
ИНФОРМАТИКА И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

УДК 519.6

DOI: 10.46960/1816-210X_2022_3_7

КОНЕЧНО-ОБЪЕМНАЯ ДИСКРЕТИЗАЦИЯ ПРЯМОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛООБМЕНА В ПАКЕТЕ ПРОГРАММ «ЛОГОС»

А.В. КоротковORCID: 0000-0001-9110-4128 e-mail: alvladkor79@mail.ru

Российский Федеральный Ядерный Центр –

Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики

Саров, Россия

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Нижний Новгород, Россия

Рассматриваются вопросы численного решения задач сопряженного теплообмена на сеточных моделях, содержащих произвольные неструктурированные сетки. Описана конечно-объемная дискретизация уравнения теплопроводности на основе прямого метода сопряжения, подразумевающая построение и решение единой системы линейных уравнений для жидкости и твердых тел относительно температуры. Представлено описание численной схемы, учитывающей разномасштабность ячеек и резко различающиеся теплофизические свойства на границе раздела жидкой и твердой сред. Показаны алгоритм построения сопряженной матрицы и вид матричных коэффициентов, отвечающих за сопряженный теплообмен и способы их вычисления. Работоспособность представленного метода демонстрируется на примере расчета задач сопряженного теплообмена, сеточные модели которых состоят из неструктурированных фрагментов сетки.

Ключевые слова: гидродинамические течения, метод конечных объемов, неструктурированная сетка, сопряженный теплообмен, алгоритм SIMPLE, сопряженный сеточный интерфейс, ЛОГОС.

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Коротков, А.В. Конечно-объемная дискретизация прямого метода решения задач сопряженного теплообмена в пакете программ «ЛОГОС» // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2022. № 3. С. 7-21. DOI: 10.46960/1816-210X_2022_3_7

FINITE-VOLUME DISCRETIZATION OF DIRECT METHOD FOR SOLVING OF CONJUGATE HEAT TRANSFER PROBLEMS IN THE «LOGOS» SOFTWARE PACKAGE

A.V. KorotkovORCID: 0000-0001-9110-4128 e-mail: alvladkor79@mail.ru

Russian Federal Nuclear Center –

The All-Russian Research Institute of Experimental Physics

Sarov, Russia

Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseyev

Nizhny Novgorod, Russia

Abstract. Issues of numerical solution for problems of conjugate heat transfer on grid models containing arbitrary unstructured grids, are considered. Finite-volume discretization of the thermal conductivity equation based on the direct method of conjugation, implying the construction and solution of a unified system of linear equations for liquids and solids with respect to temperature, is described. Description of numerical scheme that takes into account the

different scales of cells and contrasting thermo-physical properties at a liquid–solid interface, is presented. Algorithm for arraying of conjugate matrix, and the type of matrix coefficients responsible for the conjugate heat transfer, and methods of calculation thereof, are shown. Efficiency of the presented method is demonstrated by the example of calculation of conjugate heat transfer problems, the grid models of which consist of unstructured fragments of the grid.

Key words: hydrodynamic flows, finite volume method, unstructured mesh, conjugate heat transfer, SIMPLE algorithm, multiple mesh interface, LOGOS.

FOR CITATION: A.V. Korotkov. Finite-volume discretization of direct method for solving of conjugate heat transfer problems in the «LOGOS» software package. Transactions of NNSTU n.a. R.E. Alekseev. 2022. № 3. Pp. 7-21. DOI: 10.46960/1816-210X_2022_3_7

Введение

Одним из наиболее востребованных классов производственных задач являются задачи сопряженного теплообмена, играющие важную роль в процессе проектирования и оптимизации конструкций изделий, при эксплуатации которых решающими факторами могут быть тепловые ограничения. Численное решение позволяет получить распределение температур в пространстве и времени, выявляющее проблемные зоны при моделировании нештатных ситуаций в проектируемых конструкциях, для которых натурный эксперимент зачастую невозможен или связан со значительными финансовыми затратами [1-5].

Для расчета задач сопряженного теплообмена на границах раздела жидкости и твердых тел могут быть использованы несколько подходов, каждый из которых имеет свои преимущества и ограничения. Наименее требовательным к вычислительным ресурсам является способ, при котором расчет полей в жидкости производится в стационарной постановке и только в ключевых точках, используемых для построения в тепловых граничных условиях на границе раздела жидкости и твердого тела [6,7]. В таких исследованиях обычно используются гипотезы, основанные на эмпирических данных и инженерном опыте, что при расчете тепловых процессов в геометрически сложных конструкциях может привести к значительным ошибкам в оценке температурного поля. В последовательном подходе задач сопряженного теплообмена [8-12] расчет полей температуры в подобластях жидкости и твердого тела производится с помощью различных расчетных модулей. Такой подход подразумевает явное выделение границ в области сопряжения и наличия механизма обмена граничными условиями между расчетными модулями с последующей их итерационной увязкой. Основным недостатком последовательного подхода является необходимость итерационного согласования постоянно меняющихся граничных условий, значительно замедляющая процесс сходимости. Это особенно заметно при решении нестационарных задач.

В последнее время все более востребованным становится решение нестационарных задач сопряженного теплообмена на подробных трехмерных сеточных моделях. Наиболее эффективным для данных случаев является применение прямого метода сопряжения [13-17], подразумевающего одновременную дискретизацию уравнения теплопроводности в жидкости и твердом теле и построение единой связанной системы алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно температуры. Несмотря на то, что прямой метод является наиболее требовательным к вычислительным ресурсам, его использование значительно ускоряет процесс сходимости и является наиболее универсальным, позволяющим одинаково эффективно решать стационарные и нестационарные задачи.

В настоящей работе рассмотрена конечно-объемная дискретизация прямого метода сопряжения для задач, содержащих произвольные неструктурированные сетки на границе раздела жидкости и твердого тела. Представлено описание численной схемы, применяемой при дискретизации уравнения теплопереноса на границе раздела, учитывающей разномасштабность ячеек и резко различающиеся физические свойства жидкой и твердой сред. Показан алгоритм построения сопряженной матрицы, вид матричных коэффициентов, отвечающих за сопряженный теплообмен, а также способы их вычисления.

Численный метод, представленный в данной работе, реализован на базе отечественного пакета программ ЛОГОС [18-21]. Работоспособность представленного метода демонстрируется на примере решения задачи охлаждения ламинарным потоком несжимаемой жидкости шести твердотельных блоков с объемным тепловыделением и задачи расчета смешанной конвекции в квадратной камере с твердотельным блоком.

Математическая модель

В задачах сопряженного теплообмена область численного моделирования делится на жидкую и твердую подобласти (рис. 1).

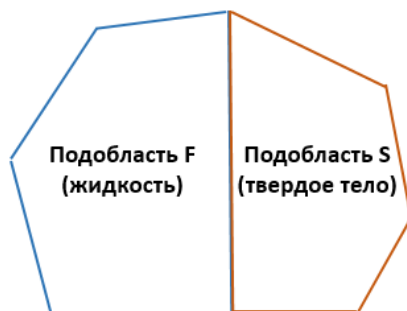


Рис. 1. Пример сопряжения жидкой и твердой подобластей

Fig. 1. Example of conjugation of liquid and solid subdomains

Рассмотрим математическую модель, в которой подобласть жидкости представляет собой ламинарную несжимаемую жидкость с постоянным коэффициентом теплопроводности и отсутствующими источниками (в том числе, диссипативными) тепла. С учетом перечисленных выше допущений, уравнения теплопереноса для подобласти жидкости, записанное относительно температуры, принимает вид:

$$\rho_F C_F \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_F C_F \nabla \cdot (\mathbf{u}T) = \nabla \cdot (k_F \nabla T), \quad (1)$$

где ρ_F – плотность жидкости;

C_F – теплоемкость жидкости;

\mathbf{u} – вектор скорости жидкой фазы;

k_F – коэффициент теплопроводности жидкости;

t – время.

В уравнении (1) вектор скорости движения жидкой фазы \mathbf{u} определяется решением системы уравнений Навье-Стокса, например, с помощью известного алгоритма SIMPLE [17, 22-24], при этом на границе раздела сред со стороны жидкости принимается граничное условие стенки с прилипанием. Рассматриваемая подобласть твердого тела представляет собой неподвижное твердое тело с постоянным коэффициентом теплопроводности с отсутствующими источниками тепла. С учетом перечисленных допущений, уравнение теплопереноса для твердой среды, записанное относительно температуры, принимает вид:

$$\rho_S C_S \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k_S \nabla T), \quad (2)$$

где ρ_S – плотность твердого тела;

C_S – теплоемкость твердого тела;

k_S – коэффициент теплопроводности твердого тела;

t – время.

Необходимым условием сопряжения уравнений (1) и (2) является выполнение закона сохранения энергии, т.е. равенство тепловых потоков на границе раздела жидкости и твердого тела:

$$q_F = q_S, \quad (3)$$

где q_F – тепловой поток со стороны жидкости, q_S – тепловой поток со стороны твердого тела.

Рассмотрим конечно-объемную дискретизацию прямого метода сопряжения, на примере дискретизации уравнений теплопереноса (1) и (2) с учетом условия сопряжения (3) для случая согласованных сеток на границе раздела сред, представляющей собой согласованный интерфейс (рис. 2).

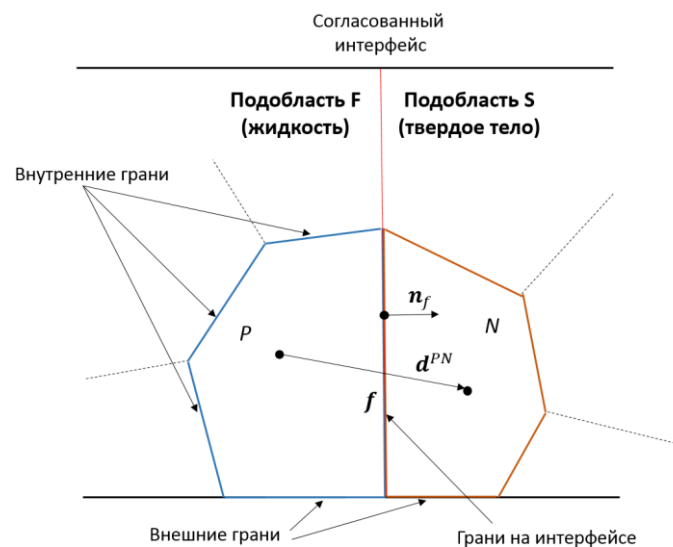


Рис. 2. Схематичный пример сетки с согласованным интерфейсом на границе раздела сред

Fig. 2. Schematic example of a grid with consistent interface at the interface of media

В качестве примера рассмотрим вычислительную область моделирования, состоящую из двух контрольных объемов, занятых жидкостью и твердым телом соответственно (рис. 2). В общем случае полный вид дискретных аналогов дифференциальных уравнений теплопереноса для ячейки P жидкой среды (1) и ячейки N твердой среды (2), представленных на рис. 2, при аппроксимации временного слагаемого с помощью неявной схемы Эйлера [25], определяются выражениями:

$$\rho_F C_F \frac{T_P - T_P^{t-1}}{\Delta t} V_P + Conv_P - D_P = 0, \quad (4)$$

$$\rho_S C_S \frac{T_N - T_N^{t-1}}{\Delta t} V_N - D_N = 0, \quad (5)$$

где T_P , T_N – значение температуры в центрах ячеек P и N на текущем временном шаге, T_P^{t-1} , T_N^{t-1} – значение температуры в центрах ячеек P и N на предыдущем временном шаге, $Conv_P$ – конвективное слагаемое для ячейки P на текущем временном шаге, D_P , D_N – диффузионные слагаемые для ячеек P и N на текущем временном шаге.

Диффузионные слагаемые в (4) и (5) для ячеек P и N на текущем временном шаге определяются выражениями:

$$D_P = \sum_{f=face(P_{inner}, P_{bound})} k_F (\nabla T_f \cdot S_f) + \sum_{f=face(P_{interface})} k_f (\nabla T_f \cdot S_f), \quad (6)$$

$$D_N = \sum_{f=face(N_{inner}, N_{bound})} k_S (\nabla T_f \cdot S_f) + \sum_{f=face(N_{interface})} k_f (\nabla T_f \cdot S_f), \quad (7)$$

где $S_f = S_f n_f$ – площадь, ориентированная по нормали к грани f , S_f – площадь грани f , T_f – температура в центре грани f на текущем временном шаге, u_f – скорость в центре грани f на текущем временном шаге, ∇T_f – градиент температуры на грани f на текущем временном шаге, k_f – коэффициент теплопроводности на интерфейсных гранях, $f = face(P_{inner}, P_{bound})$ – суммирование по всем внутренним и внешним граням, ограничивающим ячейку P , $f = face(P_{interface})$ – суммирование по всем интерфейсным граням, ячейки P , $f = face(N_{inner}, N_{bound})$ – суммирование по всем внутренним и внешним граням, ограничивающим ячейку N , $f = face(N_{interface})$ – суммирование по всем интерфейсным граням, ячейки N .

Градиент температуры на внутренних гранях и гранях согласованных интерфейсов для произвольных неструктурированных сеток с учетом поправки на неортогональность [26] на итерации n текущего временного шага определяется выражением:

$$\nabla T_f = \left(T_{A_i}^n - T_{A_j}^n \right) \frac{S_f}{S_f \cdot d_{A_i A_j}} + \overline{\nabla T_f^{n-1}} - \left(\overline{\nabla T_f^{n-1}} \cdot d_{A_i A_j} \right) \frac{S_f}{S_f \cdot d_{A_i A_j}}, \quad (8)$$

где A_i и A_j – ячейки смежные через грань f , $d_{A_i A_j}$ – вектор между центрами ячеек A_i и A_j (рис. 2), $T_{A_i}^n$, $T_{A_j}^n$ – значение температуры в центрах смежных ячеек на итерации n , $\overline{\nabla T_f^{n-1}} = \lambda_f \nabla T_{A_i}^{n-1} + (1 - \lambda_f) \nabla T_{A_j}^{n-1}$ – интерполированная величина температуры на грани f на итерации $n - 1$.

Значения градиентов температуры в центрах ячеек могут быть вычислены по алгоритму Грина-Гаусса [23]:

$$\nabla T_{A_i} = \frac{1}{V_{A_i}} \sum_{f=face(A_i)} T_f S_f. \quad (9)$$

В конвективном слагаемом дискретного аналога дифференциального уравнения теплопереноса в жидкой среде (4) на интерфейсных гранях, представляющих собой границу раздела, принимается граничное условие стенка с прилипанием. В результате все компоненты скорости u_f на интерфейсных гранях принимаются равными нулю, и конвективное слагаемое дискретного аналога дифференциального уравнения теплопереноса для ячейки P на текущем временном шаге принимает вид:

$$Conv_P = \rho_F C_F \sum_{f=face(P_{inner}, P_{bound})} T_f (u_f \cdot S_f), \quad (10)$$

где u_f – скорость в центре грани f на текущем временном шаге, T_f – температура на интерфейсной грани f на текущем временном шаге, $f = face(P_{inner}, P_{bound})$ – суммирование по всем внутренним и внешним граням, ограничивающим ячейку P .

Значения неизвестных величин T_f и u_f в выражении (10) для внешних граней определяются граничными условиями расчетной модели, а для внутренних граней могут быть вычислены по любой из известных схем аппроксимации [23]. Например, в случае использова-

ния схемы аппроксимации CD значения величин T_f и u_f на внутренних гранях определяются методом взвешенной интерполяции:

$$T_f = \lambda_f T_{A_i} + (1 - \lambda_f) T_{A_j}, \quad (11)$$

$$u_f = \lambda_f u_{A_i} + (1 - \lambda_f) u_{A_j}, \quad (12)$$

где A_i и A_j – ячейки смежные через внутреннюю грань f , λ_f – значение геометрического интерполяционного коэффициента для грани f , T_{A_i} , T_{A_j} – значения температур в центрах смежных ячеек A_i и A_j на текущем временном шаге, u_{A_i} , u_{A_j} – значения скоростей в центрах смежных ячеек A_i и A_j на текущем временном шаге.

Значение геометрического интерполяционного коэффициента λ_f для ячеек A_i и A_j , через грань f (рис. 2) определяется выражением:

$$\lambda_f = \frac{|n_f \cdot d^{A_i A_j}|}{|n_f \cdot d^{A_i A_j}| + |n_f \cdot d^{A_j A_i}|}, \quad (13)$$

где $d^{A_i A_j}$ и $d^{A_j A_i}$ – вектора, построенные между центрами ячеек A_i и A_j через грань f (рис. 2).

Равенство тепловых потоков (4), являющееся необходимым условием сопряжения уравнений (2) и (3) для смежных через интерфейс ячеек P и N (рис. 2), с учетом равенства температур на интерфейсных гранях можно записать в виде:

$$q_P = q_N = -k_F \frac{T_P - T_f}{d_{Nf}} = -k_S \frac{T_f - T_N}{d_{Pf}} = -k_f \frac{T_P - T_N}{d_{PN}}, \quad (14)$$

где k_f – коэффициент теплопроводности на интерфейсной грани f , q_P , q_N – тепловые потоки со стороны ячеек P и N , T_P и T_N – значения температур в центрах ячеек P и N , d_{PN} – вектор, построенный между центрами ячеек P и N (рис. 2).

При расчете значения усредненного коэффициента k_f на интерфейсных гранях смежных фрагментов произвольных неструктурированных сеток должны быть учтены различия коэффициентов теплопроводности сред и геометрических параметров ячеек в области сопряжения. В случае сопряжения сред со значительно отличающимися теплофизическими свойствами использование очевидных способов вычисления эффективной теплопроводности (среднегеометрическое или среднеарифметическое усреднение) может быть причиной большой погрешности, и их применение ограничено небольшими изменениями коэффициентов теплопроводности жидкости и твердого тела. В работах [17, 27, 28] показано, что наиболее универсальным и точным способом, учитывающим различие теплофизических свойств и неравномерности сеточной модели сопрягаемых сред, является среднегармонический способ расчета коэффициента теплопроводности с учетом неравномерности сеточной модели:

$$k_f = \frac{1}{\frac{\lambda_f}{k_F} + \frac{1 - \lambda_f}{k_S}}, \quad (15)$$

где k_F и k_S – коэффициенты теплопроводности жидкой и твердой сред соответственно, λ_f – значение геометрического интерполяционного коэффициента для интерфейсной грани f (13).

Равенство (14) позволяет совместно решать систему уравнений (5) и (6), используя одинаковый подход к дискретизации потоков тепла как со стороны жидкости, так и со сто-

роны твердого тела, приводя к общей системе алгебраических уравнений, которая решается совместно в жидкой и твердой подобластях. Например, для произвольной ячейки P (рис. 2) составляется уравнение:

$$a_P T_P + a_{PN} T_N + \sum_{i=nb(P)} a_i T_i = b_P, \quad (16)$$

где a_P – диагональный коэффициент ячейки P , a_{PN} – недиагональный коэффициент определяющий связь ячейки P с ячейкой N через согласованный интерфейс на смежных границах жидкой и твердой сред, a_i – недиагональные коэффициенты определяющие связь ячейки P с ячейками в расчетной подобласти F через общие (внутренние) грани и b_P – правая часть, $i = nb(P)$ – суммирование по всем соседним ячейкам i имеющим общие грани с ячейкой P .

В результате для сеточной модели, состоящей из двух согласованных расчетных под областей F и S (рис. 2), формируется СЛАУ (17), которая может быть решена одним методом, подробно описанных в работах [23, 29, 30].

Согласованный
интерфейс

	Подобласть F (жидкость)	Подобласть S (твердое тело)	
	F ₁	S ₁	
	F ₂	S ₂	
	
	F _N	S _N	

Рис. 3. Схематичный пример согласованного интерфейса на смежных границах жидкой и твердой сред

Fig. 3. Schematic example of a consistent interface at adjacent boundaries of liquid and solid media

$$\begin{pmatrix} a_{F_1} & \dots & 0 & a_{F_1 S_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & a_{F_N} & 0 & \dots & a_{F_N S_N} \\ a_{F_1 S_1} & \dots & 0 & a_{S_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & a_{F_N S_N} & 0 & \dots & a_{S_N} \end{pmatrix} (T) = (b), \quad (17)$$

где a_{F_i} , $i \in [1..N]$ – диагональные коэффициенты ячеек в под области F , a_{S_i} , $i \in [1..N]$ – диагональные коэффициенты ячеек в под области S , $a_{F_i S_i}$ – недиагональные коэффициенты определяющие связь ячеек F_i с ячейками S_i через интерфейсные грани, (T) – вектор искомых температур в центрах ячеек, (b) – вектор правой части.

Для упрощения изложения в системе уравнений (17) не показаны недиагональные коэффициенты, определяющие связь ячеек через внутренние грани. Далее запишем вид коэффициентов матрицы СЛАУ (17) на итерации n , текущего временного шага без учета граничных условий. Вид диагональных коэффициентов СЛАУ (17) для ячеек жидкой среды в подобласти F :

$$a_{F_i} = \frac{\rho_F C_F}{\Delta t} V_{F_i} + a_{F_i}^{inner} + a_{F_i}^{interface}. \quad (18)$$

Слагаемое $a_{F_i}^{inner}$ в (18) формируется за счет соседства ячейки F_i с ячейками в подобласти F через внутренние грани f :

$$a_{F_i}^{inner} = \sum_{f=face(F_i^{inner})} (C_F \rho_F \lambda_f \mathbf{u}_f^n \cdot \mathbf{S}_f - k_F \frac{S_f}{n_f d_{F_i F_j}}), \quad (19)$$

где $f = face(F_i^{inner})$ – суммирование по всем внутренним граням ячейки F_i , F_j – ячейка, смежная с ячейкой F_i через внутреннюю грань f .

Слагаемое $a_{F_i}^{interface}$ в (18) формируется за счет соседства ячейки F_i с ячейками из подобласти S через интерфейсные грани f :

$$a_{F_i}^{interface} = \sum_{f=face(F_i^{interface})} (-k_f \frac{S_f}{n_f d_{F_i S_i}}), \quad (20)$$

где $f = face(F_i^{interface})$ – суммирование по всем интерфейсным граням ячейки F_i , S_i – ячейка, смежная с ячейкой F_i через интерфейсную грань f .

Вид диагональных коэффициентов СЛАУ (17) для ячеек твердой среды подобласти S :

$$a_{S_i} = \frac{\rho_S C_S}{\Delta t} V_{S_i} + a_{S_i}^{inner} + a_{S_i}^{interface}. \quad (21)$$

Слагаемое $a_{S_i}^{inner}$ в (21) формируется за счет соседства ячейки S_i с ячейками в подобласти S через внутренние грани f :

$$a_{S_i}^{inner} = \sum_{f=face(S_i^{inner})} (-k_S \frac{S_f}{n_f d_{S_i S_j}}), \quad (22)$$

где S_j – ячейка смежная с ячейкой S_i через внутреннюю грань f .

Слагаемое $a_{S_i}^{interface}$ формируется за счет соседства ячейки S_i с ячейкой F_j через интерфейсные грани f :

$$a_{S_i}^{interface} = \sum_{f=face(S_i^{interface})} (-k_f \frac{S_f}{n_f d_{S_i F_i}}). \quad (23)$$

Вид недиагональных коэффициентов СЛАУ (17), определяющих связь между ячейками в подобласти F через внутренние грани f :

$$a_{F_i F_j} = \sum_{f=face(F_i^{inner})} (C_F \rho_F (1 - \lambda_f) \mathbf{u}_f^n \mathbf{S}_f + k_F \frac{S_f}{n_f d_{F_i F_j}}). \quad (24)$$

Вид недиагональных коэффициентов СЛАУ (17), определяющих связь ячеек из подобласти F с ячейками из подобласти S через интерфейсные грани f :

$$a_{F_i S_i} = a_{S_i F_i} = \sum_{f=f_{ace}(F_i^{interface})} (k_f \frac{S_f}{n_f \cdot d^{F_i S_i}}), \quad (25)$$

Вид недиагональных коэффициентов СЛАУ (17), определяющих связь между ячейками в подобласти S через внутренние грани f :

$$a_{S_i S_j} = \sum_{f=f_{ace}(S_i^{inner})} (k_S \frac{S_f}{n_f \cdot d^{S_i S_j}}), \quad (26)$$

Вид коэффициентов правой части СЛАУ (17) для ячеек подобласти F :

$$b_{F_i} = \frac{\rho_F C_F}{\Delta t} V_{F_i} + b_{F_i}^{inner} + b_{F_i}^{interface}, \quad (27)$$

где слагаемые $b_{F_i}^{inner}$ и $b_{F_i}^{interface}$ имеют вид:

$$b_{F_i}^{inner} = k_F S_f \sum_{f=f_{ace}(F_i^{inner})} \left[\nabla T_f \cdot \mathbf{n}_f - \frac{\overline{\nabla T_f} \cdot d^{F_i F_j}}{n_f \cdot d^{F_i F_j}} \right]^{n-1}, \quad (28)$$

$$b_{F_i}^{interface} = k_f S_f \sum_{f=f_{ace}(F_i^{interface})} \left[\nabla T_f \cdot \mathbf{n}_f - \frac{\overline{\nabla T_f} \cdot d^{F_i S_i}}{n_f \cdot d^{F_i S_i}} \right]^{n-1}. \quad (29)$$

Вид коэффициентов правой части СЛАУ (17) для ячеек подобласти S :

$$b_{S_i} = \frac{\rho_S C_S}{\Delta t} V_{S_i} + b_{S_i}^{inner} + b_{S_i}^{interface}. \quad (30)$$

где слагаемые $b_{S_i}^{inner}$ и $b_{S_i}^{interface}$ имеют вид:

$$b_{S_i}^{inner} = k_S S_f \sum_{f=f_{ace}(S_i^{inner})} \left[\nabla T_f \cdot \mathbf{n}_f - \frac{\overline{\nabla T_f} \cdot d^{S_i S_j}}{n_f \cdot d^{S_i S_j}} \right]^{n-1}, \quad (31)$$

$$b_{S_i}^{interface} = k_S S_f \sum_{f=f_{ace}(S_i^{interface})} \left[\nabla T_f \cdot \mathbf{n}_f - \frac{\overline{\nabla T_f} \cdot d^{S_i F_i}}{n_f \cdot d^{S_i F_i}} \right]^{n-1}, \quad (32)$$

Описанный прямой метод сопряжения, реализованный в пакете программ ЛОГОС [18, 19], позволяет одновременно дискретизировать уравнения теплопроводности для жидкой и твердой подобластей и строить единую сопряженную СЛАУ относительно переменной температуры. Такой подход является наиболее универсальным, позволяющим одинаково эффективно считать стационарные и нестационарные задачи, моделирующие динамические переходные процессы с теплопередачей между подобластью жидкости и подобластью твердого тела. Метод позволяет учитывать разномасштабность ячеек и резко различающиеся физические свойства жидкой и твердой сред что позволяет применять его при моделировании задач сопряженного теплообмена на произвольных неструктурированных сетках.

Численные эксперименты

Охлаждение твердотельных блоков в плоском канале

Рассмотрим работу метода на примере численного моделирования задачи охлаждения шести твердотельных блоков с объемным тепловыделением, установленных в плоском прямоугольном канале, ламинарным потоком несжимаемой жидкости при вынужденной конвекции [31]. Геометрия расчетной области схематично представлена на рис. 4.

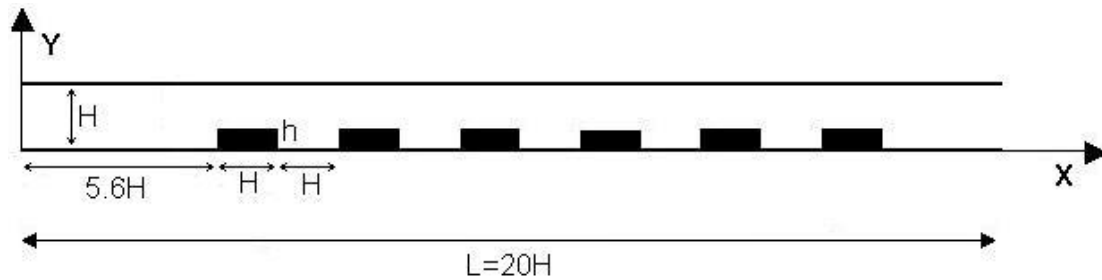


Рис. 4. Схематическое изображение геометрии расчетной области

Fig. 4. Schematic representation of the computational domain geometry

Плоский прямоугольный канал имеет высоту $H = 1$ м и длину $L = 20H$. Внутри канала, вплотную к нижней стенке, расположены шесть одинаковых твердотельных блоков длиной H и высотой $h = 0,25H$. Левая грань первого блока находится на расстоянии $5,6H$ от входа. Промежутки между блоками одинаковы и равны H . Каждый блок равномерно нагревается объемным источником тепла с удельной мощностью $Q = 71,4$ Вт/м³. Стенки канала неподвижны, непроницаемы и теплоизолированы. Для верхней и нижней стенок задано граничное условие стенки с прилипанием, для боковых стенок задано условие симметрии. На левой стороне канала задан входной поток с нулевой температурой и единичным вектором скорости, направленный вдоль оси X . На правой границе задано граничное условие давления. При расчете были заданы физические параметры среды таким образом, чтобы обеспечивались значения безразмерных величин, указанных в [31]: $Re = 100$, $Pr = 0,7$.

Расчет проводился на равномерной прямоугольной и неструктурированной сетках (рис. 5), имеющих согласованный интерфейс на границе раздела сред. Равномерная прямоугольная сетка (рис. 5а) построена таким образом, что границы твердотельных блоков точно совпадают с гранями ячеек в подобласти жидкости. Для неструктурированной сеточной модели сетки в области жидкости и в области твердотельных блоков построены независимо друг от друга согласованы при помощи препроцессора пакета программ ЛОГОС (рис. 5б).

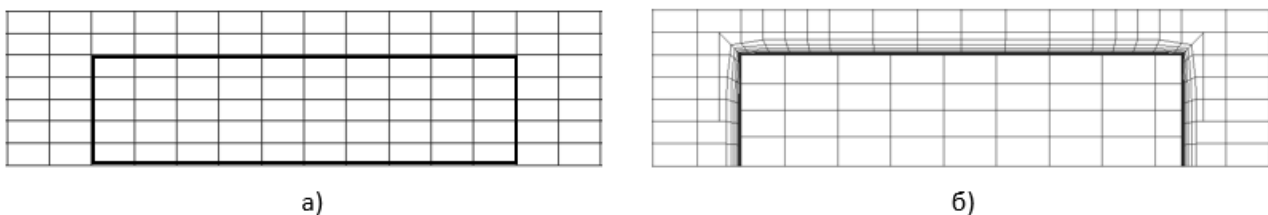


Рис. 5. Фрагменты расчетной сетки в области твердотельного блока
(а) – равномерная прямоугольная, (б) – неструктурированная

Fig. 5. Computational grid fragments in the solid-state block domain
(a) – uniform rectangular, (b) – unstructured

Расчет задачи был выполнен в пакете программ ЛОГОС в параллельном режиме на 12 процессорах. Сопряжение смежных границ подобласти жидкости и твердотельных блоков осуществлялось с помощью интерфейса реализованного в соответствии с вышеописанным методом.

На рис. 6 приведены распределения полей температуры, полученные в [31] (вверху) и рассчитанные в пакете программ ЛОГОС (внизу) отображенные в одном масштабе. График на рис. 7 показывает профили температуры вдоль прямой $y = 0,1$ м.

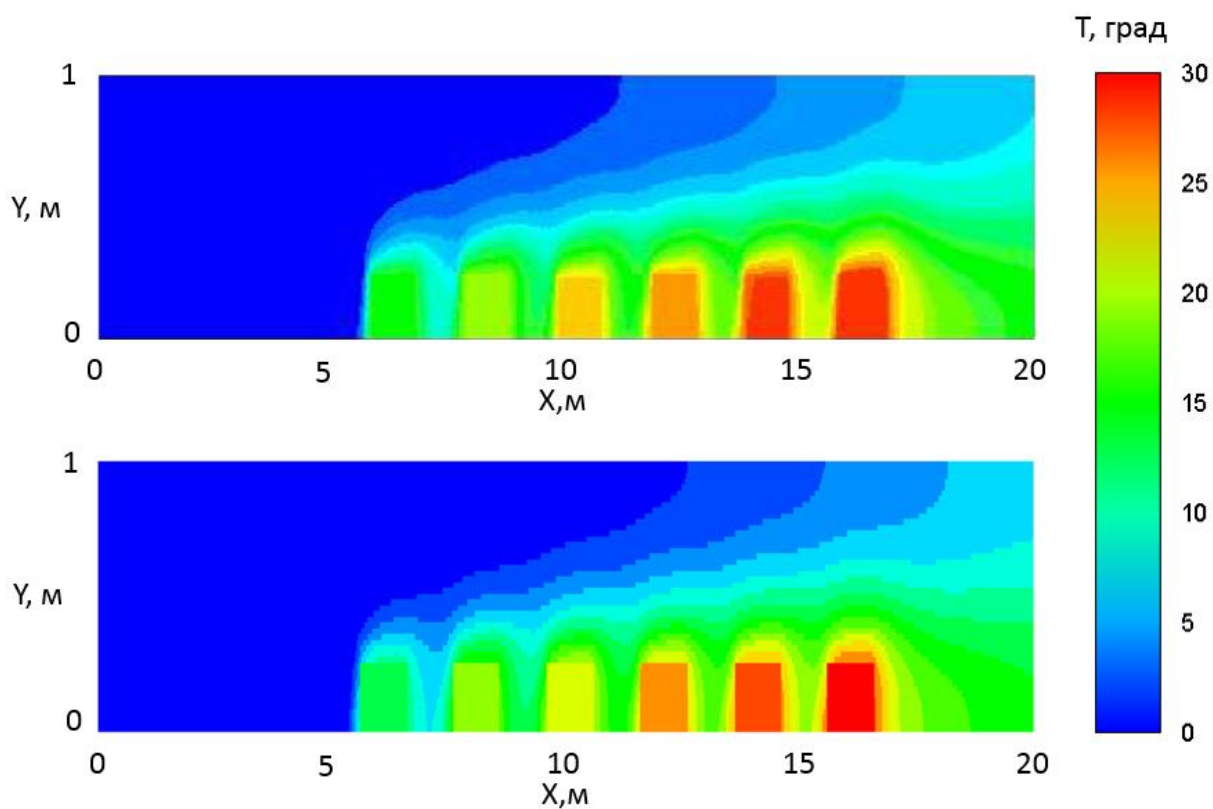


Рис. 6. Распределение полей температуры

Fig. 6. Distribution of temperature fields

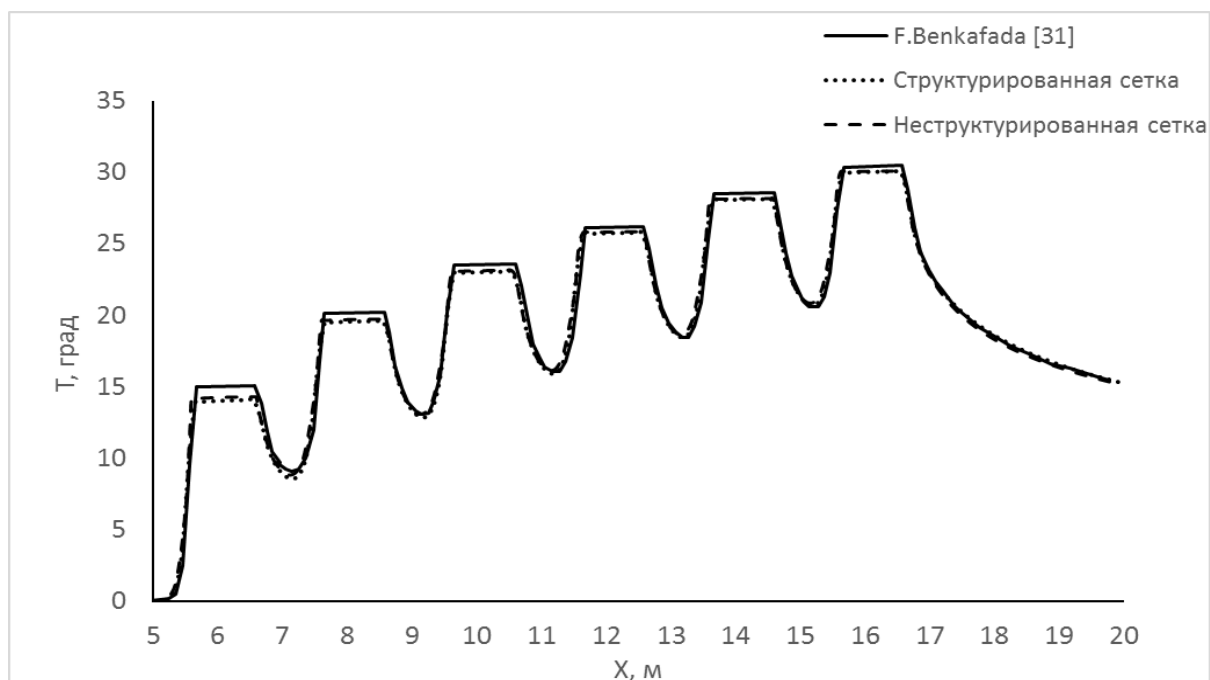


Рис. 7. Профили температуры вдоль канала

Fig. 7. Temperature profiles along the channel

Полученные результаты (рис. 6, 7) показывают, что наличие неструктурированной сетки в области твердотельных блоков несущественно повлияло на профиль температуры вдоль канала и хорошо согласуется со значениями, полученными в [31].

Вентилируемая квадратная каверна

Рассмотрим работу метода на примере численного моделирования задачи смешанной конвекции в квадратной каверне с твердотельным блоком [32]. Геометрия расчетной области схематично представлена на рис. 8.

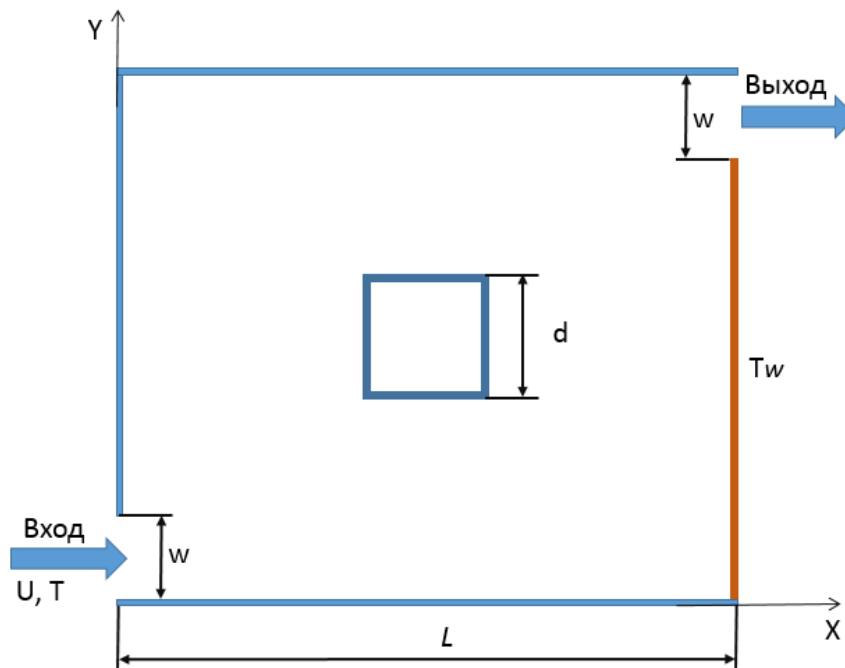


Рис. 8. Схематическое изображение геометрии расчетной области

Fig. 8. Schematic representation of the computational domain geometry

В выбранной расчетной модели длина стороны квадратной каверны $L = 1$ м. Каверна содержит твердотельный блок с длиной стороны $d = 0,6$ м, расположенный по центру и входное и выходное отверстия размером $w = 0,1$ м. На правой вертикальной стенке задана постоянная температура $T_w = 1$ К, остальные стенки теплоизолированы. На входе в каверну заданы температура $T = 0$ К и скорость входного потока U , направленного вдоль оси X . Вязкое ламинарное несжимаемое течение рассматривается в данной задаче без учета вязкой диссипации. Физические параметры среды задаются таким образом, чтобы обеспечивались значения безразмерных величин $Re = 100$ и $Pr = 0,71$, указанных в [32].

Расчет производился на равномерной прямоугольной и неструктурированной сетках (рис. 9), имеющих согласованный интерфейс на границе раздела сред. Равномерная прямоугольная сетка (рис. 9а) построена таким образом, что границы твердотельных блоков точно совпадают с гранями ячеек в подобласти жидкости. Для неструктурированной сеточной модели сетки в области жидкости и в области твердотельных блоков построены независимо друг от друга и согласованы при помощи препроцессора пакета программ ЛОГОС (рис. 9б).

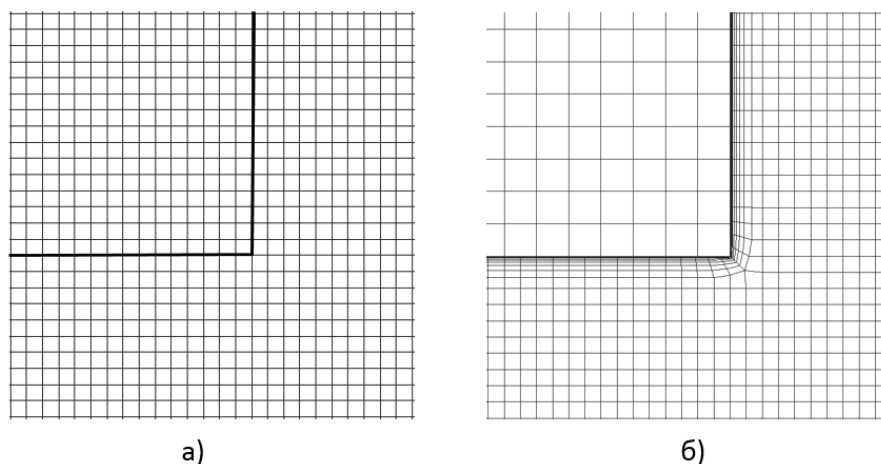


Рис. 9. Фрагменты расчетной сетки в области твердотельного блока
(а) – равномерная прямоугольная, (б) – неструктурированная

Fig. 9. Computational grid fragments in the solid-state block domain
(a) – uniform rectangular, (b) – unstructured

Расчет задачи выполнен в пакете программ ЛОГОС в параллельном режиме на 12 процессорах. Процесс сопряжения осуществлялся с помощью интерфейса, реализованного в соответствии с вышеописанным методом. На рис. 10 приведено распределение поля температуры, полученное на двух видах сеточных моделей, и наложенные на них изолинии температуры, полученные в работе [32].

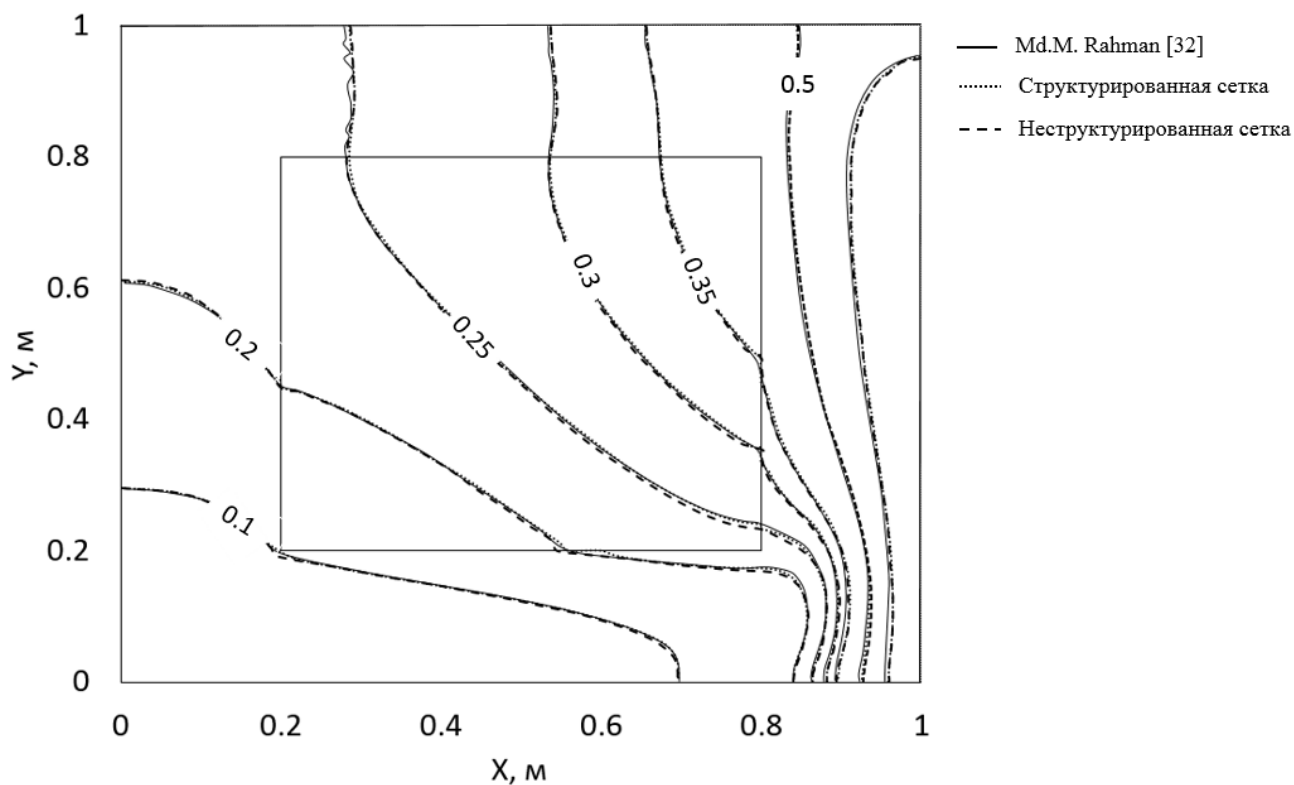


Рис. 10. Изолинии температуры

Fig. 10. Temperature isolines

Приведенные результаты расчетов (рис. 10) показывают, что наличие неструктурированной сетки в области твердотельного блока несущественно повлияло на профиль температуры вдоль канала и хорошо согласуется со значениями, полученными в [32].

Заключение

Описан прямой метод решения задач сопряженного теплообмена, реализованный в пакете программ «ЛОГОС» в части решателя гидродинамики. Данный метод может быть одинаково эффективно использован для расчета задач стационарного и нестационарного сопряженного теплообмена. Приведены основные уравнения теплопереноса в жидкости и в твердом теле и рассмотрены особенности их аппроксимации методом конечных объемов на произвольной неструктурированной сетке с учетом разномасштабности ячеек и резко различающихся физических свойств жидкой и твердой сред. Представлены коэффициенты матрицы СЛАУ для температуры в случае решения задачи сопряженного теплообмена, результаты решения задач с применением данного метода на сеточных моделях, содержащих структурированные и неструктурированные сетки. Показано, что наличие неструктурированных сеток в области сопряжения жидкости и твердых тел не оказывает существенного влияния на распределение поля температуры.

Библиографический список

1. **Wu M.**, Pei Y., Qin J., Li X., Zhou J., Zhan Z.S., Guo Q.-Y., Liu B., Hu T.G., Study on methods of coupling numerical simulation of conjugate heat transfer and in-cylinder combustion process in GDI engine // SAE Paper, 2017.
2. **Волков, К.Н.** Течение и сопряженный теплообмен в камере между ротором и статором // Прикладная механика и техническая физика. 2011. Т. 52. № 3. С. 126-143.
3. **Velghe A.**, Gillet N., Bohbot J., A high efficiency parallel unstructured solver dedicated to internal combustion engine simulation // Comput. Fluids, 2011, vol. 45, № 1, pp. 116–121.
4. **Волков К.Н.** Теплообмен в камере с вращающимся диском в турбулентном режиме / К.Н. Волков, П.В. Булат, И.А. Волобуев, В.А. Пронин // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т.17. № 3. С. 514-524.
5. **Anderson K.R.**, Devost M., Pakdee W., Krishnamoorthy N., STAR CCM+ CFD Simulations of enhanced heat transfer in high-power density electronics using forced air heat exchanger and pumped fluid loop cold plate fabricated from high thermal conductivity materials // J. Electron. Cool. Therm. Control, 2013, vol. 3, pp. 144-154.
6. **Levis L.V.**, Provins J.I., A non-coupled CFD-FE procedure to evaluate windage and heat transfer in rotor-stator cavities // ASME Paper, 2004.
7. **Saunders K.**, Alizadeh S., Levis L.V., Provins J.I., The use of CFD to generate heat transfer boundary conditions for a rotor-stator cavity in a compressor drum thermal model // ASME Paper, 2007.
8. **Волков, К.Н.** Ускорение решения задач сопряженного теплообмена на неструктурированных сетках // Выч. мет. программирование. 2009. Т. 10. № 2. С. 184-201.
9. **Radenac E.**, Gressier J., Millan P., Methodology of numerical coupling for transient conjugate heat transfer // Computers and Fluids, 2014, vol. 100, pp. 95-107.
10. **Chaquet J. M.**, Corral R., Gisbert, F., Pastor G., A loosely coupled fluid/solid heat transfer method for disc cavities including mixing planes and a combination of 2D and 3D cavities // In ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition, 2015.
11. **Tom V.**, Braembussche R. A, Novel Method for the Computation of Conjugate Heat Transfer with Coupled Solvers // In Proceedings of the Heat Transfer in Gas Turbine Systems, Antalya, Turkey, 9-14 August 2009.
12. **Shah K.**, Jain A., An iterative, analytical method for solving conjugate heat transfer problems // International Journal Heat Mass Transfer, 2015, vol. 90, pp. 1232-1240.
13. **Патанкар, С.** Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С. Панткар. – М.: Атомэнергоиздат, 1984.

14. **Hwang S.**, Son C., Seo D., Rhee D.H., Cha B., Comparative study on steady and unsteady conjugate heat transfer analysis of a high-pressure turbine blade // *Appl Therm Eng.*, 2016, vol. 99, pp. 765-775.
15. **Zhang L.** Parallel simulation of engine in-cylinder processes with conjugate heat transfer modeling // *Appl. Thermal Engng.*, 2018, vol. 142, pp. 232-240.
16. **Li Y.**, Kong S.-C., Coupling conjugate heat transfer with in-cylinder combustion modeling for engine simulation // *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2011, vol. 54, pp. 2467-2478.
17. **Jiang Y.**, Zheng Q., Dong P., Yao J., Zhang H., Gao J., Conjugate heat transfer analysis of leading edge and downstream mist-air film cooling on turbine vane // *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2015, vol. 90, pp. 613-626.
18. **Kozelkov A.S.**, Kurulin V.V., Lashkin S.V., Shagaliev R.M., Yalozo A.V. Investigation of Supercomputer Capabilities for the Scalable Numerical Simulation of Computational Fluid Dynamics Problems in Industrial Applications // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2016, vol. 56, №8, pp. 1506-1516.
19. **Lashkin S.V.**, Kozelkov A.S., Yalozo A.V., Gerasimov V.Yu., Zelensky D.K., Efficiency Analysis of the Parallel Implementation of the SIMPLE Algorithm on Multiprocessor Computers // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2017, vol. 58, № 7, pp. 1242-1259.
20. **Козелков, А.С.** Моделирование движения тел в вязкой несжимаемой жидкости / А.С. Козелков, В.Р. Ефремов, А.А. Куркин, Н.В. Тарасова, Д.А. Уткин, Е.С. Тятюшкина // *Сибирский журнал вычислительной математики*. 2019. т. 22, № 3. С. 261-280.
21. **Tyatyushkina E.S.**, Kozelkov A.S., Kurkin A.A., Pelinovsky E.N., Kurulin V.V., Plygunova K.S., Utkin D.A., Verification of the LOGOS Software Package for Tsunami Simulations // *Geosciences*, 2020, vol. 10, p. 385.
22. **Козелков А.С.**, Параллельная реализация метода SIMPLE на основе многосеточного метода / А.С. Козелков, С.В. Лашкин, А.А. Куркин, А.В. Корнев, А.М. Вялых // *Сибирский журнал вычислительной математики*. 2020. Т. 23. № 1. С. 1-22.
23. **Ferziger, J.H.** Computational Method for Fluid Dynamics / J.H. Ferziger, M. Peric – New York: Springer-Verlag, 2002.
24. **Darwish M.**, Moukalled F. Unified Formulation of the Segregated Class of Algorithms for Fluid Flow at All Speeds // *Numerical Heat Transfer*, 2000, vol. 37, pp. 103-139.
25. **Mozer D.**, Kim J., Mansour N.N., DNS of Turbulent Channel Flow // *Phys. Fluids*, 1999, vol. 11, pp. 943-945.
26. **Jasak H.**, Error Analysis and Estimation for the Finite Volume Method with Applications to Fluid Flow. Thesis submitted for the degree of doctor // Department of Mechanical Engineering, Imperial College of Science, London, 1996.
27. **Patankar S.V.**, A numerical method for conduction in composite materials, flow in irregular geometries and conjugate heat transfer // *Proc. 6th Int Heat Transfer Conf.*, Toronto, vol. 3, p. 297.
28. **Xi Chen**, Peng Han, A note on the solution of conjugate heat transfer problems using SIMPLE-like algorithms // *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2000, vol. 21, pp. 463-467.
29. **Saad Y.**, Iterative methods for sparse linear systems // Minneapolis, SIAM, 2003.
30. **Chung T. J.**, Computational Fluid Dynamics // Cambridge Univ. Press, New York, 2010.
31. **Benkafada F.**, Talbi K., Afrid M., The enhanced cooling of heated blocks mounted on the wall of a plane channel filled with a porous medium // *Revue des Energies Renouvelables*, 2008, vol. 11, №2, pp. 197-206.
32. **Rahman Md.M.**, Alim M.A., Saha S., Chowdhury M.K., Effect of the Presence of a Heat Conducting Horizontal Square Block on Mixed Convection inside a Vented Square Cavity, Nonlinear Analysis: Modelling and Control, 2009, vol. 14, №4, pp. 531-548.

*Дата поступления
в редакцию: 22.04.2022*