
ИНФОРМАТИКА И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

УДК 621.373.826

DOI: 10.46960/1816-210X_2021_3_7

РАЗВИТИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МЕТОДА В ОБЛАСТИ НЕЛИНЕЙНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СВЕТОВЫХ ВОЛН В СЛОЖНЫХ СРЕДАХ

В.В. БулатовORCID: 0000-0002-4390-4013 e-mail: internalwave@mail.ru

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

*Москва, Россия***А.Н. Пономарев**ORCID: 0000-0003-2814-6776 e-mail: holodel@yandex.ru

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Москва, Россия

Представлено теоретическое исследование нелинейного взаимодействия широкополосных пучков света с учетом шума спонтанного рассеяния для случая вынужденного рассеяния Мандельштама-Бриллюэна (ВРМБ). Использование схемы с многократным пересечением лазерного излучения позволяет получить высокий коэффициент отражения с усилением значительно больше единицы для слабого светового сигнала. Изучено влияние спонтанного рассеяния нелинейной среды на характеристики параметрического возбуждения, получены оценки коэффициентов отражения и ограничения чувствительности.

Показана возможность применения параметрической генерации ВРМБ в схеме с пересечениями сигнальной и опорной волн в устройствах для обращения слабых световых волн. Проведен учет влияния спонтанного рассеяния нелинейной среды на характеристики параметрического возбуждения и сделаны оценки коэффициентов отражения и ограничения чувствительности. Результаты исследования актуальны при построении сложных информационных систем, преобразующих измеряемые значения физических величин в оптические сигналы, передаваемые по оптическому волокну.

Ключевые слова: вынужденное рассеяние Мандельштама-Бриллюэна, параметрическая генерация, лазерное излучение, нелинейная среда.

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Булатов, В.В. Развитие теоретического метода в области нелинейного взаимодействия широкополосных световых волн в сложных средах / В.В. Булатов, А.Н. Пономарев // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2021. № 3. С. 7-19. DOI: 10.46960/1816-210X_2021_3_7

THE DEVELOPMENT OF THE THEORETICAL METHOD IN NONLINEAR INTERACTION OF WIDEBAND LIGHT WAVES IN COMPLEX MEDIA

V.V. BulatovORCID: 0000-0002-4390-4013 e-mail: internalwave@mail.ru

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS

*Moscow, Russia***A.N. Ponomarev**ORCID: 0000-0003-2814-6776 e-mail: holodel@yandex.ru

Moscow State Technical University named after N.E. Bauman

Moscow, Russia

Abstract. Theoretical research in the nonlinear interaction of wideband light beams with account of the noise of spontaneous scattering for the case of stimulated Mandelstam-Brillouin scattering (SMBS) is presented. Using a scheme with multiple intersection of laser emission yields a high reflection coefficient with amplification far greater than unity for a weak light signal. The impact of spontaneous scattering of a nonlinear medium on the characteristics of parametric excitation is studied, and estimates of reflection and sensitivity limitation coefficients are obtained.

The possibility of using parametric SMBS generation in a scheme with intersection of the signal and reference waves in devices for conjugation of weak light waves is shown. The impact of spontaneous scattering of a nonlinear medium on the characteristics of parametric excitation are taken into account, and reflection and sensitivity limitation coefficients are estimated. The research findings are relevant for building complex information systems that transform measured physical quantities into optical signals transmitted over optical fibers.

Key words: stimulated Mandelstam-Brillouin scattering, parametric generation, laser emission, nonlinear medium.

FOR CITATION: V.V. Bulatov, A.N. Ponomarev. The development of the theoretical method in nonlinear interaction of wideband light waves in complex media. Transactions of NNSTU n.a. R.E. Alekseev. 2021. № 3. Pp. 7-19.
DOI: 10.46960/1816-210X_2021_3_7

Введение

Проблема исправления или восстановления волнового фронта актуальна в сложных информационных системах в сфере астрономии, лазерной локации, офтальмологии и других областях, требующих получения оптического изображения высокого разрешения и качества. Искажения волнового фронта неизбежно возникают при прохождении излучения через неоднородную среду, которой, в частности, являются световолоконные кабели и атмосфера. Подобные искажения приводят к ухудшению оптического изображения, изменению контрастности. Для устранения нерегулярных динамических искажений разрабатываются специальные оптические системы с использованием твердотельных лазеров, включающие приемник излучения, регистрирующий световые волны, устройство коррекции волнового фронта и систему управления. Для восстановления искажений волнового фронта может быть использован эффект обращения волнового фронта. Обращенный волновой фронт будет обратным по отношению к искаженному первичному лучу, и в результате наложения двух фронтов можно восстановить исходное изображение. В частности, при лазерной локации из-за атмосферной турбулентности излучение после прохождения нескольких километров превращается в сильно искаженное пятно, изменяющееся со временем. Отражаясь от объекта, оно еще сильнее искажается и может привести к ошибке в работе. В случае использования обращения волнового фронта, отраженного от объекта излучения, направляемого обратно по тому же самому пути через атмосферу, при отсутствии значительных изменений условий прохождения луча происходит восстановление качества пятна на объекте.

В настоящее время компактные твердотельные лазеры с диодной накачкой широко применяются в медицине, лазерной локации, оптической связи, сложных информационных системах и в других областях науки и техники [1-3]. При прохождении излучения через среду, которая, как правило, оптически неоднородна, происходят фазовые искажения волнового фронта, приводящие, в том числе, к существенной потере информации. В силу этого обстоятельства возникают случаи, когда требуется делать компенсацию указанных искажений в режиме реального времени. Поэтому необходимо разрабатывать соответствующие оптические устройства, обладающие указанными свойствами. Поскольку вынужденное рассеяние Мандельштама-Бриллюэна (ВРМБ) обладает малой инерционностью, что является одним из необходимых условий для обработки оптического сигнала в реальном времени, на основе применения данного явления можно разработать устройство, удовлетворяющее поставленным требованиям. Также для использования оптического устройства в лазерной локации необходимо, чтобы оно могло работать в определенном интервале частот, обусловленном доплеровским смещением частоты отраженного сигнала от движущегося объекта, скорость которого может быть достаточно велика. При этом, поскольку принимаемый отраженный

сигнал обычно имеет очень слабую интенсивность, устройство должно быть способным работать с сигналами низкой интенсивности. Для соответствия данным требованиям можно использовать эффект обращения волнового фронта (ОВФ), получаемый с применением свойства нелинейности ВРМБ. В [4] была экспериментально показана возможность ОВФ для слабых световых сигналов. Однако для получения ОВФ здесь использовались две сопряженные опорные волны, что, во-первых, усложняет техническую реализацию устройства, во-вторых, ограничивает область изменения отраженной волны шириной линии спонтанного ВРМБ, которое обычно бывает порядка 10^{-2} см⁻¹. Последнее условие накладывает ограничение на скорость объекта лазерной локации – не более 100 м/с, что значительно сужает область использования.

В работе теоретически показано, что в случае параметрического ВРМБ в пересекающихся световых пучках можно получить высокую эффективность отражения без применения двух сопряженных опорных волн. Также изучено влияние ширины спектра как лазерного излучения накачки, так и отраженной (сигнальной) слабой волны на коэффициент отражения нелинейной среды. Рассмотрены случаи, когда одна или обе волны лазерной накачки и отраженной являются широкополосными.

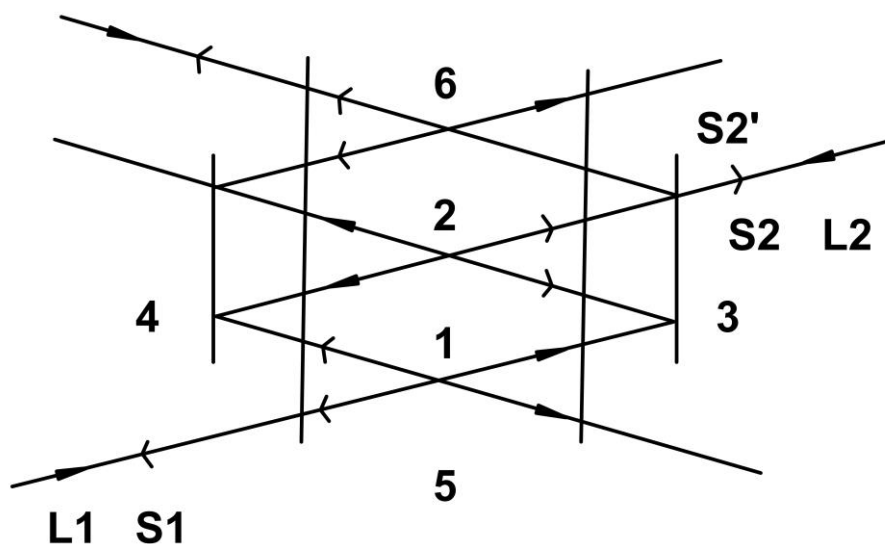


Рис. 1. Схема параметрической генерации ВРМБ для трех пересечений

Fig. 1. Scheme of parametric SMBS generation for three intersections

Случай одинаковых частот излучение накачки и сигнальной волны

Рассмотрим схему параметрической генерации (рис. 1), где L1 и L2 обозначают лазерное излучение накачки, а S1 и S2 – обращенные по отношению к L1 и L2 возбуждаемые стоксовы волны. В приведенной схеме в пересечении 1 при наличии излучения S1 происходит параметрическое возбуждение излучения S2, которое, в свою очередь, сопряжено с L2. Излучение S2 после отражения от зеркала 4 попадает в пересечение 2, что и обуславливает параметрическое возбуждение излучения S1, которое, отражаясь от зеркала 3, возвращается в пересечение 1. Цифрой 5 отмечена нелинейная среда. Поэтому вышеописанным способом в приведенной схеме образуется обратная связь. В случае использования схемы с тремя пересечениями, которая приведена на рис.1, цифрой 6 отмечено третье пересечение, коэффициент обратной связи будет больше. В схемах, использующих нелинейность обратного ВРМБ, волны S1 и S2 распространяются в нелинейной среде в одном направлении,

поэтому параметрическая неустойчивость в случае только одного пересечения невозможна и применение двух или более пересечений необходимо. Значения полей S1 и S2 на выходе из системы находятся в результате последовательного расчета отдельных пересечений с учетом граничных условий, содержащих обмен излучения соседних пересечений [5]. Начнем решение задачи с условия равных монохроматических волн: $\omega_{L1} = \omega_{L2} = \omega_L$. Рассматривается случай малых углов между пересекающимися лучами. Согласно [5], пороговое условие для параметрической генерации можно записать в виде (1):

$$F(I_{L1}, I_{L2}, \omega_s) = 1. \quad (1)$$

Здесь F означает некую комплексную функцию, I_{L1} и I_{L2} – интенсивности излучений L1 и L2. Рассмотрим случай, когда $I_{L1} \approx I_{L2}$. Поскольку F определяет амплитудное и фазовое условие для параметрической генерации, то очевидно, что $F(I_{L1}, 0, \omega_s) = 0$. Тогда, если известна интенсивность I_{L1} , уравнение (1) задает пороговую интенсивность другой волны I_{L2} и частоту генерации ω_s . При двух пересечениях ($N = 2$) условие параметрической генерации имеет следующий вид [6] (2):

$$F = (M-1)^2 M^2 a(1+a)^2 \exp(i\Omega\tau). \quad (2)$$

Здесь $M = \exp((\chi_1 + \chi_2)I)$, $\chi_1 = b I_{L1}(1 + i\rho)/2(1 + \rho^2)$, $\chi_2 = b I_{L2}(1 + I)(1 + \rho^2)/2$ b – удельный коэффициент усиления ВРМБ, I_{L1} и I_{L2} – интенсивности соответствующих лучей L1 и L2, $\rho = 2(\Omega - \Omega_0)/\Delta\Omega$, $\Omega = \omega_L - \omega_s$, $\Delta\Omega$ – ширина линии спонтанного рассеяния Мандельштама-Бриллюэна, Ω_0 – резонансная частота фоновой волны, I – длина пути излучения в нелинейной среде в каждом пересечении, $a = I_{L2}/I_{L1}$. Уравнение (2) получено для случая, когда $\tau = \tau_m$, где $\tau = \tau' + \tau''$ – времена пролетов между пересечениями 1 и 2 с последующим отражением от зеркал 3 и 4, $\tau_m = 2\pi m/\Omega_0$, $m = 1, 2, \dots$. В этом случае генерация стоксового излучения происходит на центральной частоте ВРМБ: $\omega_s = \omega_s^0 = \omega_L - \Omega_0$. Для суммарного инкремента должно выполняться следующее условие: $G_1 = 2bI I_{L1} \geq 2 \ln 2$. Заметим, что при $G_1 = 2 \ln 2$ порог для генерации L2 по интенсивности будет максимальным: $I_{L1} = I_{L2}$. При росте G_1 происходит падение интенсивности I_{L2} , поэтому для обращения волнового фронта слабых сигналов следует обратить особое внимание на случай, когда $G_1 \gg 1$ и, соответственно, I_{L2} мало (параметр a много меньше единицы). При $\tau = \tau_m$, $\rho = 0(\Omega = \Omega_0)$ для интенсивностей волн S1 и S2 после прохождения нелинейной среды запишем коэффициент отражения в виде: $R_1 = I_{S1}^{6bx}/I_{L1}$ и $R_2 = I_{S2}^{6bx}/I_{L2}$. Тогда можно будет получить следующие соотношения (3-4):

$$\frac{I_{S2}^{6bx}}{I_{S1}^{6bx}} = \frac{(M-1)^2(M^3+1)^2 a(1+a)^2}{M^2(M+a)^4}, \quad (3)$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{I_{S2}^{6bx}}{I_{S1}^{6bx}} \cdot \frac{1}{a} = \frac{(M-1)^2(M^3+1)^2(1+a)^2}{M^2(M+a)^4}. \quad (4)$$

В приведенных соотношениях $M = \exp((G_1 + G_2)/4)$, где $G_2 = 2bI_{L2}l$, параметр a можно найти с учетом (1) и (2), выразив через M . При $\tau \ll \tau_1, \tau_2$, когда $\rho = 0$ результаты будут близки к случаю $\tau = \tau_m$. Для случая трех пересечений и $\tau = \tau_m$ пороговое условие для генерации принимает вид [6]: $F = (M-1)^2 M^2 (M^3 + 2)a(a+1)^{-2}$. В общем случае для N пересечений суммарные инкременты будут равны: $G_1 = bI_{L1}l_\Sigma$, $G_2 = bI_{L2}l_\Sigma$, $l_\Sigma = Nl$. При

$\tau = \tau_m, \rho = 0$ $M = \exp((G_1 + G_2)/(2N)) \approx \exp(G_1)/(2N)$ так как $a \ll 1, G_2 \ll G_1$. При $M^3 \gg 2$ и $a \ll 1$ можно получить: $F \approx (M - 1)^2 M^{3N-4} a$ и (5-6):

$$\frac{I_{S2}^{блх}}{I_{S1}^{блх}} \approx \frac{1}{M^N} \quad (5)$$

$$\frac{R_2}{R_1} \approx \frac{1}{M^N a} \approx (M - 1)^2 M^{2(N-2)} \quad (6)$$

Рассмотрим идеальный случай, когда $N \gg 1, G_1 \ll N$ и рост стоксовых волн, в реальности происходящий в области пересечения световых пучков, усредняется по всей длине прохождения излучения в активной среде. Тогда процесс можно описать с помощью введения неких гладких функций ξ_1, ξ_2 , усреднено описывающих изменение волн S_1 и S_2 в результате прохождения нелинейной среды с учетом изменения фазы. Для указанных функций можно записать следующую систему уравнений [7] (7-8):

$$\frac{d\xi_1}{dz} = -2\chi_1 \xi_1 - \chi_2 (\xi_1 + \xi_2 \exp(i\Delta z)) \quad (7)$$

$$\frac{d\xi_2}{dz} = 2\chi_2 \xi_2 + \chi_1 (\xi_2 + \xi_1 \exp(-i\Delta z))$$

$$0 \leq Z \leq N, \Delta = \frac{\Omega \tau}{l}, |\xi_1| = \frac{|E_{S1}|}{|E_{L1}|}, |\xi_2| = \frac{|E_{S2}|}{|E_{L2}|} \quad (8)$$

Данный подход дает хорошее приближение в предельном случае при $N \rightarrow \infty, \tau \rightarrow 0$. Решение системы (7) определяет условие параметрической неустойчивости и позволяет оценить характеристики параметрической генерации. В случае $\tau \ll \tau_1 = 2\pi/\Omega_0$ можно считать: $\Delta Z \approx 0, \exp(\pm \Delta Z) = 1$. При $a^2 \ll 1$ пороговое условие принимает вид (1), где (9):

$$F = \frac{a}{9(1+8/9a)} \exp\left(\frac{3}{2}\left(1+\frac{7}{9}a\right)G_1\right) \quad (9)$$

При $G_1 \gg 1$ выражение (9) принимает следующий вид (10):

$$F = \frac{1}{9} a \exp(3G_1/2) \quad (10)$$

Тогда отношение выходных интенсивностей и коэффициентов отражения можно представить в виде (11-12):

$$\frac{I_{S2}^{блх}}{I_{S1}^{блх}} = \left(1 + \frac{8}{9}a\right) \exp\left(-\frac{1}{2}(1-a)G_1\right) \approx \exp\left(-\frac{1}{2}G_1\right), \quad (11)$$

$$\frac{R_a}{R_1} = \frac{1}{9} \exp\left(\left(1 + \frac{5}{3}a\right)G_1\right) \approx \frac{1}{9} \exp(G_1) \quad (12)$$

Можно отметить, что значение в (11) совпадает с (5) в случае $M \approx \exp(G_1/2N)$.

Отсюда следует, что при больших G_1 получим, что $I_{S1}^{блх} \gg I_{S2}^{блх}$. Из полученных результатов видно, что увеличение числа пересечений при постоянной G_1 дает возможность заметно уменьшить величину пороговой интенсивности слабой волны и увеличить коэффициент отражения R_2 .

Учет истощения лазерной накачки и шума спонтанного рассеяния

При превышении значения интенсивности на входе порогового значения стационарная генерация начинает происходить в условиях истощения накачки, учет которого дает возможность, пренебрегая шумом спонтанного рассеяния, оценить величины абсолют-

ных значений интенсивности стоксовых волн и коэффициентов отражения. В случае незначительного истощения накачки условие стационарной генерации можно получить из (1), если за I_{L1} и I_{L2} взять интенсивности, усредненные по всей длине прохождения нелинейной среды. Оценки при $G_1 \gg 1$, $I_{L2}^{6x} \ll I_{L1}^{6x}$, $\tau = \tau_m$, показывают, что ослабление волн после прохождения пересечений примерно одинаково. Поэтому для усредненных значений интенсивностей можно считать $I_{L1} \approx I_{L1}^{6bx}$, $I_{L2} \approx I_{L2}^{6x}$ поскольку истощение волн L1 и L2 главным образом происходит в той области, где достигается большое значение интенсивности стоксового излучения I_{S1} , а именно вблизи границы нелинейной среды, где выходят волны S1, L2 и входит волна L1. Далее во всех ранее приведенных формулах под значениями I_{L1} и I_{L2} будем понимать среднее значение интенсивности. Поскольку $I_{L2}^{6x} \ll I_{L1}^{6x}$ и $I_{S2}^{6bx} \ll I_{S1}^{6x}$, с учетом сохранения энергии можно записать (13):

$$I_{S1}^{6bx} \approx I_{L1}^{6x} - I_{L1}^{6bx}. \quad (13)$$

Применяя условие (1) при $\tau = \tau_m$, $\omega_s = \omega_s^o$ и $I_{L1} \approx I_{L1}^{6bx}$, $I_{L2} \approx I_{L2}^{6x}$, можно получить (14):

$$I_{L1}^{6bx} \approx I_{L1} = I_{L1}(I_{L2}) \approx I_{L1}(I_{L2}^{6x}). \quad (14)$$

Таким образом, в данном случае значения интенсивности I_{L1}^{6bx} и средней интенсивности I_{L1} зависят от I_{L2}^{6x} и не зависят от I_{L1}^{6x} . Тогда из (13) и (14) можно найти (15):

$$I_{S1}^{6bx} \approx I_{L1}^{6x} - I_{L1}(I_{L2}^{6x}). \quad (15)$$

Из (15) видно, что значение выходной интенсивности S1 определяется превышением порога интенсивности накачки L1. Поэтому по двум известным значениям I_{L1}^{6x} и I_{L2}^{6x} можно найти средние значения интенсивностей I_{L1} и I_{L2} , затем выразить через них инкременты G_1 и G_2 , далее можно определить I_{S1}^{6bx} и R_1 . Затем с помощью выражений для $I_{S2}^{6bx} / I_{S1}^{6bx}$ и R_2 / R_1 находят I_{S2}^{6bx} и R_2 . При околороговом значении генерации для интенсивностей $I_{S1} \sim 0$, $I_{S2} \sim 0$ и $R_1 \sim 0$, $R_2 \sim 0$, поэтому для получения $R_2 \gg 1$ требуется заметное превышения порога.

Рассмотрим далее случай, когда $I_{L1}^{6x} = \text{const}$ и превышение порога достигается за счет увеличения интенсивности сигнальной волны I_{L2}^{6x} . Тогда, согласно (14) и (15), значения интенсивности I_{L1} и инкремента G_1 уменьшаются, а значения I_{S1}^{6bx} и R_1 увеличиваются. Увеличение I_{S1}^{6bx} и уменьшение G_1 вызывает в соответствии с (5) и (11) увеличение I_{S2}^{6bx} . Значения R_2 в соответствии с (6) и (12) сначала возрастают из-за увеличения R_1 , а затем начинают уменьшаться, так как уменьшается значение G_1 . Максимальное значение R_2 при $N \rightarrow \infty$ достигается при $G_1 = G_1^{(m)} = 2/(1-K)$, $K = \sqrt{1 - \frac{4}{G_1^{6x}}}$, $G_1^{6x} = bI_{L1}^{6x}I_{L2}$, $R_1 = R_1^{(m)} = \frac{1}{G_1^{(m)} - 1}$,

$$I_{L2}^{6x} = I_{L2}^{6x(m)} \approx I_{L2}(I_{L2}^{(m)}).$$

Тогда для максимального значения интенсивности сигнальной волны $I_{L2}^{6x(m)}$ и $I_{L2}(I_{L1}^{6x})$ получим (16):

$$I_{L2}^{6x(m)} = I_{L2}(I_{L1}^{6x}) \frac{G_1^{(m)}}{G_1^{6x}} \exp\left(\frac{3}{2}(G_1^{6x} - G_1^{(m)})\right). \quad (16)$$

Наибольшее значение для $R_{2\text{max}}$ равно (17):

$$R_{2\max} = \frac{1}{9(G_1^{(m)} - 1)} \exp(G_1^{(m)}). \quad (17)$$

При $G_1^{\text{BX}} = 20$, $G_1^{(m)} = 19$ из (16) получим $I_{L2}^{\text{BX}(m)} \sim 4,3 I_{L2}(I_{L1}^{\text{BX}})$. При росте G_1^{BX} также будет увеличиваться и значение $R_{2\max}$, но $I_{S2}^{\text{ВЫХ}(m)}$ будет уменьшаться вследствие уменьшения $I_{L2}(I_{L1}^{\text{BX}})$. При больших значениях G_1 требуется учитывать шум спонтанного рассеяния, что ведет к определенным изменениям в описанном выше процессе параметрической генерации. В случае учета спонтанного шума линия генерации будет иметь конечную ширину и возбуждение стоксовой компоненты излучения S1 наблюдается и без присутствия сигнальной волны L2. В этом случае при малых значениях интенсивности I_{L2} значения интенсивности I_{S1} перестает зависеть от I_{L2} , и возбуждение стоксовой компоненты S1 становится беспороговым.

Возбуждение необращенной стоксовой волны S2, которое происходит в результате взаимодействия волны L1 с шумом спонтанного рассеяния, определяет значение предельной чувствительности устройства. При больших значениях G_1 интенсивность стоксовой волны S2 становится существенной и ограничивает возможность уменьшения интенсивности I_{L2} . Пороговое условие (1) при учете спонтанного шума не выполняется, но может быть использовано для оценки близости к режиму условного «идеального» генератора. Рассмотрим результаты расчетов для случая, когда число пересечений $N \rightarrow \infty$, $G_1 \gg 1$ и $\tau_\Sigma \ll \tau_1$. Для F можно использовать выражение (10). Введем спектральные плотности интенсивностей стоксовых компонент (18):

$$J_{S2}^{\text{блх}}(\omega_s) = J_{S1}^{\text{блх}}(\omega_s) |F| \exp(-G_1(\rho)/2). \quad (18)$$

$$G_1(\rho) = \frac{G_1}{1 + \rho^2}$$

Тогда с учетом (10) $J_{S2}^{\text{блх}}(\omega_s)$ можно записать в виде (19):

$$J_{S1}^{\text{блх}}(L_0 S) = J_{S1}^{\text{блх}}(\omega_s) \frac{a}{9} \exp(G_1(\rho)). \quad (19)$$

Используя выражение (18) получаем (20):

$$\frac{J_{S2}^{\text{блх}}(\omega_s^0)}{J_{S1}^{\text{блх}}(\omega_s^0)} = F(I_{L1}, I_{L2}, \omega_s^0) \exp(-G_1/2). \quad (20)$$

Видно, что при $F = 1$ полученное выражение совпадает с отношением интенсивностей, полученных в (11). Введем при вышеуказанных предположениях параметр F_0 следующим образом (21):

$$F_0 = F(I_{L1}, I_{L2}, \omega_s^0) = \frac{I_{L2}}{I_{L2}(I_{L1})}. \quad (21)$$

Определенный (21) параметр F_0 характеризует степень близости устройства к режиму «идеального» генератора. Из (18), используя F_0 , можно получить ширину спектральной линии волны S1 на выходе из устройства (22):

$$\Delta\omega_{S1} \approx \Delta\Omega \frac{1 - F_0}{\mu G \sqrt{F_0}}, \quad (22)$$

где $\mu = 1.5$. Полученное выражение (22) может использоваться при $0,2 \leq F_0 < 1$. Форма линии $J_{S1}^{\text{ВЫХ}}(\omega_s)$ в указанном диапазоне F_0 зависит от величины F_0 . В случае $F_0 \sim 1$ форма спектральной линии имеет лоренцевский вид. Распределение спектральной плотности $J_{S2}^{\text{ВЫХ}}(\omega_s)$ в соответствии с (19) будет уже, чем спектральная линия $J_{S1}^{\text{ВЫХ}}(\omega_s)$, но для $\Delta\omega_{S1} \ll \Delta\Omega, \rho \ll 1$ это сужение незначительно, и $\Delta\omega_{S2}$ можно положить равным $\Delta\omega_{S1}$. Интег-

рируя (18) по ω_s , можно найти $I_{S1}^{БВХ}$. Значения I_{L1} и I_{L2} можно найти при заданных внешних параметрах $I_{L1}^{БВХ}$ и $I_{L2}^{БВХ}$. В случае незначительного истощения волны накачки получим $I_{L2} \sim I_{L2}^{БВХ}$, $I_{L1} \sim I_{L1}^{БВХ} = I_{L1}^{БВХ} - I_{S1}^{БВХ}$. Так как $I_{S1}^{БВХ}$ зависит от I_{L1} , мы получили уравнение для нахождения I_{L1} .

Случай различных частот излучение накачки и сигнальной волны

Будем рассматривать случай отличных частот сигнальной волны ω_{L2} и излучения накачки ω_{L1} без учета влияния шума спонтанного рассеяния. Тогда при $|\omega_{L1} - \omega_{L2}| \geq \Delta\Omega$ параметрическое возбуждение полей S1 и S2, сопряженных с лучами L1 и L2, будет происходить на частотах $\omega_{S1} = \omega_{LN} - \Omega$, $\omega_{S2} = \omega_{LN} - \Omega$. Будем искать значения полей стоксового рассеяния E_{S1} и E_{S2} в отдельном пересечении волн в виде обращенных по отношению к полям накачки (23):

$$\begin{aligned} E_{S1}(\mathbf{r}) &= f_1(z) \exp(-i(k_{L1} - k_{S1})z) E_{L1}^*(\mathbf{r}), \\ E_{S2}(\mathbf{r}) &= f_2(z) \exp(-i(k_{L2} - k_{S2})z) E_{L2}^*(\mathbf{r}) \end{aligned}, \quad (23)$$

где $k_{L1} = (\omega_{L1} n_{L1})/c$, $k_{L2} = (\omega_{L2} n_{L2})/c$, $k_{S1} = (\omega_{S1} n_{S1})/c$, $k_{S2} = (\omega_{S2} n_{S2})/c$, $n_{L1}, n_{L2}, n_{S1}, n_{S2}$ – показатели преломления. Пренебрегая осциллирующей некогерентной частью параметрического усиления, получим следующую систему уравнений (24):

$$\begin{aligned} \frac{df_1}{dz} &= -\chi_2(f_1 + f_2 \exp(2i\delta_{12}z)) \\ \frac{df_2}{dz} &= -\chi_1(f_2 + f_1 \exp(2i\delta_{21}z)) \end{aligned}, \quad (24)$$

где $\delta_{12} = k_{L1} - k_{L2}$, $\delta_{21} = k_{L2} - k_{L1}$. Будем рассматривать случай незначительной расстройки: $2|\delta_{12}l| \ll \pi$, $2|\delta_{21}l| \ll \pi$. Тогда $\exp(2i\delta_{12}l) \approx 1$, $\exp(2i\delta_{21}l) \approx 1$. В этом случае, решая (24) для двух пересечений с граничными условиями, содержащими обмен излучения между пересечениями, получаем пороговое условие для параметрической генерации (25):

$$F = (M - 1)^2 a(1 + a)^{-2} \exp(i(\Omega' \tau' + \Omega'' \tau'')) = 1, \quad (25)$$

где $\Omega' = \Omega + (\omega_{L1} - \omega_{L2})$, $\Omega'' = \Omega - (\omega_{L1} - \omega_{L2})$. При симметричном расположении нелинейной среды между зеркалами 3 и 4 (рис. 1), и из (25) получаем $\tau' = \tau''$, откуда (26):

$$F = (M - 1)^2 a(1 + a)^{-2} \exp(i\Omega\tau) = 1. \quad (26)$$

При $\tau = \tau_m$ из (26) находим $\Omega = \Omega_0$, $\omega_{S1} = \omega_{L2} - \Omega_0$ и $\omega_{S2} = \omega_{L1} - \Omega_0$. Параметрическая генерация будет возможна при значении суммарного инкремента $G \geq 2\ln 3$. При минимальном значении G_1 порог по интенсивности сигнальной волны будет максимален: $I_{L2} = I_{L1}$. При увеличении G_1 происходит быстрое уменьшение значения интенсивности I_{L2} . Далее можно записать (27-28):

$$\frac{I_{S2}^{БВХ}}{I_{S1}^{БВХ}} = \frac{(M + a)^4}{(1 + a)^4 (M + 1)^2}, \quad (27)$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(M + a)^4}{(1 + a)^4 (M + 1)^2 a}. \quad (28)$$

Для случая N пересечений при $\tau = \tau''$, $\tau = \tau_m$, $M \gg 2$, $a \ll 1$, можно записать (29-31):

$$F \approx (M - 1)^2 M^{N-2} \cdot a, \quad (29)$$

$$\frac{I_{S2}^{6bx}}{I_{S1}^{6bx}} \approx M^N, \quad (30)$$

$$\frac{R_2}{R_1} \approx \frac{M^N}{a} \approx (M - 1)^2 M^{2(N-1)}. \quad (31)$$

При $N \rightarrow \infty, I \rightarrow 0, \tau = \tau''$ система дифференциальных уравнений будет следующей (32):

$$\begin{aligned} \frac{d\xi_1}{dz} &= -\chi_2(\xi_1 + \xi_2 \exp(i\Delta z)) \\ \frac{d\xi_2}{dz} &= \chi_1(\xi_2 + \xi_1 \exp(i\Delta z)) \end{aligned} \quad (32)$$

Приведем результаты для случая $\tau_2 \ll \tau_1$, когда в (32) можно считать $\exp(\pm i\Delta z) = 1$. Тогда пороговые условия для параметрической генерации можно записать (33):

$$F = a \exp((1 - a)G_1 / 2). \quad (33)$$

Отношение выходных интенсивностей стоксовых волн S_1 и S_2 , а также коэффициентов отражения имеет вид (34-35):

$$\frac{I_{S2}^{6bx}}{I_{S1}^{6bx}} = \exp\left(\frac{1}{2}(1 - a)G_1\right) = \frac{1}{a}, \quad (34)$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \exp((1 - a)G_1) = \frac{1}{a^2}. \quad (35)$$

Таким образом, при одинаковых G_1 пороговая интенсивность сигнальной волны заметно выше, чем в ранее рассмотренном случае равных частот для $L1$ и $L2$. Учет истощения накачки проводится аналогично ранее исследованному случаю при равенстве частот опорной и сигнальной волн. Ослабление волн $L1$ и $L2$ после прохождения нелинейной среды будет примерно одинаковым, но теперь средняя интенсивность $I_{L1} \approx I_{L2}$. Последнее обусловлено тем, что истощение волны $L1$ происходит при взаимодействии с волной $S2$, которая имеет высокую интенсивность около выхода $L1$. Знание значения I_{L1}^{6bx} позволяет определить средние значения интенсивностей $I_{L1} \approx I_{L1}^{6x}$, $I_{L2} \approx I_{L2}(I_{L1}^{6x})$ и $I_{L2}^{6bx} \approx I_{L2}$. Введем коэффициент преобразования $\eta = I_{S2}^{6bx} / I_{L1}^{6x}$. Тогда в случае η заметно меньше 1 можно будет записать

$I_{L2}^{6x} \approx (1 - \eta)^{-1} I_{L2}(I_{L2}^{6x})$ и коэффициент отражения R_2 получим в виде (36):

$$R_2 = \frac{\eta}{a}. \quad (36)$$

Здесь $a = a(L_{L1}^{6x})$ может быть определено из (1). Укажем, что для случая, когда $N \rightarrow \infty$, используя (33) при G_1 много больше единицы, можно получить (37-38):

$$a = \frac{I_{L2}(I_{L1})}{I_{L1}} \approx \exp(-G_1 / 2), \quad (37)$$

$$R_2 \approx \eta \exp(G_1 / 2). \quad (38)$$

Присутствие в реальном устройстве шума спонтанного рассеяния ограничивает значение G_1 , поскольку в случае больших G_1 будет значительной интенсивность волны $S1'$, возбуждаемой опорной волной $L1$ из спонтанного шума, и которая не участвует в параметриче-

ском взаимодействии из-за неподходящего смещения частоты относительно ω_{L2} . Но при этом генерация S1 приводит к истощению опорной волны L1. Условие $I'_{S1}{}^{6bx} \ll I_{L1}$ вызывает ограничение $G_1 \approx 15-16$. При $G_1 = 16$ и $\eta = 0.3$ из (37), (39) получаем оценку для $a \sim 5 \cdot 10^{-4}$ и $R_2 = 10^3$. Поскольку L2 не взаимодействует с S1', то беспороговое возбуждение S2 не происходит. Для $G_1 \geq 10$ получим $I'_{S2}{}^{6bx} \ll I_{S1}{}^{6bx}$ и с учетом $I'_{S1}{}^{6bx} \ll I_{L1}$, при не слишком малом коэффициенте преобразования η получаем $I'_{S2}{}^{6bx} \ll I_{S2}{}^{6bx}$, поэтому зашумление стоксовой волны S2 несущественно. Таким образом, мы получили, что учет спонтанного шума незначительно влияет на характеристики параметрической генерации, поэтому последние будут близки к ранее упоминавшийся модели «идеального» генератора.

Учет влияния ширины спектра опорной и сигнальной волн

Рассмотрим случай, когда одна или одновременно две волны L1 и L2 имеют ширину спектра, существенно превышающую $\Delta\Omega$. Тогда кроме пространственной когерентности требуется выполнение условия: $\Delta\omega_L \ll 2\pi c/l_{nL}$, где ω_L – интервал, охватывающий спектральные распределения обеих волн. В этом случае при $\tau' = \tau''$ и $\tau = \tau_m$ в каждом пересечении имеет место корреляция огибающих волн S2 с L1 и S1 с L2. Поэтому будет происходить параметрическое взаимодействие на синхронно возбуждаемой фоновой волне. В случае широкополосной волны накачки L1 возбуждение S1 не будет эффективным при $\Delta\omega_{L1} \geq 2\pi/\tau$, когда длина когерентности опорной волны $l_{ког} = 2\pi c/n_{L1}\Delta\omega_{L1}$ меньше расстояния между соседними пересечениями [4], и при $G_1 < 2\pi n_L/l_{ког}$, когда I_{L1} оказывается меньше критического значения интенсивности волны широкополосной накачки. Данное обстоятельство дает возможность увеличить значение G_1 до порога необращенной волны S2, которая при всех перечисленных условиях усиливается аналогично случаю, когда излучение опорной волны является монохроматическим. Взяв значение G_1 в пределах 22-24 в результате расчета получим оценку для коэффициента отражения $R_2 \sim 10^5$.

Общие принципы построения асимптотических решений

При решении рассмотренных задач возникает необходимость асимптотического исследования быстроосциллирующих интегралов (БОИ). Проблемы вычисления коротковолновых асимптотик БОИ возникают в задачах дифракции, распространения электромагнитных волн в ионосфере и магнитосфере Земли и планет, дифракции лазерного излучения на локальных неоднородностях среды и СВЧ-излучения на телах сложной формы, распространения электромагнитного импульса при радиолокации, распространения акустических и внутренних гравитационных волн в атмосфере и океана, сейсмических волн в земной коре [8, 9]. Практическое значение асимптотических методов не ограничивается вопросами теории волновой дифракции, так как аналогичные БОИ возникают также в задачах квантовой механики, например, в физической кинематике и в квантово-механической теории соударений [10, 11].

Под БОИ понимаются интегралы следующего вида: $u(\lambda, \alpha) = \int_C f(\mathbf{p}, \alpha) \exp(i\lambda\Phi(\mathbf{p}, \alpha)) d\mathbf{p}$,

где $\mathbf{p} \in R^M$, ($M = 1, 2, 3, \dots$), Φ – аналитическая функция переменных \mathbf{p} , f – кусочно-бесконечно-дифференцируемая функция переменных \mathbf{p} , функции Φ, f предполагающаяся кусочно-гладкой граница области интегрирования C зависит от набора параметров $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m)$. В качестве таких параметров могут выступать, например, координаты точки наблюдения и источника, также и другие параметры рассматриваемой конкретной задачи.

Алгоритмы определения этой асимптотики сводятся к следующему. Вводится понятие критических точек, к которым, в частности, относятся: 1) стационарные (седловые) точки фазовой функции $\Phi(\mathbf{p}, \mathbf{a})$, т.е. точки, в которых $\mathop{\text{grad}}_{\mathbf{p}} \Phi(\mathbf{p}, \mathbf{a}) = 0$, если при этом $\det\left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial p_i \partial p_j}\right] \neq 0$,

то стационарные (седловые) точки называются регулярными; 2) особые точки (полюсы, точки ветвления) внеэкспоненциальной функции $f(\mathbf{p}, \mathbf{a})$; 3) критические точки на границе области S ; 4) точки, в которых $\mathop{\text{grad}}_{\mathbf{p}} \Phi(\mathbf{p}, \mathbf{a})$ перпендикулярен границе; 5) угловые точки гра-

ницы. Асимптотика $u(\lambda, \mathbf{a})$ при $\lambda \rightarrow \infty$ является суммой вкладов u_j от каждой критической p_j . В главном члене асимптотики $u_j \approx \lambda^{-q} \Psi(p_j) f(p_j, \mathbf{a}) \exp(i\lambda \Phi(p_j, \mathbf{a}))$, где показатель q определяется типом критической точки p_j [10, 11]. Например, в задачах дифракции $u(\lambda, \mathbf{a})$ представляет собой значение поля в точке \mathbf{a} . Согласно интерпретации асимптотики интеграла в соответствии с методом геометрической оптики (геометрической теории дифракции) каждой критической точке p_j соответствует проходящий через \mathbf{a} луч какого-либо из слагаемых суммарного поля; при этом $\Phi(p_j, \mathbf{a})$ – фаза соответствующей волны,

$\lambda^{-q} \Psi(p_j) f(p_j, \mathbf{a})$ – амплитуда волны. Однако, описанный алгоритм становится непригодным, когда при изменении параметров \mathbf{a} критические точки приближаются друг к другу, сливаются, исчезают или возникают заново. Например, если точка наблюдения приближается к каустике (поверхности, на которой не выполняется условие $\det\left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial p_i \partial p_j}\right] \neq 0$), то

критические точки p_1, p_2 , соответствующие лучу, еще не коснувшемуся каустики и уже прошедшему через каустику, приближаются друг к другу; сливаются, когда точка наблюдения ложится на каустику и переходят в комплексную плоскость, когда точка наблюдения, пересекая каустику, уходит в область тени. В окрестности каустики асимптотика $u(\lambda, \mathbf{a})$, которая выражается через сумму вкладов u_j отдельных критических точек, заведомо неприменима.

Аналогичная ситуация возникает во всех случаях, когда точка наблюдения оказывается в переходной зоне-вблизи границы тень-свет, вблизи каустики того или иного типа, фокальной линии и т.п. Построенная таким образом асимптотика является неравномерной, она неприменима в окрестности тех значений параметров \mathbf{a} , в которых критические точки сливаются. Поэтому возникает проблема перехода от неравномерных асимптотических разложений к равномерным асимптотикам, применимым при любых расстояниях между критическими точками, и описывающим также их слияние и исчезновение. Платой за более широкую область применения равномерных асимптотик является их более сложный вид: они выражаются через функцию Эйри, интеграл Френеля, интеграл Пирси, функцию Ханкеля [10, 11]. Выбор специальной функции зависит от типа и числа сливающихся критических точек.

Равномерные асимптотики всех БОИ строятся посредством единого аналитического приема. Делается аналитическая взаимоднозначная замена переменных интегрирования $p(\zeta)$, которая приводит фазовую функцию $\Phi(p, \mathbf{a})$ к полиному по переменным ζ возможно более низкой степени, вид которого определяется поведением критических точек в исследуемой области параметров \mathbf{a} , то есть типом каустики. Коэффициенты полученного полинома являются регулярными функциями параметров \mathbf{a} . Получающиеся в результате интегралы сводятся к модельным, т.е. к простейшим интегралам с аналогичной конфигурацией критических точек. Некоторые из этих интегралов непосредственно совпадают с интегральными представлениями известных специальных функций, другие могут представлять собой новые специальные функции. Важно отметить, что решения большого многообразия конкретных

задач сводятся к относительно небольшому числу специальных функций. Таким образом, построение асимптотики БОИ сводятся к выбору соответствующей специальной функции и нескольких первых ее производных и к определению зависимости аргументов специальной функции, а также амплитудных и фазовых множителей, зависящих от параметров задачи.

Заключение

Теоретически была показана возможность применения параметрической генерации вынужденного рассеяния Манделъштама – Бриллюэна в схеме с пересечениями сигнальной и опорной волн в устройствах для обращения слабых световых волн. Проведен учет влияния спонтанного рассеяния нелинейной среды на характеристики параметрического возбуждения и сделаны оценки коэффициентов отражения и ограничения чувствительности.

В заключение можно отметить, что существуют актуальные задачи управления сложными, в том числе, информационными системами, предполагающие осуществление непрерывного мониторинга состояния таких объектов, как конструкции самолетов, плотины, мосты, дамбы в течение продолжительного времени для контроля прочности конструкции с целью предотвращения возникновения аварии. Малые массы и размеры оптического волокна, высокая коррозионная стойкость особенно к химическим растворителям, маслам, воде, невысокая стоимость, а также многие другие достоинства оптических волокон открывают широкие перспективы для использования их в качестве чувствительных элементов в информационно-измерительных системах сбора данных для измерения распределения физических величин в пространстве.

Современная волоконно-оптическая система сбора данных – это совокупность аппаратно-программных средств и волоконно-оптических средств передачи, обеспечивающих сбор измерительной информации от множества волоконно-оптических датчиков и её передачу в соответствии с определенным алгоритмом. Существуют волоконно-оптические датчики, в которых в оптическое волокно включается ряд дискретных точечных чувствительных элементов и под действием внешнего воздействия возникает модуляция. Однако наибольший практический интерес вызывают волоконно-оптические датчики, построенные на базе таких оптических эффектов, как рамановское рассеяние и рассеяние Манделъштама-Бриллюэна. По существу, эти измерительные преобразователи делятся на два типа: на основе вынужденного комбинационного рассеяния и на основе эффекта Манделъштама-Бриллюэна, рассмотренного в настоящей работе. Полученные теоретические результаты являются актуальными при построении сложных измерительных информационных систем, преобразующих измеряемые значения физических величин в оптические сигналы, передаваемые по оптическому волокну.

Работа выполнена по теме государственного задания №АААА-А20-120011690131-7 (В.В. Булатов).

Библиографический список

1. Coney A., Damzen M.J. High-energy diode-pumped alexandrite amplifier development with applications in satellite-based lidar // Journal of the Optical Society of America B: Optical Physics. 2021. V. 38. P. 209.
2. Smith G, Shardlow P.C., Damzen M.J. High-power near-diffraction-limited solid-state amplified spontaneous emission laser devices // Opt. Lett. 2007. V. 32. P. 1911.
3. Jayet B., Huignard J.-P., Ramaz F. Optical phase conjugation in nd:yvo4 for acousto-optic detection in scattering media // Opt. Lett. 2013. V. 38(8). P. 1256.
4. **Ефимов, В.Ф.** Поляризационные методы повышения энергетических характеристик ОВФ-зеркал / В.Ф. Ефимов, И.Г. Зубарев, С.И. Михайлов [и др.] // Квантовая электроника. 1984. Т.11. №2. С.303.
5. **Одинцов, В.И.** Эффективное обращение волнового фронта в режиме параметрической обратной связи / В.И. Одинцов, Л.Ф. Рогачева // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 19. № 3. С. 221.

6. **Одинцов, В.И.** Низкопороговое ОВФ с большим коэффициентом отражения при ВРМБ в пересекающихся световых пучках / В.И. Одинцов, А.Н. Пономарев, Е.Ю. Соколова // Квантовая электроника. 1992. Т. 19. № 11. С. 1086.
7. **Одинцов, В.И.** Использование петлевой схемы с многократными пересечениями пучков для ОВФ широкополосной накачки / В.И. Одинцов, А.Н. Пономарев // Квантовая электроника. 1992. Т. 19. № 3. С. 221.
8. **Булатов, В.В.** Введение в математические методы моделирования сложных систем / В.В. Булатов. – М.: ОнтоПринт, 2018. – 342 с.
9. **Bulatov V.V.** Modern mathematical methods of complex systems modelling. – М.: Онто Принт, 2020. – 269 с.
10. **Арнольд, В.А.** Особенности каустик и волновых фронтов / В.А. Арнольд. – М.: Фазис, 2002. – 120 с.
11. **Kravtsov Y., Orlov Y.** Caustics, catastrophes, and wave fields. – Berlin: Springer, 1999. 228 p.

Дата поступления

в редакцию: 15.06.2021