

УДК 537.311.3

Е.Г. Дегтерев, Г.М. Соколова, С.В. Хорьков, А.Н. Яшина, Н.Ф. Яшина

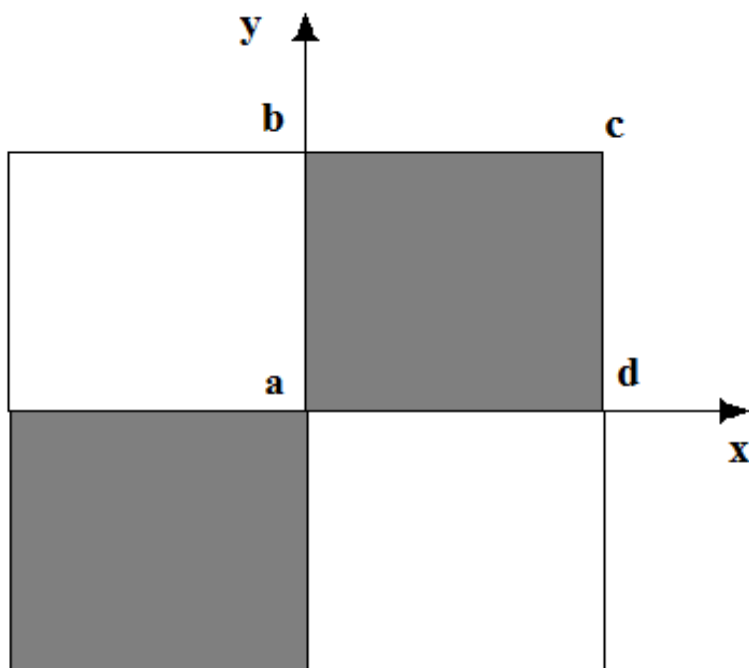
**ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА НЕЛИНЕЙНЫЕ СВОЙСТВА  
УПОРЯДОЧЕННОЙ ДВУМЕРНОЙ ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЫ**

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Проводящие двумерные среды-плёнки интенсивно изучаются в связи с широким практическим применением. Двумерные системы привлекательны и с точки зрения экспериментальной реализации, так как методы современной планарной нанотехнологии позволяют создавать плёнки с заданной текстурой и содержанием компонент с необходимыми характеристиками. В работе исследуется влияние магнитного поля на нелинейные эффективные характеристики проводящей среды с периодическими неоднородностями. Исследована симметричная часть тензора нелинейной эффективной проводимости среды и показано её anomальное поведение.

*Ключевые слова:* неоднородные проводящие структуры, протекание, проводимость, нелинейная проводимость.

Проводящие двумерные среды-плёнки интенсивно изучаются в связи с широким практическим применением. Двумерные системы привлекательны и с точки зрения экспериментальной реализации, так как методы современной планарной нанотехнологии позволяют создавать плёнки с заданной текстурой и содержанием компонент с необходимыми характеристиками. В данной работе рассматривается плёнка, фрагмент которой представлен на рис. 1. Проводимость тонированной ячейки обозначим  $\sigma_1$ , а светлой соответственно  $-\sigma_2$ . Внешнее магнитное будем считать всюду однородным и направленным перпендикулярно к поверхности системы  $\vec{B} = (0,0,B)$ . Свойства каждой ячейки помимо проводимости  $\sigma_i$  характеризуется параметром Холла  $\beta_i = \tau_i \omega_c$ , где  $\tau_i$  - среднее время свободного пробега носителей тока в  $i$ -ой ячейке между столкновениями, а  $\omega = qV/mc$  - циклотронная частота. Закон Ома в двумерной



**Рис. 1. Фрагмент проводящей плёнки**

создавать плёнки с заданной текстурой и содержанием компонент с необходимыми характеристиками. В данной работе рассматривается плёнка, фрагмент которой представлен на рис. 1. Проводимость тонированной ячейки обозначим  $\sigma_1$ , а светлой соответственно  $-\sigma_2$ . Внешнее магнитное будем считать всюду однородным и направленным перпендикулярно к поверхности системы  $\vec{B} = (0,0,B)$ . Свойства каждой ячейки помимо проводимости  $\sigma_i$  характеризуется параметром Холла  $\beta_i = \tau_i \omega_c$ , где  $\tau_i$  - среднее время свободного пробега носителей тока в  $i$ -ой ячейке между столкновениями, а  $\omega = qV/mc$  - циклотронная частота. Закон Ома в двумерной

системе в магнитном поле записывается в виде

$$\vec{j}_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta} e_{\beta}, \tag{1}$$

где  $\sigma_{\alpha\beta}$  - тензор второго ранга с компонентами:  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\sigma}{1 + \beta^2}$ ,  $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \frac{\sigma\beta}{1 + \beta^2}$ .

Закон можно также представить в ином виде, если ввести аналитические функции комплексного поля  $e(z) = e_x - ie_y$  и комплексного тока  $j(z) = j_x - ij_y$ . Тогда в каждой ячейке будет справедливо соотношение

$$j(z) = \frac{\sigma}{1 + i\beta} e(z) \quad (2)$$

Как следует из структуры тензора  $\sigma_{\alpha\beta}$ , влияние магнитного поля приводит к анизотропии даже в однородной среде. Для неоднородной же среды закон Ома в магнитном поле имеет вид

$$J = \frac{\sigma_{eff}}{1 + i\beta_{eff}} E \quad (3)$$

где  $J = \frac{1}{S} \int j ds$ ,  $E = \frac{1}{S} \int eds$  – усредненные по площади  $S$  поверхности пленки локальные значения тока  $j(z)$  и поля  $e(z)$ . Эффективная проводимость  $\sigma_{eff}$  зависит от магнитного поля [1,2]

$$\sigma_{eff} = \sigma_1 \sqrt{h} / [1 + (\beta_1 h - \beta_2 / h + 1)^2]^{1/2} \quad (4)$$

где  $h = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \leq 1$ . Параметр  $\beta_{eff}$ , характеризующий степень анизотропии системы в целом имеет вид [1, 2]

$$\beta_{eff} = (\beta_1 + \beta_2) / \sqrt{(h+1)^2 / h + (\beta_1 h - \beta_2 / h + 1)^2} \quad (5)$$

В целом ряде экспериментов [3-6] был обнаружен нелинейный отклик неупорядоченных пленок, находящихся в критической области, то есть в области фазового перехода металл-диэлектрик в зависимости от концентрации хорошо проводящей компоненты.

Изучим влияние магнитного поля на нелинейный отклик проводящих двумерных сред с кубической нелинейностью. С этой целью в выражении (1) добавим кубическое слагаемое в разложении плотности тока по полю

$$j_\alpha = \sigma_{\alpha\beta} e_\beta + \chi_{\alpha\beta\gamma\delta} e_\beta e_\gamma e_\delta \quad (6)$$

где  $\chi_{\alpha\beta\gamma\delta}$  – локальный тензор нелинейной проводимости, который содержит симметричные и антисимметричные компоненты

$$\chi_{\alpha\beta\gamma\delta} = \chi^{(1)} \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} + \chi^{(2)} (\delta_{\alpha\beta} \varepsilon_{\gamma\delta} + \varepsilon_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta}) + \chi^{(3)} \varepsilon_{\alpha\beta} \varepsilon_{\gamma\delta} \quad (7)$$

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $\varepsilon_{ij}$  – единичный антисимметричный тензор. Нетрудно показать, что для симметричной части тензора  $\chi_{\alpha\beta\gamma\delta}^{eff}$  эффективной нелинейной проводимости имеет место соотношение [7],

$$\chi_{eff}^{(1)} = \frac{\langle \chi^{(1)} \bar{e}^4 \rangle}{\bar{E}^4} \quad (8)$$

Величину  $\chi^{(1)}$  можно легко установить, используя приближение электронной температуры. Она определяется выражением  $\chi^{(1)} = \frac{\partial \sigma(T)}{\partial T}$ , где  $\Lambda$  – коэффициент теплопередачи от электронов в решётку. Отметим, что коррелятор четвёртой степени от электрического поля определяет также спектральную плотность  $1/f$  шума [8].

Задачей данной работы является определение симметричной части нелинейной эффективной проводимости  $\chi_{eff}^{(1)}$  среды, фрагмент которой представлен на рис. 1, по выражению (8). Как показано в работе [7] для этого необходимо вычислить распределение локального электрического поля в среде в линейном приближении. Такая задача была решена в работе [1].

Точное решение было получено с привлечением методов теории краевых задач аналитических функций. Приведем выражения для поля в смежных квадратах

$$\begin{aligned} e_1(z) &= (1 + i\beta_1) \{ C_1 \exp[i\pi/2(1/2 - \gamma - \alpha - \delta)] X(z) + \\ &+ C_2 \exp[i\pi/2(-1/2 + \gamma - \alpha + \delta)] X^{-1}(z) \}, \\ e_2(z) &= \frac{1 + i\beta_2}{\sqrt{h}} \{ C_1 \exp[i\pi/2(1/2 + \gamma + \alpha + \delta)] X(z) + \\ &+ C_2 \exp[i\pi/2(-1/2 - \gamma + \alpha + \delta)] X^{-1}(z) \}, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $tg\pi\alpha = (h\beta_1 - \beta_2)/(1+h)$ ,  $tg\pi\delta = (h\beta_1 - \beta_2)/(1-h)$ ,  $X(z) = \left[ \frac{cn(Kz/L, k)}{sn(Kz/L, k)dn(Kz/L, k)} \right]^{2\gamma}$ , где  $sn(\cdot), cn(\cdot), dn(\cdot)$  – эллиптические функции Якоби;  $K$  – полный эллиптический интеграл с модулем  $k$  (для квадрата  $k = 1/\sqrt{2}$ ,  $K \approx 1,8541$ ),  $L$  – длина стороны квадратной ячейки. Параметр  $\gamma$  связан с отношением проводимости ячеек  $h$  и с магнитным полем, через параметры Холла соотношением

$$tg\pi\gamma = \frac{\sqrt{(1-h)^2 + (h\beta_1 - \beta_2)^2}}{2\sqrt{h}} \quad (10)$$

Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  могут быть выражены через величину и направляющий угол среднего поля  $E$ .

Приступая к непосредственному вычислению  $\chi_{eff}^{(1)}$  по формуле (8) мы констатируем, что, к сожалению, точного выражения для  $\chi_{eff}^{(1)}$  получить не удаётся. Однако мы покажем, что существует область параметров, при которых нелинейная эффективная проводимость ведет себя критическим образом, достигая аномально больших значений. При вычислении величины  $\chi_{eff}^{(1)}$ , очевидно, что основной вклад в коррелятор  $\langle \bar{e}^4 \rangle$  дадут области среды вблизи углов квадратных ячеек. Из вида функции  $X(z)$  следует, что её асимптотика имеет степенной характер

$X(z) \propto \frac{1}{z^{2\gamma}}$ . Используя её, оценим значение коррелятора  $\langle |e(z)|^4 \rangle \propto \iint z^{-8\gamma} dx dy \propto \int_0^R r^{-1-8\gamma} dr$ . Здесь  $R$  – размер, порядка размера ячейки структуры, то есть

$L$ . Видно, что интеграл расходится при  $\gamma \geq \gamma_c = 1/4$ . Параметр  $\gamma$  зависит от магнитного поля, и эта зависимость определяется выражением (10). Критическое значение  $h$ , соответствующее расходимости коррелятора  $\langle \bar{e}^4 \rangle$ , зависит теперь от магнитного поля. Из выражения (10) при  $\gamma_c = 1/4$  находим

$$h_c = \frac{(3 + \beta_1\beta_2) - \sqrt{8 + 4\beta_1\beta_2 - (\beta_1 - \beta_2)^2}}{1 + \beta_1^2} \quad (11)$$

Обсудим физический смысл полученных выражений. Если рассматриваемая периодическая среда помещена в магнитное поле, то квадратичные корреляторы поля и тока приобретают вид [2]

$$\frac{\langle |e|^2 \rangle}{\bar{E}^2} = \frac{\langle |j|^2 \rangle}{\bar{J}^2} = \frac{\sqrt{(1+h)^2 + (\beta_1 h - \beta_2)^2}}{2\sqrt{h}} \quad (12)$$

Как следует из (12), наличие магнитного поля усиливает флуктуации в неоднородной среде. В случае слабого поля  $\beta \ll 1$  появляется квадратичная поправка по полю  $B$  к амплитуде флуктуаций, а в пределе сильного поля  $\beta \gg 1$  – амплитуда растет пропорционально полю  $B$ . При

этом магнитное поле качественно не влияет на асимптотики эффективной линейной проводимости и квадратичных корреляторов при малых  $h$ : эффективная проводимость убывает как  $\propto \sqrt{h}$ , а корреляторы полей расходятся как  $\propto 1/\sqrt{h}$ .

Необходимо отметить, что характер формирования тока зависит от соотношения параметров материалов в смежных ячейках. Действительно, в выражениях для эффективной линейной проводимости  $\sigma_{eff}$ , квадратичных корреляторов токов и полей, величины  $h_c$  магнитное поле входит в комбинации  $h\beta_1 - \beta_2$ . В случае, если  $\sigma_2\beta_1 = \sigma_1\beta_2$  магнитное поле не оказывает влияния на эффективные характеристики неоднородной среды. Последнее равенство эквивалентно тому, что коэффициенты Холла, определенные как  $R_H = \beta/\sigma B$ , в ячейках одинаковы.

Как показано выше, симметричная часть тензора нелинейной эффективной проводимости  $\chi_{eff}^{(1)}$  и корреляторы  $\langle |e|^4 \rangle_{1,2}$  расходятся при конечных значениях параметра  $h_c$ , который зависит от магнитного поля согласно (11). В слабом поле имеется квадратичный рост  $h_c$  с полем, а при сильных полях  $h_c$  приближается к единице.

Важно отметить, что для случая, когда коэффициенты Холла ячеек различны, при заданном значении  $h = \sigma_2/\sigma_1$ ,  $h > h_c$  существует такое значение магнитного поля  $B_c$ , при котором нелинейная проводимость  $\chi_{eff}^{(1)}$  и корреляторы  $\langle |e|^4 \rangle_{1,2}$  расходятся. Величина поля  $B_c$  определяется из выражения (10) при  $\gamma_c = 1/4$

$$B_c = \frac{\sqrt{8h - (1+h)^2}}{|h\mu_1 - \mu_2|} \quad (13)$$

где  $\mu_i$  - подвижность носителей тока в ячейках. Получим величину коррелятора  $\langle |e|^4 \rangle$ , определяющего поведение нелинейной эффективной проводимости в зависимости от магнитного поля. Разлагая параметр  $\gamma$  в ряд в окрестности  $B_c$  из (10) получаем  $\gamma - \gamma_c = (4\pi h)^{-1} \sqrt{8h - (1+h)^2} (B - B_c)$ . Это приводит к результату

$$\langle |e|^4 \rangle = \frac{A}{B_c - B}, \quad B_c - B \ll B_c \quad (14)$$

где  $A$  - константа, зависящая от внешнего поля  $E$  и от отношения проводимостей ячеек.

В заключение поясним причину усиления нелинейного отклика данной среды магнитным полем. Действие силы Лоренца на носителей тока приводит к тому, что в местах неоднородностей, то есть на границах ячеек, возникает дополнительная плотность зарядов. Вследствие этого усиливаются флуктуации поля, что приводит к росту коррелятора в выражении (8). Отметим, что благодаря изменению магнитного поля экспериментальное изучение нелинейного отклика можно осуществить на одном образце.

### Библиографический список

1. **Емец, Ю.П.** Электрические характеристики композиционных материалов с регулярной структурой / Ю.П. Емец. - Киев: Наукова думка, 1986.
2. **Дыхне, А.М.** Аномальное сопротивление плазмы в сильном магнитном поле / А.М. Дыхне // Журнал экспериментальной и теоретической физики. - 1970. - Т. 59. - С. 641-647.
3. **Yagil, Y.** Electrical breakdown measurements of semicontinuous metal films / Y. Yagil, G. Deutcher, D.J. Bergman // Phys. Rev. Lett. - 1992. - Vol. 69. - P. 1423-1426.
4. **Yagil, Y.** Third-harmonic generation in semicontinuous metal films / Y. Yagil, G. Deutcher // Phys. Rev. - 1992. - Vol. B46. - P. 16115-16121.

5. **Gefen, Y.** Nonlinear behavior near the percolation metal-insulator transition / Y. Gefen, W.H. Shih, R.B. Laibowitz, J.M. Viggiano // Phys. Rev. Lett. – 1986. – Vol. 57. – P. 3097-3100.
6. **Chakrabarty, R.K.** Nonlinear  $I - V$  characteristics near the percolation threshold / R.K. Chakrabarty, K.K. Bardhan, A. Basu // Phys. Rev. – 1991. – Vol. B44. – P. 6773-6779.
7. **Stroud D., Hui P.M.** Nonlinear susceptibilities of granular matter / D. Stroud, P.M. Hui // Phys.Rev. – 1988. – Vol. B37. – P. 8719-8724.
8. **Жигальский, Г.П.** Шум вида  $1/f$  и нелинейные эффекты в тонких металлических пленках / Г.П. Жигальский // Успехи физических наук. – 1997. – Т. 167. No.6. – С. 623-648.

*Дата поступления*  
*в редакцию: 16.10.2018*

**E.G. Degtyarev, G.M. Sokolova, S.V. Khorkov, A.N. Yashina, N.F. Yashina**

### **THE INFLUENCE OF MAGNETIC FIELD ON NONLINEAR PROPERTIES OF ORDERED TWO-DIMENSIONAL CONDUCTING MEDIUM**

Nizhny Novgorod state technical university n. a. R. E. Alekseev

**Subject:** Conducting two-dimensional media-films are intensively studied in connection with a wide practical application.

**Methodology:** Two-dimensional systems are also attractive from the point of view of experimental implementation, since the methods of modern planar nanotechnology make it possible to create films with a given texture and content of components with the necessary characteristics.

**Results:** The influence of the magnetic field on the nonlinear effective characteristics of the conducting medium with periodic inhomogeneities is investigated. The symmetric part of the tensor of nonlinear effective conductivity of the medium is investigated and its anomalous behavior is shown.

*Key words:* inhomogeneous conducting structures, percolation, conductivity, nonlinear conductivity.