УДК 519.16 ***DOI: 10.46960/1816-210X_2021_2_24***

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАСКРОЯ-УПАКОВКИ С ПОМОЩЬЮ КОМБИНИРОВАННОГО ЭВОЛЮЦИОННО-ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

Ю.В. Махонина
ORCID: **0000-0002-9130-4100** e-mail: **mahonina-1999@mail.ru**
Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
Нижний Новгород, Россия

Е.А. Неймарк
ORCID: **0000-0002-0938-3576** e-mail: **elena.neimark@itmm.unn.ru**
Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
Нижний Новгород, Россия

Представлен комбинированный подход к решению задачи раскроя-упаковки, основанный на эволюционно-генетическом алгоритме. Рассмотрена двумерная задача прямоугольного гильотинированного раскроя без поворота, сводимая к задаче о камнях и являющаяся NP-полной. Решение предполагает минимизацию длины рассекаемого материала с фиксированной высотой и неограниченной длиной. Данный тип задачи применим на различных производствах, где требуется сокращение расходов листового сырья (металлические детали, ткани и др.) Исследована скорость сходимости алгоритма на разных типах фигур; рассмотрены случаи с преобладанием в выборке квадратных или прямоугольных фигур. Приведены результаты вычислительного эксперимента, показавшие эффективность предложенного гибридного алгоритма. Приоритет прямоугольных фигур дает незначительное преимущество, и быстрая сходимость, по сравнению с выборкой квадратных фигур, почти не встречается. Наиболее разнообразные варианты дает мутация типа «сальтация», уменьшающая риск схождения алгоритма.

Ключевые слова: задача раскроя-упаковки, эволюционно-генетический алгоритм, гибридный алгоритм.

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Махонина, Ю.В. Решение задачи раскроя-упаковки с помощью комбинированного эволюционнно-генетического алгоритма / Ю.В. Махонина, Е.А. Неймарк // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2021. № 2. С. 24-31. DOI: 10.46960/1816-210X_2021_2_24

CUTTING-PACKING PROBLEM SOLUTION USING A COMBINED EVOLUTIONARY-GENETIC ALGORITHM

Yu.V. Makhonina
ORCID: **0000-0002-9130-4100** e-mail: **mahonina-1999@mail.ru**
Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod
Nizhny Novgorod, Russia

E.A. Neymark
ORCID: **0000-0002-0938-3576** e-mail: **elena.neimark@itmm.unn.ru**
Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod
Нижний Новгород, Россия

Abstract. Combined approach to the cutting-packing problem solution based on an evolutionary-genetic algorithm, is presented. A two-dimensional problem of rectangular guillotined cutting without rotation, which is reduced to the «problem of stones» and is NP-complete, is considered. The solution involves a minimization of length of dissected material with a fixed height and unlimited length. This type of problem is applicable in various industries where it is necessary to reduce consumption of sheet materials (metal parts, fabrics, etc.). Algorithm convergence rate on various types of figures is traced; cases with a predominance of square or rectangular figures in the sampling are considered. Results of computational experiments showing the proposed hybrid algorithm effectiveness are presented. Priority of rectangular figures gives a slight advantage and rapid convergence almost does not occur, compared to the square figures sampling. The most diversified variations are given by a «saltation» type mutation, which reduces the risk of algorithm convergence.

Key words: cutting-packing problem, evolutionary-genetic algorithm, hybrid algorithm.

FOR CITATION: Makhonina Yu.V., Neymark E.A. Cutting-packing problem solution using a combined evolutionary-genetic algorithm. Transactions of NNSTU n.a. R.E. Alekseev. 2021. № 2. P. 24-31.
DOI: 10.46960/1816-210X_2021_2_24

Введение

Задача раскроя-упаковки относится к классу NP-трудных проблем оптимизации, поэтому необходима разработка эвристических методов, позволяющих получать квазиоптимальные решения за полиномиальное время. В общем случае и ограничения, и функция цели для задачи нерегулярного размещения плоских геометрических объектов являются нелинейными [1]. К таким задачам относятся: задачи оптимального раскроя материала на заготовки произвольной формы, решаемые при производстве изделий в машиностроительной, авиастроительной, текстильной, кожевенной, и многих других отраслях промышленности; задачи компоновки: грузов в контейнеры, двигателей, радиоэлементов на платах и т.д.; задачи распределения, проектирование кристаллов и процессоров [2]. Среди множества различных факторов, определяющих классы моделей раскроя-упаковки, выделяют следующие основные характеристики: мерность областей, вид назначения, ассортимент объектов, оптимизация однопараметрическая или многопараметрическая, размерность объектов и областей, геометрия объектов [3].

В данной работе рассматривается двумерная задача раскроя, прямоугольный гильотинный раскрой, без поворота. Она сводится к задаче о камнях и является NP-полной. Существует несколько способов решения задач раскроя-упаковки: методы аппроксимации и декомпозиции, эвристические методы, точные методы и генетические алгоритмы. Представлено решение минимизации длины рассекаемого материала с фиксированной высотой и неограниченной длиной, с помощью комбинированного эволюционно-генетического алгоритма для ускорения поиска оптимального решения. Данный тип задач применим на различимых производствах, где требуется сокращение расходов листового сырья (металлические детали, ткани, и т.д.)

Доказательство NP-полноты задачи раскроя

Для доказательства NP-полноты задачи раскроя рассмотрим два этапа [4].

1. *Докажем NP-полноту рассматриваемой задачи.*

Можно построить полиноминальный алгоритм проверки подтверждения V. На вход V подается пара $< \alpha, c >$, где α – исходные данные задачи, c – $< x_i, y_i > i = 1 \ldots n$

x_i, y_i – координаты левого верхнего угла.

Условие проверки допустимости решения:

1.Проверить, что данное размещение не пересекает область раскроя.

2.Удостовериться, что все фигуры не пересекаются между собой по оси X и по оси У. Это можно сделать с помощью сравнения отрезков длин и ширин фигур по осям.

Сложность проверки допустимости решения:

$$O(n) + O(n^2) = O(n^2)$$

2. *Докажем полиномиальную сводимость задачи о камнях к нашей задаче.*

Задача о камнях полиномиально сводится к задаче раскроя:

$v_1, \ldots, v_n$ — веса камней,

$\sum_{i=1}^{n} v_i = 2V$ — камни можно разделить на две кучи равного веса.

Построим сведение к задаче раскроя.

Пусть i —ая заготовка имеет размеры: длина = 1, ширина = v_i.

Тогда: $A = 2, B = 3V, n = n, a_i = 1, b_i = v_i$

Итог: задача о камнях полиномиально сводится к задаче раскроя.

Цель работы

Целью работы является исследование скорости сходимости алгоритма на разных типах фигур. Рассматриваются случаи с преобладанием в выборке квадратных или прямоугольных фигур. Для проведения исследования требуется:

1) написать генератор тестовых задач с возможностью выбора типа преобладающих фигур;
2) написать программу, реализующую генетический алгоритм для задачи раскроя бесконечной ленты (в ней будут использоваться разные комбинации генетических операторов, адаптированных к задаче);
3) проработать и написать для облегчения визуального восприятия результатов решения его графическое отображение;
4) провести эксперимент на трех типах выборок;
5) проанализировать результаты эксперимента и сделать выводы о возможностях алгоритма.

Содержательная постановка задачи

Дана область раскроя (лента) M = $\{m_y\}$, где m_y задает высоту ленты (области раскроя), по оси x ограничений нет. Дано множество двумерных геометрических фигур A = $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ количеством N. Каждая фигура задается высотой и шириной. Расположение каждого элемента A_i в области раскроя определяется следующими параметрами: x_{mini}, y_{mini}, где x_{mini} – проекция самой левой точки фигуры в некоторой системе координат; y_{mini} – проекция самой нижней точки в некоторой системе координат.

Задача раскроя материала формулируется следующим образом: необходимо выбрать некоторое количество геометрических объектов и уложить их на поверхность ленты M, добиваясь уменьшения свободного пространства ленты и уменьшения длины, занимаемой всеми фигурами. При этом размещение должно удовлетворять следующим ограничениям:

•максимальная точка в размещении по высоте не должна превышать высоту ленты: $max_{l_i} \leq m_y$, где l_i – наибольший занятая координата по y для всех x_i;

•элементы не должны накладываться друг на друга:

$$f_{ij}(x_i, y_i, x_j, y_j, \ldots, x_n, y_n) \geq 0$$
$$i \neq j, i, j = 1,2, \ldots, n$$

•элементы не должны выходить за границы поля:

$$\begin{cases} y_{mini} \geq 0 \\ y_{mini} \leq m_y \end{cases}$$

Описание метода решения

В качестве метода решения алгоритма предлагается использовать эволюционно-генетический алгоритм [5]. Ниже будут представлены способы кодирования особей и основные операторы, реализованные в данном алгоритме.

Первая популяция генерируется случайным образом, жадные стратегии в данном случае не имеют смысла [6]. Для реализации генетического алгоритма особью предполагается считать любое размещение заданных предметов на полосе, удовлетворяющее условию задачи. Пусть все предметы пронумерованы (рис. 1). Тогда хромосома – это перечисление всех номеров предметов в некотором порядке, отражающем их размещение. Физические координаты размещения предметов на полосе можно получить, выложив предметы на полосу в порядке их перечисления в хромосоме по некоторому правилу декодирования [5].

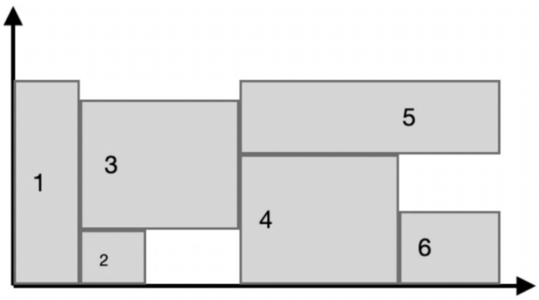

Рис. 1. Особь

Fig. 1. Individual

Стратегия – эволюционно-поколенческая модифицированная. В первом поколении генерируется K особей, далее происходит отбор пары с наилучшей приспособленностью, затем после скрещивания отбираются в следующее поколение снова K особей из смешанной популяции родителей и потомков. Происходит остановка алгоритма, если четыре раза повторяется наилучшая приспособленность в поколении. Данная стратегия используется для сохранения лучших геномов. В качестве критерия оптимизации рассматривается длина полосы, занятая размещением предметов. Условие проверки допустимости решения:

1) проверить, что данное размещение не пересекает область раскроя;
2) удостовериться, что все фигуры не пересекаются между собой по оси X и по оси У; это можно сделать с помощью сравнения отрезков длин и ширин фигур по осям.

Сложность проверки допустимости решения:

$$O(n) + O(n^2) = O(n^2)$$

Математическая модель

$$\begin{cases} x_{mini} \geq 0 \\ y_{mini} \geq 0 \\ y_{mini} + a_i \leq m_y \\ \left[\begin{array}{l} x_{mini} + b_i \leq x_{mini+1} \\ y_{mini} + a_i \leq y_{mini+1} \end{array}\right. \end{cases}$$

$L(x)$ − координата правого края последней выступающей фигуры справа по оси X

$$L(x) \to min$$

Описание основных операторов генетического алгоритма

Кодирование: перестановочное.

Функция приспособленности: декодирование с получением итоговой длины в условных единицах.

Проверка допустимости: встроена в процесс декодирования на основании работы декодера.

Начальная популяция: перестановки фигур генерируются случайным образом, фигуры в перестановке не повторяются.

Репродукция: отбираются два лучших экземпляра из начальной популяции.

Кроссовер: два типа:

1) двухточечный кроссовер;

2) PMX.

Мутация: два типа:

1) сальтация;

2) инверсия.

Селекция: два типа:

1) ß-турнир;

2)ранговая селекция.

Отбор осуществляется из смешанной популяции мутантов, детей и родителей (т.е., вся начальная популяция).

Условие остановки: после четырех повторений одного и того же значения экстремума, считается, что локальный экстремум найден. Цикл останавливается.

Декодирование производится с помощью вычисления «оффсета» (рис. 2) от начала ленты при добавлении каждой фигуры. «Оффсет» стал равным 5 в клетках, где ширина, закрываемая фигурой или фигурами, равна 5. Декодер выдает итоговую длину, занятую фигурами. Также есть функция получения координат расположения фигур на ленте.

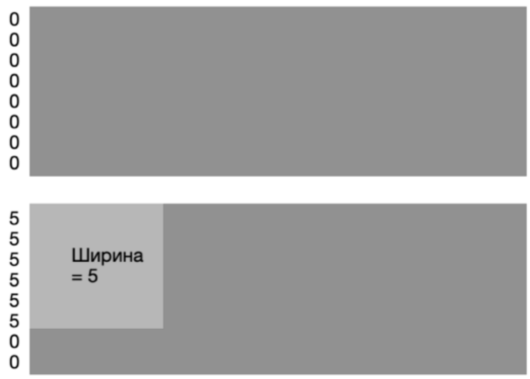

Рис. 2. Вычисление оффсета

Fig. 2. Offset calculation

Описание генератора фигур

Генератор фигур – программа, записывающая в файл исходные данные: ширину ленты, количество фигур, длину и ширину каждой фигуры. Из этого файла производится считывание фигур в основную программу с генетическим алгоритмом.

На вход программы подается:

1) ширина ленты;

2) количество фигур;

3) приоритет квадратных фигур.

Если выбрана опция «приоритет квадратных фигур», их количество будет случайным образом вычисляться от трети до половины количества фигур во всей выборке. Если выбрана опция «приоритет прямоугольных фигур», все фигуры в выборке будут прямоугольными. Половина фигур будет иметь длину в диапазоне от значения, равного половине ширины ленты, до значения, равного ширине ленты. Вторая половина фигур будет иметь высоту в диапазоне тех же значений.

Вычислительный эксперимент

Для выяснения эффективности разработанного комбинированного эволюционно-генетического алгоритма был проведен вычислительный эксперимент. Для этого с помощью программно-реализованного генератора фигур были получены выборки в 100 фигур высотой ленты 30 у.е.

1. Первая выборка: фигуры различные: ширина и длина для каждой фигуры задается случайным образом в диапазоне от 1 до числа, равного ширине ленты.

2. Вторая выборка: приоритет квадратных фигур.

3. Третья выборка: приоритет прямоугольных фигур.

Производится пять запусков каждого из восьми набора операторов (табл. 1):

Таблица 1.

Наборы операторов

Table 1.

Sets of operators

Вариант операторов	Кроссовер	Мутация	Селекция
1	Тип №1	Тип №1	Тип №1
2	Тип №1	Тип №1	Тип №2
3	Тип №1	Тип №2	Тип №1
4	Тип №1	Тип №2	Тип №2
5	Тип №2	Тип №1	Тип №1
6	Тип №2	Тип №1	Тип №2
7	Тип №2	Тип №2	Тип №1
8	Тип №2	Тип №2	Тип №2

Отбирается лучший вариант из 5 запусков с минимальной длиной раскраиваемого материала и отображается на ленте (рис. 3). Также отображается зависимость длины раскраиваемого материала от времени работы алгоритма.

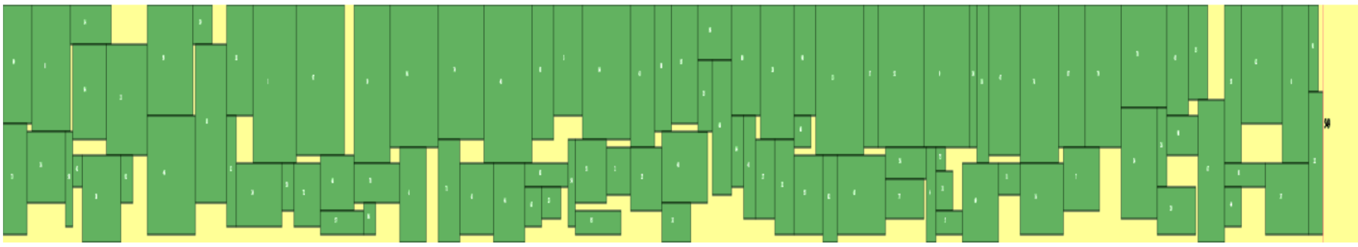

Рис. 3. Расположение 100 фигур на ленте с первым набором операторов. Выборка с различными фигурами

Fig. 3. Arrangement of 100 figures on tape with the first set of operators. Sampling with various figures

Таблица 2.

Результаты работы алгоритма

Table 2.

Algorithm outputs

Вариант операторов	Тип фигур 1 Различные фигуры		Тип фигур 2 Приоритет квадратных		Тип фигур 3 Приоритет прямоугольных	
	Минимальная длина ленты	Средняя длина ленты	Минимальная длина ленты	Средняя длина ленты	Минимальная длина ленты	Средняя длина ленты
1	549	563	1140	1174	811	832
2	568	575	1139	1157	831	858
3	563	575	1135	1168	839	878
4	556	567	1151	1165	859	870
5	556	567	1137	1151	832	856
6	551	561	1134	1150	810	854
7	556	574	1165	1176	845	883
8	561	571	1178	1182	839	873

Таблица 3.

Число циклов алгоритма при лучших запусках с минимальной длиной. Сходимость алгоритма при различных вариантах операторов

Table 3.

Number of algorithm cycles for best runs with minimum length. Algorithm convergence with variations of operators

Вариант операторов	Тип фигур 1 Различные фигуры	Тип фигур 2 Приоритет квадратных	Тип фигур 3 Приоритет прямоугольных
1	18	26	24
2	7	16	19
3	9	19	21
4	12	15	14
5	15	21	21
6	20	16	35
7	17	11	13
8	11	6	15

Из графиков зависимости длины от времени течения алгоритма можно отметить следующее.

1. Выборка фигур с прямоугольным приоритетом дает более крутые графики. Но алгоритм в таком случае выполняется дольше, несмотря на небольшую разницу в промежуточных значениях текущих экстремумов.

2. Для выборки с приоритетом квадратных фигур можно отметить длительность выполнения алгоритма, графики более пологие.

3. Мутация типа «сальтация» дает более разнообразные варианты и уменьшает риск схождения алгоритма. По полученным данным (табл. 3) среднее число циклов алгоритма при сальтации = 20, при инверсии = 14.

Выводы

Приоритет прямоугольных фигур дает незначительное преимущество, и быстрая сходимость почти не встречается в сравнении с выборкой квадратных фигур. Восьмой вариант операторов на выборке с квадратными фигурами сходится за 6 шагов, и экстремум меняется 1 раз. Так как в выборке с прямоугольными фигурами подобного результата на последнем варианте набора операторов нет, выборка с квадратным приоритетом более сложна для нахождения локального экстремума, возможно, требуется иной подход (другие наборы операторов, другое условие остановки). По полученным данным сделан вывод: мутация типа «сальтация» дает более разнообразные варианты и уменьшает риск схождения алгоритма. Дальнейшие исследования могут быть проведены в следующих направлениях:

1) исследование результатов выборки с разбросом по размерам фигур на данном алгоритме (маленькие фигуры и большие, сильно превосходящие в размерах);
2) рассмотрение и добавление других типов мутаций в оператор;
3) изучение зависимости итогового результата от величины разброса начальной популяции.

Заключение

Рассмотрена NP-трудная задача по поиску оптимального размещения фигур в задаче раскроя. Представлен гибридный подход к ее решению. Приведены результаты вычислительного эксперимента, показавшие эффективность предложенного гибридного алгоритма.

Библиографический список

1. **Гладков, Л.А.** Биоинспирированные методы в оптимизации / Л.А. Гладков, В.В. Курейчик, В.М. Курейчик, П.В. Сороколетов. – М.: Физматлит, 2009. – 384 с.
2. **Петренко, С.В.** Оптимизация размещения двумерных геометрических объектов на анизотропном материале с использованием методов математического программирования / С.В. Петренко. – Уфа, 2005.
3. **Канторович, Л.В.** Расчет рационального раскроя промышленных материалов / Л.В. Канторович, В.А. Залгаллер. – Л.: Лениздат, 1951. – С. 199.
4. **Батищев, Д.И.** Вычислительная сложность экстремальных задач / Д.И. Батищев, Д.И. Коган. – Н. Новгород: ННГУ, 1994.
5. **Подлазова, А.В**. Генетические алгоритмы на примерах решения задач раскроя // Проблемы управления. 2008. №2. С. 57-63.
6. **Неймарк, Е.А.** Улучшение качества начальной популяции эволюционно-генетического алгоритма для задачи коммивояжера // Вестник Волжской государственной академии водного транспорта. Выпуск 50. 2017. С. 69-73.

Дата поступления
в редакцию: 30.11.2020