

МАШИНОСТРОЕНИЕ И ТРАНСПОРТ: ТЕОРИЯ, ТЕХНОЛОГИИ, ПРОИЗВОДСТВО

УДК 629.113.012.5

П.Е. Дмитриев, В.Н. Кравец, П.И. Бажан, Л.А. Захаров, Ю.П. Кузнецов,
Ю.И. Палутин, А.С. Слюсарев, А.В. Согин

ПОТЕРИ ПРИ КАЧЕНИИ ЭЛАСТИЧНОГО КОЛЕСА ПО ТВЕРДОЙ ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

В статье приведено формальное представление потерь мощности при качении эластичного колеса по недеформируемой опорной поверхности, обусловленных силовыми и скоростными потерями. Предложена методика расчета силовых и скоростных потерь при работе колеса в стационарном режиме по аналогии с потерями мощности в гидродинамической передаче. Целью данной статьи является разработка методики расчета силовых и скоростных потерь при стационарном качении эластичного колеса по твердой опорной поверхности на основе феноменологического представления потерь мощности. На основе феноменологического представления потерь мощности получены выражения для расчета силовых и скоростных потерь, возникающих при качении эластичного колеса в составе колесного движителя по твердой опорной поверхности.

Ключевые слова: эластичное колесо, колесный движитель, теория качения колеса, потеря мощности при качении колеса, силовые потери, скоростные потери.

Теории качения эластичного колеса в составе колесного движителя посвящено большое количество работ [1-12]. В них достаточно полно рассмотрена методика определения общих потерь мощности при качении эластичного колеса по твердой недеформируемой опорной поверхности. В гораздо меньшей мере освещен вопрос разделения общих потерь в колесе на силовую и скоростную составляющие и установления зависимостей между ними. В то же время вывод основополагающих уравнений силового и мощностного балансов эластичного колеса базируется на исходных предположениях, непосредственно связанных с представлениями о силовых и скоростных потерях.

Целью данной статьи является разработка методики расчёта силовых и скоростных потерь при стационарном качении эластичного колеса по твердой опорной поверхности на основе феноменологического представления потерь мощности [13]. Феноменологическое представление потерь мощности при качении эластичного колеса выполнено по аналогии с моделированием силовых и объемных потерь в комплексном гидродинамическом трансформаторе [14]. Модель «черного ящика» для колесного движителя представлена на рис. 1.

Наиболее общей характеристикой любого передаточного механизма, в том числе – колесного движителя, является коэффициент полезного действия (КПД). Общее определение КПД базируется на законе сохранения энергии и поэтому справедливо для всех видов передач [1] механических, гидравлических, электрических. Для колесного движителя:

$$\eta = \frac{F_x V_x}{T_1 \omega_1} = k\eta, \quad (1)$$

где: k – коэффициент трансформации, представляющий величину, обратную динамическому радиусу колеса; i – передаточное отношение, т.е. кинематический радиус (радиус качения) колеса.

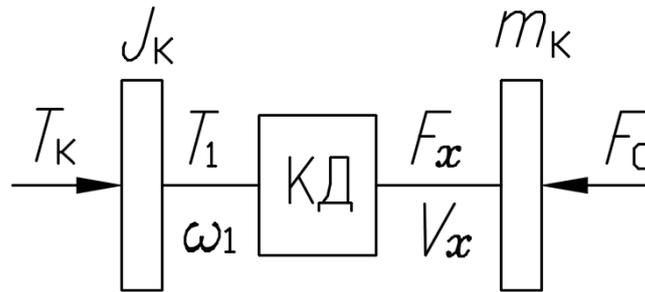


Рис. 1. Входные и выходные переменные колёсного движителя:

$\{T_1, \omega_1\}$ – входные переменные; T_1 – крутящий момент, подводимый к движителю; ω_1 – угловая скорость движителя; $\{F_x, V_x\}$ – выходные переменные; F_x – тяговая сила движителя; V_x – поступательная скорость оси колеса; КД – колесный движитель; T_K – крутящий момент, подводимый к колесу; J_K – момент инерции колеса; m_K – приведённая поступательно движущаяся масса, связанная с колесом; F_C – сила сопротивления движению колеса

Выражение (1) на рис. 2а представлено пространственным графиком в виде гиперболической поверхности.

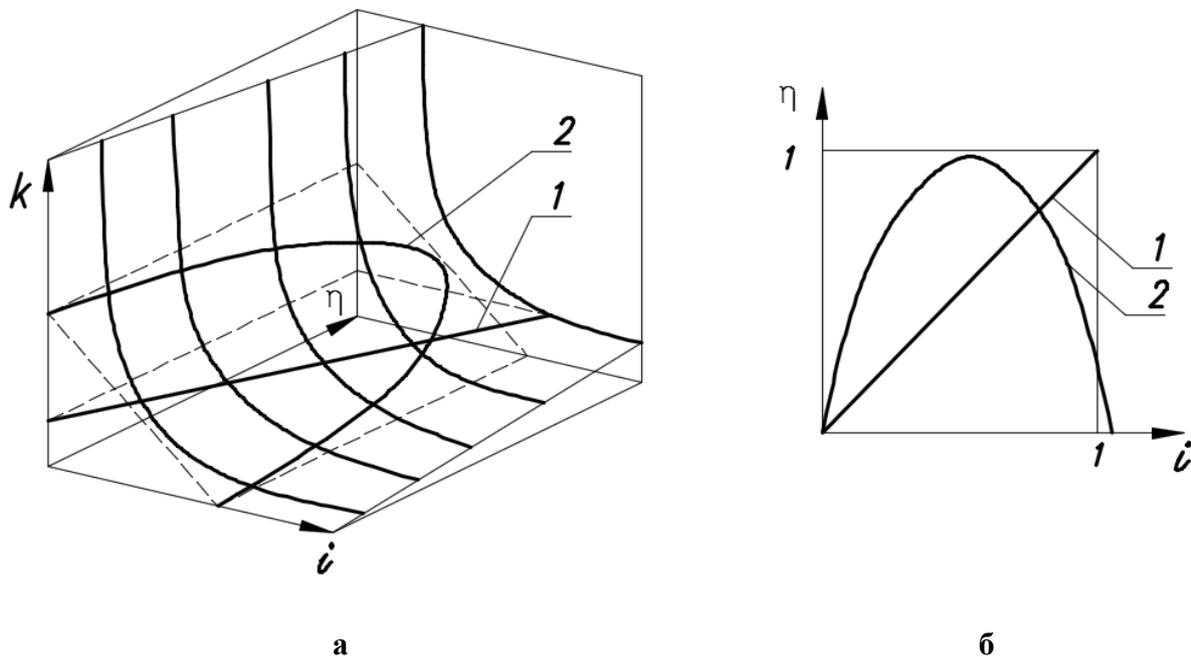


Рис. 2. Обобщенный график КПД:

а – пространственный график; б – сечение поверхности графика плоскостью; k – коэффициент трансформации; i – передаточное отношение; η – коэффициент полезного действия; 1 – зависимость $\eta = \eta(i)$ гидромурфты; 2 – зависимость $\eta = \eta(i)$ гидротрансформатора

Сечения названной гиперболической поверхности плоскостями, различно ориентированными в пространстве, определяют графики КПД конкретных механизмов в зависимости от

величин параметров k и i . Например, для муфт скольжения различной конструкции справедливо равенство $k = 1$. Согласно рис. 2а КПД муфт скольжения определяется как проекция линии пересечения гиперболической поверхности с плоскостью $k = 1$ на ту или иную координатную плоскость (линия 1). Для гидротрансформатора зависимость $k = k(i)$ имеет более сложный характер и находится на линии пересечения гиперболической поверхности с поверхностью $k = k(i)$ (кривая 2). Для построения графика КПД колёсного движителя следует определить аналогичную зависимость коэффициента трансформации k от передаточного отношения (i , т.е. радиуса качения r_k).

Формализация колёсного движителя предполагает однозначную зависимость входных и выходных величин. В этом случае имеется возможность рассматривать любую пару из четырёх величин $\{T_1, \omega_1, F_x, V_x\}$ в качестве входных, а другую пару – в качестве выходных.

Система уравнений входных переменных:

$$\begin{cases} T_1 = T_1(F_x, V_x); \\ \omega_1 = \omega_1(F_x, V_x). \end{cases}$$

Система уравнений скоростных переменных:

$$\begin{cases} T_1 = T_1(\omega_1, V_x); \\ F_x = F_x(\omega_1, V_x). \end{cases}$$

Система уравнений силовых переменных:

$$\begin{cases} V_x = V_x(F_x, T_1); \\ \omega_1 = \omega_1(F_x, T_1). \end{cases}$$

По определению, радиус качения:

$$r_k = \frac{V_x}{\omega_1} = \frac{V_x(F_x, T_1)}{\omega_1(F_x, T_1)}.$$

Зависимости радиуса качения r_k от двух силовых переменных F_x и T_1 $r_k = r_k(F_x, T_1)$ могут быть получены только на основании опытных данных. На рис. 3 представлены экспериментальные зависимости радиуса качения колеса от силовых факторов.

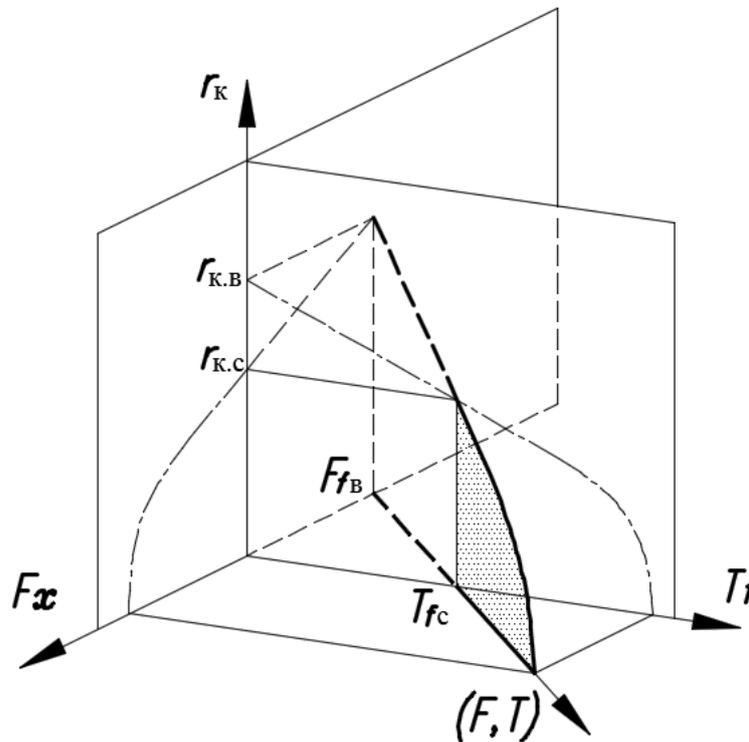


Рис. 3. Зависимость радиуса качения от продольной силы и подводимого крутящего момента:

$r_{k,c}$ – радиус качения в свободном режиме; $r_{k,b}$ – радиус качения в ведомом режиме; $T_{f,c}$ – момент сопротивления качению в свободном режиме; $F_{f,b}$ – сила сопротивления качению в ведомом режиме

Из рисунка следует, что между силовыми факторами, действующими на колёсный движитель, имеет место устойчивая линейная связь:

$$T_1 = T_K - J_K \varepsilon_K = (F_x + f R_Z) r_d,$$

где ε_K – угловое ускорение колеса; f – коэффициент сопротивления качению колеса; R_Z – нормальная реакция опорной поверхности на колесо; r_d – динамический радиус колеса.

Из рис. 3 видно, что зависимость $r_k = r_k(F_x, T_1)$ представляет собой пространственную кривую.

Рассмотрим формальную структуру выражений для описания некоторой относительной величины. Примерами таких величин могут быть различные относительные потери, коэффициенты полезного действия, коэффициенты скольжения и др. Обобщая всё многообразие конкретных физических примеров, можно выделить две схемы описания, которые исходят из мультипликативного и аддитивного представлений.

Введем следующие обозначения: x – текущее значение величины; x_0 – отсчетное значение величины; Δx – отклонение текущего значения величины от отсчетного.

1. Мультипликативное представление:

$$\begin{aligned} x &= x_0 - \Delta x; \\ \lambda &= \frac{x}{x_0} = \frac{x_0 - \Delta x}{x_0} = 1 - \frac{\Delta x}{x_0} = 1 - \Delta \lambda = 1 - \prod_{i=1}^n \Delta \lambda_i; \\ \lambda &= 1 - \frac{x_1 - x_2}{x_1} \frac{x_2 - x_3}{x_2} \frac{x_3 - x_4}{x_3} \dots \frac{x_i - x_{i+1}}{x_i} \dots \frac{x_n - x_{n+1}}{x_n}; \\ \lambda &= 1 - (1 - \xi_1)(1 - \xi_2) \dots (1 - \xi_n). \end{aligned}$$

2. Аддитивное представление:

$$\begin{aligned} x &= x_0 - \Delta x; \\ \lambda &= \frac{x}{x_0} = \frac{x_0 - \Delta x}{x_0} = 1 - \frac{\Delta x}{x_0} = 1 - \Delta \lambda = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i}{x_0}; \\ \Delta x_1 &= x_0 - x_0 \eta_1; \\ \Delta x_2 &= x_0 \eta_1 - x_0 \eta_1 \eta_2; \\ \Delta x_3 &= x_0 \eta_1 \eta_2 - x_0 \eta_1 \eta_2 \eta_3; \\ &\vdots \\ \Delta x_i &= x_0 \prod_{k=1}^{i-1} \eta_k - x_0 \prod_{k=1}^i \eta_k; \\ \lambda &= 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_0 \prod_{k=1}^{i-1} \eta_k - x_0 \prod_{k=1}^i \eta_k)}{x_0} = \prod_{k=1}^n \eta_k; \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} x &= x_0 - \Delta x; \\ \lambda &= \frac{x}{x_0} = \frac{x_0 - \Delta x}{x_0} = 1 - \frac{\Delta x}{x_0} = 1 - \Delta \lambda = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i}{x_0}; \\ \Delta x_1 &= x_0 - x_1 = x_0(1 - s_1); \\ \Delta x_2 &= x_1 - x_2 = x_0(1 - s_1) - x_0(1 - s_1)(1 - s_2); \\ \Delta x_3 &= x_2 - x_3 = x_0(1 - s_1)(1 - s_2) - x_0(1 - s_1)(1 - s_2)(1 - s_3); \\ &\vdots \\ \Delta x_j &= x_{j-1} - x_j = x_0 \prod_{i=1}^{j-1} (1 - s_i) - x_0 \prod_{i=1}^j (1 - s_i); \\ \lambda &= 1 - \frac{\sum_{j=1}^n \Delta x_j}{x_0} = 1 - \frac{\sum_{j=1}^n [x_0 \prod_{i=1}^{j-1} (1 - s_i) - x_0 \prod_{i=1}^j (1 - s_i)]}{x_0} = 1 - \prod_{j=1}^n (1 - s_j). \end{aligned}$$

Приведенные выше формальные выражения применим для определения силовых и скоростных (кинематических) потерь в колесном движителе.

Будем считать колёсный движитель, схема которого приведена на рис. 1, пассивной безынерционной системой, обладающей следующими свойствами: 1) при передаче через нее механической энергии она не накапливается в системе; 2) в системе отсутствуют внутренние источники энергии; 3) передача механической энергии через систему происходит с бесконечно большой скоростью.

Величина общих потерь мощности в системе определяется по выражению:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = T_1 \omega_1 - T_2 \omega_2, \quad (2)$$

где $P_1 = T_1 \omega_1$ – мощность, подводимая на вход системы; $P_2 = T_2 \omega_2$ – мощность, отводимая с выхода системы; T_1 – силовой фактор потока мощности на входе; ω_1 – скоростной фактор потока мощности на входе; T_2 – силовой фактор потока мощности на выходе; ω_2 – скоростной фактор потока мощности на выходе.

Перепишем выражение (2) с учётом определений коэффициента трансформации и передаточного отношения:

$$\Delta P = T_1 \omega_1 - T_2 \omega_2 = T_1 \omega_1 (1 - ki), \quad (3)$$

где $k = \frac{T_2}{T_1}$ – коэффициент трансформации силового фактора потока мощности;

$i = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ – передаточное отношение скоростного фактора потока мощности.

В отличие от идеальной системы без потерь, где выполняется соотношение $ki = 1$ или $k = i$, в реальной системе имеют место необратимые потери, которые делятся на скоростные и силовые. При наличии потерь $ki < 1$ и $k \neq i$.

Представим выражения для коэффициента трансформации k и передаточного отношения i системы с потерями в виде:

$$k = \tilde{k} - \Delta k; \quad i = \tilde{i} - \Delta i, \quad (4)$$

где \tilde{k} – теоретический коэффициент трансформации идеальной системы; Δk – величина уменьшения коэффициента трансформации из-за силовых потерь; \tilde{i} – теоретическое передаточное отношение идеальной системы; Δi – величина уменьшения передаточного отношения из-за скоростных потерь.

По определению, величины \tilde{k} и \tilde{i} в системе без потерь должны удовлетворять соотношению $\tilde{k}\tilde{i} = 1$.

После подстановки выражений (4) в выражение (3), получим:

$$\begin{aligned} \Delta P &= T_1 \omega_1 [1 - (\tilde{k} - \Delta k)(\tilde{i} - \Delta i)] = T_1 \omega_1 (1 - \tilde{k}\tilde{i} + \Delta k\tilde{i} + \tilde{k}\Delta i - \Delta k\Delta i) = \\ &= T_1 \omega_1 (\Delta k\tilde{i} + \tilde{k}\Delta i - \Delta k\Delta i) = T_1 \omega_1 \tilde{k}\tilde{i} \left(\frac{\Delta k}{\tilde{k}} + \frac{\Delta i}{\tilde{i}} - \frac{\Delta k}{\tilde{k}} \frac{\Delta i}{\tilde{i}} \right) = \\ &= T_1 \omega_1 \left(\frac{\Delta k}{\tilde{k}} + \frac{\Delta i}{\tilde{i}} - \frac{\Delta k}{\tilde{k}} \frac{\Delta i}{\tilde{i}} \right) = T_1 \omega_1 (\lambda_k + \lambda_i - \lambda_k \lambda_i), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\lambda_k = \frac{\Delta k}{\tilde{k}}$ – коэффициент относительных силовых потерь; $\lambda_i = \frac{\Delta i}{\tilde{i}}$ – коэффициент относительных скоростных потерь.

Для колёсного движителя (рис. 1) формула (5) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta P &= T_1 \omega_1 (\lambda_k + \lambda_i - \lambda_k \lambda_i) = T_1 \omega_1 \left(\frac{T_1/r_d - F_x}{T_1/r_d} + \frac{V_T - V_D}{V_T} - \frac{T_1/r_d - F_x}{T_1/r_d} \frac{V_T - V_D}{V_T} \right) = \\ &= T_1 \omega_1 \left(\frac{T_1 - F_x r_d}{T_1} + s - \frac{T_1 - F_x r_d}{T_1} s \right) = T_1 \omega_1 s - F_x r_d \omega_1 + T_1 \omega_1 - T_1 \omega_1 s + F_x r_d \omega_1 s = \\ &= T_1 \omega_1 - F_x r_d \omega_1 + F_x r_d \omega_1 s; \\ \Delta P &= T_1 \omega_1 - F_x r_d \omega_1 (1 - s) = T_1 \omega_1 - F_x r_d \omega_1 \left(1 - \frac{V_T - V_D}{V_T} \right) = T_1 \omega_1 - F_x V_D, \end{aligned}$$

где T_1 – крутящий момент, подводимый к движителю от трансмиссии; ω_1 – угловая скорость колесного движителя; r_d – динамический радиус колес; F_x – продольная тяговая сила колесного движителя; V_T – теоретическая скорость колёсного движителя без потерь; V_D – действительная скорость колесного движителя с потерями; $s = \frac{V_T - V_D}{V_T}$ – коэффициент скольжения колес.

Рассмотрим более детально скоростные, или кинематические, потери колёсного движителя с использованием приведённых выше формальных выражений. Радиус качения колеса

$r_k = r_k(F_x, T_1)$ является нелинейной функцией двух силовых переменных. Приведенная зависимость учитывает два явления: упругое проскальзывание (псевдоскольжение или крип) и внешнее скольжение. На рис. 4 показан качественный вид зависимости $r_k = r_k(F_x, T_1)$ и отдельные составляющие кинематических потерь.

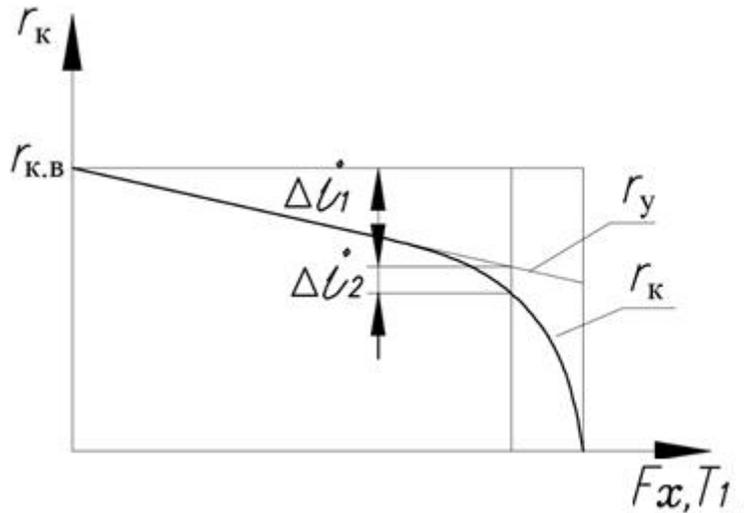


Рис. 4. Зависимость радиуса качения от продольной силы и крутящего момента

В ряде задач целесообразно дифференцированно рассматривать те эффекты, которые обуславливают кинематические потери колеса.

- 1) Упругое проскальзывание, которое приводит к уменьшению радиуса качения r_k по сравнению со свободным радиусом r_c :

$$\Delta i_1 = \Delta i_{11} + \Delta i_{12},$$

где Δi_1 – величина изменения радиуса качения, обусловленная упругими окружными деформациями шины; $\Delta i_{11} = r_c - r_{к.с}$ – составляющая окружных деформаций шины под действием нормальной нагрузки колеса F_z ; r_c – свободный радиус колеса; $r_{к.с}$ – радиус качения колеса в свободном режиме; $\Delta i_{12} = \lambda_x F_x$ – составляющая окружных деформаций шины под действием продольной силы F_x ; λ_x – коэффициент продольной (тангенциальной) эластичности шины по силе. Таким образом,

$$\Delta i_1 = r_c - r_{к.с} + \lambda_x F_x.$$

- 2) Внешнее скольжение, которое приводит к уменьшению радиуса качения r_k по сравнению со свободным радиусом r_c :

$$\Delta i_2 = r_{к0} s_B,$$

где $r_{к0}$ – радиус качения колеса без скольжения; s_B – коэффициент, учитывающий внешнее скольжение колеса.

Проанализируем скоростные потери колеса с использованием аддитивной схемы их представления.

$$\Delta i = \Delta i_1 + \Delta i_2,$$

где $\Delta i_{1,2}$ – снижение передаточного числа, обусловленное двумя различными факторами.

$$\lambda_i = \frac{\Delta i}{\tilde{i}} = \frac{\tilde{i} - i}{\tilde{i}} = \frac{\Delta i_1 + \Delta i_2}{\tilde{i}} = \frac{\tilde{i} - \tilde{i}(1 - s_1) + \tilde{i}(1 - s_1) - \tilde{i}(1 - s_1)(1 - s_2)}{\tilde{i}} =$$

$$= 1 - (1 - s_1)(1 - s_2) = 1 - 1 + s_1 + s_2 - s_1 s_2 = s_1 + s_2 - s_1 s_2 = s_\Sigma. \quad (6)$$

В формуле (6):

$$s_1 = 1 - \frac{r_{к0}}{r_c} - \text{коэффициент упругого проскальзывания};$$

$$s_2 = 1 - \frac{r_k}{r_{к0}} - \text{коэффициент внешнего скольжения};$$

$$s_{\Sigma} = 1 - \frac{r_k}{r_c} - \text{коэффициент суммарного скольжения.}$$

На основе феноменологического представления потерь мощности получены выражения для расчёта силовых и скоростных потерь, возникающих при качении эластичного колеса в составе колёсного движителя по твёрдой опорной поверхности. С использованием аддитивного описания физических явлений рассмотрена структура коэффициента скольжения эластичного колеса по твёрдой поверхности.

Общее феноменологическое представление потерь мощности при качении эластичного колеса позволило установить аналогию с силовыми и объёмными потерями в комплексном гидродинамическом трансформаторе. Полученные результаты могут быть использованы работниками промышленности и научно-исследовательских организаций для целенаправленного совершенствования конструкций движителей колёсных машин с целью повышений их КПД.

Библиографический список

1. **Чудаков, Е.А.** Избранные труды. Т.1. Теория автомобиля / Е.А. Чудаков. – М.: Изд-во АН СССР, 1961. – 463 с.
2. **Фалькевич, Б.С.** Теория автомобиля: учеб. пособие для вузов / Б.С. Фалькевич. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машгиз, 1963. – 240 с.
3. **Петрушов, В.А.** Мощностной баланс автомобиля / В.А. Петрушов, В.В. Москвитин, А.Н. Евграфов; под общ.ред. В.А. Петрушова. – М.: Машиностроение, 1984. – 160 с.
4. **Гришкевич, А.И.** Автомобили: теория: учеб. для вузов / А.И. Гришкевич. – Минск: Вышэйшая школа, 1986. – 208 с.
5. **Литвинов, А.С.** Автомобиль: теория эксплуатационных свойств: учеб. для вузов по специальности «Автомобили и автомобильное хозяйство» / А.С. Литвинов, Я.Е. Фаробин. – М.: Машиностроение, 1989. – 240 с.
6. **Смирнов, Г.А.** Теория движения колёсных машин: учеб. для студентов машиностроительных специальностей вузов / Г.А. Смирнов. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Машиностроение, 1990. – 352 с.
7. **Попов, С.Д.** Внешняя механика качения автомобильного колеса с эластичной шиной: учеб. пособие / С.Д. Попов. – М.: Изд-во МГТУ им Н.Э. Баумана, 2001. – 52 с.
8. **Тарасик, В.П.** Теория движения автомобиля: учеб. для вузов / В.П. Тарасик. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 478 с.
9. **Шухман, С.Б.** Теория силового привода колёс автомобилей высокой проходимости / С.Б. Шухман, В.И. Соловьёв, Е.И. Прочко; под общ. ред. С.Б. Шухмана. – М.: Агробизнесцентр, 2007. – 336 с.
10. **Песков, В.И.** Совершенствование эксплуатационных качеств автомобиля: монография / В.И. Песков, В.И. Сердюк, А.Е. Сердюк; НГТУ им Р.Е. Алексеева. – Нижний Новгород, 2009. – 135 с.
11. **Кравец, В.Н.** Теория автомобиля: учеб. для вузов / В.Н. Кравец, В.В. Селифонов. – М.: ООО «Гринлайт+», 2011. – 884 с.
12. **Карташов, А.Б.** Теория движения автомобиля и трактора: лекция № 2 Описание процессов, происходящих при качении эластичного колеса по плоской твёрдой опорной поверхности / А.Б. Карташов. – М.: Изд-во МГТУ им Н.Э. Баумана, 2016. – 52 с.
13. **Левин, М.А.** Теория качения деформируемого колеса / М.А. Левин, Н.А. Фуфаев. – М.: Наука, 1989. – 272 с.
14. **Долгачев, Ф.М.** Основы гидравлики и гидропривод / Ф.М. Долгачев, В.С. Лейко. – М.: Стройиздат, 1981. – 183 с.

Дата поступления
в редакцию: 09.10.2018

**P.E. Dmitriev, V.N. Kravets, P.I. Bazhan, L.A. Zakharov,
Yu.P. Kuznetsov, Yu.I. Palutin, A.S. Slusarev, A.V. Sogin**

**THE LOSSES OF ROLLING ELASTIC WHEELS
ON A SOLID SUPPORT SURFACE**

Nizhny Novgorod state technical university n. a. R.E. Alekseev

Purpose: Development of calculating force and speed losses in case of stationary rolling elastic wheels on a solid support surface.

Design/methodology/approach: The theoretical basis of the study is a phenomenological representation of power losses of rolling elastic wheels using the multiplicative and additive descriptions of physical phenomena.

Findings: The obtained results can be used for modification of the design of wheel engine machines thrusters in order to improve their efficiency.

Research limitations/implications: In calculating force and speed losses a wheel-drive is presented by passive inertia less system. The results are only applicable for stationary rolling elastic wheels on a solid support surface.

Originality/value: The difference between finishing work from previously published is in phenomenological view of power losses in wheel pusher by analogy with modeling force and volumetric losses in the complex hydrodynamic transformer.

Key words: elastic wheel, wheel engine, rolling wheels theory, loss power in rolling wheels, force loss, speed loss.