze numerous factors, influencing companies' competitiveness index.

Key words: simulation model, competitiveness, optimization, multifactor model, competencies, annealing method.