

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Нижегородский государственный технический университет
им. Р.Е. Алексеева»**

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Тихоокеанский океано-
логический институт им. В. И. Ильичева Дальневосточного отделения Российской
академии наук**

На правах рукописи



Косоулина Мария Владимировна

**ОСОБЕННОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛНОВЫХ ДВИЖЕНИЙ
В СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ БАССЕЙНАХ**

Специальность: 1.1.9 - Механика жидкости, газа и плазмы

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук

профессор, профессор РАН

Куркин Андрей Александрович

Нижегород – Владивосток – 2023

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Физико-математические модели нелинейных внутренних волн в мелководных бассейнах.....	15
1.1. Введение	15
1.2. Линейная теория внутренних волн	17
1.3. Слабонелинейная теория длинных внутренних волн	22
1.4. Сильно нелинейные модели внутренних волн	31
1.5. Исходные гидрологические данные	33
1.6. Информационная онлайн система для расчета характеристик внутренних волн в стратифицированных бассейнах	34
1.7. Заключение.....	38
Глава 2. Особенности гидрологических процессов в стратифицированных бассейнах, влияющих на характеристики внутренних волн.....	39
2.1. Введение	39
2.2. Пространственное распределение и изменчивость индекса стратификации плотности морской воды в Охотском море	39
2.3. Географическое и сезонное распределение приливных сил плавучести в контексте динамики внутренних волн	50
2.4. Заключение.....	58
Глава 3. Атлас кинематических параметров внутренних волн в Японском море.....	59
3.1. Введение	59
3.2. Средне-климатические характеристики внутренних волн в Японском море	59
3.3. Зонирование акватории по нелинейным режимам внутренних волн.....	71
3.4. Заключение.....	73
Глава 4. Анализ нелинейных волновых режимов в стратифицированных бассейнах	75
4.1. Введение	75
4.2. Вероятностные характеристики интенсивных короткопериодных внутренних волн в Японском море.....	75
4.3. Гидрологические условия и эпизоды наблюдений внутренних волн в Балтийском море	86
4.4. Анализ вертикальной структуры внутренних волновых полей.....	93
4.5. Расчеты пучков внутренних волн для реальных и модельных условий	98
4.6. Моделирование поля внутренних волн и оценка их транспортных свойств на шельфе	101
4.8. Заключение.....	107
Заключение	108
Список литературы.....	109

Введение

Как известно, в стратифицированном бассейне возможны волновые движения внутри жидкости, обусловленные стратификацией по плотности и течению. Внутренние волны являются важным элементом динамической структуры и экосистем природных водоемов, они могут создавать значительные нагрузки и изгибающие моменты на подводные части гидротехнических сооружений, кроме того, существенно влияют на распределение питательных веществ. Они наблюдаются в океане практически повсеместно. Основной причиной их существования является нарушение равновесного распределения плотности воды, которой приводит к возникновению волн на границе раздела слоев. Как показывают данные натурных измерений [Морозов, 2018], высокая интенсивность локальной изменчивости структуры вод характерна для шельфовых зон практически всех морей, где энергия мезомасштабных приливных процессов переходит в энергию турбулентного перемешивания. Измерения внутренних волн в России активно ведутся коллективами Института океанологии РАН им. П.П. Ширшова [Шапиро и др., 2000; Морозов, 2020; Morozov et al., 2021; Morozov et al., 2022; Холловой и Серебряный, 2023; Serebryany, 2023], Тихоокеанского океанологического института ДВО РАН им. В.И. Ильичева [Ляпидевский и др., 2017; Долгих и др., 2018; Samchenko et al., 2018; Yaroshchuk et al., 2023], Морского гидрофизического института РАН [Копышов и др., 2022; Kozlov et al., 2022], Специального конструкторского бюро средств автоматизации морских исследований ДВО РАН [Наговицын и Пелиновский, 1988] и других организаций. Они изучаются в лаборатории; особо отметим эксперименты в Большом стратифицированном бассейне Института прикладной физики РАН [Баханов и др., 2003; Shishkina, 2013] и в Нижегородском техническом университете им. Р.Е. Алексева [Талалушкина и др., 2020]. Среди теоретических исследований по волновым движениям в стратифицированных жидкостях отметим книги Миропольского [Миропольский, 1981], Baines [Baines, 1973; Baines, 1982], Власенко [Vlasenko et al., 2005], Булатова и Владимирова [Булатов и Владимиров, 2007, 2015; Bulatov and Vladimirov, 2012;].

Одним из механизмов генерации короткопериодных внутренних волн большой амплитуды в океанах и морях является взаимодействие приливных течений с неровностями дна [Vlasenko et al., 2005]. Короткопериодные внутренние волны — это волны с периодами от нескольких минут до нескольких десятков минут и с пространственными масштабами от нескольких сотен метров до нескольких километров. Их структура определяется солитонами, бризерами и волновыми пакетами, которые активно изучаются в механике жидкости и нелинейной физике. Интенсивные короткопериодные внутренние волны приводят к боль-

шой изменчивости гидрологических характеристик и могут оказывать влияние на безопасность и экономическую эффективность работ на шельфе [Fraser, 1999; Osborne, 2010; Song et al., 2011; Stöber and Moum, 2011; Lamb, 2014; Woodson, 2018; Voegman and Stastna, 2019]. Для количественных оценок опасных динамических эффектов от короткопериодных внутренних волн и дальнейшего их учета в инженерных изысканиях, связанных со строительством на шельфе, плавучими сооружениями и подводным мореплаванием, необходимо выполнять региональные оценки вероятности появления экстремальных интенсивных внутренних волн на различных временных интервалах. Выполнение таких оценок начато для отдельных акваторий Мирового океана [Свергун и Зимин, 2017; Talipova et al, 2018; Зимин и Свергун, 2018].

Шельфовая зона морей характеризуется наиболее существенной изменчивостью гидрофизических полей, связанной, в том числе с воздействием интенсивных внутренних волн, трансформирующихся и разрушающихся над континентальным склоном [Lamb, 2014; Morozov, 2018; Woodson, 2018; Voegman and Stastna, 2019]. Большая часть наблюдений нелинейных внутренних волн также приходится на прибрежные области, и они содержатся в различных сводках. Атлас наблюдений внутренних волн создан и поддерживается в Лаборатории моделирования природных и техногенных катастроф Нижегородского государственного технического университета им Р.Е. Алексеева [Епифанова и др., 2019]: https://lmnad.nntu.ru/ru/igwatlas_map/.

Из перечисленного следует **актуальность** и **практическая важность** исследования нелинейных внутренних волн в стратифицированных бассейнах.

Цели диссертационной работы

Целью диссертации является исследование особенностей нелинейных волновых движений в стратифицированных бассейнах с учетом реальных гидрологических данных. Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие задачи:

- Изучить особенности гидрологических процессов в стратифицированных бассейнах, влияющих на характеристики внутренних волн;
- Создать атлас кинематических характеристик внутренних волн в природном бассейне (на примере Японского моря);
- Проанализировать нелинейные волновые процессы в природных водоемах, включая их статистические характеристики.

Научная новизна результатов работы

Научная новизна диссертационной работы определяется полученными оригинальными результатами исследований:

- Выявлена сильная корреляция между скоростью распространения внутренних волн и индексом стратификации, позволяющая выполнять экспресс-оценки скоростей волн без решения краевой задачи Штурма-Лиувилля.
- Показано, что массовая сила плавучести суточного прилива значительно превышает силу полусуточных приливов практически повсеместно в Охотском море. Максимальные значения данной величины характерны для районов с резким батиметрическим уклоном.
- На основе имеющихся гидрологических данных рассчитаны и представлены в виде атласа карты кинематических параметров внутренних волн для Японского моря. Они использованы для построения карт возможных типов локализованных внутренних волн и предельных амплитуд различных семейств солитонов для этого бассейна. Типичными являются солитоны отрицательной полярности (с понижением пикноклина). «Толстые» солитоны теоретически могут встречаться в прибрежных зонах.
- Исследованы режимы многомодового распространения внутренних волн в природных водоемах. Корреляционный анализ измеренных сигналов позволяет высказать предположение о лучевом характере распространения внутренних волн в таких регионах, траектории лучей рассчитаны для реальных условий с учетом переменной глубины.
- Показано, что распространение внутреннего волнового пакета умеренной амплитуды приводит к значительному увеличению донных скоростей, так что волновой пакет может способствовать взвешиванию осадков и транспорту донных отложений на значительных расстояниях.
- Обработан долговременный ряд профилей температуры длительностью около 210 часов, полученный в шельфовой зоне Японского моря по данным инструментальных наблюдений. В записи идентифицировано более 1000 короткопериодных внутренних волн с высотами 1—10 м при общей глубине в точке измерений 42 м, что указывает на нелинейный характер поля внутренних волн. Оценены вероятности появления интенсивных возмущений.
- Разработана и реализована (https://lmnad.nntu.ru/ru/projects/property_IW/) геоинформационная онлайн система, которая дает возможность провести анализ кинематических и нелинейных характеристик внутренних волн по гидрологическим данным – наблюдаемым и/или модельным.

Положения, выносимые на защиту

- Сильная корреляция между скоростью распространения внутренних волн и индексом стратификации в природных бассейнах, позволяющая выполнять экспресс-оценки скоростей волн без решения краевой задачи Штурма-Лиувилля.
- Оценки донных скоростей во внутренних волнах, демонстрирующие, что распространение волнового пакета умеренной амплитуды может способствовать взвешиванию осадков и транспорту донных отложений на значительных расстояниях.
- Лучевые картины многомодового распространения внутренних волн в природных водоемах.
- Атлас кинематических и нелинейных параметров внутренних волн для конкретного бассейна (Японского моря). Показано, что типичными являются солитоны отрицательной полярности (с прогибом пикноклина). «Толстые» солитоны теоретически могут встречаться только в прибрежной зоне.
- Геоинформационная онлайн система, позволяющая проанализировать кинематические и нелинейные характеристики внутренних волн по гидрологическим данным – наблюдаемым и/или модельным.

Достоверность результатов

Достоверность полученных результатов обоснована выбором апробированных физических моделей, математической корректностью постановок гидродинамических задач, строгим использованием аналитических и численных методов, сопоставлением с известными результатами в частных случаях.

Практическая значимость результатов работы

Результаты расчетов, полученные в работе, могут использоваться как для экспресс-оценок характеристик внутренних волн, прогноза возможных сценариев их генерации и трансформации, так и для более детального моделирования их распространения. Полученные оценки также могут использоваться для анализа влияния внутренних волн на распространение акустических сигналов в толще вод, перераспределение взвешенных частиц, включая питательные вещества и живые организмы, транспорт донных наносов. Разработанная геоинформационная онлайн система находится в свободном доступе (https://lmmad.nntu.ru/ru/projects/property_IW/) и необходима многим потребителям, в частности, для предварительных оценок при планировании и проведении численных и натуральных экспериментов.

Апробация работы

Основные результаты диссертации представлялись на всероссийских и международных конференциях: XVII Международная конференция «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» НеЗаТеГиУс-18 (Звенигород, 2018), III Всероссийская конференция молодых учёных «Комплексные исследования Мирового океана» (КИМО-2018) (Санкт-Петербург, 2018), 14th International MEDCOAST Congress on Coastal and Marine Sciences, Engineering, Management and Conservation, MEDCOAST (Мармарис, 2019), XXI и XXII Международные молодежные научно-технические конференции «Будущее технической науки», (Нижний Новгород, 2022, 2023), XXVIII, XXVII, XXVIII и XXVIII Международные научно-технические конференции «Информационные системы и технологии» (Нижний Новгород, 2019 – 2023), 29 – 33-я Всероссийские научно-практические конференции по графическим информационным технологиям и системам «КОГРАФ» (Нижний Новгород, 2019 – 2023), IV Всероссийская научная конференция с международным участием «Геодинамические процессы и природные катастрофы» (Южно-Сахалинск, 2022), VI Всероссийская конференция с международным участием «Полярная механика» (Нижний Новгород, 2023), Первая Всероссийская школа-семинар НЦФМ «Математическое моделирование на супер-эвм экса- и зеттафлопсной производительности» (Саров, 2023).

Результаты диссертации неоднократно обсуждались на семинарах в Нижегородском государственном техническом университете им. Р.Е. Алексева.

Программные комплексы, разработанные с участием автора диссертации, были презентованы на международных выставках и коллектив разработчиков, был награжден тремя золотыми медалями Международного салона изобретений и новых технологий «Новое время» (2020 - 2022 гг.), специальным призом от ассоциации изобретателей Боснии и Герцеговины (2020 г.), а также золотой медалью Московского международного салона изобретений и инновационных технологий «Архимед» (2023 г.).

Полученные результаты использованы в российских исследовательских проектах, выполняемых при участии автора диссертации:

- Гранты Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-6637.2016.5 «Волны большой амплитуды в прибрежной зоне», НШ-2685.2018.5 «Нелинейные процессы в прибрежной зоне: теоретические модели, численное моделирование и методы измерения», НШ-2485.2020.5 «Нелинейная динамика морских волн в прибрежной зоне: от натуральных измерений до полномасштабного моделирования»; НШ-70.2022.1.5 «Нелинейные гидрофизические процессы прибрежной зоны: фундаментальные аспекты, инструментальные наблюдения, вычислительные эксперименты и практические приложения»)

- Научно-исследовательские работы в рамках государственного задания в сфере научной деятельности (задания № FSWE-2020-0007 «Волновой климат стратифицированного морского шельфа: нелинейные динамические процессы и их влияние на прибрежную зону и гидротехнические сооружения»; задание № FSWE-2023-0004 «Нелинейная волновая динамика прибрежной зоны в условиях меняющегося климата и антропогенного воздействия»).
- Грант Министерства науки и высшего образования РФ, Соглашение № 075-15-2022-1127 «Нелинейная гидрофизика с приложениями к природным катастрофам Дальневосточного региона»
- Стипендия Президента Российской Федерации молодым ученым и аспирантам СП-692.2021.5 «Океанографическая геоинформационная онлайн система для расчета и анализа дисперсионных, кинематических, нелинейных, силовых и транспортных характеристик внутренних волн в Мировом океане».

Публикации

По теме диссертации опубликовано 40 печатных работ, включая 9 статей в изданиях, рекомендованных ВАК и/или входящих в международные базы цитирования WoS и/или Scopus, 19 статей в трудах всероссийских конференций, 12 авторских свидетельств и тезисы докладов на международных и всероссийских конференциях.

Статьи в изданиях, рекомендованных ВАК и/или входящих в международные базы цитирования WoS и Scopus:

- К 1. Лобовиков П.В., Куркина О.Е., Куркин А.А., **Кокоулина М.В.** Трансформация бризера внутренних волн первой моды над вертикальным уступом в трехслойной жидкости //Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. – 2019. – Т. 55. – №. 6. – С. 182-193.
- К 2. **Кокоулина М.В.**, Куркина О.Е., Рувинская Е.А., Куркин А.А. Вероятностные характеристики интенсивных короткопериодных внутренних волн в Японском море // Морской гидрофизический журнал. – 2020. – Т. 36. – №. 5 (215). – С. 545-558.
- К 3. **Кокоулина М.В.**, Куркина О.Е., Куркин А.А., Талалушкина Л.В. Вероятностный и спектральный анализ экстремальных внутренних волн в Охотском море // Экологические системы и приборы. – 2020. – №. 5. – С. 42-55.
- К 4. Рувинская Е.А., Епифанова А.С., **Кокоулина М.В.** Первая версия информационной системы обработки и анализа данных натурных измерений внутренних волн в океане // Труды НГТУ им. ПЕ Алексева. – 2020. – №. 3 (130). – С. 53-63.

- К 5. **Кокоулина М.В.**, Куркина, О.Е., Рувинская Е.А., Куркин А.А. Гидрологические условия и эпизоды наблюдений внутренних волн в Балтийском море в сентябре 2019 г. // Экологические системы и приборы. – 2022. – №. 10. – С. 78-90.
- К 6. **Кокоулина М.В.**, Куркина О.Е., Рувинская Е.А., Куркин А.А. Geographical and seasonal distribution of tidal body force field in the Sea of Okhotsk in the context of internal wave dynamics // Russian Journal of Earth Sciences. – 2022. – №. 6. – С. ES6013.
- К 7. **Кокоулина М.В.**, Куркина О.Е., Куркин А.А., Епифанова А.С., Епифанов С.А. Особенности гидрологических условий в Охотском море, влияющих на характеристики внутренних волн // Экологические системы и приборы – 2023. – № 7. – С. 3-17.
- К 8. **Кокоулина М.В.**, Куркина О.Е., Талипова Т.Г., Куркин А.А., Пелиновский Е.Н. Особенности средnekлиматических характеристик внутренних волн в Японском море на основе атласа WOA18 //Морской гидрофизический журнал. – 2023. – № 5.
- К 9. **Кокоулина М.В.**, Епифанова А.С., Куркина О.Е., Куркин А.А., Винокуров М.С., Епифанов С.А. Океанографическая геоинформационная онлайн-система для расчета и анализа характеристик внутренних волн в стратифицированных бассейнах // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. – 2023. – №3. – С. 18-29.

Тезисы докладов на международных и всероссийских конференциях:

- К 10. Куркина О.Е., Куркин А.А., **Кокоулина М.В.** Идентификация бароклинных мод в волновых полях в стратифицированных бассейнах // Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность. – 2018. – С. 179-179.
- К 11. Куркина О.Е., Рувинская Е.А., Куркин А.А., Гиниятуллин А.Р., **Кокоулина М.В.** Влияние вращения земли и сезонных изменений стратификации на динамику внутренних волн в Охотском море // Процессы в геосредах. – 2018. – №. 3. – С. 257-257.
- К 12. Рувинская Е.А., Куркина О.Е., Куркин А.А., **Кокоулина М.В.** Некоторые особенности динамики внутренних волн в Балтийском море: эффекты вращения Земли и влияние сезонных вариаций стратификации вод // Процессы в геосредах. – 2018. – №. 3. – С. 301-302.
- К 13. **Кокоулина М.В.**, Талалушкина Л.В., Гиниятуллин А.Р., Куркина О.Е., Куркин А.А. Статистическая обработка данных внутренних волн в охотском море // Материалы XXV Международной научно-технической конференции «Информационные системы и технологии» (ИСТ-2019). – Нижний Новгород, 2019. – С. 1013-1017.

- К 14. **Kokoulina M.**, Kurkina O., Rouvinskaya E., Kurkin A., Giniyatullin A. Statistics of field data on internal waves // 14th MEDCOAST Congress on Coastal and Marine Sciences, Engineering, Management and Conservation, MEDCOAST 2019. – 2019. – С. 733-743.
- К 15. **Кокоулина М.В.**, Лобовиков П.В., Куркина О.Е. Исследование влияния фоновых течений на форму солитонов и бризеров модифицированного уравнения Кортевега-де-Вриза // Материалы XXV Международной научно-технической конференции «Информационные системы и технологии» (ИСТ-2019). – Нижний Новгород, 2019. – С. 1007-1012.
- К 16. **Кокоулина М.В.**, Рыбин А.В., Куркина О.Е., Куркин А.А. Калькулятор параметров внутренних волн - IGW COEFFICIENT // Материалы 29-й Всероссийской научно-методической конференции по графическим информационным технологиям и системам «КОГРАФ-2019». – Нижний Новгород, 2019– С. 141-144.
- К 17. **Кокоулина М.В.**, Талалушкина Л.В., Рувинская Е.А., Куркина О.Е., Куркин А.А. Инерционные бароклинные волны в записях горизонтального сдвигового течения в юго-восточной части Балтийского моря // Материалы XXVI Международной научно-технической конференции «Информационные системы и технологии» (ИСТ-2020). – Нижний Новгород, 2020. – С. 1174-1178.
- К 18. Талалушкина Л.В., Лобовиков П.В., **Кокоулина М.В.**, Гиниятуллин А.Р. Трансформация внутреннего бризера над уступом в рамках уравнения Гарднера // Материалы XXVI Международной научно-технической конференции «Информационные системы и технологии» (ИСТ-2020). – Нижний Новгород, 2020. – С. 1198-1204.
- К 19. **Кокоулина М.В.**, Талалушкина Л.В., Куркина О.Е., Гиниятуллин А.Р. Моделирование поля внутренних волн и оценка их транспортных свойств на шельфе полуострова Камчатка // Материалы 31-й Всероссийской научно-методической конференции по графическим информационным технологиям и системам «КОГРАФ-2021». – Нижний Новгород, 2021. – С. 231-235.
- К 20. **Кокоулина М.В.**, Куркина О.Е., Рувинская Е.А., Куркин А.А., Кузнецова Л.Ю. Гидрологические условия и эпизоды наблюдений внутренних волн в Балтийском море // Сборник материалов XXVII Международной научно-технической конференции «Информационные системы и технологии» (ИСТ-2021). Нижний Новгород, 2021. – С. 934-939.
- К 21. **Кокоулина М.В.**, Куркина О.Е., Куркин А.А. Прототип океанографической геоинформационной онлайн системы для расчета характеристик длинных короткопериодных

внутренних волн в Охотском море // Материалы IV Всероссийской конференции с международным участием «Геодинамические процессы и природные катастрофы», – Южно-Сахалинск, 2021. – С. 80.

- К 22. **Кокоулина М. В.**, Куркина О.Е., Кузнецова Л.Ю. Программный комплекс для оценки свойств внутренних волновых полей в Мировом океане // Материалы 32-й Всероссийской научно-методической конференции по графическим информационным технологиям и системам «КОГРАФ-2022». – Нижний Новгород, 2022. – С. 69-79.
- К 23. **Кокоулина М.В.**, Куркина О.Е., Куркин А.А. Расчет пучков внутренних волн, возбуждаемых баротропным приливом в зоне морского шельфа // Моря России: Вызовы отечественной науки. Тезисы докладов Всероссийской научной конференции. – Севастополь, 2022. – С. 90-91.
- К 24. **Кокоулина М.В.** Первая версия геоинформационной системы для расчета и анализа дисперсионных, кинематических, нелинейных, силовых и транспортных характеристик внутренних волн в мировом океане // Материалы I Всероссийской школы-семинара НЦФМ «Математическое моделирование на супер-ЭВМ экса- и зеттафлопсной производительности». – Саров, 2022. – С. 51-52.
- К 25. Куркина О.Е., Куркин А.А. **Кокоулина М.В.** О критериях интенсивности короткопериодных внутренних волн // Материалы XXI Всероссийской молодежной научно-практической конференции «Будущее технической науки» – Нижний Новгород, 2022. – С 414-415
- К 26. **Кокоулина М.В.** О создании океанографической геоинформационной онлайн системы для расчета и анализа характеристик внутренних волн // Материалы 33-й Всероссийской научно-методической конференции по графическим информационным технологиям и системам «КОГРАФ-2023». – Нижний Новгород, 2023.
- К 27. **Кокоулина М.В.**, Куркина О.Е., Талипова Т.Г., Куркин А.А., Пелиновский Е.Н. Климатические характеристики внутренних волн в Японском море // Материалы XXII Всероссийской молодежной научно-практической конференции «Будущее технической науки» – Нижний Новгород, 2023.
- К 28. **Кокоулина М.В.**, Куркина О.Е., Талипова Т.Г., Куркин А.А., Пелиновский Е.Н. Анализ средноклиматических характеристик внутренних волн в Японском море в контексте прогноза динамических эффектов и влияния на окружающую среду // Материалы X конференции молодых ученых «Океанологические исследования». – Владивосток, 2023. – С. 38-39.

Авторские свидетельства:

- К 29. Куркина О.Е., Куркин А.А., Гиниятуллин А.Р., Рыбин А.В., **Кокоулина М.В.** Программный комплекс для идентификации теоретических и эмпирических вертикальных бароклинных вод в волновых полях в стратифицированных бассейнах. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ №2017660434 от 21.09.2017.
- К 30. Лобовиков П.В., Куркина О.Е., Рувинская Е.А., **Кокоулина М.В.**, Куркин А.А., Гиниятуллин А.Р. Программный комплекс для спектрального анализа и расчета характеристик устойчивости волновых полей. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2018663763 от 02.11.2018.
- К 31. Куркина О.Е., **Кокоулина М.В.**, Рувинская Е.А., Куркин А.А., Гиниятуллин А.Р. Программный комплекс для спектрального анализа нелинейных волновых полей, рассчитанных в рамках слабонелинейных эволюционных уравнений. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2018664468 от 16.11.2018.
- К 32. Куркина О.Е., **Кокоулина М.В.**, Рувинская Е.А., Куркин А.А. Программный комплекс расчета пространственного распределения первого и второго бароклинного радиуса деформации Россби. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2018665234 от 03.12.2018.
- К 33. **Кокоулина М.В.**, Рувинская Е.А., Куркина О.Е., Куркин А.А., Гиниятуллин А.Р. Программный комплекс для оценки транспортных свойств поля внутренних волн в придонном пограничном слое. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2019664184 от 01.11.2019.
- К 34. **Кокоулина М.В.**, Моисеенко Т.Е., Рыбин А.В., Куркина О.Е., Куркин А.А., Гиниятуллин А.Р. Программный комплекс для анализа и экспертной оценки содержания базы данных внутренних волн по имеющимся атрибутам. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2019664978 от 15.11.2019.
- К 35. Рыбин А.В., Аникина М.В., **Кокоулина М.В.**, Куркина О.Е., Куркин А.А. Программный комплекс с графическим интерфейсом для анализа параметров и характеристик внутренних волновых полей, содержащихся в базе данных IGWAtlas. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ №2017660434 от 16.09.2020.
- К 36. Талалушкина Л.В., **Кокоулина М.В.**, Куркина О.Е., Куркин А.А., Гиниятуллин А.Р. Программный комплекс для анализа характеристик и визуализации решений из семейства локализованных одиночных неизлучающих волновых пакетов (бризеров) модифицированного уравнения Кортевега - де Вриза. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2020660844 от 14.09.2020.

- К 37. Талалушкина Л.В., **Кокоулина М.В.**, Куркина О.Е., Куркин А.А. Программный комплекс для анализа характеристик и визуализации решений из семейства локализованных одиночных неизлучающих волновых пакетов (бризеров) уравнение Гарднера. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2020662922 от 21.10.2020.
- К 38. **Кокоулина М.В.**, Куркина О.Е., Куркин А.А. Программный комплекс для расчета траекторий внутренних волновых пучков на стратифицированном неоднородном шельфе. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2021617341 от 13.05.2021.
- К 39. **Кокоулина М.В.**, Куркина О.Е., Рувинская Е.А., Куркин А.А. Программный комплекс для расчета индекса стратификации морской воды в выбранной акватории Мирового океана на основе данных гидрологического атласа WOA18. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2022666337 от 30.08.2022.
- К 40. **Кокоулина М.В.**, Куркина О.Е., Рувинская Е.А., Куркин А.А. Программный комплекс для расчета объемной силы прилива в стратифицированном море с неровным дном на основе международных атласов и моделей. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2022665027 от 09.08.2022.

Личный вклад автора

В совместных работах научному руководителю д.ф.-м.н., проф., проф. РАН Куркину А.А. принадлежит постановки задач и выбор методов исследований. Автор диссертации выполнила большинство численных расчётов и принимала непосредственное участие в обсуждении и интерпретации полученных результатов. В работе [К1] автору принадлежит разработка и реализация численного алгоритма разложения волнового поля на модовые функции. В численных расчетах (вейвлет анализ, статистический анализ) и интерпретации полученных результатов в работах [К2, К5, К6, К19] принимала участие к.ф.-м.н. Рувинская Е.А. В работе [К8, К27, К28] д.ф.-м.н. Пелиновский Е.Н. и д.ф.-м.н. Талипова Т.Г. участвовали в обсуждении и интерпретации полученных результатов. В работе [К18] автору принадлежат результаты расчета транспортных свойств внутренних волн по результатам численного моделирования. В работах [К19, К21] магистранту Кузнецовой Л.Ю. принадлежат реализация некоторых численных алгоритмов и интерфейса программного комплекса.

Автор выражает сердечную благодарность своему научному руководителю – доктору физико-математических наук, профессору, профессору РАН Куркину Андрею Александровичу за большую помощь и безграничное терпение, проявленное при подготовке настоящей диссертации. Особую благодарность автор выражает кандидату физико-математических

наук, доценту Куркиной Оксане Евгеньевне за ценные замечания и помощь. Автору приятно поблагодарить всех соавторов за плодотворную совместную работу, а также коллег из Нижегородского государственного технического университета им Р.Е. Алексеева за создание благожелательной и творческой атмосферы.

Спасибо моей семье и друзьям за терпение и поддержку.

Глава 1. Физико-математические модели нелинейных внутренних волн в мелководных бассейнах

1.1. Введение

Для описания генерации и распространения внутренних волн в настоящее время создан ряд математических и компьютерных моделей разных уровней, которые могут применяться как к результатам лабораторных экспериментов, так и к реальным природным условиям. Первые попытки описания внутренних волн делались на уровне линейных моделей гидродинамики (моделей первого уровня). Это хорошо изложено в известной книге Ю.З. Миропольского [Миропольский, 1981]. Сразу заметим, что уже в рамках линейной теории отмечалось, что внутренние волны могут быть описаны как суперпозиция многих мод, или их можно описать лучевой теорией. Класс моделей второго уровня основан на применении слабонелинейной теории длинных волн. При этом наибольшую популярность получило эволюционное уравнение Кортевега – де Вриза (КдВ), выведенное для внутренних волн в приближении малых амплитуд (слабой нелинейности) и больших длин (слабой дисперсии) еще в 1966 году [Benney, 1966], оно также описано в цитируемой выше книге Миропольского [Миропольский, 1981]. Это уравнение вкупе с уравнением Штурма-Лиувилля для вертикальной структуры моды, описывает как поле скорости, так и смещение во внутренних волнах на любых горизонтах. Формально уравнение Кортевега – де Вриза одномерное, оно содержит только одну горизонтальную координату. Однако оно выведено для одной моды внутренних волн любого порядка, и поэтому, будучи одномерным по форме, описывает двумерные волновые движения жидкости, и с помощью модовой функции можно восстановить поле по вертикали. Качественные особенности динамики внутренних волн (солитоны, их эволюция и взаимодействие) неплохо описываются моделями на основе КдВ-иерархии (хотя количественные характеристики не всегда воспроизводятся точно), см. обзоры [Ostrovsky and Stepanyants, 1989; Helfrich and Melville, 2006]. Главное преимущество моделей этого класса, в отличие от полных нелинейных моделей, заключается в легкости обобщения для волн в горизонтально неоднородной жидкости (когда плотностная стратификация, глубина воды и профиль скорости сдвигового течения изменяются в горизонтальном направлении), приводя к уравнению того же вида, но с переменными вдоль горизонтальной координаты коэффициентами (переменную по горизонтали стратификацию почти невозможно воспроизвести в рамках исходных уравнений гидродинамики). Первое обобщение уравнения Кортевега – де Вриза для жидкости переменной глубины сделано в 1978 году [Djordjević and Redekopp, 1978] и развивалось в работах с участием нижегородских исследователей [Holloway et al., 1997, 1999; Grimshaw et al., 2004, 2007; Талипова и др.

2014]. Учет второй горизонтальной координаты приводит к модификации уравнения Кортевега – де Вриза – так называемому уравнению Кадомцева – Петвиашвили, впервые выведенному для внутренних волн в работе [Леонов, 1976]. Здесь можно также учесть силу Кориолиса, обусловленную вращением водного бассейна – так называемое уравнение Островского [Островский, 1978; Grimshaw et al, 1998], потери на трение о дно и вязкость жидкости [Holloway et al., 1999].

Однако, еще в 1978 году в теоретической работе [Kakutani and Yamasaki, 1978] по внутренним волнам в двухслойной жидкости было получено, что коэффициент квадратичной нелинейности обращается в нуль, если толщины слоев оказываются близкими. В этом случае необходимо выйти за первое приближение в асимптотической процедуре и выводить обобщения уравнения Кортевега – де Вриза. Такие обобщения были сделаны 25 лет назад и описаны в работах [Lamb, Yan, 1996; Талипова и др. 1999а, 1999б; Пелиновский и др., 2000; Grimshaw et al., 2002]. В результате было получено уравнение Гарднера (иногда его называют расширенным или комбинированным уравнением Кортевега-де Вриза), включающее в себя квадратичную и кубическую нелинейности и слабую дисперсию. Эта модель весьма успешно работает, особенно она хороша для экспресс-оценок поля внутренних волн [Talipova et al., 2014; O'Driscoll and Levine 2017]

В рамках других моделей этого класса следует отметить также эволюционную модель, основанную на уравнении Бенджамина – Бона – Махони [Benjamin et al., 1972], близком к уравнению Кортевега-де Вриза, но имеющем другой тип дисперсии, которая более близка к реальной на волнах средней длины [Talipova and Pelinovsky, 2019]. Это уравнение не является интегрируемым (в отличие от уравнения Кортевега-де Вриза), и поэтому оно не столь популярно среди специалистов - теоретиков.

В основу самого современного класса моделей положено прямое численное интегрирование полных, пока, как правило, двумерных, но в принципе трехмерных по пространству, исходных уравнений гидродинамики: Эйлера в случае идеальной жидкости и Навье – Стокса для вязкой жидкости. Работы над этими моделями начались около 30 лет назад, и можно перечислить ряд основоположников таких моделей [Lamb and Yan, 1996; Lamb, 1998, 2002; Michallet and Barthelemy, 1998; Grue et al., 1999, 2000; Vlasenko, Brandt, Rubino, 2000; Vlasenko and Hutter, 2001, 2002]. В настоящее время в свободном доступе находится код MITgcm [Adcroft, 2011], который постоянно совершенствуется. Численное негидростатическое моделирование трехмерной динамики трансформации прилива на шельфе становится нередким явлением, используются различные глобальные модели динамики океана и региональные модели [Vlasenko et al., 2018; Álvarez et al., 2019; Zeng et al., 2021]

В настоящей главе, носящей, в основном, вводный характер, дан обзор различные модели внутренних волн, которые используются в диссертации для решения конкретных задач, связанных с нелинейными волновыми процессами в реальных природных водоемах. Во втором параграфе обсуждаются некоторые важные моменты линейной теории внутренних волн, в частности, модовая структура внутренних волн, дисперсионное соотношение с учетом вращения Земли и без. Третий параграф посвящен слабонелинейной теории внутренних волн, основанной на уравнении Гарднера, в частности, расчетам параметров модели, и четвертый параграф – обзору полных по нелинейности моделей генерации и динамики внутренних волн в стратифицированном бассейне. В пятом параграфе описаны исходные данные, которые используются для моделирования. В шестом параграфе приводится созданная с участием автора геоинформационная система по анализу внутренних волн.

1.2. Линейная теория внутренних волн

Исходные двумерные уравнения гидродинамики идеальной стратифицированной жидкости записываются в координатах и переменных, показанных на рис. 1.2.1. Здесь x – горизонтальная и z – вертикальная координаты, причем ноль вертикальной оси расположен на дне бассейна. \vec{g} – ускорение силы тяжести, $U(z)$ – фоновое сдвиговое течение, $u(x, z, t)$ и $w(x, z, t)$ – соответственно горизонтальная и вертикальная компоненты вектора скорости и $\rho_0(z)$ – невозмущенная плотность воды, меняющаяся с глубиной.

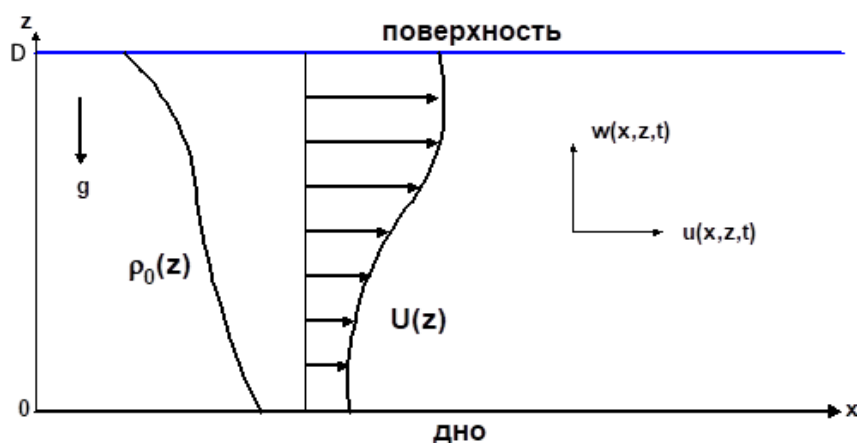


Рисунок.1.2.1. Геометрия задачи

Следуя [Мирополюский, 1981], запишем исходные уравнения Эйлера (рассматриваем идеальную жидкость) в терминах функции тока ψ и плавучести b :

$$\frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} - \frac{\partial b}{\partial x} = J(\psi, \Delta \psi), \quad (1.2.1)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} + N^2(z) \frac{\partial \psi}{\partial x} = J(\psi, b), \quad (1.2.2)$$

где $u = \partial\psi/\partial z$ - горизонтальная и $w = -\partial\psi/\partial x$ - вертикальная компоненты поля скорости течения, плавучесть $b = g\rho'/\rho_0$, где ρ' есть возмущения плотности, ось z направлена вверх, g – гравитационное ускорение, ρ_0 – невозмущенная плотность жидкости, $J(A,B) = A_x B_z - A_z B_x$ - якобиан. Здесь

$$N(z) = \sqrt{-\frac{g d\rho_0}{\rho_0 dz}} \quad (1.2.3)$$

частота Вайсяля – Брента или частота плавучести.

Далее используем приближение Буссинеска, так что плотность жидкости считается постоянной там, где нет производной от нее. Обычно это приближение прекрасно описывает естественные стратифицированные водоемы, поскольку вариации плотности в них составляют промилле или доли промилле. Будем считать жидкость устойчиво стратифицированной, без инверсий плотности, тогда частота Вайсяля – Брента везде будет положительной величиной. Будем также использовать приближение твердой крышки на свободной поверхности, пренебрегая малыми смещениями на ее поверхности (фильтрация поверхностных волн). На горизонтальных непроницаемых (твердых) поверхностях выполняются условия непротекания:

$$\frac{\partial\psi}{\partial x}(z=0) = \frac{\partial\psi}{\partial x}(z=D) = 0. \quad (1.2.4)$$

Элементарное решение этих уравнений в линейном приближении (для простоты здесь мы не будем учитывать сдвиговое течение, это будет сделано в следующем параграфе) позволяет разделить горизонтальные и вертикальные переменные; см, например [см. Миропольский, 1981], так что смещение изопикны (линии равной плотности) на любом горизонте есть

$$\zeta(x, z, t) = A \exp[i(\omega t - kx)]\Phi(z), \quad (1.2.5)$$

где A – амплитуда волны, k – волновое число, ω – ее частота и $\Phi(z)$ – модальная функция, определяемая задачей Штурма-Лиувилля (краевой задачей) с нулевыми граничными условиями на поверхностях, ограничивающих жидкость

$$L\Phi \equiv \frac{d^2\Phi}{dz^2} + \frac{N^2(z) - \omega^2}{\omega^2} k^2 \Phi = 0 \quad (1.2.6)$$

$$\Phi(0) = \Phi(D) = 0$$

Легко показать, что решения и собственные значения (дисперсионное соотношение) задачи Штурма – Лиувилля (1.2.6) являются действительными. Оператор L является самосопряженным. Краевая задача позволяет найти структуру моды внутренней волны, $\Phi(z)$ для заданной частоты волны, и волновое число k . Краевая задача (1.2.6) для фиксированного

значения частоты имеет счетное множество собственных функций, и в частности, нулевая мода не имеет нулей в толще жидкости. Расчет модовых функций и дисперсионных характеристик внутренних волн аналитически можно сделать только для ряда весьма модельных стратификаций, поэтому он осуществляется обычно численно; см., например, [Завольский, 1987; Булатов и Владимиров, 2007]. Здесь используется программный пакет, разработанный на кафедре «Прикладная математика» ННТУ им. Р. Алексеева.

Пример численного решения задачи Штурма-Лиувилля (1.2.6) для плотностной стратификации, изображенной на рис. 1.2.2а, представлен на рис. 1.2.2 и 1.2.3. Как видим, типичные дисперсионные кривые являются монотонными функциями, причем в области длинных волн (малые значения волнового числа и частоты) дисперсионные кривые становятся прямыми линиями, так что скорость распространения внутренних волн (отношение частоты к волновому числу) становится максимальной. Вертикальная структура моды, как это видно из рис. 1.2.3, в области малых значений волновых чисел, примерно одинакова и не зависит от волнового числа. Именно эта область малых волновых чисел (или длинных волн) наиболее интересна с точки зрения нелинейных волн и практических приложений; она и будет рассматриваться в диссертации.

Вращение Земли является одним из важных факторов при теоретическом описании внутренних гравитационных волн в океане. Этот фактор можно игнорировать, когда волны (длинные по сравнению с глубиной океана) являются короткими по сравнению с внутренним, или бароклинным, радиусом деформации Россби, $L_R = c / f_{in}$, так что $\gamma = \lambda / L_R \ll 1$. Здесь λ – характерная длина волны, c – фазовая скорость длинных линейных внутренних волн, а $f_{in} = 2 \Omega_E \sin \varphi$ – инерционная частота (параметр Кориолиса), Ω_E – частота вращения Земли, φ – географическая широта акватории, где распространяются волны. Однако слабые эффекты, даже для длинных волн, связанные с вращением, могут быть сопоставимы с нелинейными и негидростатическими (дисперсионными) эффектами при достаточно больших длинах волн, на высоких широтах и при большой длине трассы распространения волны (когда время распространения составляет несколько инерционных периодов). Для рассмотрения этих эффектов снова положим скорость сдвигового течения $U(y)$ равной нулю.

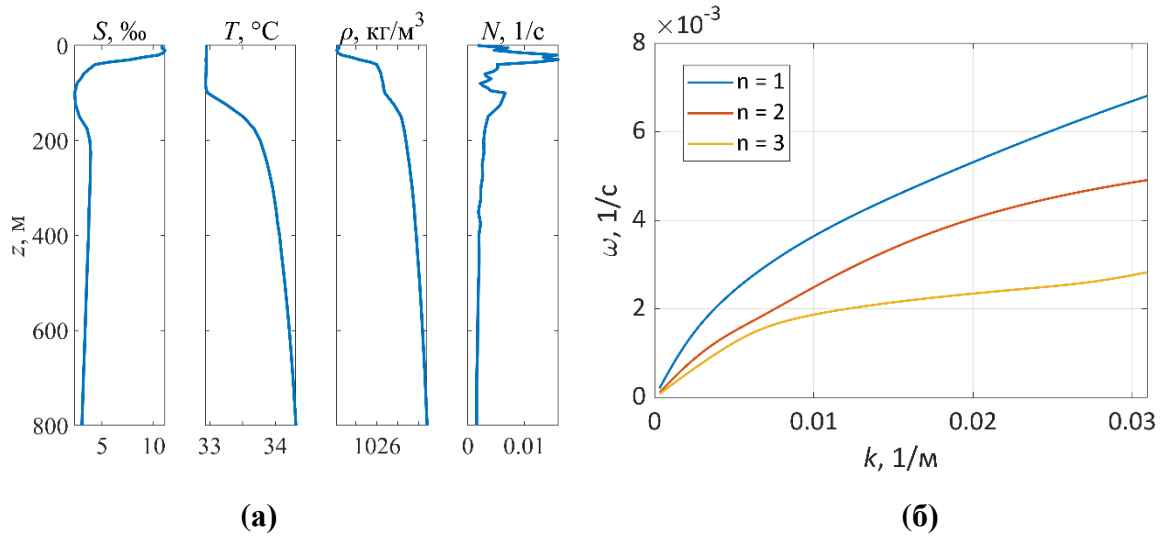


Рисунок 1.2.2. (а) - Профиль солёности, температуры, плотности, и частоты Вьяйсяля-Брента (б) - дисперсионные кривые трех низших мод внутренних волн.

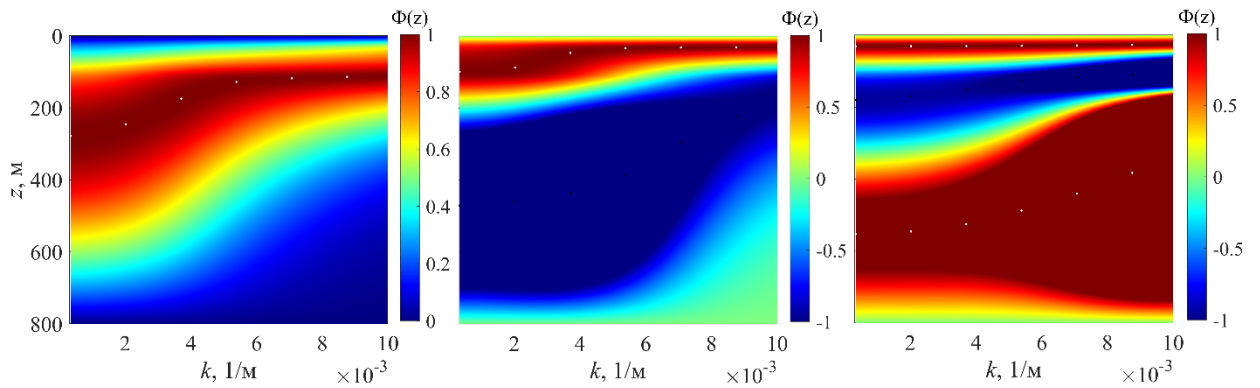


Рисунок 1.2.3. Первые три низшие вертикальные моды внутренних волн в зависимости от волнового числа

Чтобы пояснить роль длинноволнового приближения и влияния вращения Земли в теории внутренних волн обратимся к «полной» краевой задаче Штурма-Лиувилля, которая следует из исходных линейных уравнений гидродинамики на вращающейся плоскости [Миропольский, 1981] – обобщение уравнения (1.2.6)

$$\frac{d^2\Phi}{dz^2} + \frac{N^2(z) - \omega^2}{\omega^2 - f_{in}^2} k^2 \Phi = 0 \quad (1.2.7)$$

$$\Phi(0) = \Phi(D) = 0$$

Для простоты рассмотрим здесь случай постоянной частоты плавучести, когда решение уравнения (1.2.7) легко находится в элементарных функциях. В частности, дисперсионные кривые находятся из алгебраического уравнения

$$\frac{N^2 - \omega^2}{\omega^2 - f_{in}^2} k^2 = \delta^2 = (\pi n / D)^2, \quad (1.2.8)$$

где n – номер моды. Отсюда частота определяется явным образом

$$\omega^2 = k^2 \frac{N^2 + \delta^2 f_{in}^2 / k^2}{\delta^2 (1 + k^2 / \delta^2)} \quad (1.2.9)$$

В области длинных волн ($k \rightarrow 0$) уравнение (1.2.9) преобразуется в $\omega^2 = c^2 k^2 + f_{in}^2$, где $c^2 = N^2 / \delta^2$. Разумеется, этот же предел следует и для стратификации общего вида, не обязательно экспоненциальной. В пределе $\omega \ll N$ уравнение (1.2.7) упрощается

$$\frac{d^2 \Phi}{dz^2} + \frac{N^2(z)}{c^2} \Phi = 0, \quad (1.2.10)$$

где

$$c^2 = \frac{\omega^2 - f_{in}^2}{k^2}, \quad (1.2.11)$$

только теперь скорость распространения волн надо находить численно. Структура моды и скорость c не зависят от параметра Кориолиса. Итак, в приближении очень длинных волн дисперсионное соотношение приобретает вид:

$$\omega^2 = c^2 k^2 + f_{in}^2 \quad (1.2.12)$$

$$\omega = \sqrt{c^2 k^2 + f_{in}^2} \quad k = \frac{\sqrt{\omega^2 - f_{in}^2}}{c},$$

При $k = 0$ получаем предельную частоту $\omega = f_{in}$. Фазовая скорость длинных внутренних волн в этом случае

$$c_{ph} = \frac{\omega}{k} = \sqrt{c^2 k + \frac{f_{in}^2}{k^2}} = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - f_{in}^2}} c, \quad (1.2.13)$$

а групповая скорость

$$c_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{\sqrt{c^2 k^2 + f_{in}^2}}. \quad (1.2.14)$$

Таким образом, для вращающегося и не вращающегося бассейна задачи на собственные значения, а также сами значения идентичны (в приближении длинных волн), но дисперсионные соотношения, фазовые и групповые скорости внутренних волн различны. Разложение частоты ω , в (1.2.12) в ряд Тейлора при $ck \gg f_{in}$ дает нам приближенное дисперсионное соотношение:

$$\omega \approx ck + \frac{f_{in}^2}{2ck}. \quad (1.2.15)$$

Второй член в (1.2.15) описывает низкочастотную дисперсию внутренних волн, определяемую вращением Земли.

Рассмотрим теперь другой предельный случай, когда частота волны много меньше частоты Вайсяля, но много больше параметра Кориолиса. Тогда из (1.2.9) следует

$$\omega^2 = k^2 \frac{N^2}{\delta^2 \left(1 + \frac{k^2}{\delta^2}\right)} \approx c^2 k^2 \left(1 - \frac{k^2}{\delta^2}\right) \quad (1.2.16)$$

Отсюда получаем

$$\omega \approx ck \left(1 - \frac{\beta}{c} k^2\right), \quad (1.2.17)$$

где β называется коэффициентом дисперсии, $\beta = c/2\delta^2$. Дисперсия, полученная таким образом, соответствует высокочастотной дисперсии, которая как раз и учитывается уравнением Кортевега-де Вриза в его классической форме.

Комбинированная линейная дисперсия для длинных внутренних волн будет описываться формулой

$$\omega = ck - \beta k^3 + \frac{f_{in}^2}{2ck} \quad (1.2.18)$$

В дальнейшем мы будем часто использовать длинноволновое приближение, в котором структура моды не зависит от частоты (волнового числа), а дисперсионная кривая содержит оба типа дисперсий.

Оценку границ применимости линейной теории внутренних гравитационных волн можно найти, например, в статье [Булатов и Владимиров, 2010].

1.3. Слабонелинейная теория длинных внутренних волн

Сделаем в (1.2.4) замену вертикальной координаты, z , на Лагранжеву переменную, ζ

$$y = z - \zeta(x, z, t). \quad (1.3.1)$$

Тогда $\zeta(x, z, t)$ имеет смысл вертикального смещения изопикны (линии равной плотности) от ее невозмущенного значения, z . В этой новой системе отсчета вертикальное распределение плотности остается прежним: $\rho(x, z, t) = \rho(y)$, а кинематическое уравнение смещения изопикны является добавочным к уравнениям (1.2.1)

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x} = - \frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (1.3.2)$$

Выделим из функции тока внешнее сдвиговое течение, скорость которого предполагается меньше скорости распространения волны, так что течение является устойчивым

$$\Psi = \int_y U(y') dy' + \epsilon \psi(x, y, t). \quad (1.3.3)$$

Дальнейшая асимптотическая процедура получения эволюционных уравнений разных порядков приведена в работах [Полухина, 2002; Талипова, 2004]. Она проводится по малому параметру нелинейности $\varepsilon = a/D$, то есть, отношению амплитуды волны, a , к глубине жидкости и малому параметру дисперсии $\mu = D^2/L^2$, характеризующему отношение глубины жидкости к длине волны (длинные волны). Малость параметров и формулы для них будут уточнены после получения уравнения Кортевега – де Вриза. В приближении длинных волн малой амплитуды ($\varepsilon \ll 1$, $\mu \ll 1$) решение исходных уравнений можно искать в виде ряда по степеням ε и μ :

$$\zeta(x, y, t) = \zeta_{00}(x, y, t) + \varepsilon\zeta_{10}(x, y, t) + \mu\zeta_{01}(x, y, t) + \varepsilon\mu\zeta_{11}(x, y, t) + \dots, \quad (1.3.4)$$

$$\psi(x, y, t) = \psi_{00}(x, y, t) + \varepsilon\psi_{10}(x, y, t) + \mu\psi_{01}(x, y, t) + \varepsilon\mu\psi_{11}(x, y, t) + \dots \quad (1.3.5)$$

Необходимо также ввести последовательность «медленных» времен $\tau_{ij} = \varepsilon^i \mu^j t$ и перейти в сопровождающую систему отсчета $\tilde{x} = x - ct$,двигающуюся со скоростью распространения волны, c , которая еще не определена. Тогда временные производные преобразуются как

$$\frac{\partial}{\partial t} = -c \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} + \sum_{i,j} \varepsilon^i \mu^j \frac{\partial}{\partial \tau_{ij}}. \quad (1.3.6)$$

Таким образом, в каждом порядке теории возмущений по обоим малым параметрам можно исключить неизвестные члены функции тока, ψ_{ij} , и получить одно уравнение для смещения изопикны, $\zeta_{ij}(x, y, t)$. В общем виде это уравнение записывается в виде неоднородной краевой задачи Штурма-Лиувилля

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[(c - U(y))^2 \frac{\partial^2 \zeta_{ij}}{\partial x \partial y} \right] + N^2(y) \frac{\partial \zeta_{ij}}{\partial x} = R_{ij}, \quad (1.3.7)$$

где правая часть R_{ij} определяется через решения предыдущих приближений и производные по медленным временам. В нулевом порядке теории возмущений правая часть отсутствует, и мы получаем краевую задачу для функции $\Phi(z)$ (мы приводили ее в формуле (1.2.6) без учета сдвигового течения). Поскольку решение краевой задачи определено с точностью до постоянной, то удобно принять ее максимум за единицу. Тем самым мы определяем уровень «максимальной» изопикны, в которой $\Phi(y_{\max}) = 1$. Тогда дальнейшие уравнения, возникающие вследствие асимптотических разложений высших порядков, пишутся как уравнения эволюции возмущения изопикны на горизонте максимума модовой функции. Конечно, для определения можно было бы выбрать изопикну на другом горизонте, но это усложнило бы вычисления [Талипова и др., 1999], не меняя существа дела.

В следующих порядках теории возмущений с помощью асимптотической процедуры выводится эволюционное уравнение для смещения изопикны в максимуме моды, η :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + c \frac{\partial \eta}{\partial x} + \varepsilon \alpha \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \mu \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + \varepsilon^2 \alpha_1 \eta^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} = \\ = -\mu^2 \beta_1 \frac{\partial^5 \eta}{\partial x^5} - \varepsilon \mu \left(\gamma_1 \eta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + \gamma_2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right) + \dots \end{aligned} \quad (1.3.8)$$

В первом порядке малости (считая ε порядка μ) это известное уравнение Кортевега – де Вриза

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c \frac{\partial \eta}{\partial x} + \alpha \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0 \quad (1.3.9)$$

с коэффициентами нелинейности, α , и дисперсии, β , выраженными в квадратурах от модовой функции и ее производных (переменная y далее заменяется на более привычную переменную z):

$$\alpha = \left(\frac{3}{2} \right) \frac{\int_0^D (c-U)^2 (d\Phi/dz)^3 dz}{\int_0^D (c-U) (d\Phi/dz)^2 dz}; \quad \beta = \left(\frac{1}{2} \right) \frac{\int_0^D (c-U)^2 \Phi^2 dz}{\int_0^D (c-U) (d\Phi/dz)^2 dz} \quad (1.3.10)$$

Из уравнения Кортевега – де Вриза сразу видны фактические пределы малости нелинейности и дисперсии (a – амплитуда волны и λ – длина волны)

$$\alpha a \ll c, \quad \frac{\beta}{\lambda^2} \ll c. \quad (1.3.11)$$

Коэффициенты уравнения α , β и c определяются функционалами от параметров среды, а не только от глубины бассейна. Поскольку в числителе для коэффициента нелинейности стоит знакопеременная функция $(d\Phi/dz)^3$, то ясно, что в зависимости от положения максимума моды коэффициент нелинейности может принимать как положительные, так и отрицательные значения, или обращаться в ноль. Тогда надо учитывать следующий порядок малости. При этом при определенном масштабировании [Holloway et al., 1997; Grimshaw et al., 2002; Grimshaw et al., 2004; Grimshaw et al., 2010] мы получаем уравнение Гарднера, содержащее кубическую нелинейность, которая при малой квадратичной нелинейности имеет тот же порядок малости.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (c + \alpha \eta + \alpha_1 \eta^2) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0 \quad (1.3.12)$$

Здесь коэффициент кубической нелинейности, α_1 , выражается через модовую функцию и нелинейную поправку второго порядка к ней, $F(z)$, которая является решением граничной задачи:

$$\frac{d^2 F}{dz^2} + \frac{N^2}{c^2} F = -\frac{\alpha}{c} \frac{d^2 \Phi}{dz^2} + \frac{3}{2} \frac{d}{dz} \left[\left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 \right], \quad (1.3.13)$$

с нулевыми граничными условиями

$$F(0) = F(D) = 0; \quad F(z_{\max}) = 0. \quad (1.3.14)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2P} \int_0^D dz \left\{ 9c \frac{dF}{dz} \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 - 6c \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^4 + 5\alpha \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^3 - 4\alpha \frac{dF}{dz} \frac{d\Phi}{dz} - \frac{\alpha^2}{c} \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 \right\} \quad (1.3.15)$$

$$P = \int_0^D \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 dz$$

Вертикальное смещение любой изопикны здесь будет выражаться через смещение изопикны в максимуме линейной моды, η , и нелинейную поправку к модовой функции, F :

$$\zeta(z, x, t) = \eta(x, t)\Phi(z_{\max}) + \eta^2(x, t)F(z_{\max}) \quad (1.3.16)$$

Условия нормировки подбираются так, чтоб в максимуме моды, при $z = z_{\max}$, выполнялось $\zeta(z, x, t) = \eta(x, t)$.

Следует отметить, что как уравнение Кортевега – де Вриза (1.3.9), так и уравнение Гарднера (1.3.12), являются интегрируемыми уравнениями с бесконечным числом законов сохранения [Newell et al., 1985; Ablowitz et al., 1991]. Эффективным методом решения таких уравнений является метод обратной задачи теории рассеяния, описанный в этих же книгах. Он позволяет предсказать по заданному начальному возмущению, какие по форме стационарные волны, какой амплитуды и в каком количестве могут из него выделиться. Для уравнения Гарднера при отрицательном кубическом коэффициенте это солитоны с полярностью, совпадающей со знаком коэффициента квадратичной нелинейности, а при положительном коэффициенте кубической нелинейности это солитоны обеих полярностей и устойчивые волновые пакеты – бризеры. Выражения для солитонов внутренних волн в рамках уравнения Гарднера можно найти в работе [Talipova et al, 2020], они воспроизводятся ниже.

Односолитонное решение уравнения (1.3.12) имеет вид:

$$\eta(x, t) = \frac{A}{1 + B \operatorname{ch}(\gamma(x - Vt))}, \quad (1.3.17)$$

$$A = \frac{6\beta\gamma^2}{\alpha}, \quad B^2 = 1 + \frac{6\alpha_1\beta\gamma^2}{\alpha^2}, \quad V = \beta\gamma^2, \quad A = \frac{C}{1+B},$$

где A – параметр, определяющий амплитуду солитона, γ – произвольный параметр, имеющий смысл обратного масштаба ширины. Также можно записать параметры решения (1.3.17) A, B, γ в терминах его амплитуды $a = A/(1+B)$:

$$B = a \frac{\alpha_1}{\alpha} + 1, \quad A = a \left(a \frac{\alpha_1}{\alpha} + 2 \right), \quad \gamma^2 = \alpha a \left(a \frac{\alpha_1}{\alpha} + 2 \right) \frac{1}{6\beta}.$$

Отметим, что в рамках уравнения Гарднера с отрицательной кубической нелинейностью солитоны имеют полярность, совпадающую по знаку с коэффициентом квадратичной нелинейности и ограничены по амплитуде амплитудой предельного или толстого солитона

$$a_{\text{lim}} = -\alpha/\alpha_1. \quad (1.3.18)$$

В случае положительной кубической нелинейности в рамках уравнения (1.3.12) могут существовать солитоны обеих полярностей, только солитоны с амплитудой, противоположной знаку квадратичной нелинейности, не могут иметь амплитуду меньше амплитуды алгебраического солитона

$$a_{\text{alg}} = -2\alpha/\alpha_1. \quad (1.3.19)$$

Бризеры уравнения Гарднера впервые описаны в работе [Pelinovsky and Grimshaw, 1997]. Существование бризеров тесно связано с условием модуляционной неустойчивости волновых пакетов внутренних волн [Grimshaw et al, 2001] и возможно только при положительном значении коэффициента кубической нелинейности.

Аналитически бризеры описываются формулой

$$\eta = \sqrt{6\frac{\beta}{\alpha_1}} \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{atan} \frac{l \cosh(\Psi) \cos(\theta) - k \cos(\Phi) \sinh(\kappa)}{l \sinh(\Psi) \sin(\theta) - k \sin(\Phi) s \cosh(\kappa)} \quad (1.3.20)$$

$$\theta = \frac{\alpha k}{\sqrt{6\alpha_1\beta}} \left[(x - ct) - \frac{\alpha^2 (3l^2 - k^2)t}{24\alpha_1} \right], \quad \kappa = \frac{\alpha l}{\sqrt{6\alpha_1\beta}} \left[(x - ct) - \frac{\alpha^2 (l^2 - 3k^2)t}{24\alpha_1} \right]$$

$$\Phi + i\Psi = \operatorname{atanh}(l + ik)$$

и представляют собой квазистационарные волны, то есть волновые пакеты со стационарной огибающей и заполнением в виде бегущей волны.

Возможные ветви семейства решений (1.3.12) для различных сочетаний знаков коэффициентов нелинейности уравнения Гарднера показаны на рис. 1.3.1.

С учетом силы Кориолиса уравнение (1.3.12) трансформируется в уравнение Гарднера-Островского [Ostrovsky, 1978; Obregon and Stepanyants, 2012]:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c \frac{\partial \eta}{\partial x} + \alpha \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \alpha_1 \eta^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = \frac{f_{in}}{2c} \int \eta dx, \quad (1.3.21)$$

которое в этом случае должно использоваться вместо уравнения Гарднера.

Это уравнение уже не является интегрируемым, и солитоноподобные, а также бризероподобные структуры здесь могут возникать лишь на промежуточных стадиях трансформации волновых полей. Различные аспекты динамики внутренних волн на вращающейся плоскости в слабонелинейном пределе нашли свое отражение в работах [Gerkema, 1994; Youna Hu, 2007; Farmer et al., 2009; Grimshaw et al., 2017; O'Driscoll and Levine, 2017]

(в том числе для интерпретации натуральных данных). В частности, было показано, что вращение затрудняет образование уединенных волн из приливной бароклинной волны, поскольку создает дополнительную длинноволновую «кориолисову» дисперсию. Учет вращения возможен также во многих полнонелинейных численных моделях гидродинамики. Некоторые эффекты, связанные с учетом силы Кориолиса при использовании таких моделей описаны, например, в статьях [Forcat et al., 2011; Lamb and Warn-Varnas, 2015; Rouvinskaya et al., 2015] и др. В этих работах доказана необходимость учета вращения Земли при моделировании динамики внутренних волн в водоемах в умеренных широтах; показано существенное уменьшение амплитуды солитонов и излучение длинноволновых инерционно-гравитационных пакетов при моделировании в условиях южных морей; продемонстрировано влияние вращения на трансформацию бризеров внутренних волн).

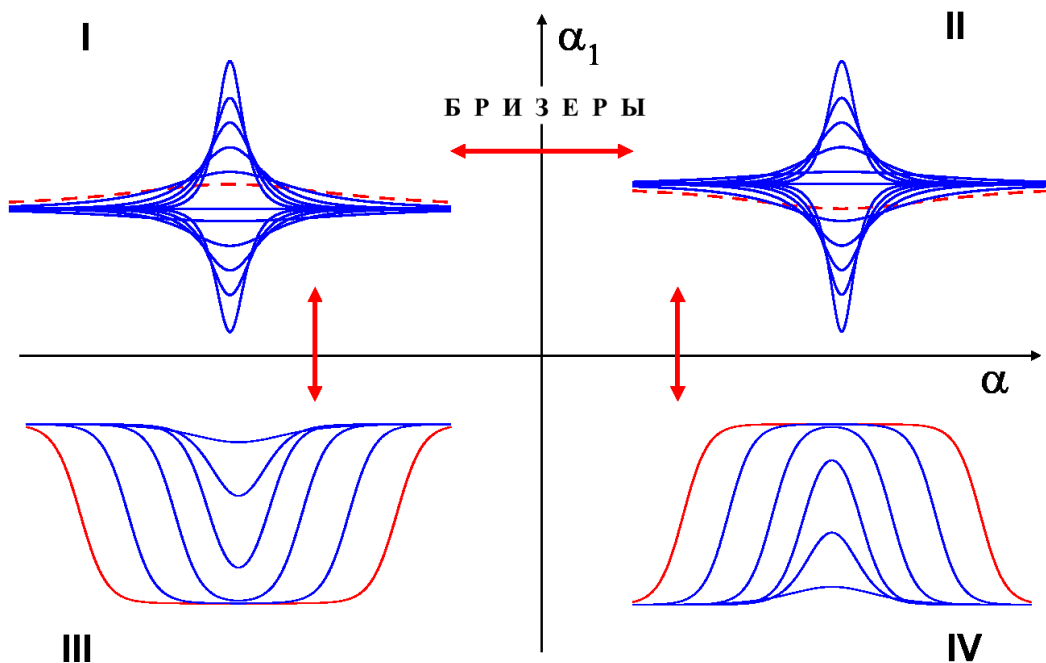


Рисунок 1.3.1. Возможные типы солитонов на плоскости параметров квадратичной и кубической нелинейности (α, α_1) . Красными стрелками показаны возможные переходы солитонов одного типа в другой при смене знаков нелинейности [Талипова, 2004].

Для того, чтобы оценить влияние неоднородности стратификации по горизонтали и переменной глубины на генерируемое поле слабонелинейных внутренних волн в условиях морских шельфов, можно воспользоваться обобщением уравнения (1.3.21) – уравнением Гарднера-Островского для горизонтально-неоднородной среды (см., например, [Holloway et al., 1999; Grimshaw et al., 2004]):

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} + \left(\frac{\alpha(x)Q(x)}{c^2(x)} \xi + \frac{\alpha_1(x)Q^2(x)}{c^2(x)} \xi^2 \right) \frac{\partial \xi}{\partial s} + \frac{\beta(x)}{c^4(x)} \frac{\partial^3 \xi}{\partial s^3} = \frac{f_{in}^2}{2c} \int \xi ds \quad (1.3.22)$$

$$s = \int \frac{dx}{c(x)} - t, \quad \eta(s, x) = Q(x)\xi(s, x), \quad Q(x) = \sqrt{\frac{(Mc^3)_0}{Mc^3}}, \quad M(x) = \int_{-H}^0 \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 dz, \quad (1.3.23)$$

где $Q(x)$ – коэффициент линейного усиления длинных внутренних волн вдоль направления распространения, а нижний индекс «0» соответствует начальным значениям соответствующих переменных и величин в точке $x = 0$. Следует отметить, что уравнение (1.3.23) тем более неинтегрируемо в рамках метода обратной задачи.

Выше мы говорили в основном о нелинейности и отмечали, что нелинейная динамика сильно зависит от знаков коэффициентов нелинейности. Линейная дисперсия также может кардинально влиять на существование солитонов. Вернемся к дисперсионному соотношению (1.2.17), которое здесь снова воспроизведем

$$\omega = ck - \beta k^3 + \frac{f_{in}^2}{2ck}. \quad (1.3.24)$$

Учет вращения приводит к исчезновению на дисперсионной плоскости области, где могут существовать солитоны. Дисперсионное соотношение (1.3.24) линеаризованного обобщенного уравнения Гарднера – Островского приводит к следующим выражениям для фазовой скорости c_{ph} и групповой скорости c_g как функциям волнового числа k :

$$c_{ph} = \frac{\omega}{k} = c - \beta k^2 + \frac{f_{in}^2}{2ck^2}, \quad c_g = \frac{d\omega}{dk} = c - 3\beta k^2 + \frac{f_{in}^2}{2ck^2}. \quad (1.3.25)$$

Для уравнения Гарднера ($f_{in} = 0$) имеется область $c_{ph} > c$, которая соответствует условию существования солитонов. Но для уравнения Гарднера – Островского (1.3.21) такой области нет, поскольку $\beta f_{in} > 0$ для внутренних волн. Типичные зависимости фазовой и групповой скоростей от волнового числа (1.3.25) показаны на рисунке 1.3.2 (адаптирован на основе рисунка из работы [Alias et al., 2013]). Они построены на основании гидрологии, близкой к реальным условиям стратифицированного шельфа в Охотском море. Эти кривые демонстрируют наличие экстремума кривой $c_g(k)$.

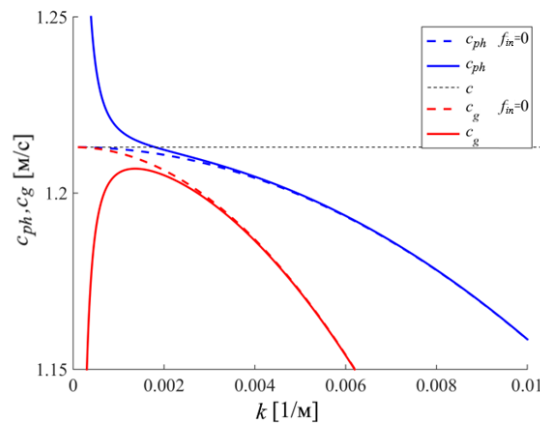


Рисунок 1.3.2. Зависимости фазовой и групповой скорости от волнового числа в рамках моделей Гарднера (пунктирная линия) и Гарднера– Островского (сплошная линия).

Возвращаясь к пределу очень длинных волн ($\frac{\beta}{c} k^3 \ll k$), удобно переписать (1.3.24) не-

сколько другом виде

$$k = \frac{\omega}{c} \left(1 - \frac{f_{in}^2}{2\omega^2} \right), \quad (1.3.26)$$

что есть разложение точного дисперсионного соотношения (1.3.24) в ряд Тейлора. Сопоставим значения волновых чисел, вычисляемых по точной (1.2.12) и приближенной (1.3.26) формулам

$$\frac{k_{appr}}{k_{exact}} = \left(1 - \frac{f_{in}^2}{2\omega^2} \right) / \sqrt{1 - \frac{f_{in}^2}{\omega^2}}. \quad (1.3.27)$$

Очевидно, что для высокочастотных волн разница в расчетах невелика, и она максимальна для наиболее низкочастотных волн. Такими волнами являются внутренние волны характерных приливных периодов T_{tidal} . Для них соотношение (1.3.27) может быть переписано в виде

$$\frac{k_{appr}}{k_{exact}} = \frac{(1 - T_{tidal}^2 \sin^2 \varphi / 2T_e^2)}{\sqrt{1 - T_{tidal}^2 \sin^2 \varphi / 2T_e^2}}, \quad (1.3.28)$$

где T_e есть период вращения Земли, т.е. 24 часа. Таким образом, точность модели для длинных приливных волн определяется только географической широтой. Ввиду различия между периодом вращения Земли и приливным периодом, точное дисперсионное соотношение (1.3.24) разрешимо для широт, меньших критической широты. Из этого же соотношения можно рассчитать критическую широту для волн разной частоты. Например, для лунного полусуточного прилива M_2 с периодом 12.42 часа критическая широта составляет 75.4° . На более высоких частотах бароклинный полусуточный прилив может быть только вынужденным, он затухает вдали от зоны генерации (материкового склона или подводных хребтов), что неоднократно подтверждалось как наблюдениями, так и численными расчетами [Vlasenko et al., 2003; Kurkina, Talipova, 2011; Морозов, Писарев, 2023]. Зависимость (1.3.28) от географической широты представлена на рисунке 1.3.3 для прилива M_2 и для волн с периодом 6 часов. Как видим, для широт ниже 55° разница не превышает 20% и, следовательно, приближенное дисперсионное соотношение для этих широт может быть использовано для внутренних волн любой частоты. Именно поэтому описанная выше модель давала хорошие результаты при моделировании трансформации внутреннего прилива на Австралийском и Европейских шельфах [Holloway et al., 1999; Талипова, Пелиновский, 2013; Талипова и др., 2014]. Для северных акваторий Охотского моря с широтами около 60° разница может достигать до 30%. Для волн с периодом 6 ч погрешность аппроксимации не превышает 1% для любой широты; поэтому короткопериодные волны можно исследовать с помощью уравнений (1.3.21) – (1.3.22).

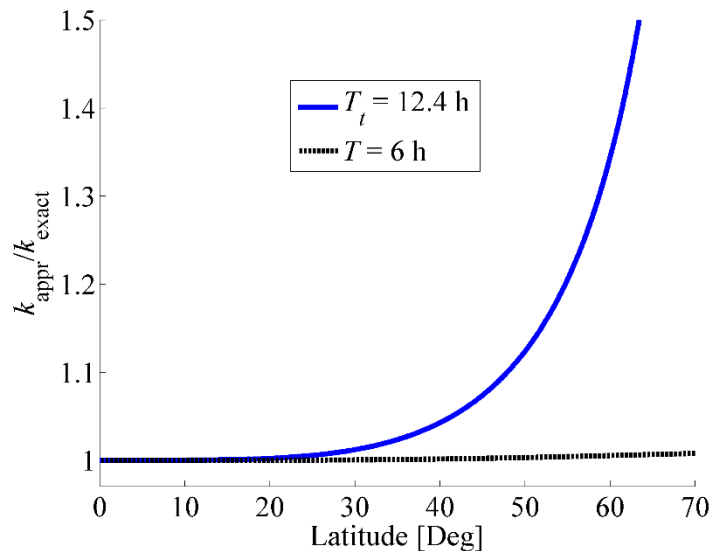


Рисунок 1.3.3. Отношение точного и приближенного дисперсионного соотношения для длинных волн с периодом 12.4 часа и 6 часов [Kurkina, 2012].

Для численного интегрирования уравнения (1.3.22) можно использовать вычислительный подход, основанный на неявном псевдо-спектральном методе, который является альтернативой методам конечных разностей и конечных элементов, и неоднократно верифицировался при моделировании волновых процессов различной природы (см., например, [Kurkin and Polukhina, 2003; Pelinovsky et al., 2007]), в том числе для уравнения Островского, например, [Grimshaw and Helfrich, 2008; Alias et al., 2013]. Особо отметим, что на нашей кафедре «Прикладная математика» ННТУ им. Р. Алексеева разработан вычислительный комплекс решения этих уравнений. [Тюгин и др., 2012, 2018].

Для инициализации модели необходимо определить условия, в которых будет распространяться бароклинная волна. Используемая модель двумерна по пространству, однако, ее применение оправданно там, где поперечная (к направлению распространения волны) неоднородность невелика, и фронт волны квазиплоский на исследуемом участке.

Учет силы Кориолиса при численном моделировании генерации уединенных волн из внутреннего прилива приводит к более позднему рождению и уменьшению числа генерируемых уединенных волн, увеличению их длины и уменьшению амплитуды. Уединенные внутренние волны при распространении во вращающейся среде не являются стационарными, они медленно затухают и распадаются, излучая более длинные инерционно-гравитационные волны, а затем трансформируются в локализованные волновые пакеты. Эти пакеты, распространяющиеся с максимальной групповой скоростью (см. рис. 1.3.4), соответствующей дисперсионному соотношению для линейной версии уравнения Гарднера – Островского [Grimshaw and Helfrich, 2008], фактически образуют

устойчивые бризероподобные структуры. Эти волновые пакеты состоят из длинноволновой огибающей и более коротких, более быстрых волн несущей. Излучение при этом очень слабое, что приводит к формированию устойчивых структур, которые могут содержать до 50% энергии, имевшейся в исходной уединенной волне [Helfrich, 2007]. Взаимодействующие пакеты могут либо проходить друг через друга, либо сливаться в более длинный пакет. Связанные уравнения Островского, описывающие взаимодействие двух различных вертикальных мод внутренних волн, имеющих близкие скорости, выведены в работе [Alias et al., 2013]. При взаимодействии уединенных импульсов различных мод наблюдался тот же эффект генерации локализованных волновых пакетов.

Итак, эффект вращения должен приводить к затуханию уединенной волны под действием излучения инерционно-гравитационных волн [Helfrich and Melville, 2006; Grimshaw and Helfrich, 2008; Sanchez-Garrido and Vlasenko, 2009]. На практике временной масштаб этого затухания составляет несколько инерционных периодов. Как правило, длина трассы, на которой происходит наиболее значительная трансформация длинных бароклинических волн, определяется масштабом длины неоднородности рельефа дна, т.е. зоны большого перепада глубин дна, и это расстояние (около 100 – 200 км) длинные внутренние волны пробегают менее, чем за два инерционных периода, а генерация уединенных волн происходит ближе к концу трассы, поэтому в окраинных морях они не успевают трансформироваться и распасться на волновые пакеты, как это предсказывается теорией в рамках уравнения Гарднера – Островского. В более мелководной шельфовой зоне эффекты нелинейности нарастают и становятся, по-видимому, преобладающими, поэтому наиболее вероятно, там происходит обрушение сгенерированных уединенных импульсов, однако описание этого процесса находится за пределами возможностей рассматриваемых слабонелинейных моделей.

1.4. Сильно нелинейные модели внутренних волн

Интегрирование полных моделей, основанных на уравнениях Эйлера, требует больших компьютерных затрат. Обычно, число узлов в сетке по вертикали составляет около 200 и более, а разрешение в горизонтальном направлении должно быть таковым, чтобы прописывались образуемые в ходе трансформации стационарные нелинейные волны (с характерными длинами от 2 до 10 км). На каждую такую волну требуется не менее 10 – 20 узлов. То есть на трассу длиной 500 - 1000 км требуется 200 000 – 500 000 точек. Это в двумерной постановке задачи. В трехмерной постановке расчетная сетка будет иметь десятки миллионов узлов, что требует расчетов на суперкомпьютерах. Так что расчет трансформации внутренней приливной волны в сеть солитоноподобных импульсов в полной модели для условий реального моря ресурсозатратны, но реализуемы. Тем более, как уже упоминалось во

Введении к этой главе, пока не решена проблема моделирования устойчивой горизонтально – неоднородной стратификации в полных моделях.

Нами для моделирования динамики внутренних волн в двухмерной постановке задачи применяется программный комплекс, разработанный канадским исследователем профессором Лэмбом и усовершенствованный на кафедре «Прикладная математика» ННГУ им. Р. Алексеева для решения имеющихся задач. Комплекс реализует процедуру численного интегрирования полной системы уравнений гидродинамики невязкой несжимаемой стратифицированной жидкости в приближении Буссинеска с учетом влияния баротропного прилива [Лайтхил, 1981; Бреховских и Гончаров, 1982; Lamb, 1994; Бэтчелор, 2004]:

$$\vec{V}_t + (\vec{V}\nabla)\vec{V} - f\vec{V} \times \vec{k} = -\nabla P - \vec{k}\rho g, \quad (1.4.1)$$

$$\rho_t + \vec{V}\nabla\rho = 0, \quad (1.4.2)$$

$$\nabla\vec{V} = 0, \quad (1.4.3)$$

$$\rho = \frac{\rho_f - \rho_0}{\rho_0}, \quad (1.4.4)$$

где $\vec{V}(u, v, w)$ – вектор скорости, ∇ – оператор трехмерного векторного градиента, нижний индекс t обозначает производную по времени, ρ_f – плотность морской воды, ρ_0 – постоянная характерная плотность (возникает в силу предположения, что плотность воды в исследуемом бассейне меняется незначительно, т.е. в силу приближения Буссинеска: $\rho_f(z) = \rho_0(1 + \rho(z))$), $\rho(z)$ – безразмерная величина (аномалия плотности), g – гравитационное ускорение, f_{in} – параметр Кориолиса, \vec{i} и \vec{k} – единичные орты по осям x и z . Волны распространяются в направлении x , ось y перпендикулярна движению волны, а z – вертикальная координата.

Следует отметить, что постановка задачи не совсем двухмерная, а «двух с половиной» – мерная из-за вращения. Нормальная к плоскости распространения волны (поперечного сечения) скорость включена в модель, но никакое изменение по координате y не допускается. Это достигается пренебрежением частными производными по y в принципиально трехмерных уравнениях (1.4.1) – (1.4.4). Уравнения преобразуются в так называемой сигма-координатной сетке по вертикали, и решаются в области, ограниченной снизу батиметрией $D(x)$ (заданной пользователем) и жесткой крышкой на поверхности, на дне ставится условие непротекания, боковые границы являются открытыми с дополнительным приливным форсингом на глубоководной границе. Для инициализации модели необходимо задать невозмущенное горизонтально однородное поле плотности водных масс $\rho_{mean}(z)$, а также распределение скоростей в баротропном приливном поле в расчетной области. Шаги

численной схемы в пространстве и времени выбираются так, чтобы удовлетворять критерию устойчивости Куранта – Фридриха – Леви. Процедура численного решения системы основана на неявной предиктор-корректорной двухшаговой конечно-разностной схеме, которая реализована в программном комплексе IGW [Тюгин и др., 2012].

Модель, разработанная в Массачусетском технологическом институте, MITgsm, находится в свободном доступе и широко используется в основном зарубежными исследователями внутренних волн. В лаборатории моделирования природных и техногенных катастроф НГТУ им. Алексева также есть опыт применения этой модели для модельных исследований [см., например, Семин и др., 2012; Куркина и др., 2016; Лобовиков и др., 2019;]. Сейчас совместно с учеными из ВНИИЯФ г. Сарова активно разрабатывается отечественная полная модель динамики внутренних волн на основе вычислительного комплекса «ЛОГОС» решающего уравнения Навье-Стокса. Он разработан в Сарове и широко используется в России. [Kurkin et al., 2022]

1.5. Исходные гидрологические данные

Доступность атласов, содержащих гидрологические данные (массивы усредненных и сглаженных данных натурных измерений температуры, солености и других гидрологических параметров) Мирового океана как международных, таких как: World Ocean Atlas [Boyer et al, 2018] и Generalized Digital Environmental Model [Fox et al, 2002], так и российских, например ЕСИМО (<http://esimo.ru/portal/>), позволяет проводить анализ этих данных, который помогает дать общее представление о параметрах внутренних волн в океане. Данные гидрологических атласов неоднократно использовались для решения различных задач в разных акваториях Мирового океана, например для решения практических задач: это нахождение модового состава, построение дисперсионных кривых [Grigorenko et al, 2017; Kurkina et al, 2018; Grigorenko et al, 2019], для оценки действия модуляционной неустойчивости в рамках уравнений Гарднера и нелинейного уравнения Шрёдингера, нахождения критической (минимальной) частоты внутренних волн, а также расстояния, на котором развивается неустойчивость [Kurkin et al, 2017], для исследования потенциала внутренних волн в переносе наносов и связи с развитием эрозионных зон [Kurkina et al, 2011; Zhang et al., 2019], также для оценки скоростей волн и других параметров [Grimshaw et al., 2010; Kurkin et al, 2015; Kurkina et al, 2017a; Kurkina et al, 2017b; Kurkina et al, 2017c; Rouvinskaya et al, 2018; Kurkin et al, 2020].

В работе используются данные температуры и солёности из международного гидрологического атласа World Ocean Atlas 2018 (WOA18). Климатологический атлас с открытым исходным кодом содержит обобщённую и стандартизированную информацию об основных особенностях гидрофизических параметров морской воды и их сезонных изменениях. Он предоставляет собой массивы усреднённых и сглаженных данных натуральных измерений температуры, солёности и других гидрологических параметров [Boyer et al., 2019]. Данные WOA18 представлены на регулярной сетке с разрешением 5° , 1° или $1/4^\circ$. Данные представляют собой вертикальные профили температуры и солёности, усреднённые за год, сезон и месяц на стандартных уровнях от 0 до 5500 м. Главным преимуществом этого атласа по сравнению с другими, такими как GDEM или Российский атлас ЕСИМО, является интуитивно понятный интерфейс сайта и простота доступа к данным в любом удобном формате (netCDF, csv, ASCII, ArcGIS). Также в работе использовались данные GEBCO (<https://www.gebco.net>) – общедоступный цифровой атлас батиметрии Мирового океана. Последняя версия GEBCO-2022 содержит набор данных батиметрии с разрешением 15 угловых секунд. Значения данных регистрируются по центру пикселя, т. е. они относятся к высотам в метрах в центре ячеек сетки.

Данные горизонтального потока воды для компонент прилива обычно берутся из расчетов по приливной модели TPXO 8 (A TOPEX/Poseidon Global Tidal Model), основанной на данных спутниковой альтиметрии [Egbert and Erofeeva, 2002; Padman and Erofeeva, 2004]. Основываясь на этой модели, прилив можно рассчитать в любой точке Мирового океана и в любое время.

1.6. Информационная онлайн система для расчета характеристик внутренних волн в стратифицированных бассейнах

В этом параграфе представлена разработанная нами геоинформационная онлайн система, которая дает возможность провести анализ дисперсионных зависимостей, модового состава, фазовой и групповой скорости внутренних волн, их нелинейных характеристик по имеющимся данным натуральных наблюдений гидрологии и волн в океанах и морях. В качестве усреднённой гидрологии водных масс используется атлас World Ocean Atlas [Boyer et al., 2018], данные из которого собираются нашей системой. Основным интерфейсом океанографической геоинформационной онлайн системы является интерактивная карта (рис. 1.6.1), содержащая дисперсионные, кинематические и нелинейные, силовые и транспортные характеристики внутренних волн. Основным языком, с помощью которого реализован программный комплекс, является Python (и кроссплатформенная среда разработки PyCharm), так как геоинформационная система расположена в открытом доступе на сайте,

серверная часть которого, написана на этом языке программирования. Для визуализации данных 2D и 3D графикой используется библиотека Plotly и свободно распространяемая карта MapBox (см. <https://pyri.org/project/mapbox/>). Веб приложение реализовано на основе фреймворка Django.

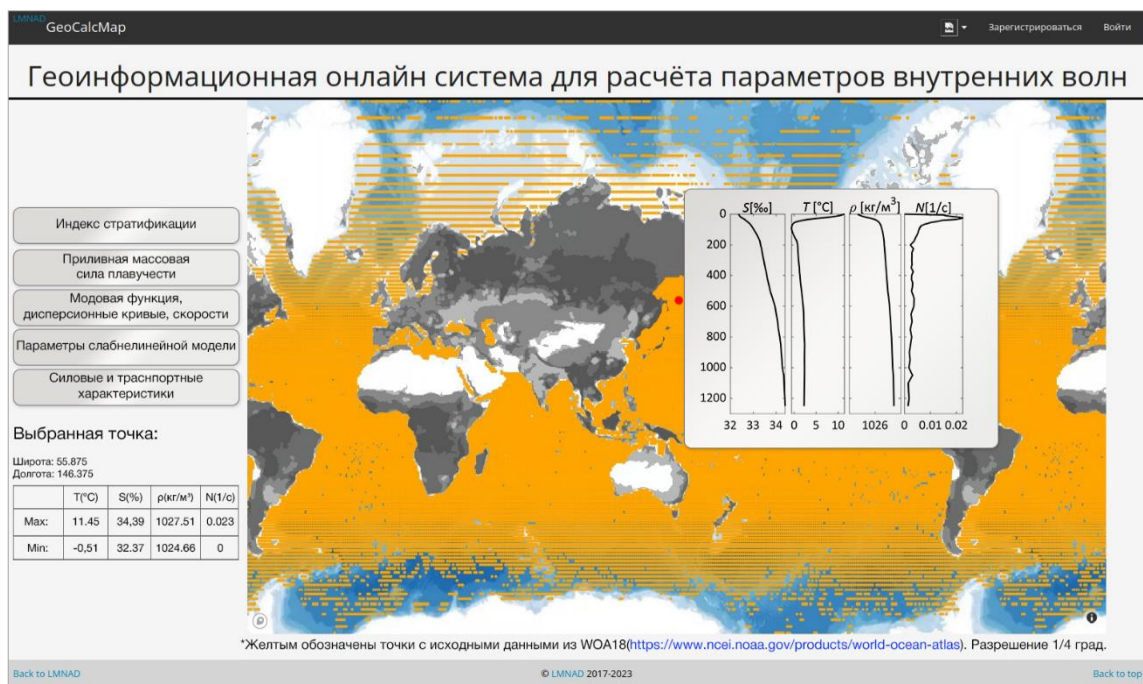


Рисунок 1.6.1. Главная страница геоинформационной онлайн системы.

На главной странице (рис. 1.6.1) представлена интерактивная карта Мирового океана, на которой точками отмечены исходные данные, полученные из атласа WOA18. Слева от карты расположены кнопки для перехода к результатам расчетов. В этом разделе пользователю доступен просмотр данных температуры, солености, профиля плотности, рассчитанного на основе исходных данных с помощью уравнения состояния морской воды TEOS10, а также профиль частоты Вьяйсяля - Брента (плавучести).

При нажатии на выбранный узел расчетной сетки сведения отображаются в виде графических объектов, кроме того, рисунок можно сохранить в текстовый файл или как картинку. Также в таблицу выводятся максимальные и минимальные значения температуры, солености, плотности, частоты плавучести для выбранной точки.

При нажатии на кнопку «Индекс стратификации» отображается карта его величины для Мирового океана с возможностью выбора сезона (зима/лето), см. рис.1.6.2. Индекс стратификации вычисляется по формуле (2.2.2). Эта величина позволяет выявить зоны с наиболее сильной стратификацией.

Доступно два режима просмотра информации: в виде исходных данных (по точкам из атласа WOA18) и цветовой визуализации величины индекса стратификации (рис. 1.6.2-

1.6.3). В первом режиме пользователь может посмотреть значение индекса стратификации в конкретной точке водного бассейна, второй режим удобен для отображения пространственного изменения величины SI_z

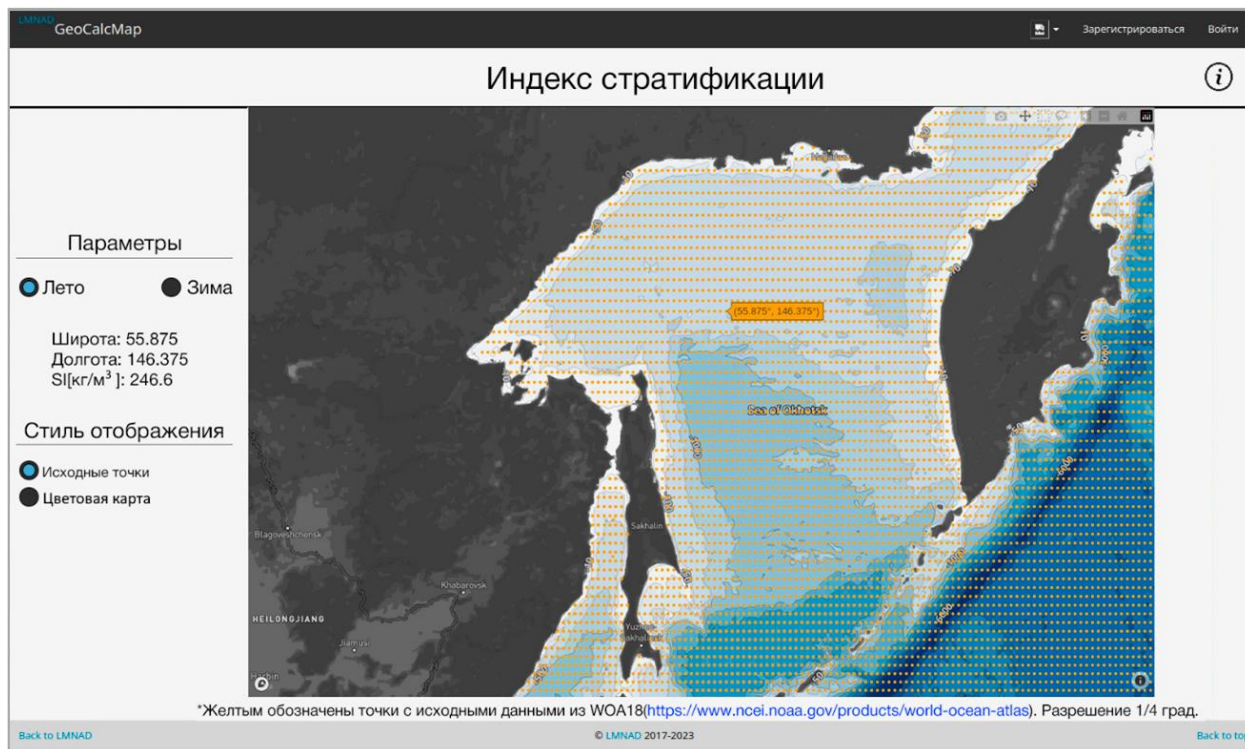


Рисунок 1.6.2. Интерфейс страницы «Индекс стратификации». В режиме исходных данных (по точкам из атласа WOA18)

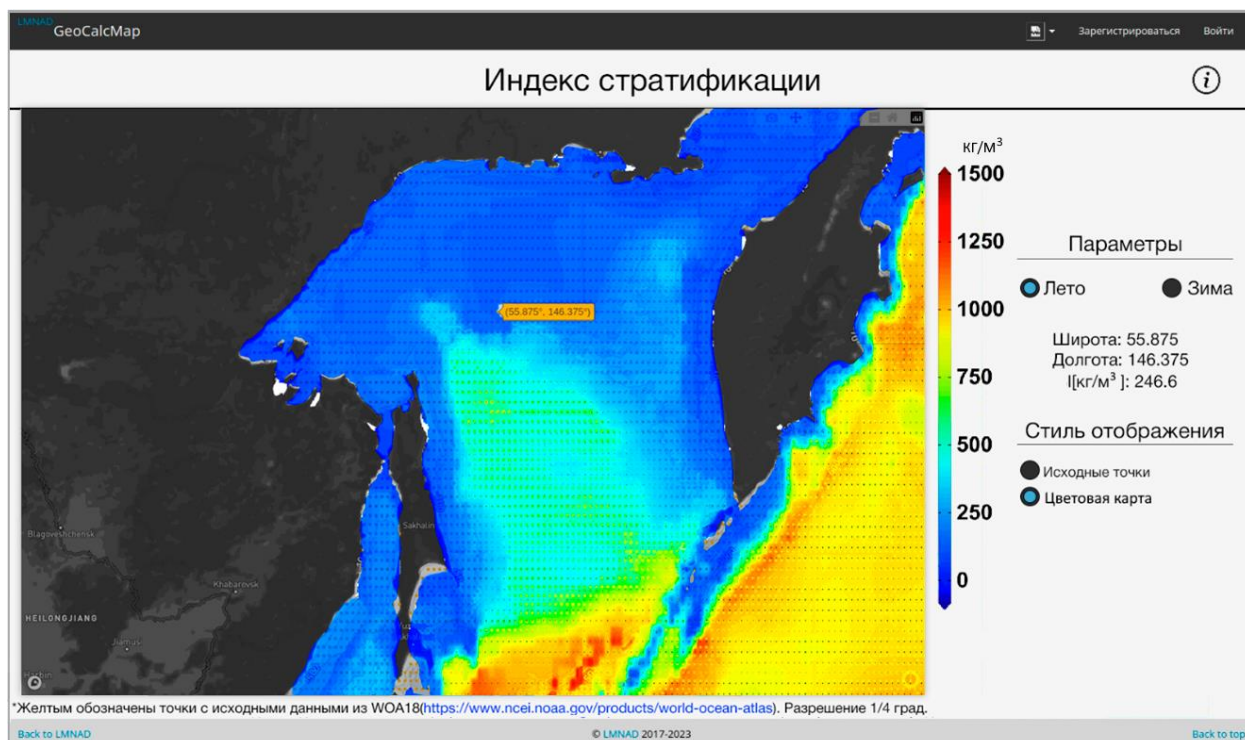


Рисунок 1.6.3. Интерфейс страницы «Индекс стратификации». В режиме цветовой карты.

Также в правом верхнем углу расположена кнопка «*i*», при нажатии на которую пользователь переходит на страницу со справочной информацией, содержащей сведения об интерфейсе системы и теоретический материал. Эта функция доступна из любого раздела системы.

Аналогичный интерфейс представлен и для результатов расчета приливной массовой силы плавучести, которую мы обсуждаем во второй главе (доступен при нажатии на одноименную кнопку). Эта величина вычисляется на основе знания вертикального профиля плотности, информации о батиметрии и приливных потоках и позволяет определять наиболее вероятные зоны генерации внутренних волн. Более подробно о массовой силе плавучести можно прочитать в работах [Vaines, 1973; Vaines, 1982]. Пример расчетов этой величины по данным атласа WOA18 для одного из окраинных морей России приведен в параграфе 2.2.

Кнопка «Модовая функция, дисперсионные кривые, скорости распространения» предоставляет доступ к информации о вертикальной структуре внутренних волн и их дисперсионных характеристиках (рис. 1.6.4). Для их исследования решается краевая задача Штурма-Лиувилля (1.2.7). Вывод данных осуществляется в виде графических объектов при нажатии на точку сетки во всплывающем окне.

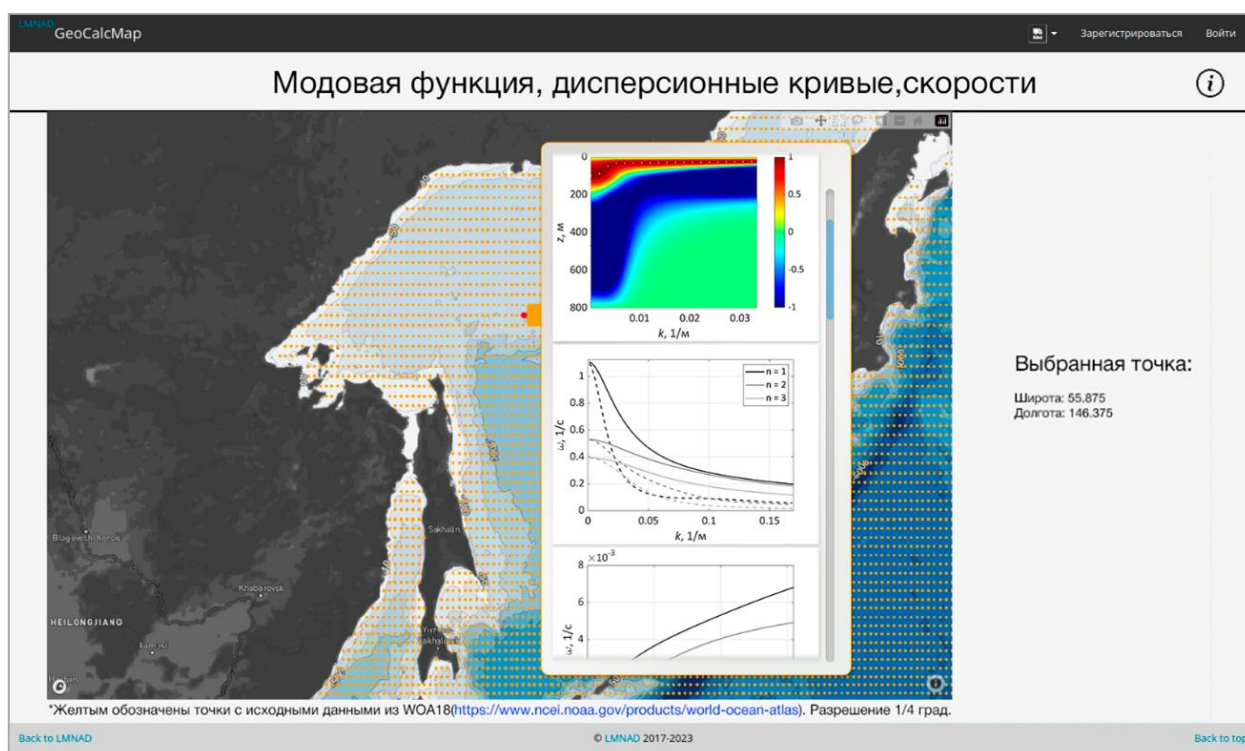


Рисунок 1.6.4. Интерфейс страницы «Модовая функция, дисперсионные кривые, скорости».

Также в системе хранятся рассчитанные параметры (коэффициенты) уравнения Гарднера (1.3.5), на основании которых потом осуществляется моделирование распространения и трансформации нелинейных внутренних волн. Расчеты параметров модели проводились для летнего и зимнего сезонов и доступны при нажатии на кнопку «Параметры слабонелинейной модели». Для выбранного пункта пространства выводятся значения коэффициентов уравнений Гарднера (1.3.5): фазовая скорость, дисперсия, квадратическая и кубическая нелинейность (функционал аналогичен разделу «Индекс стратификации»).

Океанографическая геоинформационная онлайн система для расчета и анализа дисперсионных, кинематических, нелинейных, силовых и транспортных характеристик внутренних волн в Мировом океане размещена в открытом доступе на сайте Лаборатории моделирования природных и техногенных катастроф НГТУ им. Р.Е. Алексеева в разделе «Проекты» (https://lfnad.nntu.ru/ru/projects/property_IW/). Геоинформационная система постоянно дорабатывается, получая новый функционал.

1.7. Заключение

В этой главе обсуждаются основные модели нелинейных внутренних волн, которые используются нами при решении конкретных прикладных задач. Большое внимание уделено оценке различных приближений, позволяющих судить о правомочности использования имеющихся теоретических моделей. Здесь же приводятся источники данных, которые мы использовали в расчетах характеристик нелинейных внутренних волн.

В главе описана разработанная с участием автора информационная онлайн система, которая дает возможность провести анализ дисперсионных зависимостей, модового состава, фазовой и групповой скорости внутренних волн, их нелинейных характеристик по имеющимся данным натурных наблюдений гидрологии и волн в океанах и морях. Она находится на сайте Лаборатории моделирования природных и техногенных катастроф НГТУ им. Р.Е. Алексеева в разделе «Проекты»: Океанографическая геоинформационная онлайн система для расчета и анализа дисперсионных, кинематических, нелинейных, силовых и транспортных характеристик внутренних волн в Мировом океане (https://lfnad.nntu.ru/ru/projects/property_IW/)

Глава 2. Особенности гидрологических процессов в стратифицированных бассейнах, влияющих на характеристики внутренних волн

2.1. Введение

В данной главе будут изучены особенности гидрологических процессов в стратифицированных бассейнах (на примере ряда окраинных морей), влияющих на характеристики внутренних волн. Так, в параграфе 2.2 обсуждается географическое распределение и сезонное изменение индекса стратификации плотности вод Охотского моря, определяющего особенности экологического и динамического режимов бассейна и, в частности, процессов генерации и дальнейшей эволюции поля внутренних гравитационных волн. Географическое и сезонное распределение приливных сил, необходимое для анализа процессов возбуждения внутренних волн, описано в параграфе 2.3.

Результаты этой главы опубликованы в статьях [К6; К7].

2.2. Пространственное распределение и изменчивость индекса стратификации плотности морской воды в Охотском море

Вертикальная стратификация плотности морской воды — очень важный фактор существования морских экосистем. Плотность морской воды является важнейшей характеристикой гидрологического режима, от распределения которой зависит плотностная циркуляция вод и процесс конвективного перемешивания. Поэтому важно иметь возможность оценить «силу» стратификации морской воды для каждого профиля плотности в географической точке и изменения стратификации по горизонтальным координатам. Плотностная стратификация морской воды обусловлена тем, что температура и соленость жидких частиц неодинаковы на различных уровнях. По виду вертикальных профилей температуры $T(z)$ и солености $S(z)$ морской воды, получаемых из экспериментальных наблюдений, и построенных по ним профилей плотности $\rho(z)$ в различных точках акватории можно составить представление о типе стратификации, ее особенностях, которые в отдельных случаях можно выделить и обобщить, далее попытаться построить аппроксимацию этих профилей с помощью удобных аналитических функций, зависящих от параметров, а затем построить карты этих параметров для всей акватории. Для этого могут быть использованы данные температуры и солености, заданные на некоторой сетке, которые можно найти в международных и российских гидрологических атласах (см. параграф 1.5), составленных на основе баз данных соответствующих натурных измерений и содержащих сведения о долгосрочной средней стратификации плотности, либо данные реанализов.

Классический пример часто используемой модели плотностной стратификации – двухслойный океан – в котором существует верхний, равномерно прогретый слой и нижний слой холодной воды, разделенные «переходным» слоем с максимальным значением вертикального градиента плотности, так называемый пикноклин. Еще одним достаточно распространенным примером может служить трехслойная модель, которая содержит три квазиоднородных слоя и два пикноклина, существование которых может быть связано с распределением за счет притока речных вод, либо с существованием отличающихся по температуре или солености придонных течений, см., например [Рувинская и др., 2018]. Выбор аналитической модели для параметризации профиля плотности связан с особенностями гидрологического режима исследуемой акватории. Так, например, для северо-восточной части шельфа о. Сахалин в работе [Макаров и Будаева, 2009] была выбрана 4-слойная модель, состоящая из однородного верхнего слоя, сезонного пикноклина, представленного двумя подслоями, и глубоководной части.

Другой весьма распространенный и удобный подход заключается в том, чтобы охарактеризовать вертикальный профиль плотности/солености/температуры неким информативным скалярным параметром – так называемым «индексом стратификации». Этим термином в литературе обозначаются различные величины, зависящие от целей проводившихся исследований. Это может быть толщина слоя воды с плотностью (либо температурой) в определенном диапазоне значений [Yashalaev, 2007; Frey et al, 2017; Morozov et al, 2018;] для классификации водных масс. Также в качестве величины, характеризующей стратификацию, используется максимальный вертикальный градиент плотности, либо обратная к нему величина, либо максимальное значение частоты плавучести (Вяйсяля – Брента) [Yashalaev, 2007; Kurkina et al., 2011; 2017a;b;c]. Для решения задач оценки скорости фотосинтеза и классификации фитопланктонных сообществ и их сезонных изменений используется индекс стратификации, определяемый как разница между температурой пробы и климатологическим прогнозом температуры на референсной глубине, например, 100 м, нормированная на смещение по глубине [Robinson et al., 2018]:

$$\delta S = (T_s - T_{100}) / (100 - z_s) \quad (2.2.1)$$

где δS — индекс стратификации, T_s — температура пробы, T_{100} — климатологическая температура воды на глубине 100 м, z_s — глубина отбора пробы. Для оценок влияния стратификации на продуктивность и динамику растворенного органического углерода индекс стратификации рассчитывали, как разницу между плотностью в приповерхностном слое и на фиксированной референсной глубине (200 м) [Behrenfeld et al., 2006; Santinelli et al., 2013]. В рассматриваемых бассейнах вариации запасов растворенного органического угле-

рода на глубине 0–50 м показали положительную корреляцию с определенным таким образом индексом стратификации. При анализе процессов формирования глубинных донных вод в Средиземном море использовалась интегральная формулировка для определения индекса стратификации [Estournel et al., 2016; Seyfried et al., 2017]:

$$SI_Z = \int_z^0 (\rho_0(Z) - \rho_0(z)) dz \quad (2.2.2)$$

где ρ_0 - потенциальная плотность, Z – опорный уровень, $z = 0$ соответствует поверхности моря. SI_Z измеряется в кг/м². $SI_Z = 0$ означает, что водяной столб перемешан по меньшей мере до глубины Z . Для Охотского моря в качестве Z может быть выбрано положение нижней границы деятельного слоя, которое, как правило, не выходит за пределы горизонта 300 м [Лучин 2007; Лучин и Круц, 2016].

В работах [Ladd and Stabeno, 2012; Ueno et al., 2020; Namada and Kim, 2021] индекс стратификации определяется как потенциальная энергия столба стратифицированной жидкости относительно смешанного состояния (Дж/м²) и записывается следующим образом:

$$I_D = - \int_{-D}^0 (\rho - \langle \rho \rangle) g z dz \quad \langle \rho \rangle = \frac{1}{D} \int_{-D}^0 \rho dz \quad (2.2.3)$$

где $\rho(z)$ — плотность морской воды, g – ускорение силы тяжести, D — толщина столба воды (глубина моря). I_D обращается в ноль, когда столб воды полностью перемешан по вертикали, и увеличивается по мере увеличения расслоенности столба воды. Когда обсуждается пространственная изменчивость стратификации, используют нормировку I на глубину D , чтобы уменьшить зависимость I от D :

$$I = - \frac{1}{D} \int_{-D}^0 (\rho - \langle \rho \rangle) g z dz \quad (2.2.4)$$

где I выражается в Дж/м³. Величина (2.2.4) представляет собой энергию, необходимую для полного перемешивания водяного столба единичного объема. Также для анализа часто применяют [Ladd and Stabeno, 2012] индекс температурной стратификации ($I_s(T)$), то есть потенциальную энергию столба воды, стратифицированного только по температуре, относительно смешанного состояния, предполагая, что соленость однородна (берется усредненная по всей толще воды соленость). Индекс соленостной стратификации ($I_s(S)$) рассчитывается с использованием усредненной по глубине температуры. Эти величины позволяют понять, как температура и соленость по отдельности влияют на выраженность стратификации.

В настоящем параграфе для анализа пространственной и сезонной изменчивости плотностной стратификации в водном бассейне на примере Охотского моря мы будем использовать формулировку (2.2.4) для индекса стратификации, поскольку она имеет ясный

физический смысл, особенно в контексте задач, связанных с динамикой внутренних гравитационных волн приливного генеза в рассматриваемом регионе и их влияния на окружающую среду. Кроме того, мы проведем вспомогательный волнометрический анализ температурно-соленостных характеристик водных масс. В нашем исследовании использовались данные солености и температуры за летний и зимний периоды из WOA18, усредненные за весь доступный период наблюдений. На их основе с помощью уравнения состояния морской воды TEOS10 (<http://teos-10.org/>) восстановлена потенциальная плотность морской воды. На рисунке 2.2.1 приведена расчетная сетка, горизонтальное разрешение которой составляет 1/4 градуса. Эти и другие карты здесь составлены с использованием программного обеспечения Ocean Data View [Schlitzer, 2021].

На рис. 2.2.2 – 2.2.6 показаны примеры профилей плотности для точек, отмеченных на карте. В мелководных зонах (рис. 2.2.2-2.2.4) с изменением сезона видны значительные изменения профиля плотности в поверхностном слое, летом диапазон изменения плотностей значительно шире, чем зимой. На больших глубинах (рис. 2.2.5-2.2.6) существенных изменений профиля плотности от сезона к сезону не наблюдается, наиболее заметные изменения сосредоточены в верхнем слое толщиной 100 – 200 м.

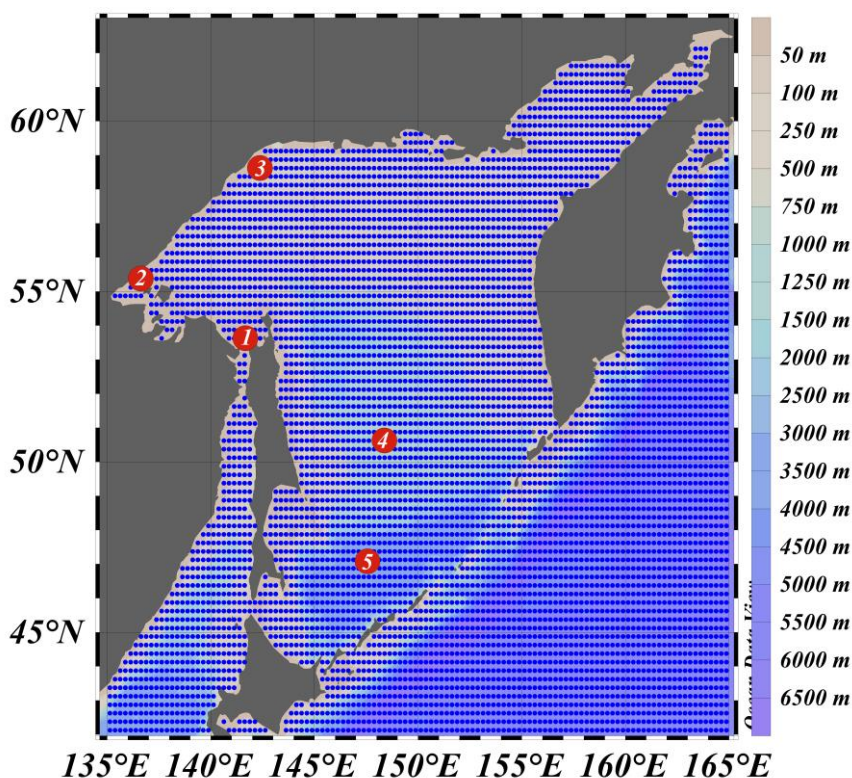


Рисунок 2.2.1. Горизонтальное разрешение данных WOA18 для Охотского моря.

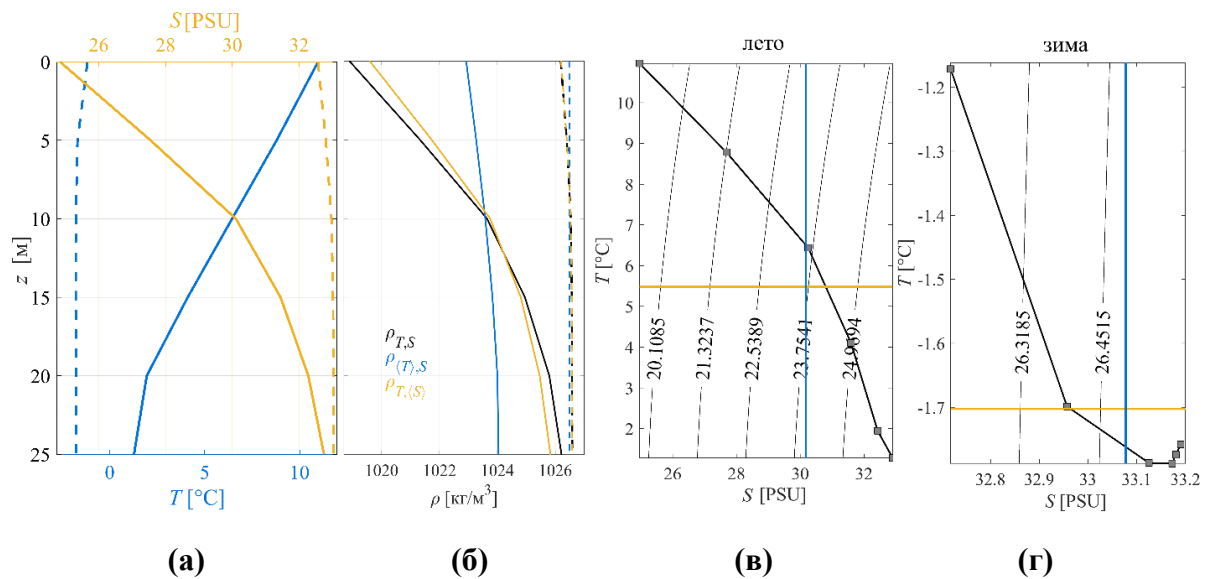


Рисунок 2.2.2. Слева направо: (а) - профили температуры, солености (сплошные линии – лето, пунктирные – зима); (б) - профили плотности: плотность, рассчитанная по наблюдаемой температуре и солености (черный цвет), по наблюдаемой температуре и усредненной по глубине солености (голубой цвет), а также по усредненной по глубине температуре и наблюдаемой солености (желтый цвет); (в) – (г) - термohалинная диаграмма, наложенная на контуры плотности для летнего и зимнего сезона (желтой линией показано среднее значение температуры, синей среднее значение солености). Все величины приведены для точки 1 на карте (рис.2.2.1)

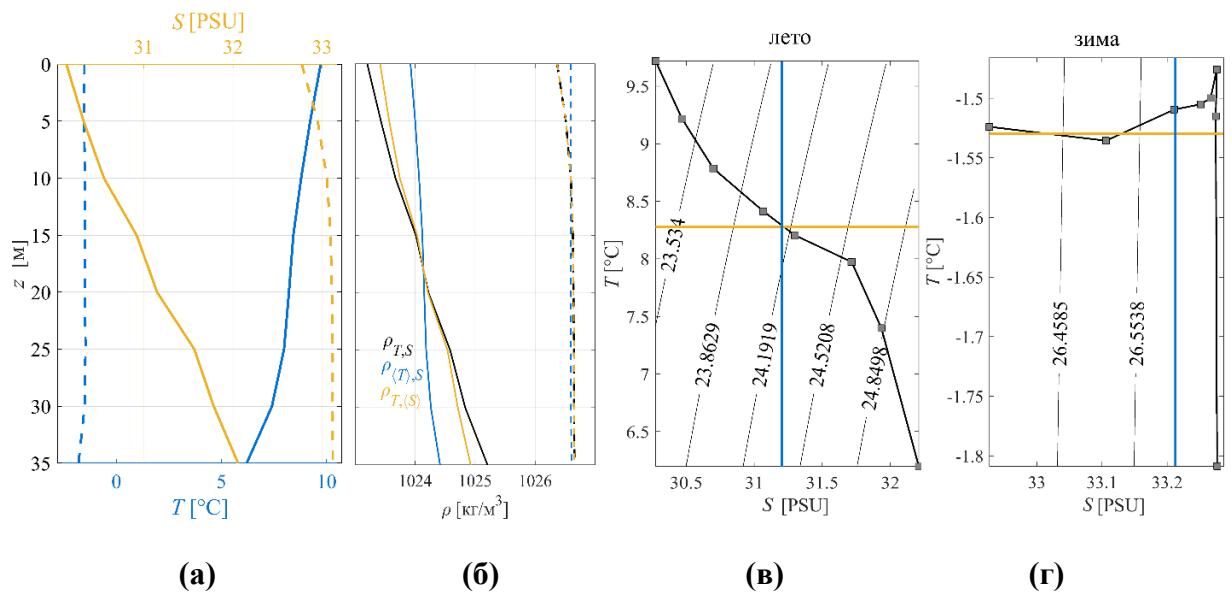


Рисунок 2.2.3. То же самое для точки 2 на рис. 2.2.1.

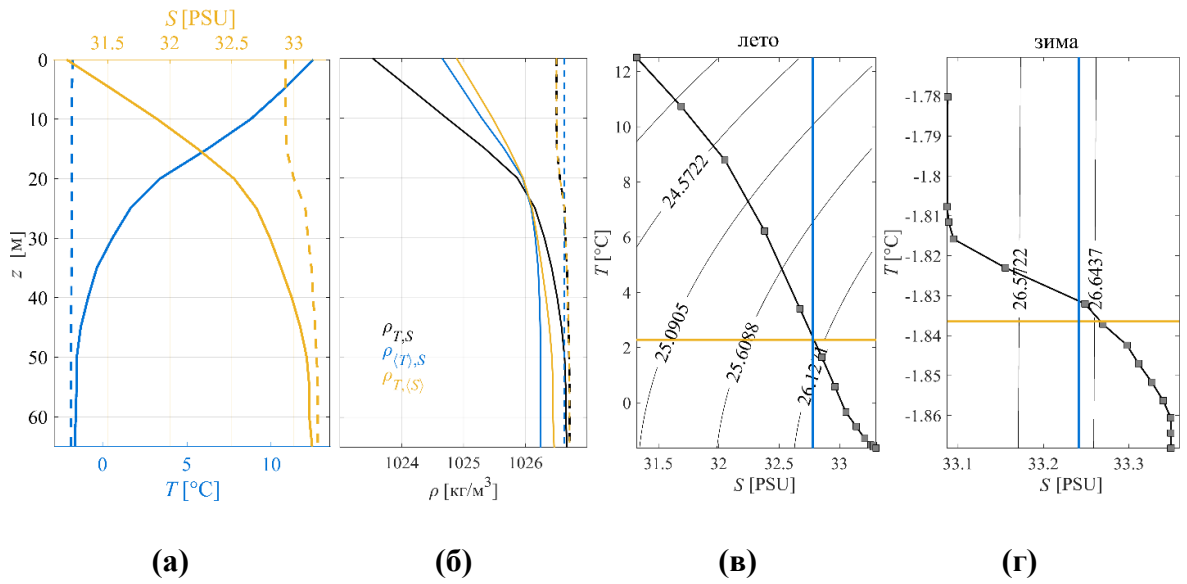


Рисунок 2.2.4. То же самое для точки 3 на рис. 2.2.1.

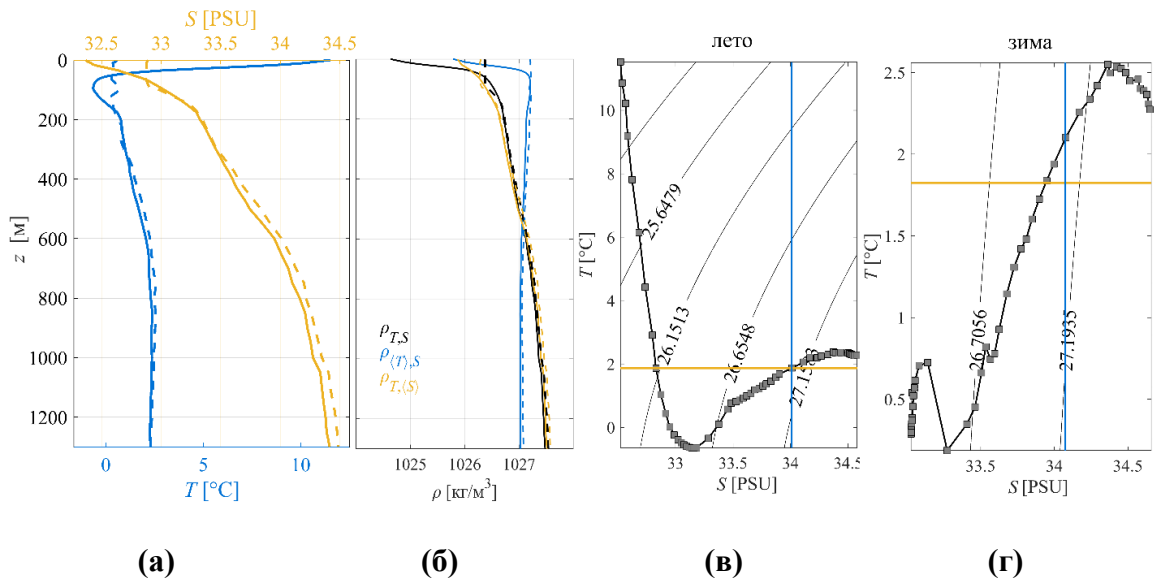


Рисунок 2.2.5. То же самое для точки 4 на рис. 2.2.1.

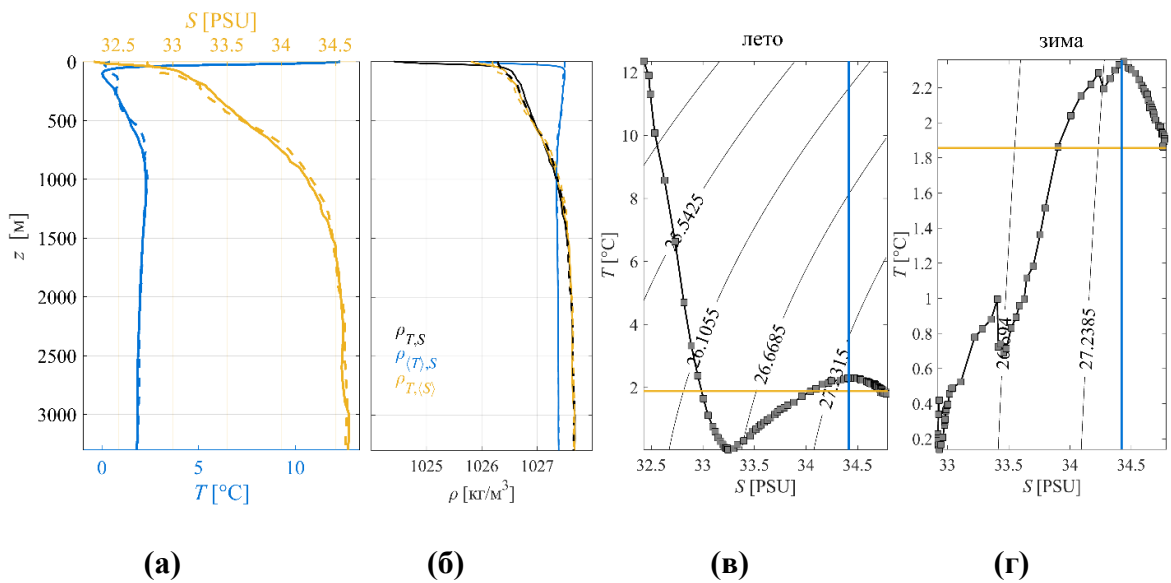


Рисунок 2.2.6. То же самое для точки 5 на рис. 2.2.1

На рис. 2.2.7 показаны профили потенциальной плотности для всего Охотского моря на основе данных атласа WOA18. Значения плотности в летний период лежат в диапазоне от 1025 до 1027.75 кг/м³; в зимний период плотность поверхностных вод увеличивается до 1025.5 кг/м³. Видно, что все линии достаточно плотно сгруппированы, однако на умеренных глубинах до 1000 м заметны отдельные кластеры профилей с выраженной слоистой стратификацией с числом слоев до 4 или 5, особенно в холодный сезон.

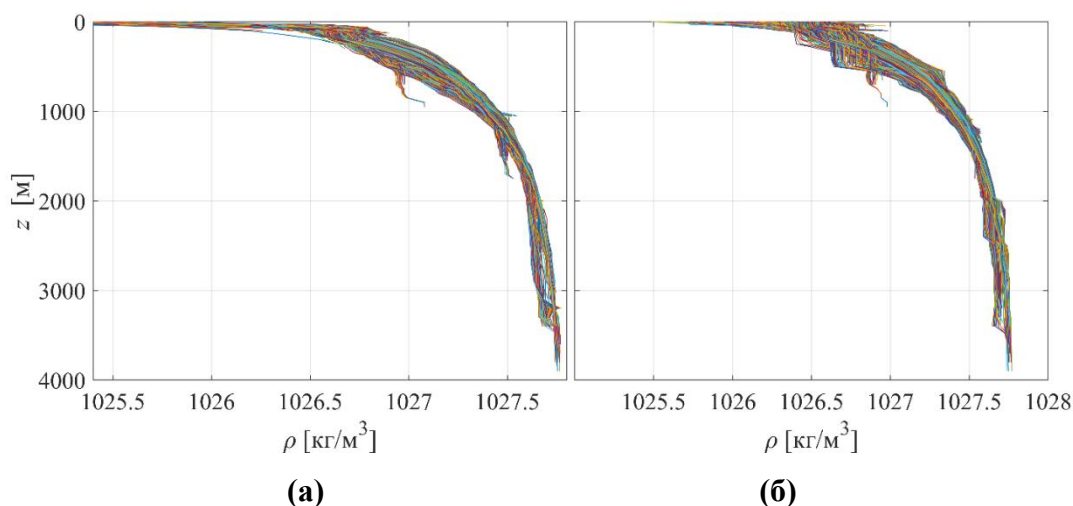


Рисунок 2.2.7. Профили плотности для лета (а) и для зимы (б) по данным атласа WOA18 для всего Охотского моря.

Для детализации представлений о структуре водных масс Охотского моря в рамках данных атласа WOA18 и возможности сравнения с другими источниками гидрологических данных мы построили статистические объемные термохалинные диаграммы для летнего и зимнего сезонов. Алгоритм их построения [Yashalaev, 2007; Watelet et al., 2020] основан на вычислении количества точек, попадающих в T - S -диапазоны, определяемые значениями температуры от -1.9°C до 17.4°C (для лета) и -1.9°C до 7.2°C (для зимы) и солёности от 19.4 PSU до 34.9 PSU (для лета) от 31.8 PSU до 34.8 PSU (для зимы) с числом разбиений 400 интервалов по каждой величине. Зависимости температуры и солёности от глубины при этом были интерполированы на равномерную сетку по вертикальной координате с шагом 1 м. Фрагменты T,S -диаграмм в наиболее значимых диапазонах температуры и солёности показаны на рис. 2.2.8, сегменты которого демонстрируют трансформацию водных масс от зимы к лету. Полученные результаты хорошо согласуются с полученными ранее по другим наборам данных [Плотников и Юрасов, 1998; Гладышев и Хен, 2004]. На рис. 2.2.8 ярко выделяются кривые тихоокеанских и охотоморских вод, кроме того видны дополнительные сложные T,S -структуры, которые, возможно, соотносятся с многослойными плотностными

профилями, хорошо различимыми на рис. 2.2.7, на основе которых была предложена многослойная параметризация вертикальных профилей плотности в Охотском море [Макаров и Будаева, 2009; Круц и Лучин, 2013; Лучин и Круц, 2016].

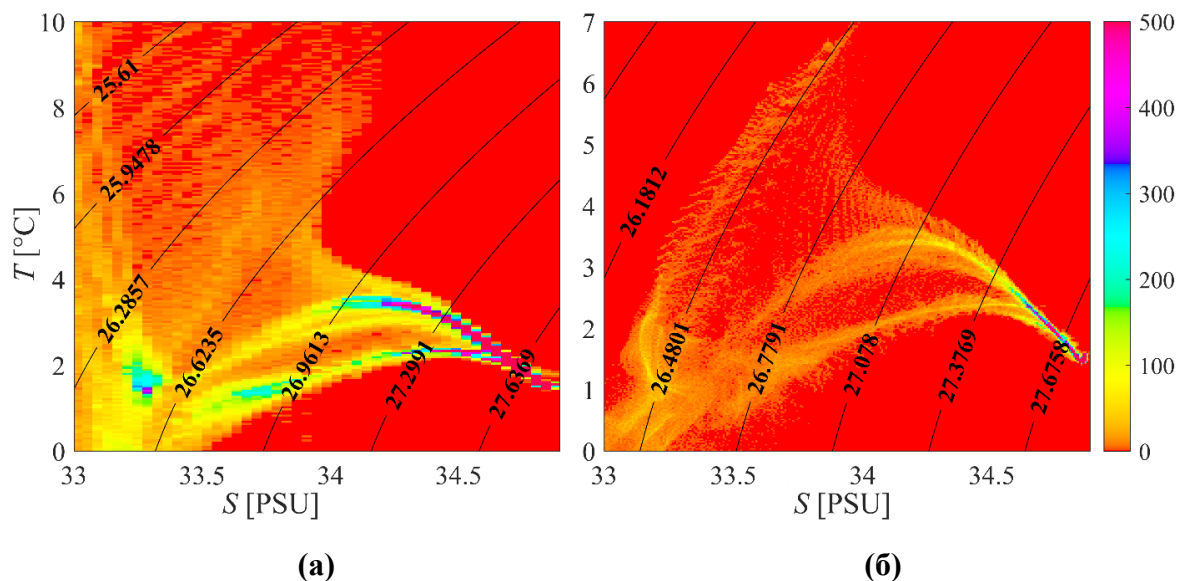


Рисунок 2.2.8. Фрагмент волюметрической T - S диаграмма для Охотского моря по данным атласа WOA18. а - лето, б - зима.

Области с более сильной, ярко выраженной стратификацией, либо области более перемешанных, однородных по вертикали вод мы будем выделять с помощью индекса стратификации по формуле (2.2.4), представляющей значение потенциальной энергии, необходимое для перемешивания столба стратифицированной воды единичного объема. Чтобы исследовать пространственную изменчивость, величина I рассчитывается по обобщенным гидрологическим данным о температуре и солености для многолетних данных лета и зимы из международного атласа WOA18. Профили плотности, в которых преобладали инверсии, не учитывались при анализе. Также при обработке результатов учитывались только точки Охотского моря, а точки Тихого океана отбрасывались, хотя они показаны на картах для наглядности.

На рис. 2.2.9 приведены карты индекса стратификации в Охотском море для летнего и зимнего сезона, а на рис. 2.2.10 – гистограммы распределения значений I . Значения этой величины в рассматриваемой акватории лежат в диапазоне от 0 до 3300 Дж/м³. Максимальные значения I для Охотского моря в периоды тепловых экстремумов довольно близки и составляют 3132 Дж/м³ в зимний период и 3339 Дж/м³ в летний, средние соответственно равны 288 Дж/м³ и 345 Дж/м³. Из сравнения гистограмм распределения значений индекса стратификации и по картам видна разница между сезонами, летом индекс стратификации

$$\delta_{season} = \left| \frac{I^{summer} - I^{winter}}{I^{summer}} \times 100\% \right|$$

Эти результаты подтверждаются данными на рис. 2.2.2–2.2.6, где по вертикальным распределениям плотности видно, что для глубоководных районов профиль плотности изменяется незначительно от сезона к сезону.

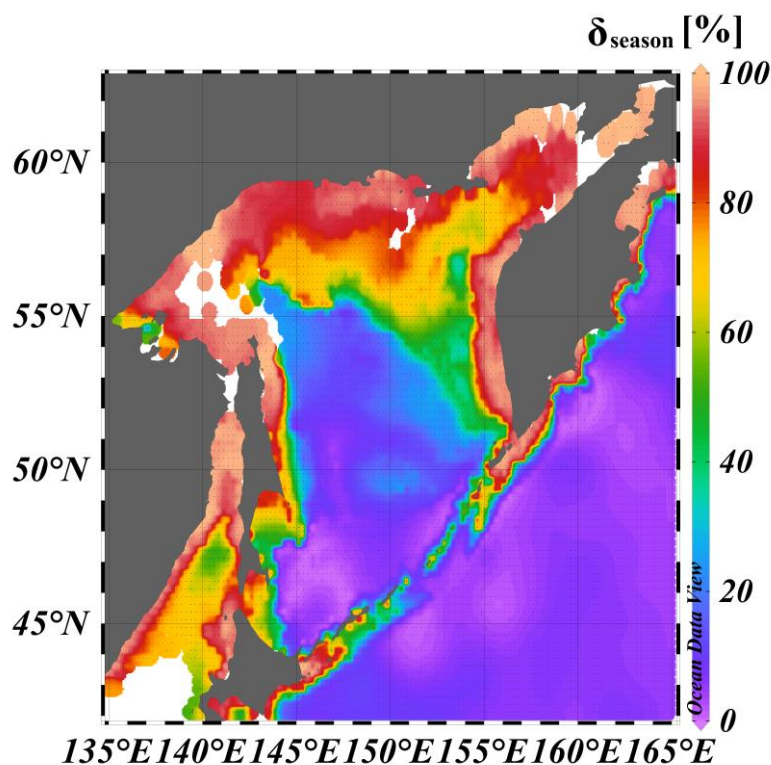


Рисунок 2.2.11. Относительная разница значений индекса стратификации δ_{season} между летом и зимой.

На рис. 2.2.12 показана зависимость индекса стратификации от глубины. Можно отметить, что для глубин примерно до 1000 м кривая тренда зависимости $I(D)$ имеет выпуклость вниз, а для глубин больше 1000 м – выпуклость вверх. Зависимость индекса стратификации от глубины в Охотском море описывается функцией

$$I = a + b \cos(wD / D_0) + d \sin(wD / D_0) \quad (2.2.5)$$

где $D_0 = 100$ м, $a = 1352 \pm 28$ Дж/м³, $b = -1320 \pm 22$ Дж/м³, $d = 1029 \pm 94$ Дж/м³, $w = 0.066 \pm 0.003$ для лета и $a = 1320 \pm 24$ Дж/м³, $b = -1375 \pm 16$ Дж/м³, $d = 716 \pm 88$ Дж/м³, $w = 0.073 \pm 0.003$ с 99% доверительным интервалом. Результат аппроксимации показан на рисунке 2.2.12. Коэффициент достоверности для летнего и зимнего периода составляет $R^2 = 0.98$.

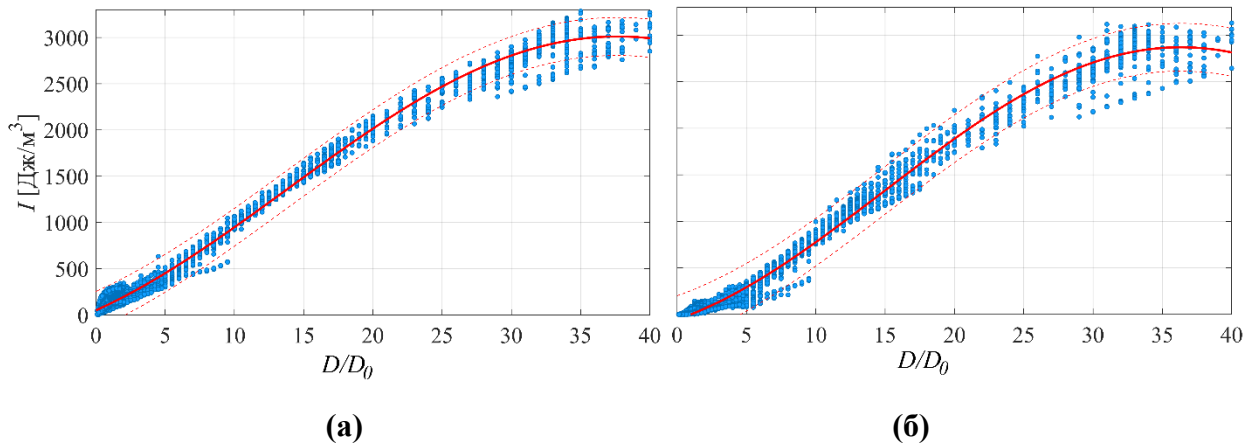


Рисунок 2.2.12. Зависимость индекса стратификации I от глубины моря D летом (а) и зимой (б). Красная сплошная линия – аппроксимация функцией $I = a + b \cos(wD / D_0) + d \sin(wD / D_0)$, красным пунктиром показаны границы 99% доверительного интервала.

Индекс стратификации (2.2.4) может использоваться для параметризации зависимости кинематических параметров внутренних волн от стратификации плотности. Чтобы продемонстрировать это, были взяты массивы фазовой скорости длинных линейных внутренних волн для Охотского моря, рассчитанные на основе данных WOA18 по алгоритму описанному, например, в работе [Kurkina et al., 2017c], в которой приведены вычисления фазовой скорости по данным атласа GDEM v.3.0, а также функция описывающая зависимость фазовой скорости от глубины для Охотского моря. Параметризация фазовой скорости индексом стратификации в Охотском море аппроксимируется функцией

$$c = a(I/I_0)^{1/2}, \quad (2.2.6)$$

где $I_0 = 100$ Дж/м³, $a = 0.3374 \pm 0.0011$ м/с для лета и $a = 0.3505 \pm 0.0006$ м/с с 99% доверительным интервалом, показана на рисунке 2.2.13. Полученная аппроксимирующая функция очень точно описывает исходные точки (коэффициент достоверности $R^2 > 0.99$ как для летнего сезона, так и для зимнего) и может быть использована для упрощенных, быстрых оценок значений фазовой скорости длинных внутренних волн без численного решения дифференциальных уравнений – такие численные методы решения основной краевой задачи для линейных внутренних волн (1.2.7) подробно описаны в работах [Булатов и Владимир, 2007; Булатов и Владимир, 2015; Булатов и др., 2021].

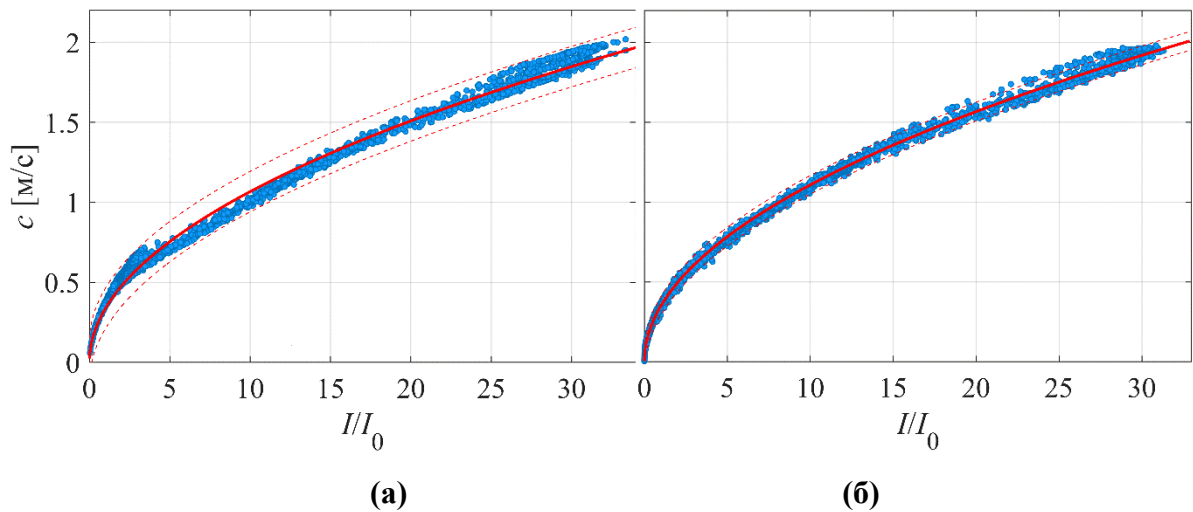


Рисунок 2.2.13. Зависимость фазовой скорости c от индекса стратификации I/I_0 летом (а) и зимой (б). Красная сплошная линия – аппроксимация функцией $c = a(I/I_0)^{1/2}$, красным пунктиром показаны границы 99% доверительного интервала.

Интересно отметить, что построенная параметризация скорости для длинных линейных внутренних волн по форме аналогична известной зависимости $c = (gD)^{1/2}$ для длинных поверхностных волн, только в качестве характеристики среды распространения для внутренних волн выступает индекс стратификации плотности морской воды (2.2.4), который несет в себе информацию как о глубине моря, так и о вертикальном распределении плотности в точке в каждой географической точке. В дальнейшем интересно будет исследовать универсальность найденной зависимости и то, как меняется коэффициент a в формуле (2.2.6) в различных акваториях Мирового океана и насколько он зависит от используемого источника гидрологических данных.

2.3. Географическое и сезонное распределение приливных сил плавучести в контексте динамики внутренних волн

Генерация внутренних приливов тесно связано с действием массовой силы плавучести, возникающей при обтекании неровностей дна баротропным приливом. Фактически эта величина определяет переход приливной энергии от баротропной к бароклинной составляющей [Gustafsson, 2001].

Пространственное распределение массовой силы плавучести часто используется для определения положения возможных зон генерации внутренних волн в различных районах Мирового океана [Sherwin et al., 2002; da Silva et al., 2007; Magalhaes and da Silva 2012; Lozovatsky et al. 2012; Pichon et al., 2013; Bai et al., 2014; Vlasenko et al., 2014; Zhao et al., 2021; Wang et al., 2022; Svergun et al., 2023]. Например, в [Wang et al., 2022] представлен

расчет массовой силы плавучести для Южно-Китайского моря для приливных компонент M_2 и K_1 и показано, что полусуточная массовая сила плавучести значительно больше, чем для суточных приливов на рассматриваемой акватории. Типичные значения этой величины, как правило, не превышают $10 \text{ м}^2/\text{с}^2$, но могут достигать и нескольких десятков $\text{м}^2/\text{с}^2$ для отдельных географических районов с экстремальными приливами, таких как кромка шельфа Кельтского моря [Vlasenko et al., 2014]. В данной работе мы рассчитаем пространственное распределение массовой силы плавучести в Охотском море для приливных компонент K_1 и M_2 . Эти распределения отражают не только географическую изменчивость батиметрии и водных масс этого бассейна, но и сезонные колебания атмосферных и гидрографических особенностей региона.

Для расчета массовой силы плавучести мы используем формулу [Baines, 1973, 1982]:

$$F = -\frac{\bar{Q}\nabla D}{\omega D^2} \int_{-D}^0 zN^2(z)dz, \quad (2.3.1)$$

где \bar{Q} - максимальный горизонтальный поток воды (расход) для соответствующей приливной компоненты (выгружен из модели TPXO8 [Egbert and Erofeeva, 2002; Padman and Erofeeva, 2004]), D – как и ранее, локальная глубина моря, ∇D – градиент дна, полученный из атласа GEBCO (<https://www.gebco.net>), ω – соответствующая приливная частота, $N(z)$ – частота Вэйсяля-Брента (1.2.3). В настоящем разделе, как и выше, в параграфах 1.6 и 2.2 использовались данные солености и температуры за летний (июль-сентябрь) и зимний (январь-март) периоды из атласа WOA18 [Boyer et al, 2018], на основе которых, с помощью уравнения состояния морской воды TEOS10 (<http://teos-10.org/>) восстановлена потенциальная плотность морской воды и вычислена частота Вэйсяля-Брента (1.2.3).

Приливные явления в Охотском море связаны с распространением приливной волны со стороны Тихого океана через проливы Курильской гряды. Они вызывают существенные колебания уровня моря, скорости и направления течений. По характеру колебаний уровня здесь в различной степени проявляются все виды приливов: полусуточные, неправильные полусуточные, неправильные суточные и суточные. Динамика длинноволновых процессов, особенно на северо-восточном шельфе о. Сахалин, определяется в первую очередь особенностями приливного режима. Исследование течений на Одоптинской, Пильтун-Астохской и Венинской площадках позволило выделить шельфовую волну (разновидность топографических волн Россби) в суточных волнах K_1 и O_1 [Рабинович, 1984]. Сложный характер распространения приливных и шельфовых волн у восточного побережья о. Сахалин, их внутригодовая и межгодовая изменчивость (по данным натуральных наблюдений), а также суще-

ственная пространственная изменчивость гармонических постоянных основных приливных волн [Шевченко, 1996; Путов и Шевченко, 1998] вызывают затруднения при их численном моделировании [Kowalik and Polyakov, 1998], поскольку необходимо максимально полно учитывать имеющуюся информацию о значениях гармонических постоянных в различных точках района моделирования. Наибольший вклад в приливный поток в Охотском море вносят гармоники K_1 – лунно-солнечная деклинационная суточная составляющая, O_1 – лунная деклинационная суточная составляющая и M_2 – главная лунная полусуточная составляющая. При этом можно условно выделить районы с преобладанием той или приливной компоненты (см. рис. 2.3.1). В исследуемом районе в основном наблюдаются суточные, полусуточные и неправильные суточные приливы. [Мороз и др., 2010]. Смешанные приливы делятся на два типа: неправильные суточные и неправильные полусуточные. Неправильные суточные приливы близки к полусуточным. В течение месяца они сохраняют две полные и две малые воды в сутки, но в некоторые дни второе колебание уровня настолько незначительно, что период явления можно только условно считать полусуточным.

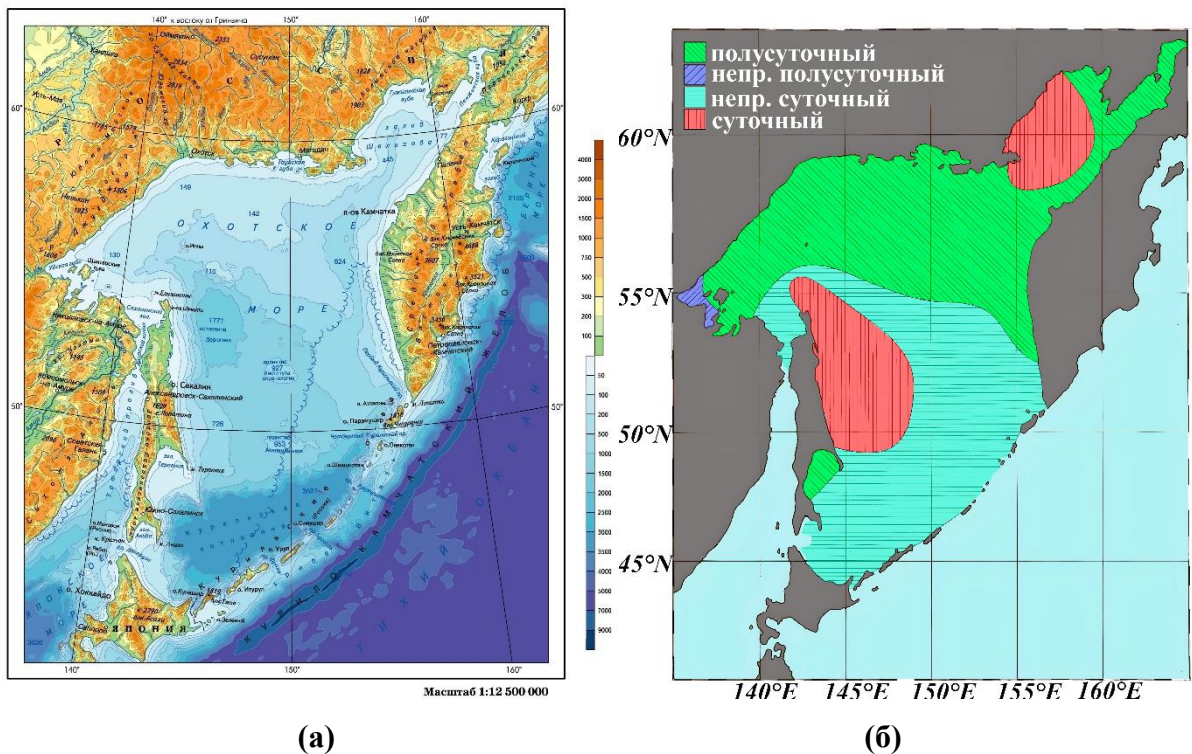


Рисунок 2.3.1. (а) - физическая карта Охотского моря [Клочко и др., 2004], (б) - зонирование Охотского моря по типам смешанных приливов с преобладанием тех или иных компонент. Адаптировано из [Мороз и др., 2010].

Как описано выше, на основе данных о распределении плотности, максимального поперечного потока и батиметрии дна, дискретизированных на прямоугольной сетке, можно рассчитать значение массовой силы плавучести на каждом сегменте сетки. В то же

время, анализируя выражение (2.3.1) можно видеть, что при прочих равных условиях величина F достигает максимальных значений, когда градиент глубины дна велик и сонаправлен с вектором приливного потока. Сезонные изменения в выражении (2.3.1) определяются интегралом, зависящим от стратификации плотности морской воды. Подробный анализ пространственных и сезонных вариаций плотностной стратификации Охотского моря и их влияния на свойства короткопериодных нелинейных внутренних волн в этом водоеме приведен в статье [Куркина и др., 2017б] на основе атласа GDEM, а также в параграфе 3.3 на основе данных WOA18, где показано, что вертикальная структура водных масс Охотского моря претерпевает существенные сезонные колебания. Летние максимумы $N(z)$ в среднем в четыре раза превышают соответствующие максимумы зимой. Это должно обеспечить заметную разницу в величинах массовой силы плавучести, рассчитанных для разных сезонов.

Рассчитанные пространственные распределения величины F по формуле (2.3.1) в Охотском море характеризуются средними значениями порядка $0.02 \text{ м}^2/\text{с}^2$ для приливной составляющей M_2 и $0.07 \text{ м}^2/\text{с}^2$ для приливной составляющей K_1 (см. Таблицу 2.3.1). Скажем сразу, что оценки в Таблице 2.3.1 даны для всего региона, показанного далее на рисунках 2.3.2-2.3.7. Однако медиана F намного ниже среднего значения, около $0.005\text{--}0.006 \text{ м}^2/\text{с}^2$ для M_2 и $0.01 \text{ м}^2/\text{с}^2$ для K_1 , что указывает на сильную положительную асимметрию распределений. До 80% значений F меньше среднего для всех приливных компонент и сезонов. С точки зрения суммарной силы, менее 16% площади вносят вклад в более чем 63% общего баротропного приливного воздействия для компоненты K_1 . Аналогичные оценки для других приливных компонент для разных сезонов приведены в табл. 2.3.1.

Географическое распределение величины F (рис. 2.3.2 – 2.3.4) показывает усиленное воздействие бароклинного прилива в районах с резкими изменениями рельефа дна, таких как шельф, подводные каньоны и хребты. На рис. 2.3.2 а,б показано пространственное распределение F , рассчитанное по формуле (2.3.1), для Охотского моря для приливной компоненты K_1 . Максимальные значения массовой силы плавучести распределены вблизи Курильских островов, по периметру Курильской котловины и севернее острова Сахалин над котловиной Дерюгина. Для этих районов характерны резкие батиметрические градиенты. Следует отметить, что в районе шельфа Камчатского полуострова также расположено много дискретных участков, где значения массовой силы плавучести высоки. На рис. 2.3.2 б видно, что зимой в некоторых районах значения массовой силы плавучести уменьшаются, например, это характерно для Сахалинского залива, района Пенжинской губы и пролива Лаперуза. С другой стороны, зимой области высоких значений в районе Курильской котловины несколько расширяются.

Таблица 2.3.1 – Характеристики пространственного распределения массовой силы плавучести для различных приливных компонент для летнего и зимнего сезонов

		F_{\max} [М ² /с ²]	F_{mean} [М ² /с ²]	F_{median} [М ² /с ²]	% точек, где $F <$ F_{mean}	% суммарной силы, обеспеченной значе- ниями $F > 0.1 \text{ М}^2/\text{с}^2$	% точек, где $F > 0.1$ М ² /с ²
К ₁	Лето	8.18	0.08	0.015	82.8	63.7	15.8
	Зима	8.08	0.07	0.011	83.2	61.8	14.5
О ₁	Лето	7.43	0.06	0.011	83.4	60.2	13.7
	Зима	6.40	0.06	0.009	84.2	53.3	7.2
М ₂	Лето	1.70	0.02	0.007	78.9	38.8	3.5
	Зима	2.33	0.02	0.005	81.7	39.9	3.7

Для компоненты М₂ пространственное распределение массовой силы плавучести для лета и зимы показано на рисунках 2.3.4 а,б соответственно. По сравнению с рассмотренными результатами для компоненты К₁ в районе исследований полусуточная массовая сила плавучести значительно меньше, чем для суточных приливов. Максимальные значения F для М₂ также распределены у Курильских островов, по периметру Курильской котловины, а для летнего сезона (рис. 2.3.4 а) еще можно выделить области больших значений в Сахалинском заливе и Пенжинской губе.

Как было сказано выше, различия в пространственном распределении приливной массовой силы плавучести между суточной и полусуточной компонентами весьма существенны, что подтверждает рис. 2.3.4, где показано относительное различие для пар приливных компонент в виде

$$\delta_{K_1 M_2} = \frac{|F_{K_1} - F_{M_2}|}{F_{M_2}} \times 100\% \quad (2.3.2)$$

Относительная разница значений массовой силы плавучести для К₁ и М₂ превышает 100% для большей части акватории Охотского моря.

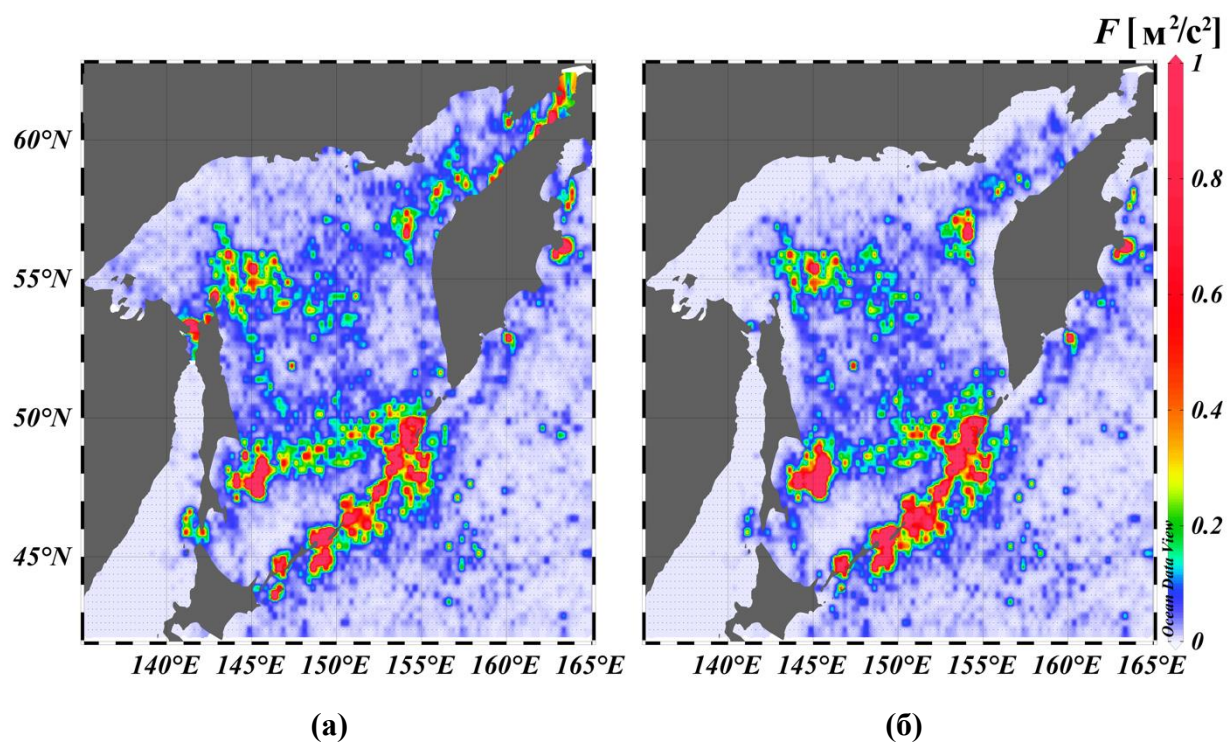


Рисунок 2.3.2. Рассчитанные карты массовой силы плавучести для суточной (K_1) компоненты прилива (а) для летнего и (б) зимнего сезонов.

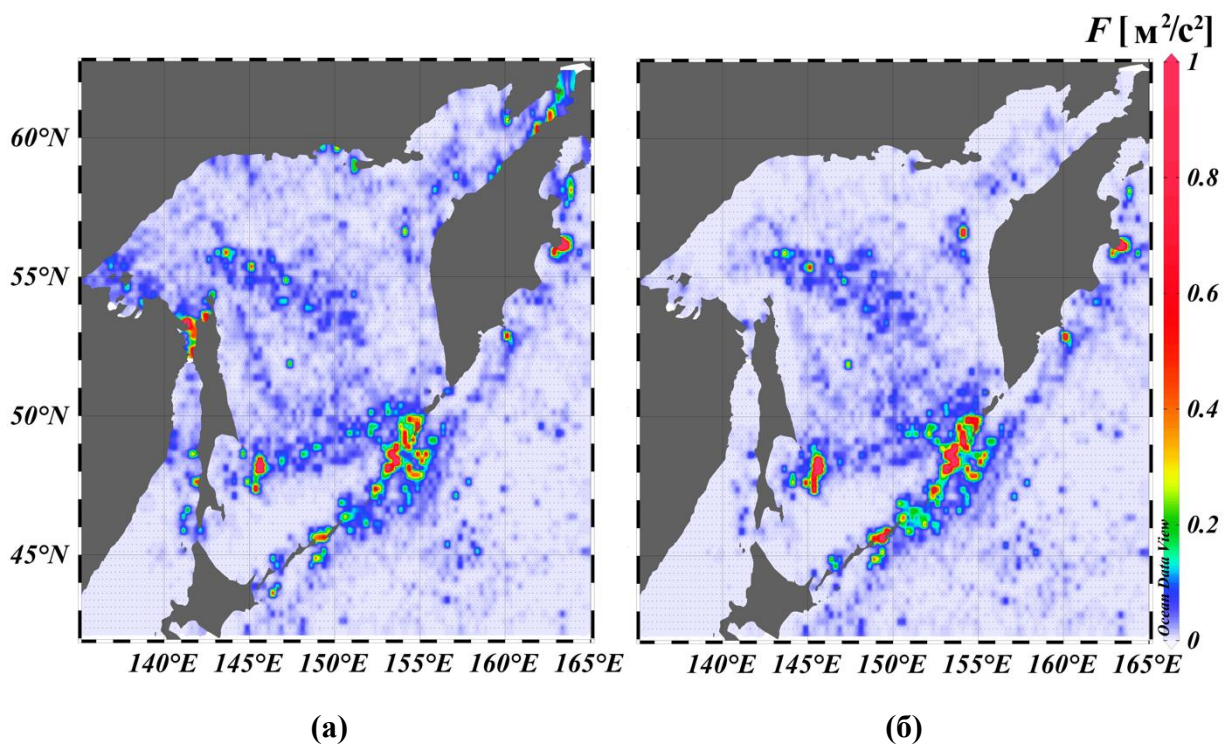


Рисунок 2.3.3. Рассчитанные карты массовой силы плавучести для лунной полусуточной (M_2) компоненты прилива (а) для летнего и (б) зимнего сезонов.

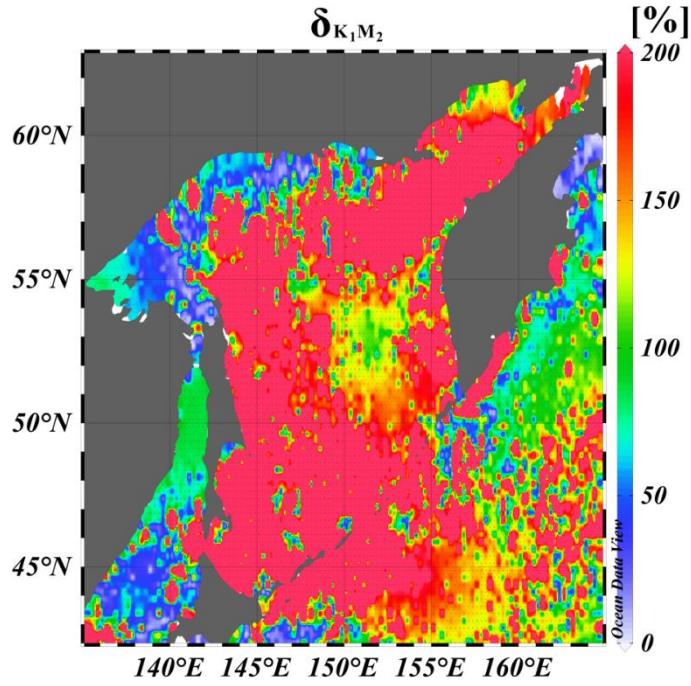


Рисунок 2.3.4. Относительная разность величины массовой силы плавучести для компонент прилива K_1 и M_2 в Охотском море в летний период.

В мелководных районах значения массовой силы плавучести очень чувствительны к сезону. Это хорошо видно из рис. 2.3.5, на котором показано относительное различие массовой силы плавучести летом и зимой для приливной компоненты K_1 в Охотском море. При расчете относительной сезонной разности $\delta_{зима,лето}$ вклад вносят только интегральные коэффициенты, определяемые стратификацией плотности морской воды.

$$\delta_{зима,лето} = \frac{|F_{лето} - F_{зима}|}{(F_{лето} + F_{зима})/2} \times 100\% = \frac{\int_{-H}^0 z |N_{лето}^2(z) - N_{зима}^2(z)| dz}{\int_{-H}^0 z (N_{лето}^2(z) + N_{зима}^2(z)) dz / 2} \times 100\%. \quad (2.3.3)$$

Наиболее выраженные относительные сезонные изменения наблюдаются на глубинах до 1000 м. Абсолютная разность значений F для разных сезонов, определяемая выражением

$$\Delta_{зима,лето} = |F_{лето} - F_{зима}| = \left| \frac{-\bar{Q}\nabla D}{\omega D^2} \left(\int_{-D}^0 z N_{лето}^2(z) dz - \int_{-D}^0 z N_{зима}^2(z) dz \right) \right|, \quad (2.3.4)$$

достигает максимальных значений в тех же областях, где значения самих сравниваемых величин высоки (рис. 2.3.6).

Для построения карт значений массовой силы плавучести для различных приливных компонент нами разработан программный комплекс с графическим пользовательским интерфейсом [Кокоулина и др., 2022], данное настольное приложение доступно по запросу.

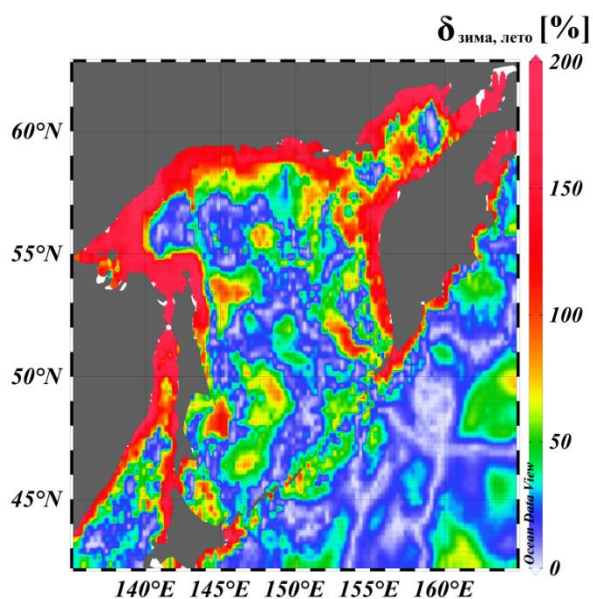


Рисунок 2.3.5. Пространственное распределение относительной разности $\delta_{\text{зима, лето}}$ между значениями массовой силы плавучести для лета и зимы для любой приливной составляющей.

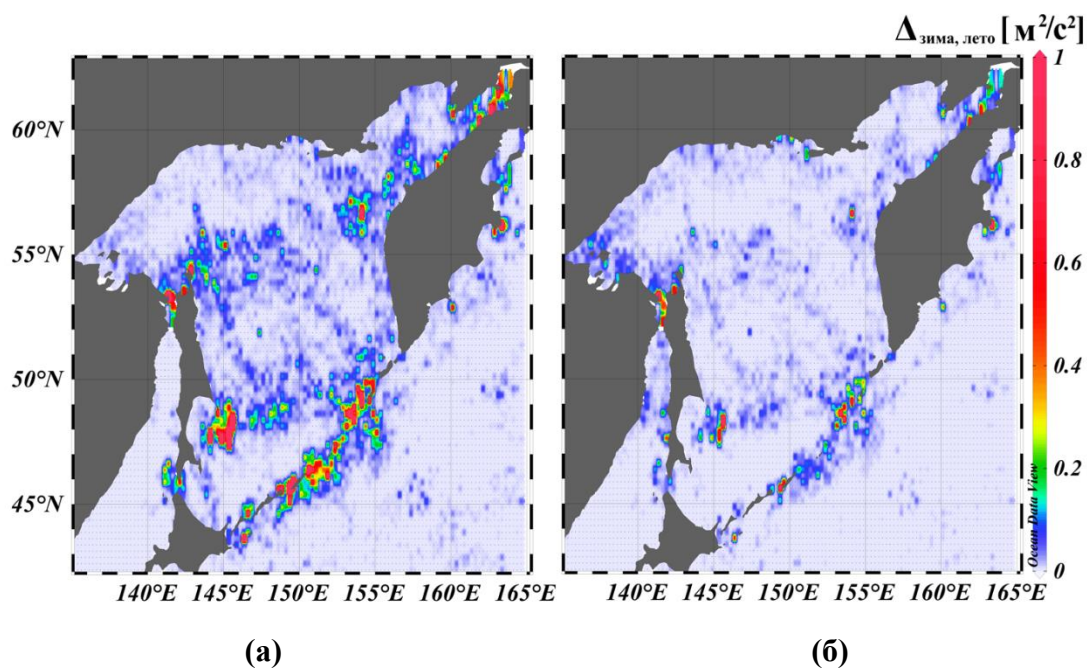


Рисунок 2.3.6. Абсолютная разность $\Delta_{s, w}$ между значениями массовой силы плавучести летом и зимой (а) для K_1 , (б) для M_2

Итак, в данном параграфе построены карты пространственного распределения массовой силы плавучести для летнего и зимнего сезонов в Охотском море для основных приливных компонент. Показано, что суточная массовая сила плавучести значительно превышает силу полусуточных приливов практически повсеместно в области исследований. Характерные значения массовой силы плавучести в Охотском море не превышают $2 - 8 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$

². Максимальные значения данной величины характерны для районов с резким батиметрическим градиентом. Показано, что сезонное изменение стратификации плотности жидкости, очевидно, существенно влияет на пространственное распределение и величину массовой силы плавучести. Во всех случаях, медиана массовой силы плавучести меньше её среднего значения, и всё распределения F имеют положительную асимметрию, что указывает на то, что незначительная часть площади отвечает за передачу энергии от баротропных к бароклинным движениям. Это подтверждает известный вывод океанологов, что генерация внутренних волн происходит главным образом на свалах глубин, который мы конкретизируем для условий Охотского моря.

2.4. Заключение

В рамках данной главы проведен объемный статистический анализ термохалинной структуры вод Охотского моря, построены карты распределения индекса стратификации плотности морской воды для летнего и зимнего сезона в Охотском море. Показано, что в глубоководных районах относительная разность этой величины от сезона к сезону незначительная, по сравнению с изменением индекса стратификации в мелководных районах (до 500 м). Максимальные значения индекса стратификации в Охотском море достигают более 3000 Дж/м³ как в летний, так и в зимний сезоны в Курильской котловине.

Показано, что существует сильная корреляция между скоростью распространения длинных внутренних волн и индексом стратификации плотности морской воды. На этой основе предложен эффективный метод оценки скорости длинных внутренних волн на основе рассчитанного индекса стратификации плотности морской воды. Он может быть применен и для расчета других кинематических и нелинейных характеристик поля внутренних волн в различных акваториях Мирового океана.

Построены карты пространственного распределения массовой силы плавучести для летнего и зимнего сезонов в Охотском море для основных приливных компонент K_1 и M_2 . Показано, что суточная массовая сила плавучести значительно превышает силу полусуточных приливов практически повсеместно в области исследований. Максимальные значения данной величины характерны для районов с резким батиметрическим.

Результаты проведенных расчетов позволяют выделить районы, где происходит увеличение всех кинематических и динамических характеристик волновых полей, поэтому полученные карты можно использовать для предварительных оценок возможных эффектов, включая планирование численных экспериментов.

Глава 3. Атлас кинематических параметров внутренних волн в Японском море

3.1. Введение

В данной главе будут изучены особенности плотностной стратификации Японского моря, как фона для развития процессов, связанных с внутренними волнами. В этом районе функционирует уже многие годы экспериментальный полигон «Мыс Шульца» Тихоокеанского океанологического института им. В.И. Ильичева ДВО РАН, на котором получены уникальные записи нелинейных внутренних волн, позволяющие проводить апробацию развиваемой теории. Особенности плотностной стратификации вод Японского моря и кинематических параметров внутренних волн, описаны в параграфе 3.2. Карты распределения возможных типов уединенных волн (солитонов) в Японском море представлены в параграфе 3.3.

Результаты этой главы опубликованы в статье [К8] и тезисах [К27; К28].

3.2. Средне-климатические характеристики внутренних волн в Японском море

Этот параграф посвящен описанию особенностей плотностной стратификации Японского моря, её изменчивости по сезонам, как фона для развития процессов, связанных с внутренними волнами, а также построенных на основе средне-климатических гидрологических данных карт кинематических параметров внутренних волн.

Японское море – это полузамкнутое окраинное море Тихого океана, относящееся к наиболее крупным и глубоким морям мира. Одной из особенностей в общем теплого Японского моря является поступление холодной воды через Татарский пролив в мае – июне вследствие таяния льдов в холодном Охотском море. Поэтому, особенно в летний период, стратификации северной и южной частей Японского моря должны сильно отличаться друг от друга. Карта региона Японского моря с достаточно подробной батиметрией показана на рис. 3.2.1.

В качестве исходных данных использован цифровой климатологический атлас WOA18 [Boyer et al., 2018], откуда взяты данные солёности и температуры за летний и зимний периоды. На их основе рассчитаны карты особенностей стратификации плотности вод Японского моря, по усредненным данным за летний и зимний период с целью показать максимальную разницу в стратификации. Построенные карты и гистограммы опираются на реперные точки в атласе WOA18, их всего по Японскому морю – 1957. В гистограммах n – количество точек со значениями приводимой величины в выбранном интервале, весь диапазон значений делится на 100 интервалов.

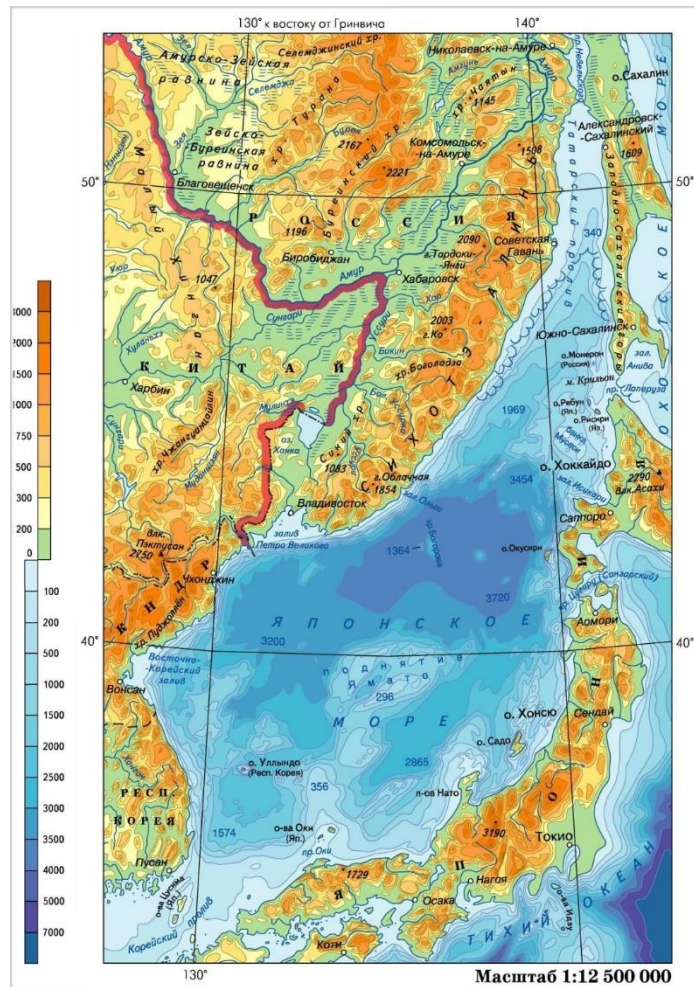


Рисунок 3.2.1. Физическая карта Японского моря [Клочко и др., 2004]

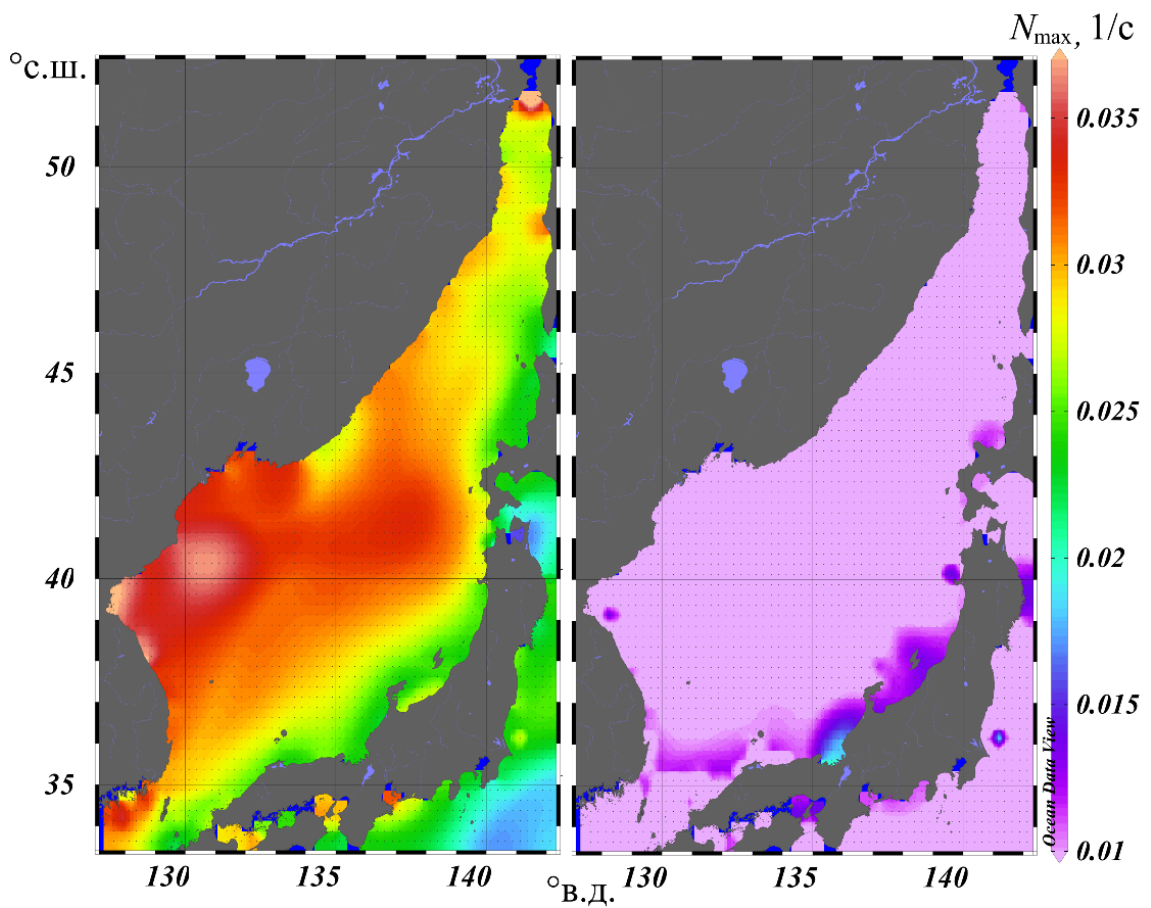
Для анализа плотностной стратификации морской воды с точки зрения ее влияния на параметры поля возможных внутренних гравитационных волн были построены карты максимальных значений частоты Вьяйсяля – Брента (плавучести), и карты глубины залегания максимума этой величины по всему Японскому морю для зимнего и летнего сезонов. Эти карты, представленные на рис. 3.2.2 и 3.2.3, демонстрируют, что плотностная стратификация Японского моря существенно зависит от сезона. Так летом происходит заметное увеличение (до 4 раз) значений N_{\max} по сравнению с зимним периодом вместе, при этом происходит уменьшение глубины залегания пикноклина. Значения максимума частоты Вьяйсяля – Брента летом имеет характерные величины от 0.025 с^{-1} до 0.04 с^{-1} . Этот достаточно большой максимум присущ почти всей центральной и юго-западной акваториям Японского моря. Зимой максимум частоты плавучести опускается до 0.01 с^{-1} практически по всей акватории моря, лишь немного подрастая до 0.017 с^{-1} у берегов о. Хонсю. Соответственно гистограммы, построенные для максимума частоты Вьяйсяля – Брента, показывают широкий разброс летом, от 0.017 с^{-1} до 0.04 с^{-1} с наиболее вероятным значением 0.032 с^{-1} , и узкое распределение максимума частоты зимой от 0.002 с^{-1} до 0.02 с^{-1} с наиболее вероятным

значением 0.07 с^{-1} . Следует отметить, что зимой наибольшие значения частоты плавучести группируются на юго-востоке моря, у побережья острова Хонсю и практически в береговой зоне залива Петра Великого, а также у мыса Шульца. Летом же у побережья о. Хонсю значения максимума частоты Вьяйсяля – Брента меньше, чем у юго – западного берега моря.

Глубины залегания максимума частоты плавучести (рис. 3.2.3) летом, при прогреве, меняются в основном от 7 до 35 м. На западном шельфе моря глубина залегания максимума в основном составляет 15 – 20 м, плавно сдвигаясь к 7 – 10 м в прибрежной зоне, а в юго – восточной зоне это 30 – 35 м, особенно у южного берега. У южного побережья о. Хоккайдо глубина залегания частоты Вьяйсяля – Брента вообще достигает 45 м. Здесь глубоко прогретое море и выделен основной пикноклин.

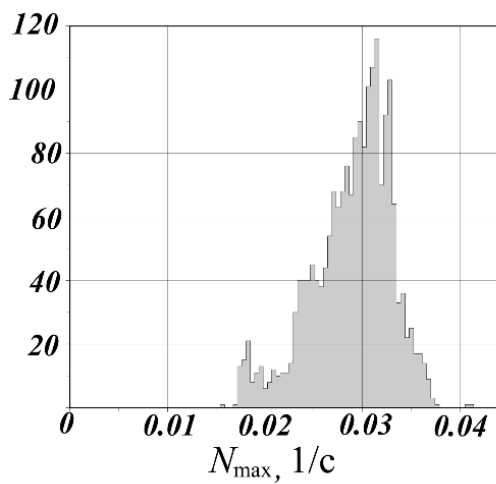
Зимой карта горизонта залегания N_{\max} имеет ярко выраженные зоны однородных глубин. Это определяется как батиметрией (выделяется плато Ямато), так и другими географическими условиями (впадение рек, течения и пр.). Летом, как видно из рис. 3.2.3с, распределение глубины залегания максимума частоты Вьяйсяля – Брента очень узкое 0 - 35 м, и очень широкое зимой. Основная глубина здесь у поверхности моря, но сравнимые максимумы в гистограмме достигаются на глубинах 50, 70 и 120 м.

Используемая нами модель динамики внутренних волн основана на решении уравнения Гарднера с переменными коэффициентами, зависящими от гидрологии и глубины океана – она описана в разд. 1.3. Коэффициенты уравнения Гарднера находятся в квадратурах от модовой функции, ее производных и нелинейной поправки к ней, то есть, в конечном счете, определяются вертикальной плотностной стратификацией жидкости и скоростью течения, что также приведено в разд. 1.3 – см. формулы (1.3.10), (1.3.15). Следует отметить, что коэффициент дисперсии β в уравнении (1.3.12) всегда положительный. Но оба коэффициента нелинейности (α , α_1) могут менять знак при соответствующих глубинах и стратификациях, что уже отмечалось в разд. 1.3. Так, при отрицательном знаке кубической нелинейности α_1 уединенные волны (солитоны) имеют полярность, совпадающую по знаку с коэффициентом квадратичной нелинейности и ограничены по амплитуде амплитудой предельного или толстого солитона (1.3.18). В случае положительной кубической нелинейности α_1 в рамках уравнения Гарднера могут существовать солитоны обеих полярностей, только солитоны с амплитудой, противоположной знаку квадратичной нелинейности, не могут иметь амплитуду меньше амплитуды алгебраического солитона (1.3.19). Возможные ветви семейства решений для различных сочетаний знаков коэффициентов квадратичной и кубической нелинейности уравнения Гарднера показаны на рис. 1.3.1.

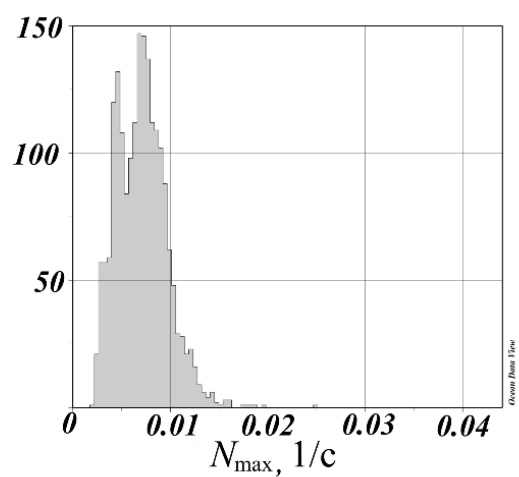


(а)

(б)

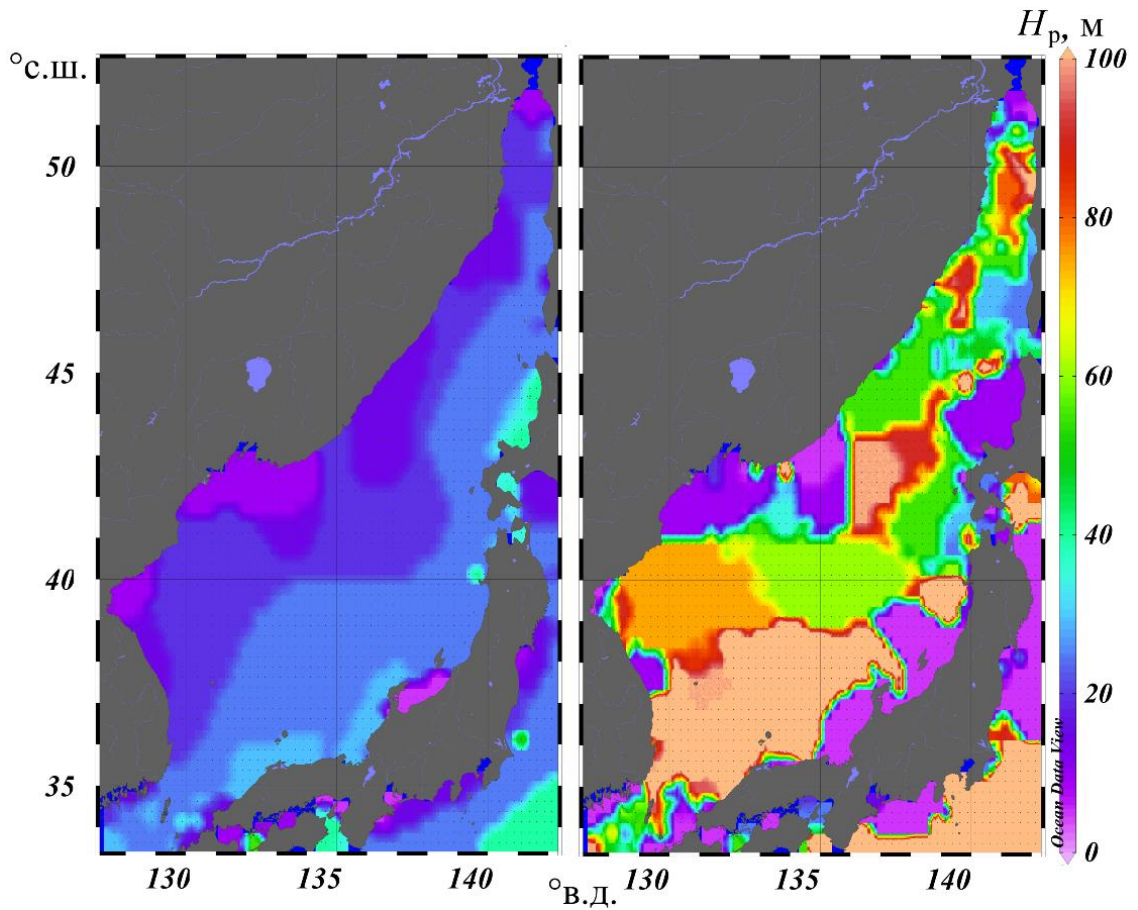


(в)



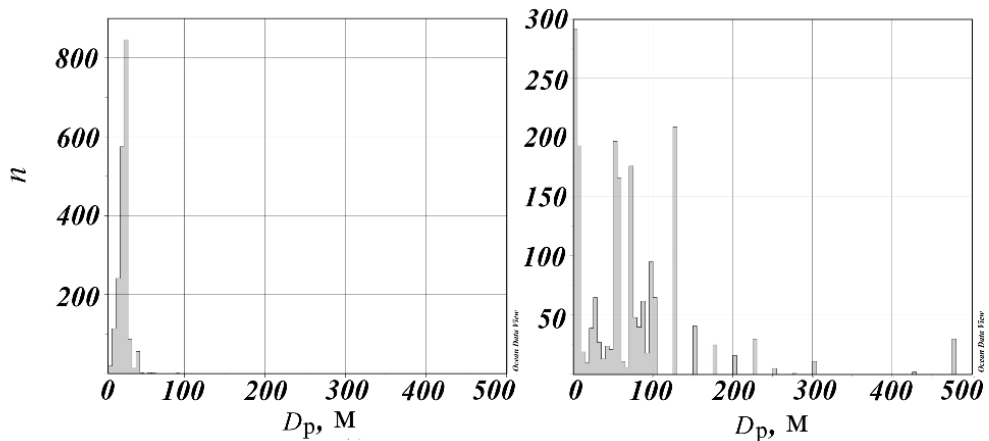
(г)

Рисунок 3.2.2. (а, б) Пространственные распределения максимального значения в профиле плавучести N_{\max} [1/с]; (в, г) гистограммы распределения значений N_{\max} (n – количество точек со значениями N_{\max} в выбранном интервале, весь диапазон значений делится на 100 интервалов, всего точек 1957); слева – лето, справа – зима.



(а)

(б)



(в)

(г)

Рисунок 3.2.3. (а, б) – Карта глубин залегания D_p [м] максимальной частоты плавучести N_{max} ; (в, г) – гистограмма распределения значений D_p . (слева – лето, справа – зима).

Характеристики локализованных нелинейных внутренних волн зависят от коэффициентов уравнения Гарднера, и, как уже говорилось, в конечном счете, от стратификации. Поэтому важно знать географическое распределение коэффициентов эволюционной модели в исследуемых акваториях для понимания того, волны какого типа могут существовать

в той или другой части моря. Для этого нами синтезируются карты параметров внутренних волн. Атлас кинематических параметров внутренних волн включает в себя карты скорости распространения длинных линейных внутренних волн – c , карты квадратичного α и кубического α_1 коэффициентов нелинейности, карты коэффициента дисперсии β – для различных сезонов. На их основе исследованы возможные формы солитонов внутренних волн в Японском море.

Карты параметров модели далее приводятся только для низшей, основной, моды, которая наиболее ярко проявляется в натуральных условиях. Карты линейных параметров внутренних волн – скорости распространения длинных внутренних волн, c , и дисперсии β представлены на рис. 3.2.5 а,б и 3.2.7 а,б, соответственно. Их сезонные изменения здесь достаточно контрастны, и скорость, и дисперсия волн летом всюду выше, чем зимой, хотя основные особенности их географического распределения не изменяются от сезона к сезону. Эти параметры, в основном, в Мировом океане определяются батиметрией [см. например Kurkina et al., 2017a], но для Японского моря это не так. Основная глубина более 3 километров здесь лежит в котловине в северной части моря, а линейные параметры достигают максимальных значений в южной части моря, в зоне с более ярко выраженной стратификацией. В северо-западной части моря скорость внутренних волн не превышает 0.8 м/с летом, а в юго-восточной части скорость в два раза больше и достигает 1.6 м/с. Зимой скорость распространения внутренних волн в северо-западной части моря меняется от 0.4 до 0.2 м/с, в то время как на юго-востоке максимум скорости по-прежнему высок и достигает 1.3 м/с. Гистограммы скорости распространения длинных внутренних волн представлены на рис. 3.2.5с,d. Хотя разброс скоростей и летом, и зимой одинаков, но пик наиболее часто встречающихся значений находится на скорости 0.85 м/с летом, а в «зимней» гистограмме присутствуют два пика на скоростях 0.2 м/с и 0.5 м/с.

Рисунки 3.2.6,а и 3.2.6,б демонстрируют корреляцию фазовой скорости, c , с глубиной моря летом и зимой. Здесь отчетливо выделяются по две ветви параметров скорости, c , ветвь меньших значений соответствует точкам Японского моря, а верхняя ветка – немногим точкам Тихого океана, которые при вырезании данных из атласа по прямоугольной области невольно попадают в обработку.

Рисунок 3.2.6 убедительно показывает отсутствие зависимости скорости распространения длинных внутренних волн от глубины свыше 200 м для Японского моря, хотя такая зависимость с небольшим разбросом вырисовывается для ветки Тихого океана. Также для значений скорости распространения c в Японском море для зимы характерна прямая корреляция с величиной максимума частоты Вэйсяля – Брента, которая отображена цветом на рис. 3.2.6, хотя для летнего сезона такой зависимости не наблюдается.

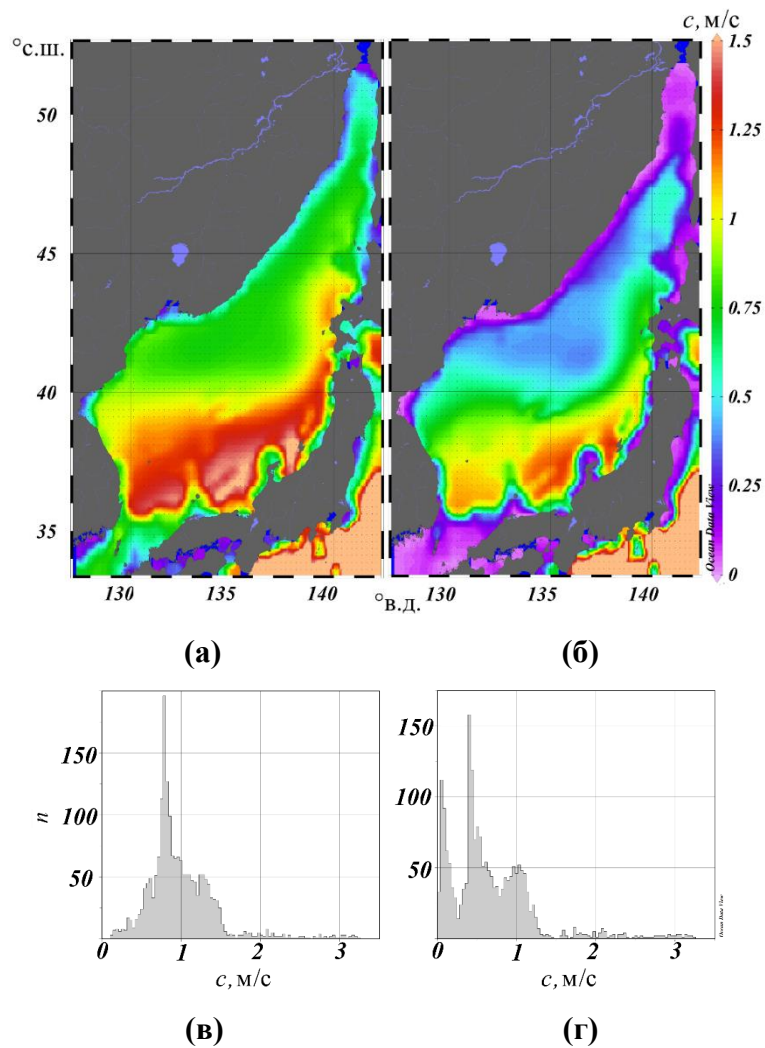


Рисунок 3.2.5. (а, б) – карта скоростей распространения c [м/с] длинных внутренних волн низшей линейной моды, (в, г) – гистограмма распределения значений c . (слева – лето, справа – зима).

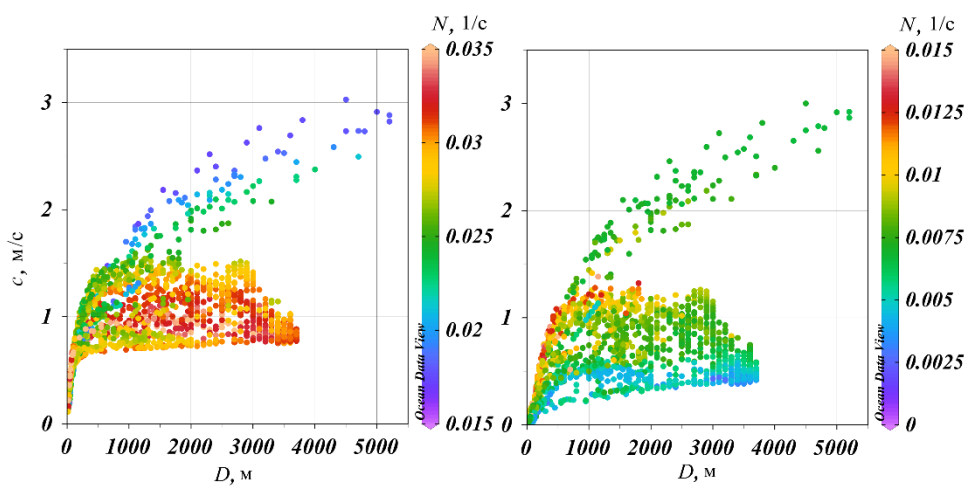


Рисунок 3.2.6. Скорость распространения длинных внутренних волн, c , в зависимости от глубины моря, D , цвета указывают значения N_{\max} . (а – лето, б – зима).

Рисунок 3.2.6 убедительно показывает отсутствие зависимости скорости распространения длинных внутренних волн от глубины свыше 200 м для Японского моря, хотя такая зависимость с небольшим разбросом вырисовывается для ветки Тихого океана. Также для значений скорости распространения c в Японском море для зимы характерна прямая корреляция с величиной максимума частоты Вэйсяля – Брента, которая отображена цветом на рис. 3.2.6, хотя для летнего сезона такой зависимости не наблюдается.

Параметр дисперсии (рис. 3.2.7) также сильно зависит от сезона в центральной и южной частях Японского моря. Максимальная его величина и летом, и зимой составляет $\sim 10^5$ м³/с, но летом эти значения занимают гораздо большую площадь.

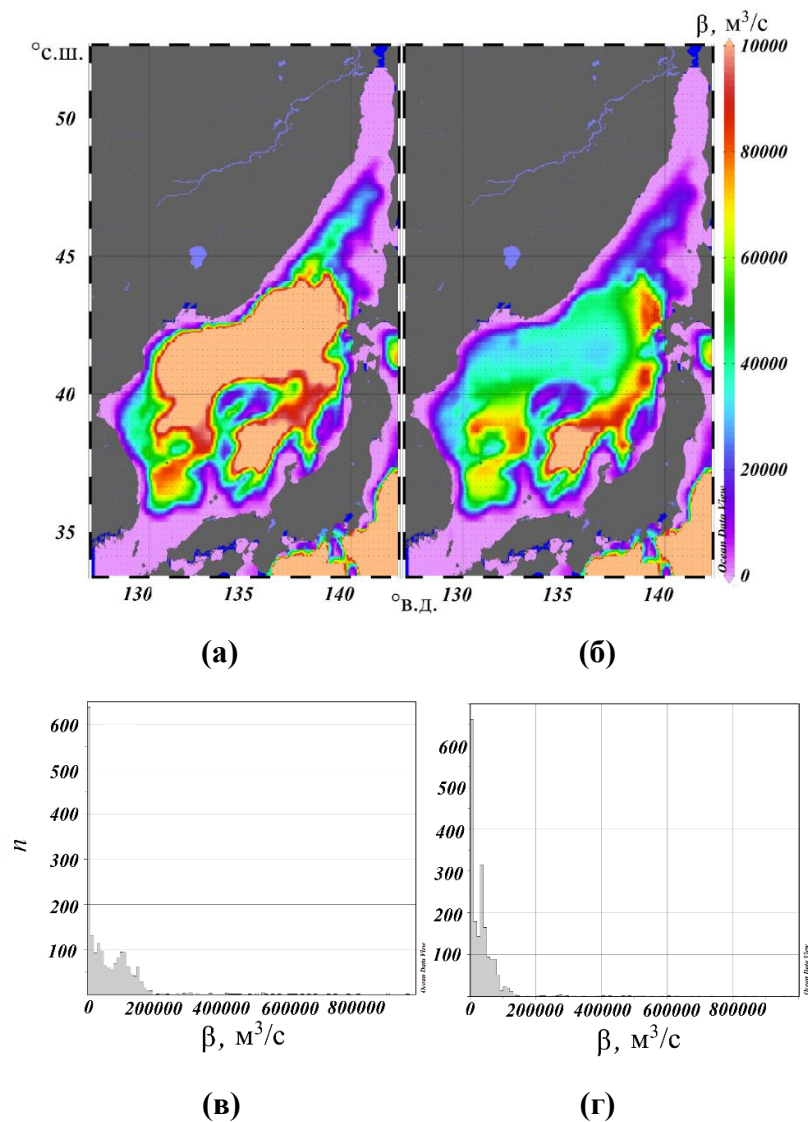


Рисунок 3.2.7. (а, б) – значения параметра дисперсии β [м³/с] длинных внутренних волн низшей линейной моды, (в, г) – гистограмма распределения значений β . (слева – лето, справа – зима).

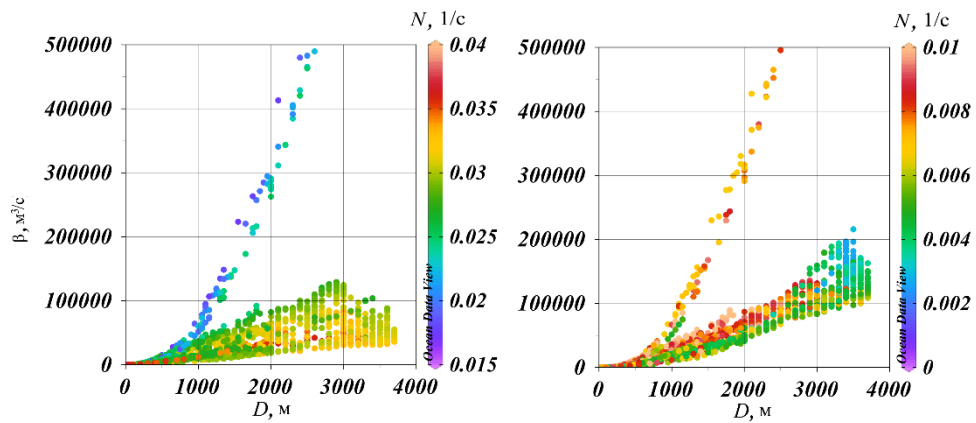
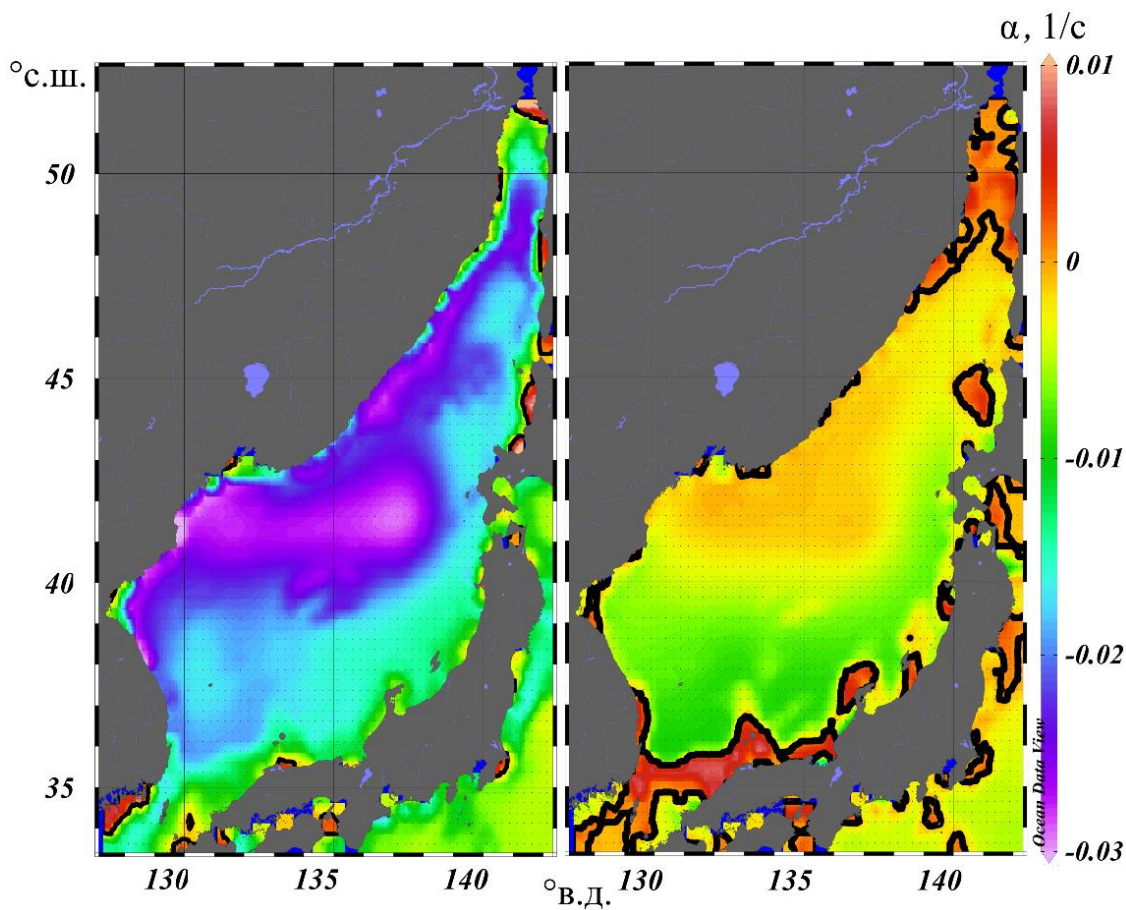


Рисунок 3.2.8. Коэффициент дисперсии, β , в зависимости от глубины моря, D , цвета указывают значения N_{\max} . (а – лето, б – зима).

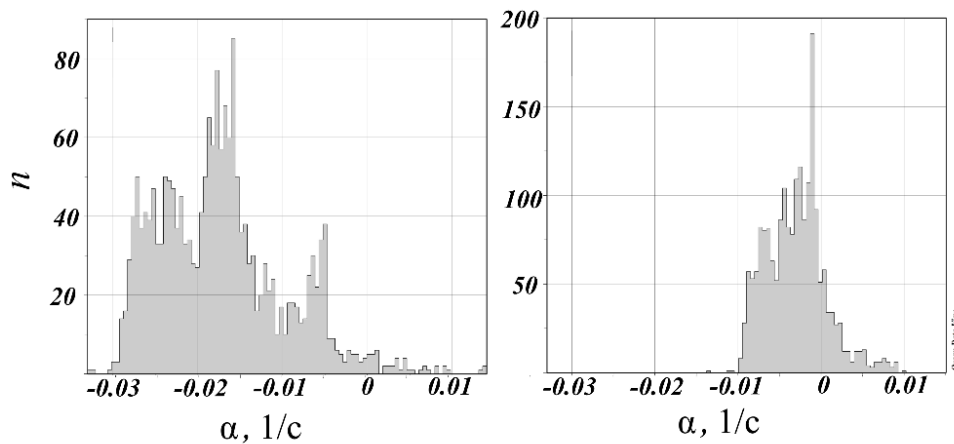
Для коэффициента дисперсии связь с глубиной моря чуть более выражена, чем для скорости распространения волны, особенно в зимнее время. Это хорошо видно по рис. 3.2.8 для нижнего облака точек. Верхняя ветвь на обоих рисунках соответствует данным из Тихоокеанской части рассматриваемой акватории. Для зимнего сезона в зонах глубин 1000 – 2500 м видна зависимость значений коэффициента дисперсии от величины N_{\max} , показанной цветом на рис. 3.2.8. На рис. 3.2.7,а,б четко выделяется поднятие Ямато и зимой, и летом. В северной зоне моря (южная часть Татарского пролива) коэффициент дисперсии слабо меняется от лета к зиме, остается та же топология и почти те же значения $\sim 5 \cdot 10^3$ м/с. Зимой высоким значением коэффициента дисперсии выделяется зона у острова Окусири, где расположена котловина, летом же значения коэффициента дисперсии выше зимних, но примерно одинаковы вокруг плато Ямато в центральной части моря. Зона котловины летом не выделяется на карте. Тем не менее, в среднем, в южной части моря значения коэффициента дисперсии выше, чем в центральной и северной его части.

Карты коэффициента квадратичной нелинейности, α , показаны на рис. 3.2.9. Этот параметр очень чувствителен к сезону, то есть, к стратификации воды. По гистограммам значений α можно видеть, что летом в основном параметр квадратичной нелинейности отрицательный и достигает значительных величин от -0.03 с⁻¹ до 0.01 с⁻¹. Однако у берегов есть области с положительным коэффициентом квадратичной нелинейности, хотя их довольно мало. Они расположены у о. Хоккайдо, у побережья Северной Кореи и у полуострова Гамова.



(а)

(б)



(в)

(г)

Рисунок 3.2.9. (а, б) – карты значений параметра квадратичной нелинейности α [1/с], жирными линиями показаны контуры нулевых значений, (в, г) – гистограмма распределения значений α . (слева – лето, справа – зима). Черной линией показана граница смены знака.

Из-за прогревания верхних слоев воды и потока пресной воды (из-за таяния вод в Охотском море) в Японском море возникает заметный сезонный летний пикноклин. Ближе к зиме, когда и нагрев, и поток пресной воды прекращается, этот пикноклин слабо выражен,

тогда основную роль в формировании знака коэффициента квадратичной нелинейности играет положение основного пикноклина, который, особенно в шельфовой зоне, прижат ко дну, поскольку там находится более соленая вода. Поэтому зимой коэффициент квадратичной нелинейности меняет знак на заметной площади моря. Зоны смена знака на рис. 3.2.9,б показаны жирной черной линией. Гистограммы коэффициента нелинейности, приведенные на рис. 3.2.9в,г, показывают значительный разброс коэффициента квадратичной нелинейности летом от -0.03 с^{-1} до 0.01 с^{-1} с широкими максимумами около -0.017 с^{-1} и -0.025 с^{-1} , в то время как зимой разброс значительно меньше, от -0.01 с^{-1} до 0.01 с^{-1} с узким высоким максимумом -0.001 с^{-1} .

Сезонные карты коэффициента кубической нелинейности представлены на рис. 3.2.10. Заметим, что летом почти на всей площади Японского моря преобладает заметная положительная кубическая нелинейность, что хорошо видно по «летней» гистограмме. Как уже предполагалось, летом в формировании стратификации играют роль те же два основных фактора – прогрев воды и приток пресной воды по поверхности вследствие таяния льдов в Охотском море, создающие два пикноклина, причем нижний, состоящий из соленой воды, может быть размытым. Хотя положительный коэффициент кубической нелинейности летом невелик (до 0.0005 (мс)^{-1} , отдельные выбросы до 0.0017 (мс)^{-1}), но он может существенно менять динамику внутренних волн, также и в северной части Японского моря у российских берегов, в частности, у мыса Гамова. Зимняя гистограмма демонстрирует очень маленький, практически нулевой коэффициент кубической нелинейности обоих знаков, при этом отрицательные значения преобладают. Черные жирные линии на рис. 3.2.10, в,б также показывают границу смены знака параметра кубической нелинейности. Гистограммы коэффициента кубической нелинейности (рис. 3.2.10,в,г) дают довольно широкое распределение коэффициента кубической нелинейности по акватории Японского моря от -0.0025 до 0.001 (мс)^{-1} с одним пиком в точке 0.0001 (мс)^{-1} и соседним пиком в точке 0.0005 (мс)^{-1} в летний сезон и очень узкое распределение от $-0.0001 \text{ (мс)}^{-1}$ до 0.0001 (мс)^{-1} с пиком вблизи нуля зимой.

Итак, на основе имеющихся данных международного гидрологического атласа WOA18 рассчитаны и представлены в виде атласа плотностной стратификации и кинематических параметров внутренних волн для Японского моря. Показано, что максимум частоты Вайсяля – Брента и глубина его залегания существенно зависят от сезона. Эти параметры, в свою очередь, дают представление о выраженности динамики внутренних волн. Более сильная вертикальная стратификация плотности вод Японского моря ожидаемо

наблюдается летом. Соответственно, и кинематические параметры внутренних волн наиболее значительны в летний период.

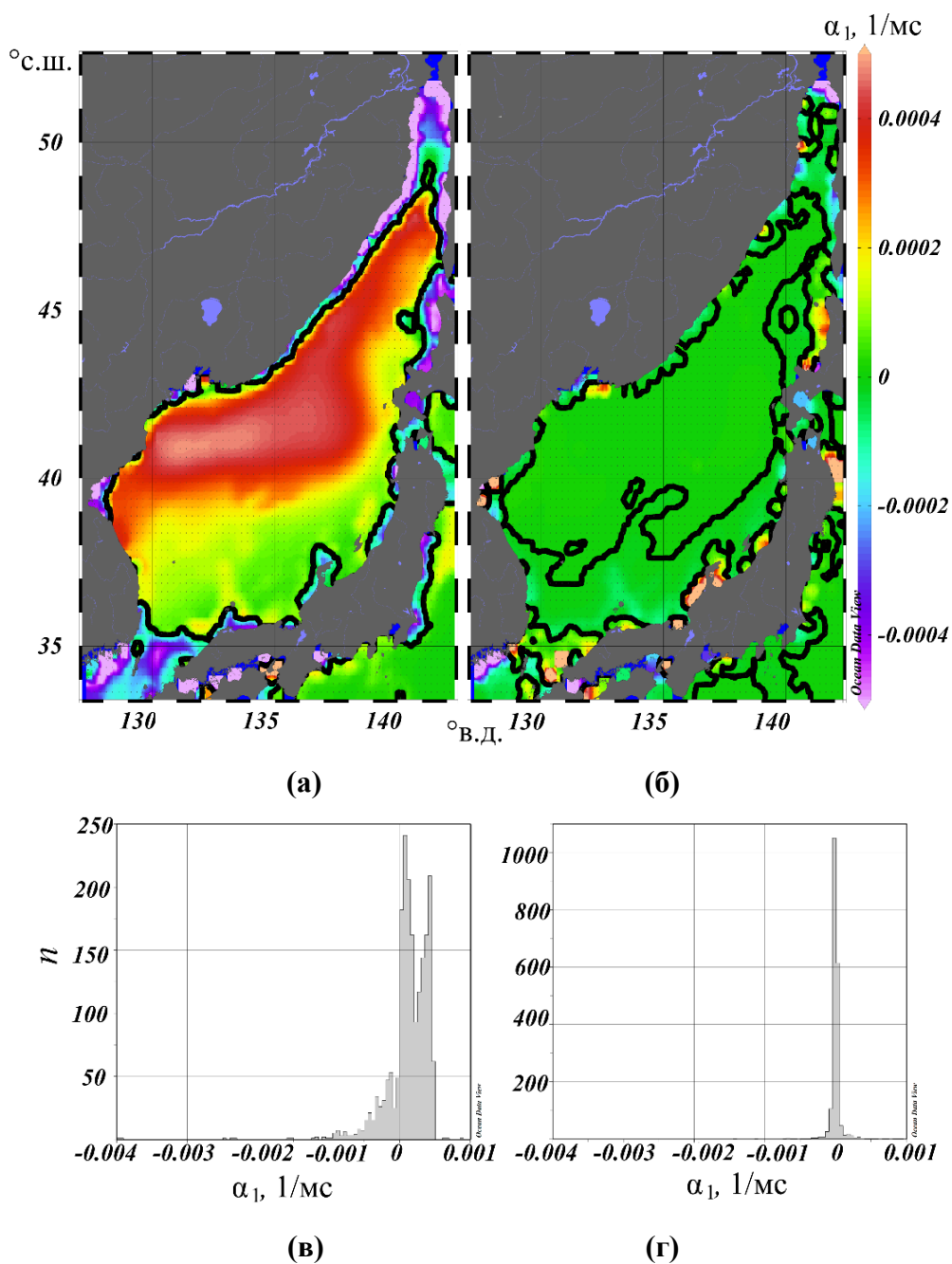


Рисунок 3.2.10. (а, б) – карты значений параметра кубической нелинейности α_1 [1/мс], (в, г) – гистограммы распределения значений α_1 . (слева – лето, справа – зима).

Показано, что такие линейные параметры, как скорость распространения длинных внутренних волн и коэффициент дисперсии, для которых в мировом океане сильна зависимость от батиметрии, в Японском море имеют существенный разброс значений на одних и тех же глубинах и сильнее зависят от сезона.

3.3. Зонирование акватории по нелинейным режимам внутренних волн

По коэффициентам уравнения Гарднера (1.3.12) можно определить тип, полярность и предельные амплитуды возможных уединенных солитоноподобных внутренних волн, которые могут появляться в Японском море. Классификация солитонов Гарднера уже обсуждалась в первой главе и воспроизведена на рис. 3.3.1. Как уже упоминалось в первой главе, если коэффициент кубической нелинейности α_1 в уравнении Гарднера отрицательный, то солитоны по абсолютной величине ограничены сверху модулем амплитуды (1.3.18) толстого или столообразного солитона (рис. 3.3.1, нижняя полуплоскость). Если коэффициент кубической нелинейности α_1 положительный (рис. 3.3.1, верхняя полуплоскость), то солитоны, полярность которых противоположна знаку параметра квадратичной нелинейности α , ограничены по абсолютной величине снизу модулем амплитуды (1.3.19) алгебраического солитона. Мы специально выделили цветом четыре возможных типа уединенных волн по их структуре.

Видно, что и зимой, и летом на основной части моря, согласно расчетам, должны преобладать солитоны из «голубого» квадранта, то есть солитоны уравнения Гарднера с положительным кубическим и отрицательным квадратичным параметрами нелинейности. На самом деле, поскольку коэффициент кубической нелинейности в центральной части моря достаточно мал, особенно зимой, это должны быть практически солитоны уравнения Кортевега – де Вриза отрицательной полярности.

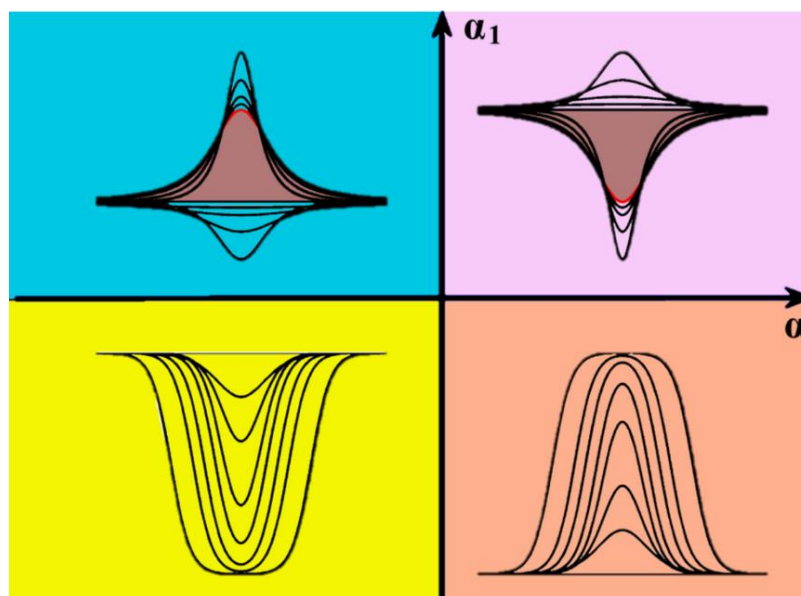


Рисунок 3.3.1. Возможные типы солитонов на плоскости параметров квадратичной и кубической нелинейности (α , α_1)

Карты распределения возможных типов солитонов в Японском море представлены на рис. 3.3.2. Цвета на рисунке соответствуют цветам на рис. 3.3.1.

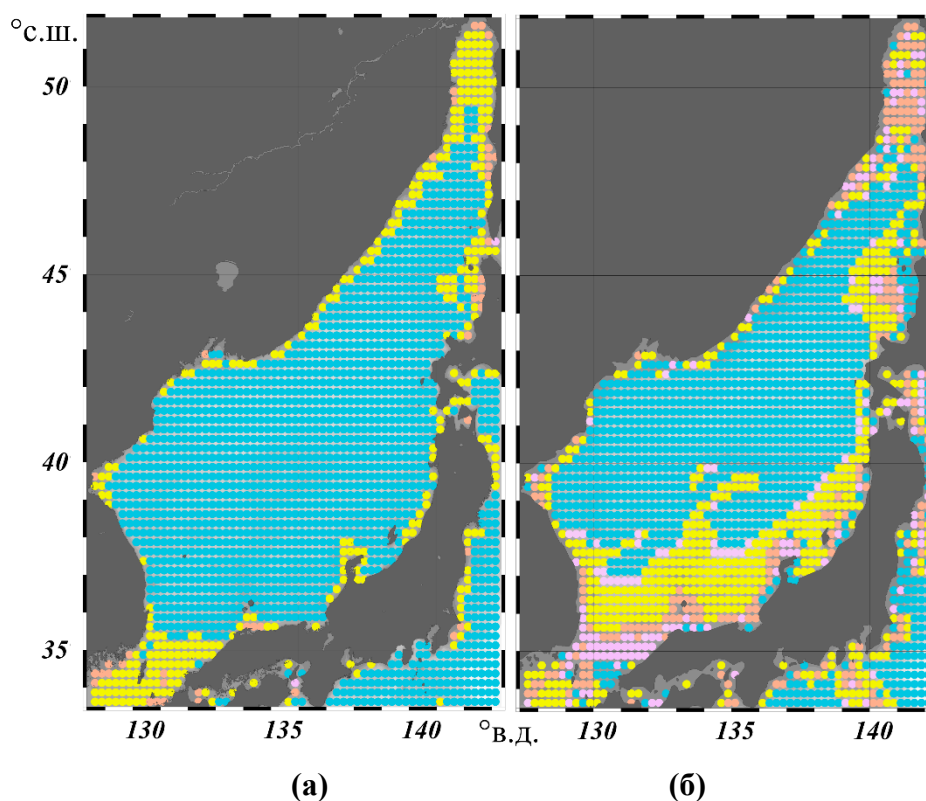


Рисунок 3.3.2. Географическое распределение по возможным типам солитонов (а – лето, б – зима). Возможные типы обозначены цветом соответственно рис. 3.3.1.

Отметим сразу, что именно солитоны отрицательной полярности (с заглублиением пикноклина) наиболее часто наблюдаются в заливе Гамова по данным инструментальных исследований, проведенным сотрудниками Тихоокеанского океанологического института им. В.И. Ильичева ДВО РАН на полигоне «Мыс Шульца» [Навроцкий и др., 2010; Ляпидевский и др., 2017; Кукарин и др., 2022]. Солитоны положительной полярности (с амплитудой, большей амплитуды алгебраического солитона), здесь возможны только с амплитудой больше 15-20 м летом, что, в принципе, вполне реализуемо, и порядка 200 м зимой, что выходит за пределы применимости слабонелинейной теории для Японского моря.

Рисунок. 3.3.3 иллюстрирует характер географического распределения предельных амплитуд для толстого солитона, a_{lim} (1.3.18), при отрицательных значениях коэффициента кубической нелинейности α_1 . Для условий Японского моря рассчитанные значения величин предельных амплитуд (a_{lim} (1.3.18) и a_{alg} (1.3.19)) оказываются в подавляющем большинстве точек огромными по величине, что говорит о нереализуемости этих ограничений, а в случае положительной кубической нелинейности – о нереализуемости ветви решений с алгебраическим солитоном.

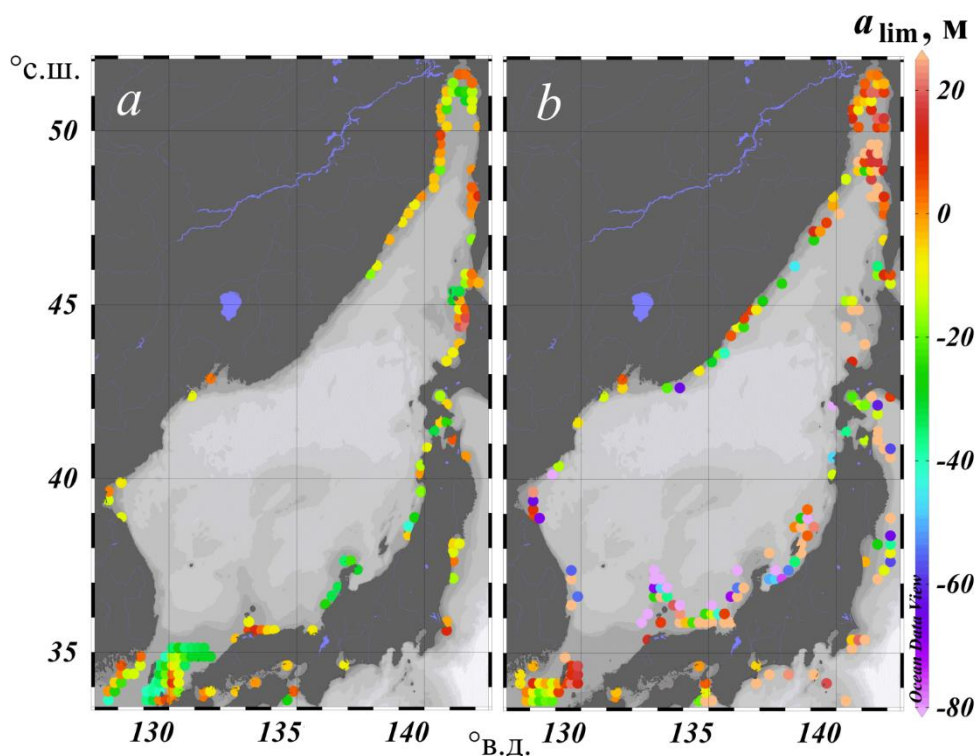


Рисунок 3.3.3. Карты значений предельной амплитуды толстого солитона, $a_{\text{lim}} = -\alpha/\alpha_1$ (a – лето, b – зима).

Реальными амплитудами для толстого солитона представляются амплитуды менее 100 м (но не превышающие физическую высоту всего столба воды, то есть, полную глубину моря). Толстые солитоны обеих полярностей с такими амплитудами теоретически могут встречаться в южной части Татарского пролива и в прибрежных зонах, а также в проливе между берегом Южной Кореи и о. Хонсю. И в зимний, и в летний период такие солитоны возможны только в прибрежных зонах, причем зимой точек, где работает это ограничение больше, чем летом, и предельные амплитуды широкого солитона зимой оказываются по модулю больше, чем летом.

3.4. Заключение

Сформулируем полученные результаты, изложенные во второй главе:

- На основе имеющихся гидрологических данных рассчитаны и представлены в виде атласа плотностной стратификации и кинематических параметров внутренних волн для Японского моря. Показано, что максимум частоты Вяйсяля – Брента и глубина его залегания существенно зависят от сезона. Более сильная вертикальная стратификация плотности вод Японского моря ожидаемо наблюдается летом. Соответственно, и кинематические параметры внутренних волн наиболее значительны в летний период. Показано,

что линейные параметры, (скорость распространения длинных внутренних волн и коэффициент дисперсии), для которых в Мировом океане сильна зависимость от батиметрии, в Японском море имеют существенный разброс значений на одних и тех же глубинах и сильнее зависят от сезона.

- Построены карты возможных типов локализованных внутренних волн низшей моды и предельных амплитуд различных семейств солитонов для условий Японского моря. Типичными являются солитоны отрицательной полярности (с понижением изопикнических поверхностей). «Толстые» солитоны обеих полярностей теоретически могут встречаться в южной части Татарского пролива и в прибрежных зонах, а также в проливе между берегом Южной Кореи и о. Хонсю. Предсказываемые предельные амплитуды широкого солитона зимой оказываются по модулю больше, чем летом.

Глава 4. Анализ нелинейных волновых режимов в стратифицированных бассейнах

4.1. Введение

Имеющаяся нелинейная теория внутренних волн и существующая база данных гидрологии Мирового океана позволяет провести анализ различных режимов внутренних волн в морях, как для объяснения натуральных данных, так и в прогностических целях. Именно эта задача ставится в данной главе диссертации. В разд. 4.2 рассчитываются вероятностные характеристики интенсивных короткопериодных внутренних волн в Японском море. Обсуждение гидрологических условий, влияющих на наблюдения внутренних волн в Балтийском море, сделано в разд. 4.3. Анализ вертикальной структуры нелинейных внутренних волн проведен в разд. 4.4. Результаты расчетов пучков внутренних волн для реальных и модельных гидрологических условий приведены в разд. 4.5. Численное моделирование поля внутренних волн и оценка их транспортных свойств на шельфе полуострова Камчатки выполнено в разд. 4.6. Полученные результаты суммированы в разд. 4.7.

Результаты исследований, приведенных в данной главе, содержатся в наших публикациях [K1; K3; K5] и тезисах [K18; K19; K22].

4.2. Вероятностные характеристики интенсивных короткопериодных внутренних волн в Японском море

Целью параграфа является анализ натуральных измерений пакетов короткопериодных внутренних гравитационных волн в Японском море, позволяющих определить характеристики волновых цугов, составляющих измеренные гидрофизические поля и дать оценки вероятности появления интенсивных короткопериодных внутренних волн экстремальных высот. Нами использованы результаты измерений полей температуры и солёности, полученные в ходе экспедиции 2011 г. в осенний период (октябрь) в шельфовой зоне Японского моря (экспедиционные данные получены в ТОИ ДВО РАН им. В.И. Ильичева). Карта района измерений показана на рис. 4.2.1. Процесс генерации внутренних волновых пакетов наблюдается здесь в течение нескольких месяцев существования развитого сезонного термоклина. Изучение динамики короткопериодных внутренних волн большой амплитуды осуществлялось в зоне «заплеска» для основного пикноклина, т. е. выше области его контакта с дном. Методика измерений и экспериментальное оборудование, а также полученные результаты подробно описаны в работах [Yaroshchuk et al., 2013; Леонтьев и др. 2017; Кошелева и др., 2023].

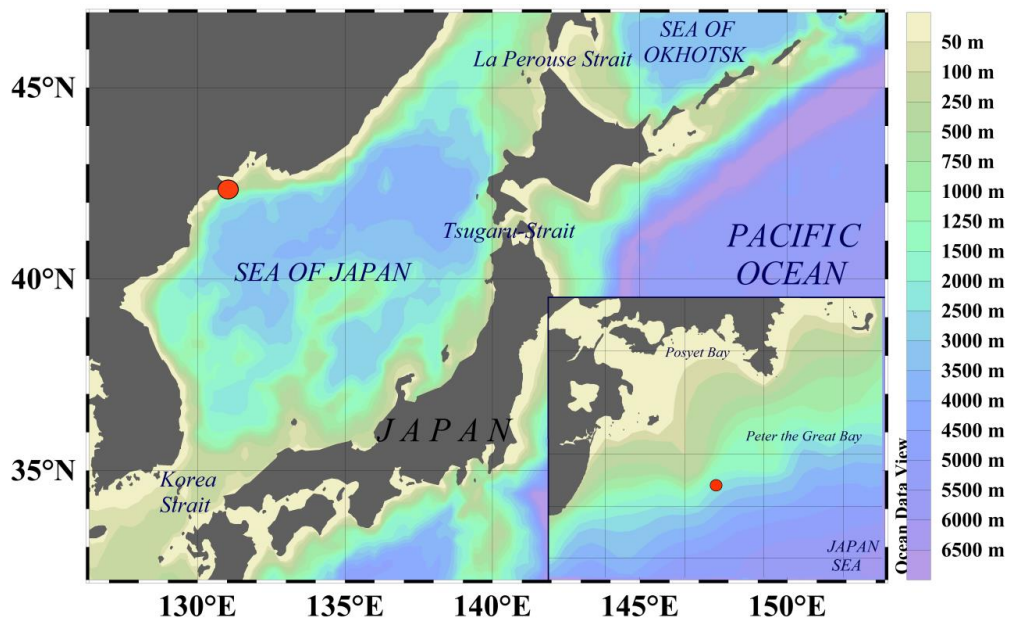


Рисунок 4.2.1. Географическое расположение места измерений на карте Японского моря

Экспериментальные данные были предоставлены сотрудниками лаборатории статистической гидроакустики ТОИ ДВО РАН им. В.И. Ильичева и включали запись колебаний температуры с помощью термогирлянды с 11 октября 2011 (18:30 – время владивостокское) по 20 октября (10:45) с частотой дискретизации данных – 1 секунда (рис. 4.2.2), и вертикальный профиль солёности (рис. 4.2.3, справа), полученный зондом RBR 12 октября в 17:40, примерно в 500 м от термогирлянды. На рис. 4.2.2 вверху представлена запись наблюдавшихся пакетов внутренних волн в поле температуры морской воды. Здесь показан цуг долгопериодных внутренних волн, в котором хорошо различаются полусуточные и более длинные приливные возмущения. Все изотермы выглядят «изрезанными» из-за генерирующихся коротковолновых возмущений с вертикальной амплитудой порядка 1–10 м, структура и состав которых хорошо видны на увеличенных фрагментах записи на рис. 4.4.2. Амплитуда несущих длинных волн при этом достигает 5–15 м на глубине 42 м в данной точке измерений, что свидетельствует об их нелинейности. Волновое поле смещений изотерм содержит преимущественно возмущения первой вертикальной моды, модовая функция – решение задачи (1.2.7) имеет максимум на глубине 17 м, коэффициенты квадратичной и кубической нелинейностей в рамках слабонелинейной теории внутренних волн отрицательны, а предельная амплитуда (1.3.18 или см. параграф 1.1.3) солитона уравнения Гарднера отрицательна и составляет примерно $-5,7$ м.

На представленной записи (рис. 4.2.2, вверху) ясно различаются три различных волновых режима. Первый из них начинается через несколько часов от начала записи и продолжается

приблизительно до 50 часов. Этот режим характеризуется сильной температурной стратификацией (изменения температуры имеют диапазон 2 – 14°C) и наличием узкого ярко выраженного термоклина в слое 10-20 м от поверхности, положение которого испытывает значительные колебания с полусуточным периодом. Эти колебания имеют типичную структуру с ярко выраженными укрупненными волновыми фронтами в форме солиборов. Следующий далее участок записи с 50 до 120 часов характеризуется более плавным распределением температуры по глубине с прогревом более нижних слоев; длинноволновые колебания изотерм здесь имеют существенно более продолжительный период. Наконец, третий, завершающий участок записи (130 – 210 часов) характеризуется общим охлаждением моря, так что температура на поверхности не превышает 8°C, и соответственно, стратификация плотности морской воды более слабая, поэтому здесь наблюдаются волны с наибольшими амплитудами. На всех трех участках записи, несмотря на их различия, явно прослеживаются прохождение цугов интенсивных короткопериодных внутренних волн со значительными амплитудами. Многие из этих возмущений имеют типичную форму уединенных внутренних волн (солитонов), преимущественно отрицательной полярности (в форме впадин). Однако отдельные участки записи, в том числе показанные на рис. 4.2.2, внизу, содержат локализованные осциллирующие волновые пакеты, по форме схожие с бризерами, амплитуда которых может достигать 5-10 м. Сразу отметим, что бризеры относительно недавно появились в литературе по внутренним волнам [Lamb et al., 2007; Ruvinskaya et al., 2015a,b, 2017a,b; Лобовиков и др., 2019; Nakayama and Lamb, 2020; Nakayama and Lamb, 2023].

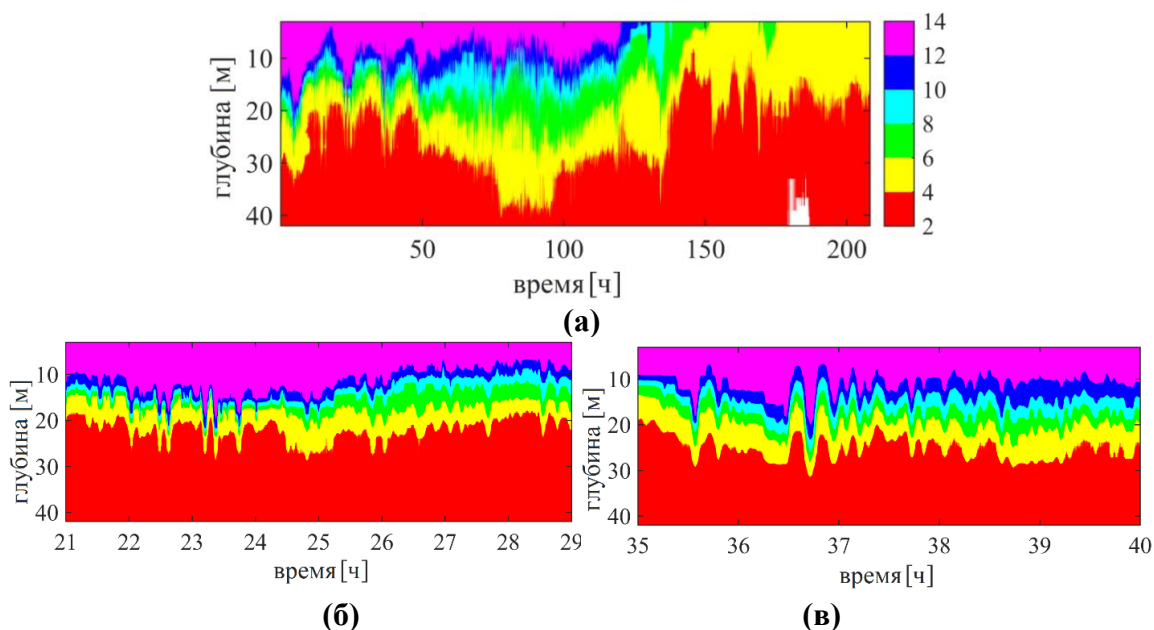
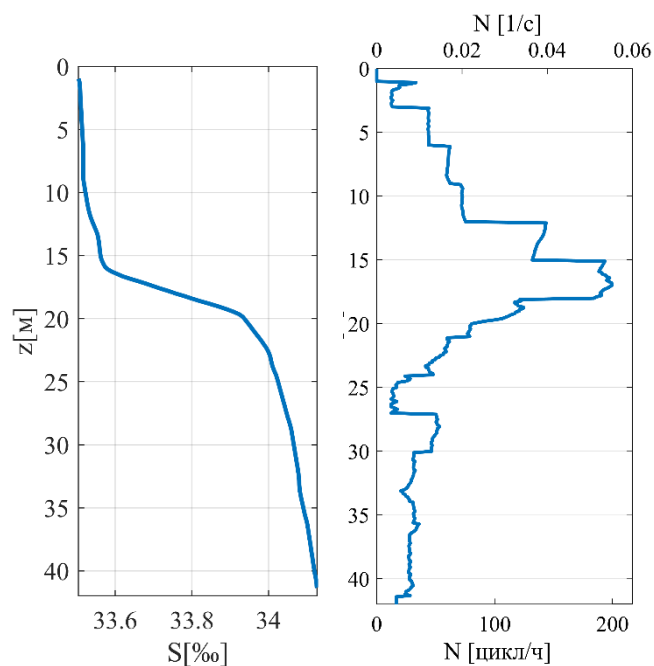


Рисунок 4.2.2. Запись вертикального профиля температуры (°C) от времени (а) и ее увеличенные фрагменты (б) – (в)

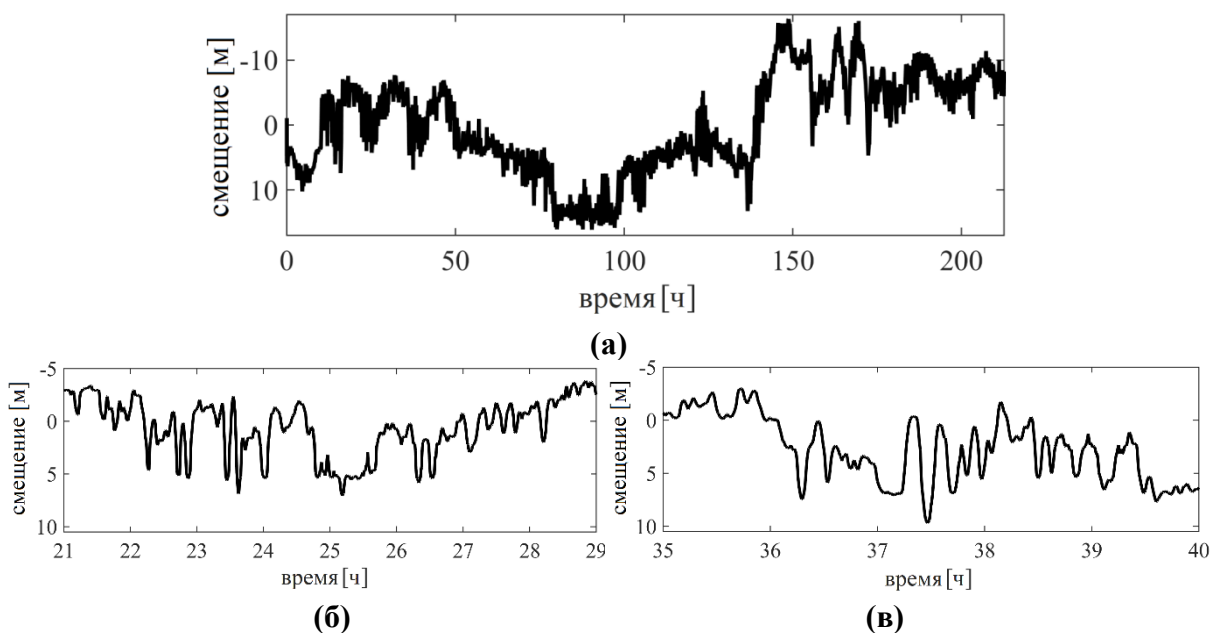


(а)

(б)

Рисунок 4.2.3. Вертикальный профиль солёности (а) и частоты Вьясяля – Брента (б) 12 октября 2011 в 17-40 (через 23 часа 10 минут от начала записи)

Для дальнейшей процедуры статистического анализа волновых возмущений в поле смещений изотерм была выделена наиболее длинная изотерма $T = 4^{\circ}\text{C}$, она приведена на рис. 4.2.4. Исходная запись была сглажена путем спектральной фильтрации шумов с периодом менее 1 минуты. Из рис. 4.2.4 видно, что размах колебаний кривой за время наблюдений составляет около 34 м при общей глубине моря 42 м.



(а)

(б)

(в)

Рисунок 4.2.4. Изотерма 4°C (а) и её увеличенные фрагменты (б) - (в)

Как известно, спектр колебаний температуры, полученный при измерениях с заякоренного буя, имеет непрерывный характер во всём диапазоне частот, за исключением, возможно, инерционной и приливных частот [Rozhkov, 2017; Morozov, 2018]. Уровень спектральной плотности падает по степенному закону с показателем степени от -1 до -4, а в большинстве случаев от -2 до -3. Амплитудный спектр (рис. 4.2.5, а) фрагмента изотермы (за интервал времени 14–50 ч от начала записи, где отчетливо видны укрупняющиеся фронты волн полусуточного прилива) быстро спадает с увеличением частоты, и наблюдается значительный пик на частоте, соответствующей полусуточному периоду. В связи с тем, что спектры температурных колебаний в различных акваториях Мирового океана подобны, Гарретт и Манк [Garrett and Munk, 1972] обобщили их в виде следующей аппроксимации для спектральной плотности вертикальных смещений (см., напр., [Morozov, 2018]):

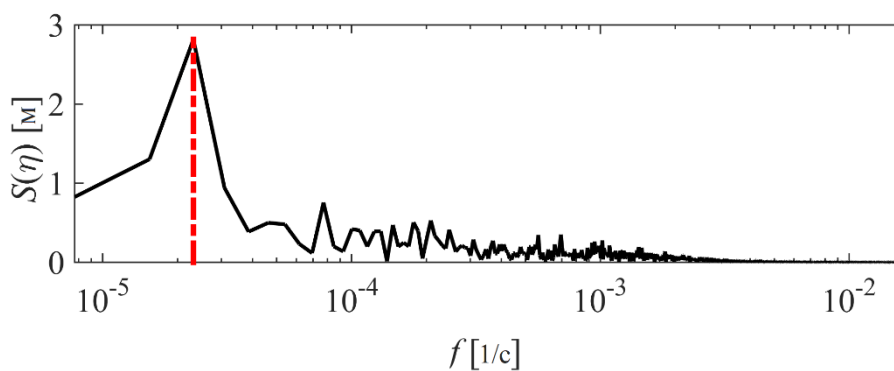
$$S(f, z) = \frac{C_M f_{in} \sqrt{f^2 - f_{in}^2}}{N(z) f^3}, \quad (4.2.1)$$

где $C_M = 204 \text{ м}^2/\text{час}$, все частоты (f , f_{in} и N) имеют размерность цикл/час, f_{in} и $N(z)$ определяемые известными формулами (см. параграф 1.1).

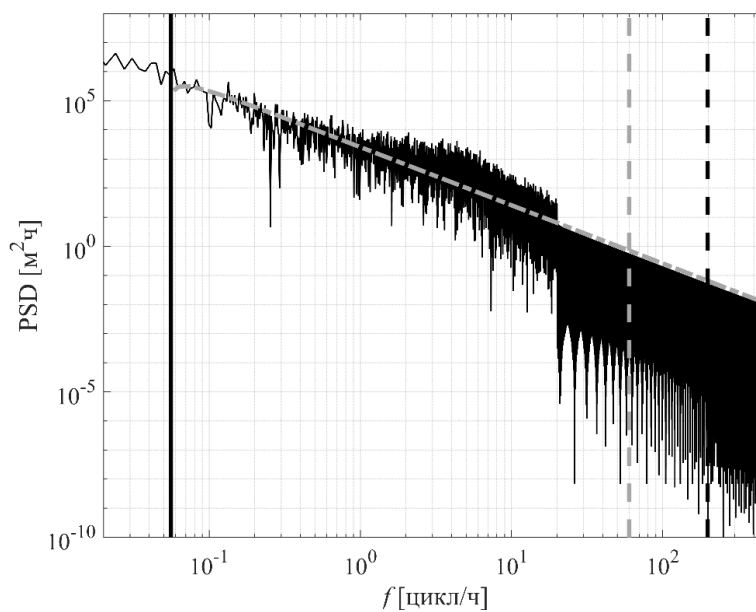
Вертикальный профиль частоты Вьясьяля-Брента показан на рис. 4.2.3 справа. Максимальные значения $N(z)$ достигаются на глубинах 15-18 м и составляют более 0.05 1/с, что соответствует возможным минимальным периодам высокочастотных внутренних волн менее одной минуты.

При отсутствии пиков на инерционной и приливных частотах, можно говорить о наличии большого количества внутренних волн в океане со случайными амплитудами и фазами. На Рис. 4.2.5 внизу представлена аппроксимация спектра колебания температуры модельным спектром Гарретта – Манка (4.21). Для расчетов по формуле (4.2.1) мы взяли средний уровень изотермы 4°C $z = 25.5 \text{ м}$ и $N(z) = 0.004 \text{ 1/с}$.

Ввиду сложного спектрального состава поля внутренних волн, мы решили применить вероятностный анализ колебаний волнового поля. Гистограмма повторяемости ординат смещения изотермы, представленной на рис. 4.2.4, дана на рис. 4.2.6. Она позволяет получить общую картину диапазона изменчивости значений этой величины. Из рис. 4.2.6 видно, что распределение является полимодальным (отчетливо выделяются 3 максимума положительных/отрицательных значений ординат смещений изотермы: ~ -6 , ~ 4 , $\sim 13,5 \text{ м}$), это можно интерпретировать таким образом, что данные наблюдений представляют собой суперпозицию нескольких процессов с отличающимися статистическими характеристиками.



(а)



(б)

Рисунок 4.2.5. (а) - амплитудный спектр вертикального смещения изотермы 4°C на временном отрезке 14 – 50 часов: вертикальная пунктирная линия – частота, соответствующая полусуточному периоду. (б) - спектральная плотность мощности того же волнового поля, пунктиром дан спектр Гаррета-Манка (4.2.1), вертикальная линия соответствует инерционной частоте f_{in} .

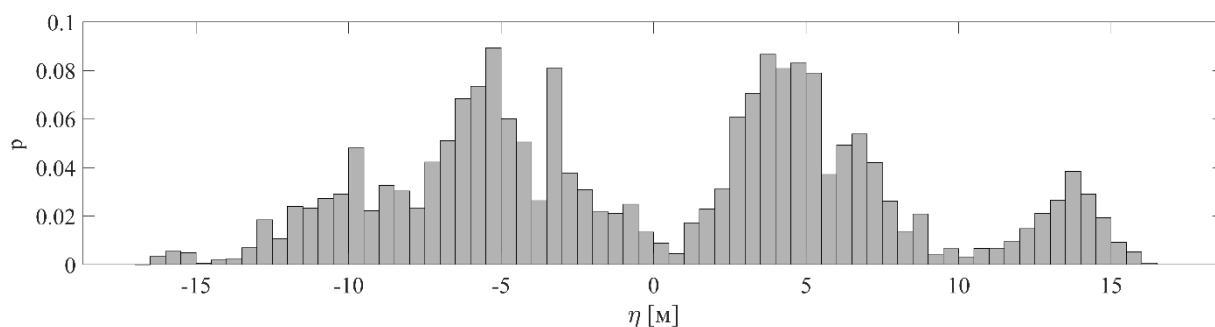


Рисунок 4.2.6. Гистограмма распределения ординат смещений изотермы.

Из сглаженной записи смещений изотермы 4°C, рассматриваемой как запись нерегулярного волнения, было выделено 1046 «элементарных» волн. Высота волны оценивается как средняя величина между высотами переднего и заднего ее склона, период каждой волны определяется как временной интервал между соседними минимумами залегания изолинии плотности. Колебания высотой менее 0.5 м не учитывались. Проанализируем значения высот волн и соответствующие им периоды. На рис. 4.2.7 показано распределение этих величин внутри исходной записи.

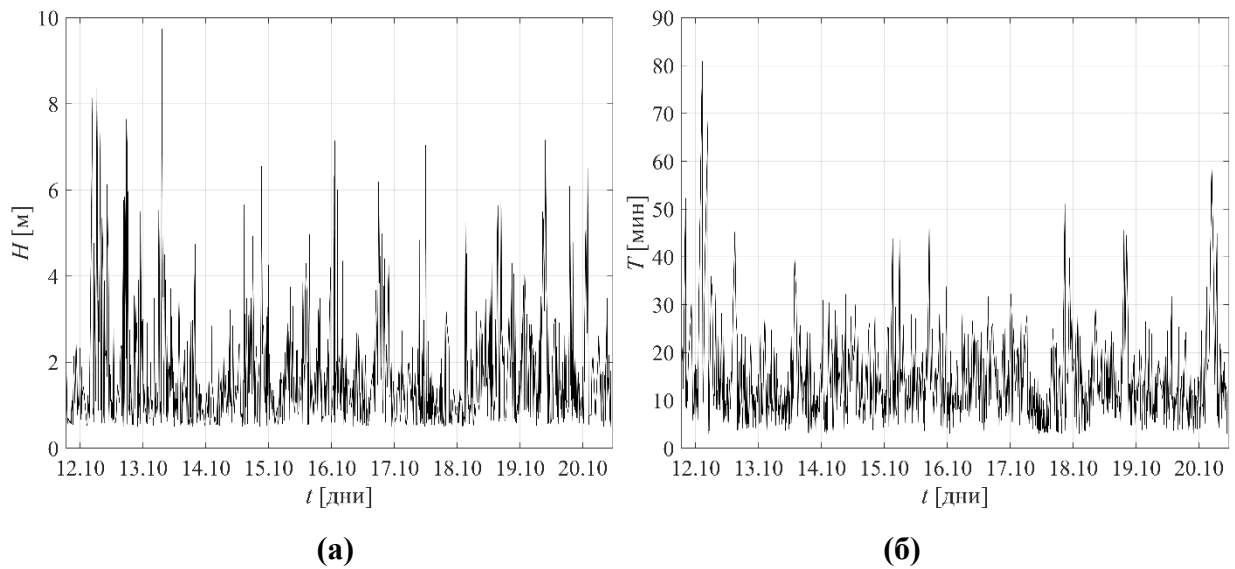


Рисунок 4.2.7. Зависимость высот волн (а) и периодов волн (б) от времени.

Гистограммы повторяемости высот и периодов волн в записи смещения изотермы 4°C показаны на рис. 4.2.8 а, б, соответственно. Отметим, что высоты всех рассматриваемых волн лежат в диапазоне 0,5–10 м, периоды – в интервале 2–60 мин. Средняя высота волны составляет 1,6 м, среднеквадратическое отклонение высоты 1,12 м; средний период равен 12 мин, среднеквадратическое отклонение 7,4 мин. Оба распределения хорошо аппроксимируются теоретическим логнормальным законом распределения с плотностью вероятности

$$g(a) = \frac{1}{a\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln a - \mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (4.2.2)$$

где a – анализируемая величина, с параметрами $\mu = 0.27$, $\sigma = 0.63$ для высот волн H в метрах и $\mu = 2.3$, $\sigma = 0.58$ для периодов T в минутах. Критерий Пирсона также подтверждает, что распределение высот и периодов волн подчиняются логнормальному закону, χ^2 для высот и периодов соответственно равняется 10.93 и 21.52 при критическом значении – 68.7. Важно

отметить, что в отличие от ветровых волн, где высоты описываются распределением Рэля, для внутренних волн справедливо логнормальное распределение. Принципиальная разность с ветровыми волнами заключается в том, что спектр внутренних волн не узкий, что и является, как известно из теории случайных процессов, предпосылкой появления распределения Рэля из гауссового поля.

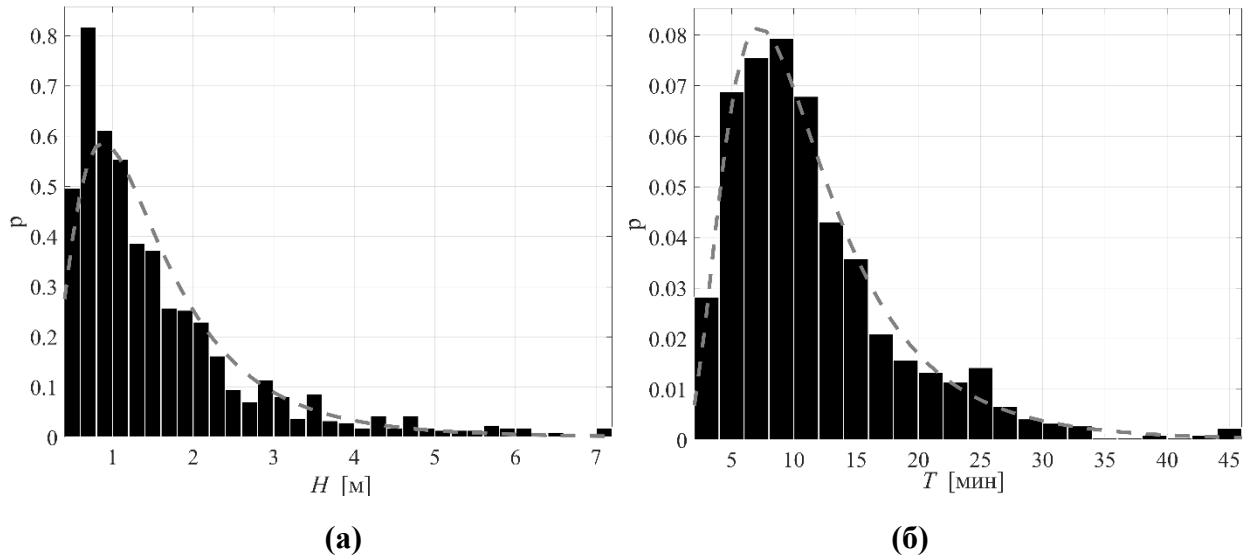


Рисунок 4.2.8: Распределение высоты (а) и периодов волн (б) и их аппроксимации (пунктир) логнормальным законом распределения (4.2.2).

Полученные гистограммы могут быть использованы для прогноза экстремальных значений волн. В частности, рис. 4.2.9, демонстрирующий экспериментальные данные о высотах и периодах волн в координатах логнормального распределения показывает, что наибольшие отклонения наблюдаются в области малых высот и периодов волн. Область малых высот волн неинтересна для практики и такие волны плохо выделяются на записях. Более важно знать вероятность появления больших волн, однако пока число волн недостаточно, чтобы судить о статистике внутренних «волн-убийц». Поэтому в прогностических целях пока достаточно использовать логнормальное распределение.

На рисунке 4.2.10 представлено сравнение крутизны волн и амплитуды угла волнового склона (их определения в следующих предложениях) соответственно. В классическом смысле крутизна волны (в теории ветровых волн используют термин средняя крутизна) – это отношение высоты волны к ее длине, а амплитуда угла волнового склона (локальная крутизна) есть максимальное значение угла в точках профиля волны. Однако поскольку мы анализируем запись по времени (знаем период волны, а не длину), то для нахождения этих характеристик необходимо ввести безразмерные переменные, определяющие оси абсцисс и ординат: $t^* = t/T^*$, $z^* = z/H^*$, где t и z – значения времени записи и ординат изотермы

соответственно, T^* и H^* – модальные значения для логнормальных кривых, выравнивающих распределения высот и периодов волн. Диапазон изменения полученной крутизны волны $\delta = HT^* / (H^*T)$ и амплитуды угла волнового склона α для изотермы 4°C показаны на рис. 4.2.10. Отметим, что крутизна волн имеет небольшие значения, которые лежат в интервале 0–10, а амплитуда угла волнового склона – в интервале 0– $4,5^\circ$. Оба распределения также хорошо аппроксимируются теоретическим логнормальным законом распределения (4.2.2) с параметрами $\mu = 1,29$, $\sigma = 1,07$ для крутизны волн δ и $\mu = 0,86^\circ$, $\sigma = 0,51$ для амплитуды волнового склона α .

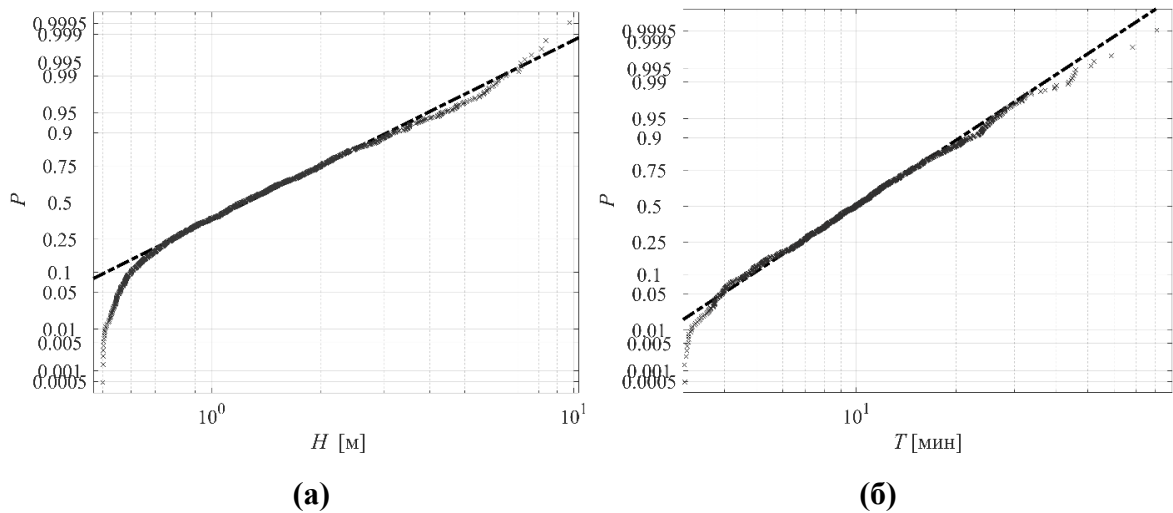


Рисунок 4.2.9: Сравнение распределения данных высоты волн (а) и периодов волн (б) с логнормальным распределением.

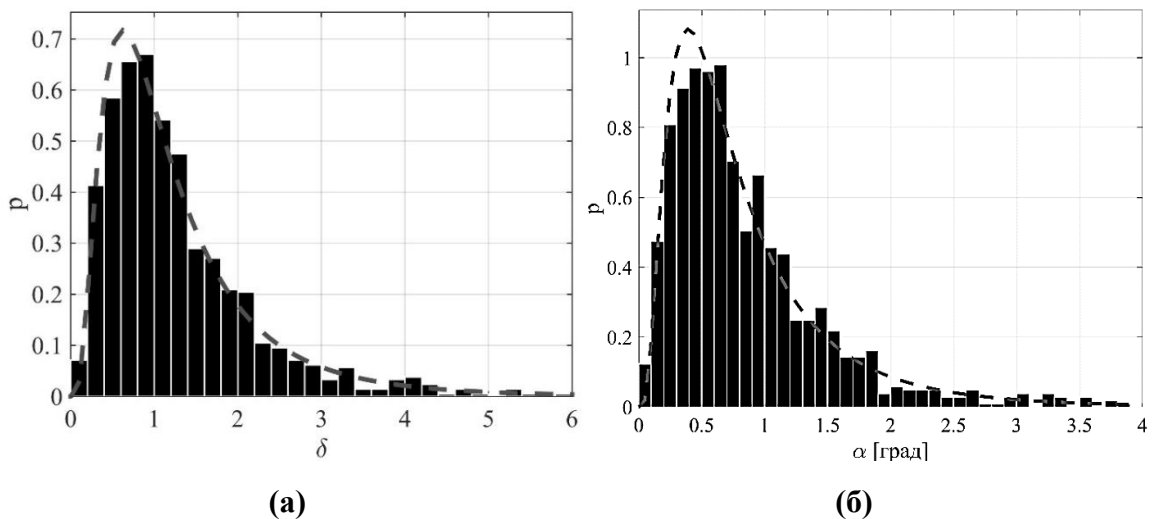


Рисунок 4.2.10: распределение крутизны волн (а) и амплитуды волнового склона (б) и их аппроксимации (пунктир) логнормальным законом распределения (4.2.2).

Кривая обеспеченности высот волн, полученная в соответствии с законом логнормального распределения (4.2.2), показана на рис. 4.2.11. Модальный уровень составляет 0.6 – 0.9 метров, медианный уровень – 1.3 м, значительная высота волн равна 2.8 м. Соответствие высоты волн и уровней обеспеченности приведено в табл. 4.2.1.

Таблица 4.2.1. Соответствие уровней высоты волн и обеспеченности для поля смещения изотермы 4°C

H [м]	Обеспеченность (%)
1	65.5
3	10
5	1.5
10	0.06

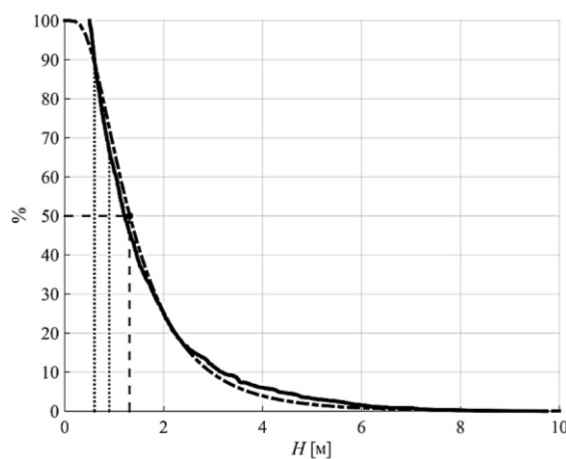


Рисунок 4.2.11. Обеспеченность высот волн смещения изотермы 4°C. Сплошная линия – эмпирическая кривая, штрих-пунктир – теоретическая функция вероятности превышения уровня, соответствующая логнормальному закону (4.2.3), штриховая – значение медианы, пунктирные линии - диапазон модального уровня

В качестве оценки опасности, связанной с уровнем высоты волны h , следует использовать величину, равную вероятности превышения этого уровня:

$$R(h) = 1 - P_0(>h) = 1 - e^{-\varphi(h)t} \quad (4.2.4)$$

в соответствии с описанием пуассоновской последовательности редких событий [Talirova et al., 2018]. Функция $\varphi(h)$ в показателе экспоненты носит название функции повторяемости высот волн

$$\varphi(h) = \frac{N(\text{высота} \geq h)}{T}, \quad (4.2.5)$$

которая, по определению, равна средней частоте событий с высотой волны в данном месте, равной или превышающей пороговое значение h . Эта функция является монотонно убывающей и при достаточно больших h хорошо аппроксимируется экспонентой; (см. рис. 4.2.12 [Talipova et al., 2018]):

$$\varphi(h) = f_h e^{-h/H^*} . \quad (4.2.6)$$

Функция повторяемости высот внутренних волн зависит от двух эмпирических параметров, которые требуется подобрать из натурных данных: f_h имеет физический смысл частоты больших волн, параметр H^* – так называемая характеристическая высота. Оба параметра являются региональными и зависят от характеристик шельфа, особенностей гидрологии и т.п. (обсуждение этого вопроса для внутренних волн в Мировом океане можно найти в статье [Talipova et al., 2018]). В нашем случае $f_h = 58,1$ 1/день, $H^* = 1,1$ м. Оценки ожидаемых высот внутренних волн за периоды в 10, 30, 60 и 90 дней приведены в таблице 4.2.2.

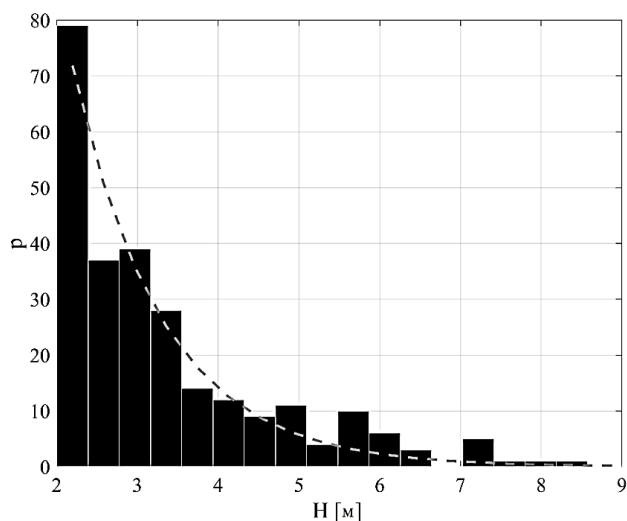


Рисунок 4.2.12. Гистограмма распределения высот волн, пунктирная линия - аппроксимация кривой экспоненциального закона распределения.

Таблица 4.2.2 – Ожидаемые высоты внутренних волн в метрах, превышаемые хотя бы 1 раз за указанный период времени. В скобках указан 95%-ый доверительный интервал, м

	Период времени, за который высота волны будет превышена хотя бы 1 раз (дни)				Максимальная высота волны (из набл), м
	10	30	60	90	
Ожидаемая высота (м)	7.04 (5.12; 8.91)	8.25 (6.1; 10.36)	9.02 (6.72; 11.28)	9.47 (7.08; 11.81)	9.73

4.3. Гидрологические условия и эпизоды наблюдений внутренних волн в Балтийском море

В Мировом океане основной причиной возникновения внутренних волн являются приливы. Как известно, Балтийское море является бесприливным, но тем не менее в литературе имеется множество работ, демонстрирующих наличие там внутренних волн. По информации в базе данных наблюдений внутренних волн, созданной и актуализируемой в НГТУ им. Р.Е. Алексеева [Епифанова и др., 2019], в Балтийском море имеется около 40 наблюдений, и из них только 12 записей прямых контактных измерений (рис. 4.3.1), среди которых следует особо отметить долгосрочные наблюдения на нефтяной платформе Дб [Мысленков и др., 2017; Krechik et al., 2019; Мысленков и др., 2020]. В связи с тем, что процесс получения контактных измерений является трудоемким и экономически затратным, любые натурные данные имеют большую ценность. Целью данной работы является исследование гидрологических условий существования внутренних волн в Балтийском море на основе натурных измерений, полученных в центральной Балтике, а также анализ полученных записей и определение локальных особенностей поля внутренних волн.



Рисунок 4.3.1. Данные наблюдений внутренних волн в Балтийском море (База данных доступна по ссылке <https://lfnad.nntu.ru/igwatlas/>)

29 августа – 7 сентября 2019 г. состоялся 49-й научный рейс НИС «Академик Сергей Вавилов» в Балтийском море в исключительных экономических зонах России, Швеции и Польши [Сивков и др. 2020]. В рамках рейса была выполнена суточная станция гидрофизического зондирования в Готландской впадине для изучения внутренних волн [<https://ocean.ru/index.php/vse-novosti/item/1454-49-j-nauchnyj-rejs-nis%20akademik-sergej->

vavilov-v-baltijskoe-more]. Район измерений показан на рис. 4.3.2. Гидрофизическое зондирование выполнялось на станциях мультипараметрическими зондами Sea&SunTech CTD-90M и Idronaut 316. В ходе суточной станции (2–3 сентября), были проведены три замера по несколько часов (от 4 до 8 часов), полученные данные включают в себя профили температуры, солёности, плотности а также их временное изменение на двух горизонтах, соответствующих верхнему и нижнему пикноклинам, с дискретностью 1 мин. Измерения проводились с дрейфующего судна, примеры траекторий движения которого приведены на рисунке 4.3.2 слева. По данным метеостанции, расположенной в городе Висбю (остров Готланд) скорость ветра в рассматриваемый период, достигала 10 – 11 м/с (источник: <https://meteogu.ru/>). Во время замеров был свежий и сильный ветер с порывами и шквалами, на поверхности моря наблюдалось значительное волнение. Ветер часто является причиной вертикального перемешивания вод, поэтому под воздействием скачков атмосферного давления и ветра на водную поверхность, в толще воды могут генерироваться внутренние волны, см., например, [Судольский, 1991; Доценко и Миклашевская, 2009].

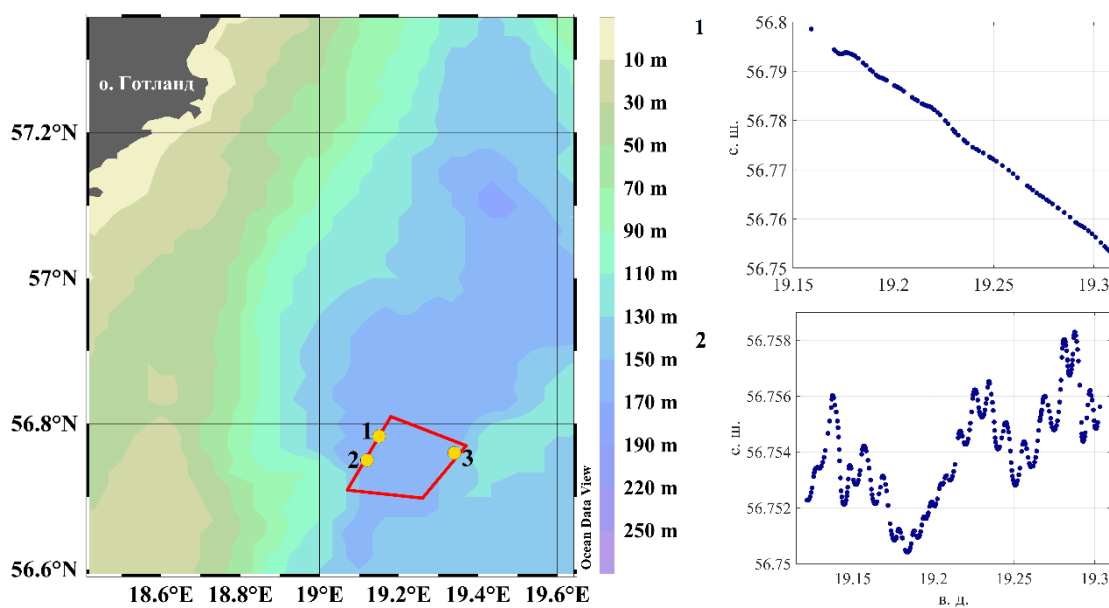


Рисунок 4.3.2. Справа расположение района работ, выполнявшихся НИС «Академик Сергей Вавилов» 2–3 сентября 2019 г., слева траектории дрейфа корабля на станциях 1, 2

Как показано в работе [Рувинская и др., 2018] в летние месяцы Балтийское море в большей степени является трехслойным, что подтверждает стратификация полей температуры и солёности в районе измерений (рис. 4.3.3 - 4.3.5). Резкое изменение температуры способствовало образованию верхнего пикноклина, галоклин же в свою очередь внес основной вклад в образование скачка плотности на глубине 60–80 м. Замер профилей температуры и солёности проводился для каждой станции в начале измерений (для станции № 2

было проведено два замера, как в начале, так и в конце измерений). Вертикальные распределения плотности морской воды построены с помощью уравнения состояния морской воды TEOS-10 [http://teos-10.org/], встроенного в программный комплекс ODV [Schlitzer, 2021]. Из рис. 4.3.4 видно, что за 8 часов значительных качественных изменений профиля плотности не произошло, плотность изменяется с глубиной без инверсий. Максимальное изменение температуры наблюдается на глубине около 30 метров и составляет 18% от начального значения, для солёности – примерно 15% на глубине 70 метров. Уровень скачка температуры смещается примерно на 3.5 м, солёности – на 6 м.

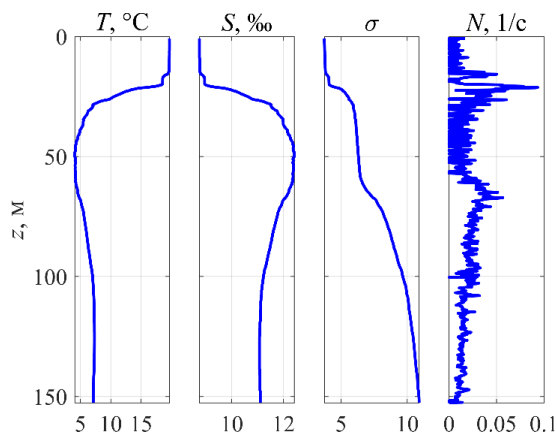


Рисунок 4.3.3. Вертикальный профиль температуры, солёности, условной плотности и частоты Вайсяля – Брента для станции № 1 (см. рис. 4.4.1)

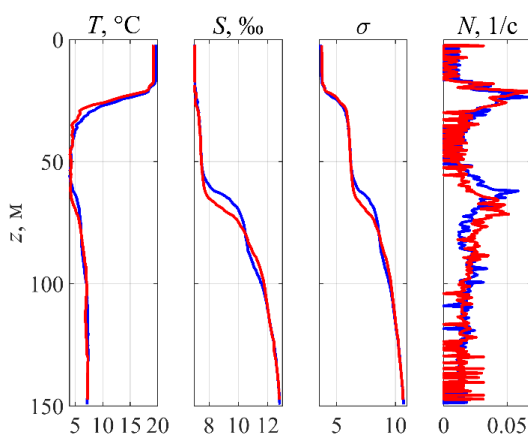


Рисунок 4.3.4. Вертикальный профиль температуры, солёности, условной плотности и частоты Вайсяля – Брента для станции № 2 (см. рис. 4.3.2), синим цветом, представлены данные, полученные в начале периода измерений, красным – в конце.

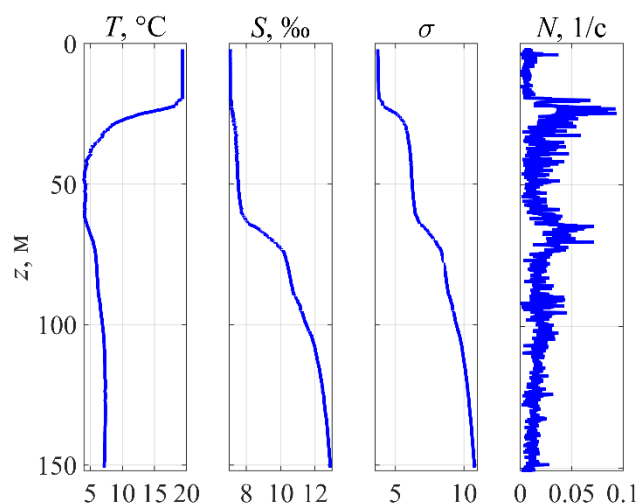


Рисунок 4.3.5. Вертикальный профиль температуры, солёности, условной плотности и частоты Вэйсёля – Брента для станции № 3 (см. рис. 4.3.2)

На рис. 4.3.6. – 4.3.8 показаны полученные записи температуры, солёности и условной плотности от времени на глубине соответствующей глубине залегания пикноклинов. Для всех станций можно отметить, что основной вклад в изменение плотности вносит температура. Для станции №2 (рис. 4.3.7) на верхнем пикноклине наблюдаются значительные колебания по температуре и плотности.

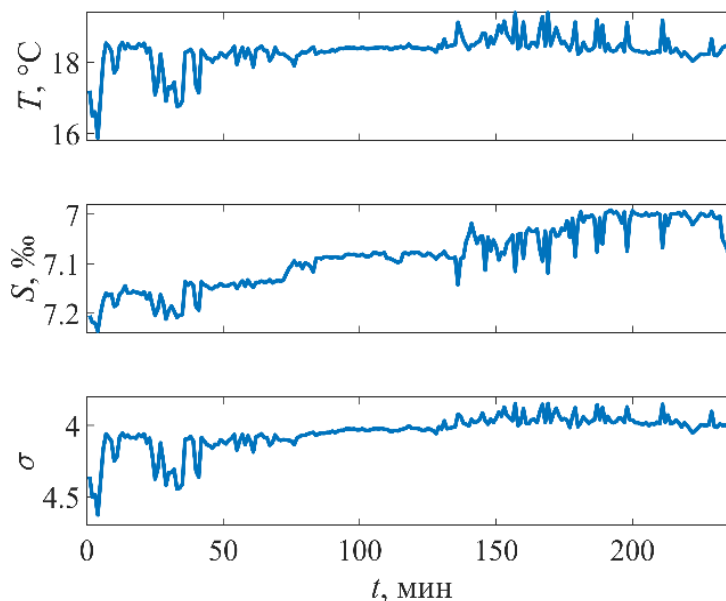


Рисунок 4.3.6. Сверху вниз: временной ход температуры, солёности и условной плотности для станции №1 (см. рис. 4.3.2). Запись на верхнем пикноклине.

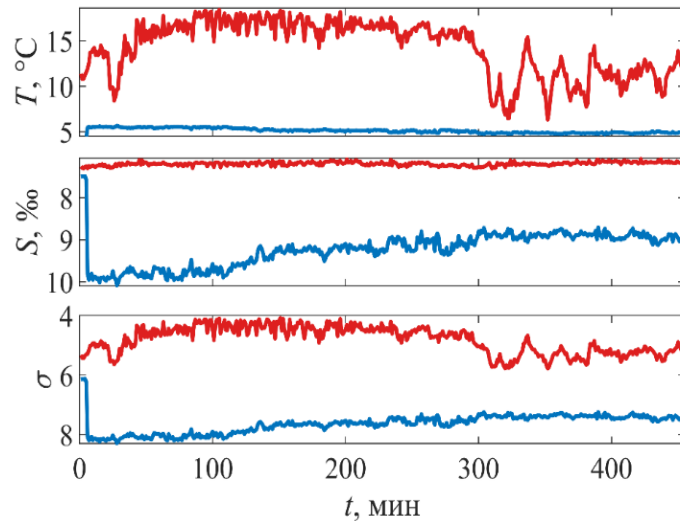


Рисунок 4.3.7. Сверху вниз: временной ход температуры, солености и условной плотности для станции №2 (см. рис. 4.3.2). Красным цветом показаны измерения на верхнем пикноклине, синим – на нижнем.

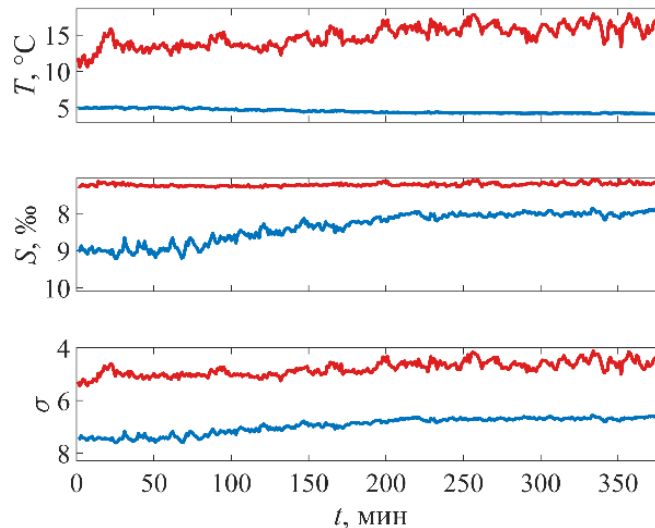


Рисунок 4.3.8. Сверху вниз: временной ход температуры, солености и условной плотности для станции №3 (см. рис. 4.3.2). Красным цветом показаны измерения на верхнем пикноклине, синим – на нижнем.

Исследование вертикальной структуры поля длинных внутренних волн выполнено на основе решения краевой задачи Штурма – Лиувилля (1.2.10). Для удобства записи и расчетов мы используем условную плотность $\sigma = \rho(z) - 1000 \text{ кг/м}^3$. Как уже говорилось выше (см. параграф 1.1), частоты внутренних волн лежат в диапазоне $f_{in} \leq \omega \leq N_{\max}$, N_{\max} – максимум $N(z)$, для района измерений он составляет примерно 0.093 1/с для станции №1, 2 и 0.069 1/с для станции №3, что соответствует периоду 11 сек и 14 сек соответственно. Инерционный период в рассматриваемой акватории составляет 14.34 ч. На рис. 4.3.9 показана структура

первых трёх модовых функций для рассматриваемой акватории, рассчитанных для стратификации приведенных на рисунках 4.3.3 – 4.3.5. Отметим, что с ростом волнового числа ширина зоны первого от поверхности максимума каждой моды сужается, горизонт залегания максимума практически не меняется для старших мод, а для низшей моды происходит резкий скачок этого горизонта. Наличие скачка связано с тем, что максимум первой моды для достаточно длинных волн расположен в зоне нижнего пикноклина, а при уменьшении длин волн максимум перемещается в зону верхнего пикноклина.

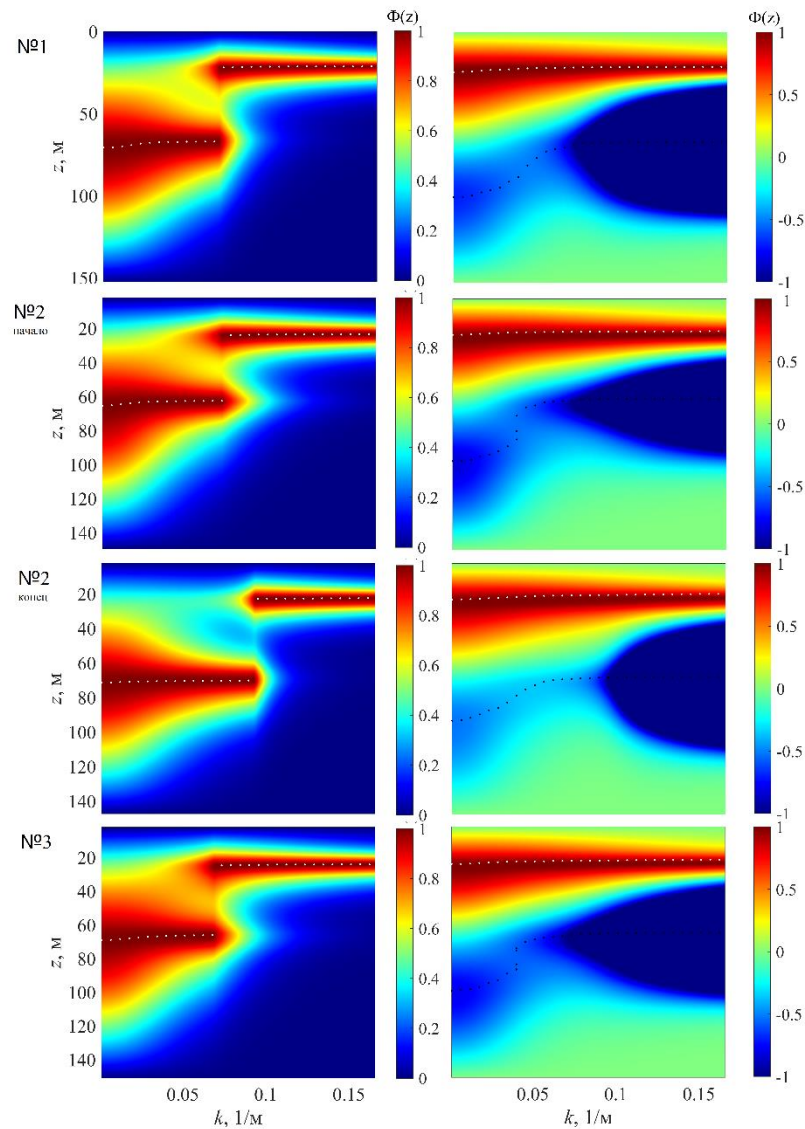


Рисунок 4.3.10. Первые три низшие нормализованные вертикальные моды в зависимости от волнового числа k . Сверху вниз: станция №1, станция №2 (данные, полученные в начале измерений), станция №2 (данные, полученные в конце измерений), станция №3. Цветом показано значение модовой функции $\Phi_n(k, z)$, $n=1,2$ слева направо, соответственно. Пунктиром отмечены положения экстремумов (белым – максимумов, черным – минимумов).

Из рис. 4.3.11, на котором приведены дисперсионные кривые, видно, что для рассмотренной акватории Балтийского моря свойственно плавное изменение частоты внутренних волн с уменьшением длины волны, а также присутствуют зоны сгущения, отмеченные также в расчетах [Grigorenko and Khartiev, 2017; 2019] для моря Баренцева, Черного и Охотского морей

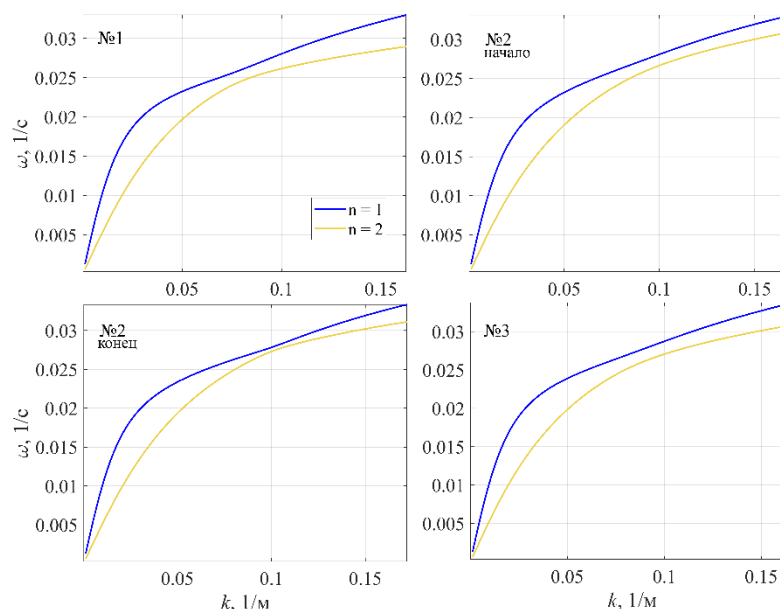


Рисунок 4.3.11. Дисперсионные кривые трех низших мод внутренних волн.

Из дисперсионного соотношения, при известных значениях частоты внутренних волн, несложно вычислить групповую (c_g) и фазовую скорости (c_{ph}) (1.2.13 – 1.2.14). На рисунке 4.3.12 представлены графики изменения фазовой и групповой скорости внутренних волн в зависимости от волнового числа. Скорости изменяются в пределах от 0.4 м/с до 1.1 м/с и уменьшаются, как и ожидалось, с уменьшением длин волн [Булатов и Владимиров, 2015].

Нами проведен корреляционный анализ, который позволяет выявить характер и степень взаимосвязи сигналов, полученных на верхнем и нижнем пикноклинах. На рисунке 4.3.13 представлена автокорреляционная функция смещения плотности на верхнем пикноклине и функция взаимной корреляции смещения плотности на верхнем и нижнем пикноклине для станции №2, которая измеряет сходство между временным рядом и запаздывающими версиями другого временного ряда. При увеличении временного сдвига (Lag) корреляция смещения плотности на верхнем и нижнем пикноклине возрастает и достигает максимального значения при значении сдвига 24 мин, что неплохо соответствует времени движения между пикноклинами волнового пучка для периода около 30 минут (см. параграф 4.5)

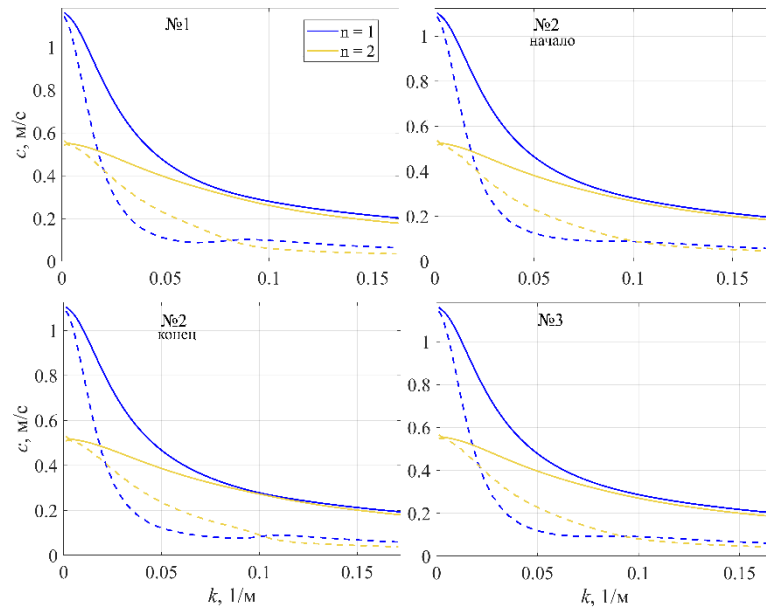


Рисунок 4.3.12. Сплошные линии – фазовая скорость c_{ph} , пунктирные – групповая скорость c_g в зависимости от волнового числа.

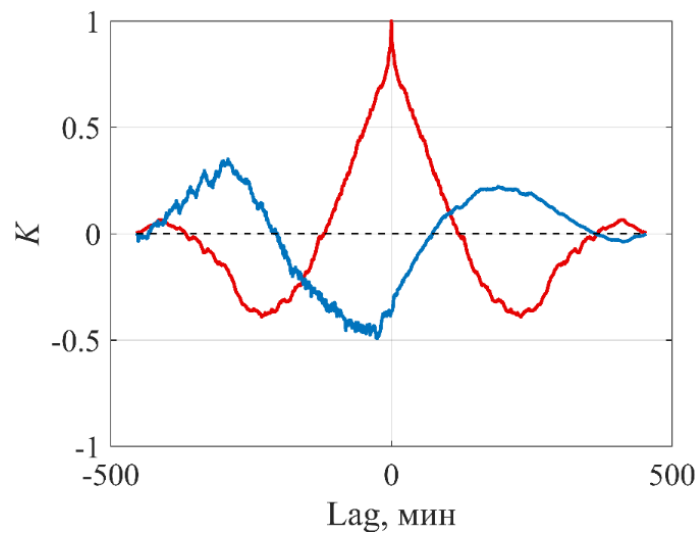


Рисунок 4.3.13. Красным цветом показана автокорреляционная функция смещения плотности на верхнем пикноклине, синим – корреляция записей смещения плотности на верхнем и нижнем пикноклине для станции № 2.

4.4. Анализ вертикальной структуры внутренних волновых полей

Часто при исследовании волнового поля прибегают к одномодовому приближению и представляют поле с помощью первой моды, так как она вносит наибольший вклад в общую энергию волнового поля. Такой подход позволяет упростить и ускорить вычисления. Но если волновое поле содержит несколько мод, то одномодовое приближение может не быть достаточно точным.

В данном параграфе обсуждается модовый состав полнонелинейного волнового поля смещений изопикнических поверхностей, полученных в результате численного моделирования.

Разложение длинноволнового поля выглядит следующим образом:

$$\zeta(x, z, t) = \sum_n A_n(x, t) \Phi_n(z), \quad (4.4.1)$$

где

$$A_n(x, t) = \frac{\int_0^H \zeta(x, z, t) \Phi_n(z) N^2(z) dz}{\int_0^H \Phi_n(z) N^2(z) dz}.$$

n – номер моды, $\Phi_n(z)$ – модовая функция, которая находится из решения задачи Штурма-Лиувилля (1.2.10), $A_n(x)$ – амплитуда бароклинных мод. Разложение можно произвести для любого числа n .

На примере поля плотности из результатов моделирования распространения локализованного внутреннего возмущения в виде осциллирующего волнового пакета (бризера) первой моды в трехслойной жидкости с неровным дном в виде сглаженной ступеньки [Лобовиков и др., 2019] показано разложение на бароклинные моды. Исходное волновое поле показано на рис. 4.4.1.

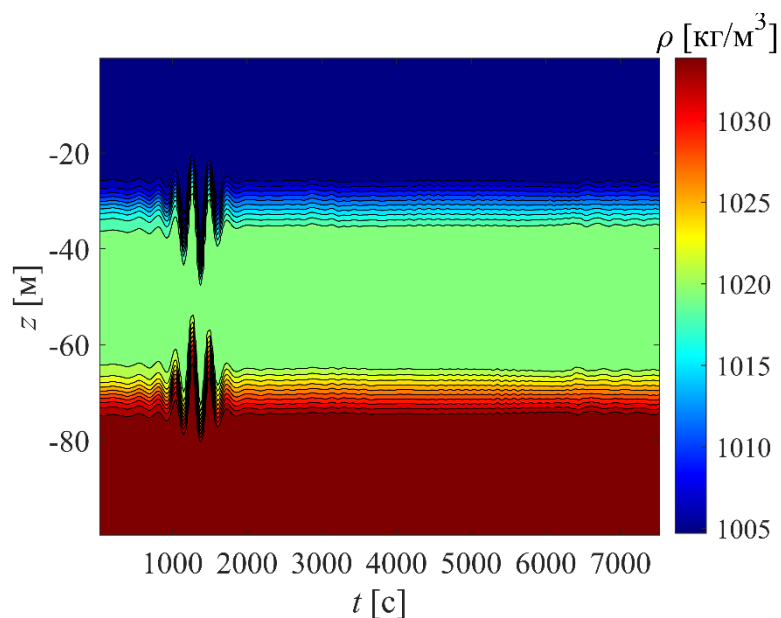


Рисунок 4.4.1. Распределение поля плотности от времени в точке расчетной области $x^* = 11300$

На рис. 4.4.2 приведена зависимость амплитуд мод $A_n(x^*, t)$ от времени до 4-й моды включительно в точке расчетной области $x^* = 11300$ м. Из рисунка видно, что первая мода

дает наибольший вклад в вертикальную структуру полнелинейного бризера, поскольку в качестве начального условия использовался бризер первой моды. Однако, следует отметить, что возмущение второй моды имеет форму огибающей волнового пакета, а поправка четвертой моды в момент прохождения бризера через выбранную точку трассы распространения имеет форму самого волнового пакета и сравнимую с первой модой амплитуду. Слабые отраженные волны, пришедшие в рассматриваемую точку после 5000 с, наиболее заметны в поле третьей и четвертой моды

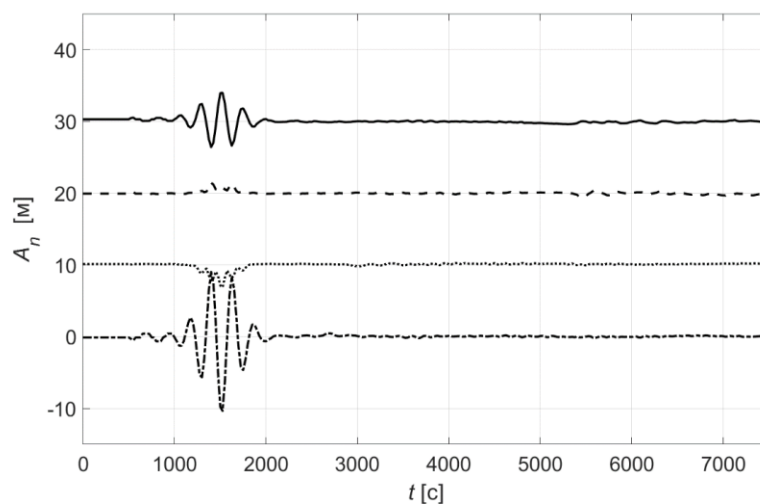


Рисунок 4.4.2. Амплитуды теоретических мод $A_n(x^*, t)$ ($1 \leq n \leq 4$) в точке расчетной области $x^* = 11300$ м (--- мода 1; мода 2 (волна этой моды смещена на 10 м); - - - мода 3 (волна этой моды смещена на 20 м); — мода 4 ((волна этой моды смещена на 30 м)))

Обсудим также структуру волнового поля на примере численных расчетов из работы [Рувинская и др., 2023]. В работе приведены результаты трансформации многокомпонентного баротропного прилива в Охотском море (шельф острова Сахалин) в рамках полнелинейных негидростатических расчетов. На рис. 4.4.3 представлено поле плотности для одной из трасс вдоль которой проводился расчет (разреза 16, см. [Рувинская и др., 2023]) через 25 ч от начала моделирования для летнего сезона. На увеличенном фрагменте видно, что поле имеет сложную вертикальную структуру. Для данной стратификации плотности, была решена задача Штурма-Лиувилля (1.2.10) и в каждой точке пространства получены три низшие модовые функции. Профиль частоты Вьяйсяля-Брента и вид первых трех низших мод $\Phi(z)$ для точки трассы $x = 58$ км, представлены на рис. 4.4.4.

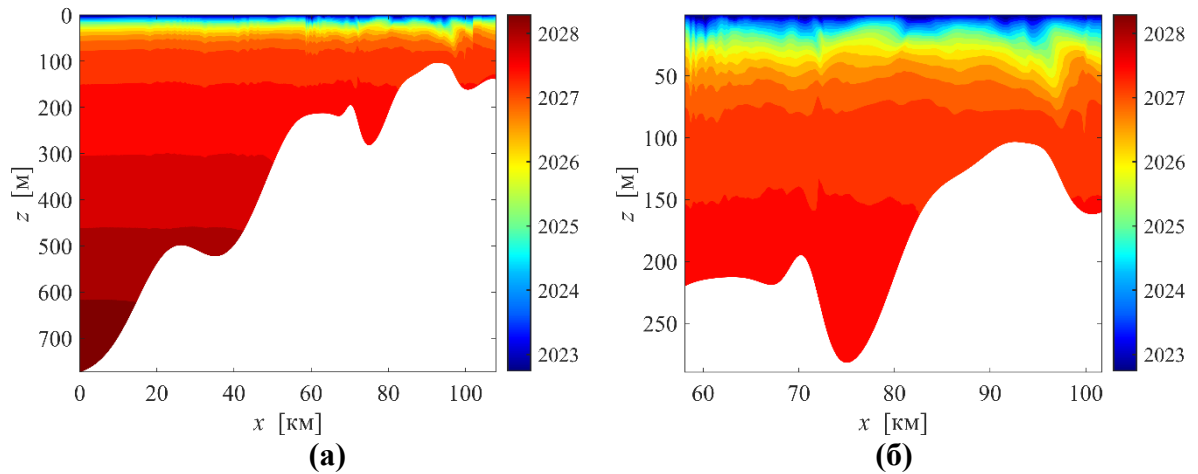


Рисунок 4.4.3. (а) - исходное поле плотности ρ [кг/м³], (б) - увеличенный фрагмент.

На рис. 4.4.5 приведена зависимость амплитуд мод $A_n(x, t^*)$ до 3-й включительно от координаты в момент времени t^* . Из рисунка видно, что первая мода дает наибольший вклад в вертикальную структуру волнового поля вначале трассы. Это отмечается во многих работах по внутренним волнам вне зависимости от выбора модовых функций в разложении Фурье. В океанологии часто используется разложение по эмпирическим ортогональным функциям, см., например, [см. например Song et al., 2012], что позволяет получить быстро сходящийся ряд. Мы же специально использовали модовые функции линейной задачи, чтобы была возможность интерпретации в рамках слабонелинейной теории. Как следует из этой теории, имеется нелинейная поправка к моде (см. параграф 1.2), однако она мала, поэтому грубо можно считать, что моды остаются в рамках линейной теории. Если какая-то мода превалирует, то это и оправдывает нашу слабонелинейную теорию, основанную на уравнении Гарднера для волн одной моды.

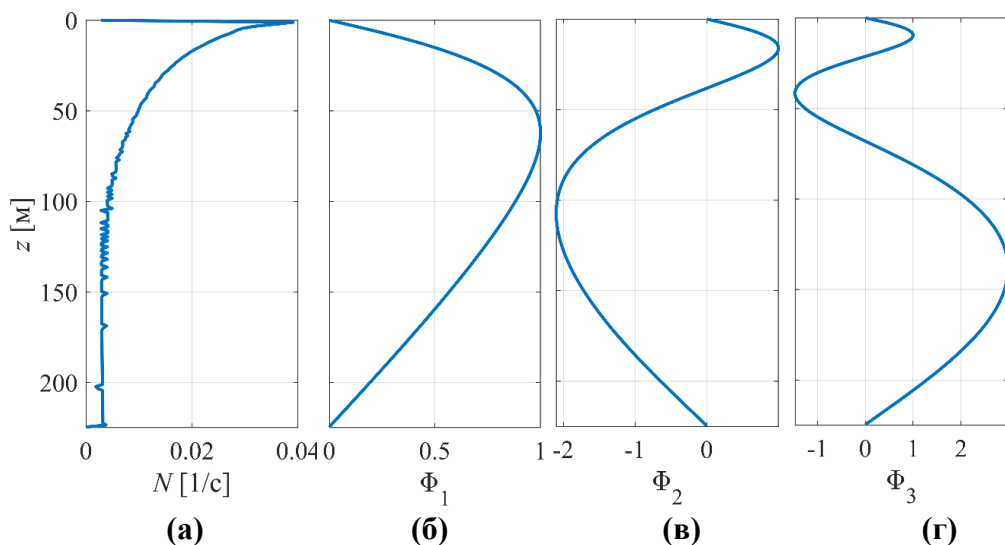


Рисунок 4.4.4. Частота Вэйселя-Брента (а) и первые три модовые функции $\Phi(z)$ для точки $x = 58$ км (б - г).

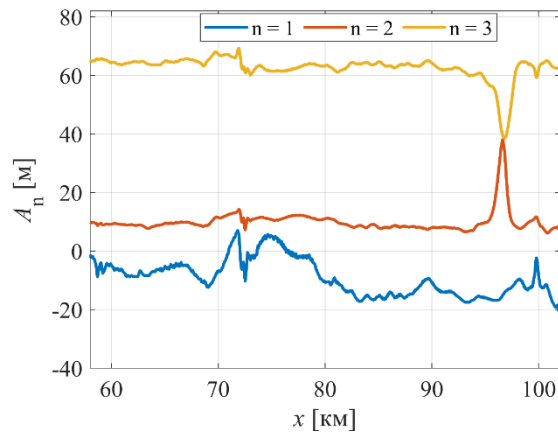


Рисунок 4.4.5. Зависимость амплитуд теоретических мод $A_n(x)$ ($1 \leq n \leq 3$) для участка разреза. Волна второй моды смещена на 10 м по вертикали, волна третьей моды – на 60 м.

Нами приведены расчеты также для зимнего сезона. На рис. 4.4.6 и 4.4.7 показаны исходное волновое поле и структура вертикальных мод соответственно. Амплитуды, соответствующие первой и третьей моде, имеют сопоставимые значения, для второй моды достигают 60 метров (Рис. 4.4.8.). Вторая мода вносит существенный вклад в волновое поле, что не было отмечено для летнего периода.

Таким образом, хотя типичным считается представление волнового поля с помощью наинизшей моды, как видно из наших результатов, имеются случаи, когда надо учитывать многомодовое распространение внутренних волн. В таких случаях необходимо переходить на прямое моделирование в рамках исходных уравнений Эйлера.

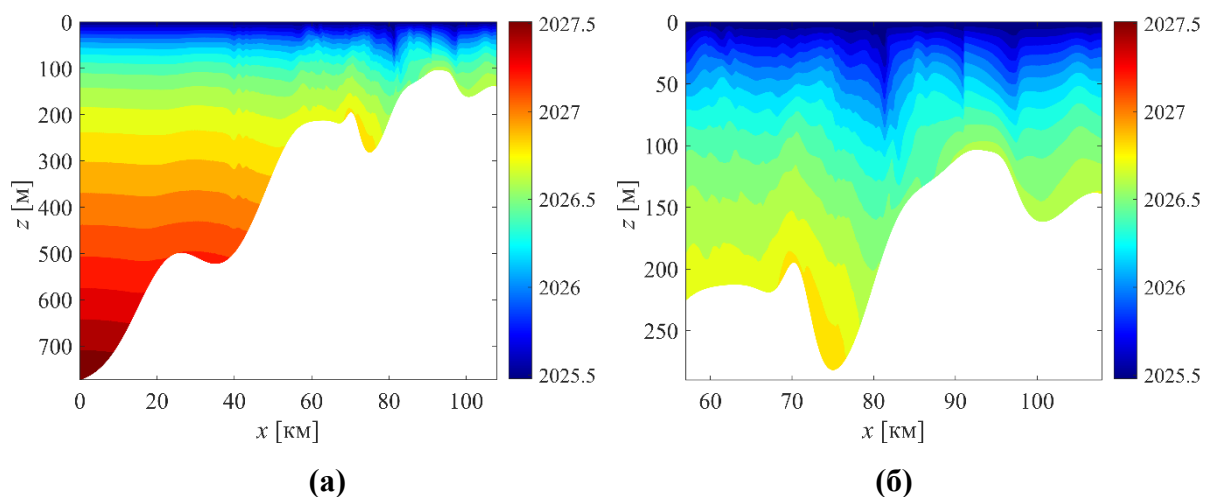


Рисунок 4.4.6. (а) - исходное поле плотности ρ [кг/м³], (б) - увеличенный фрагмент

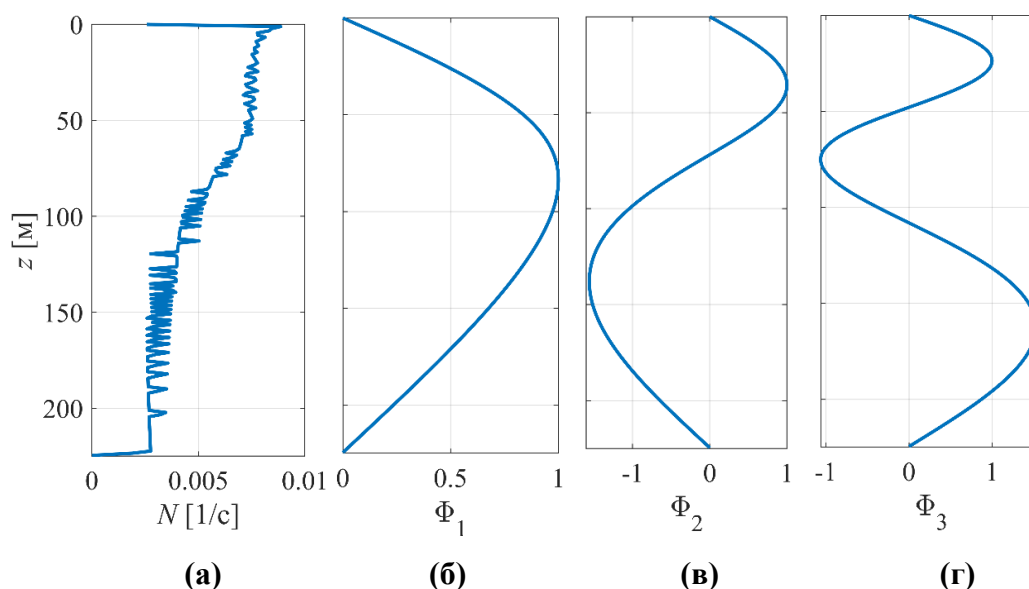


Рисунок 4.4.7. Частота Вайсяля-Брента (а) и первые три модовые функции $\Phi(z)$ для точки $x = 58$ км (б-г).

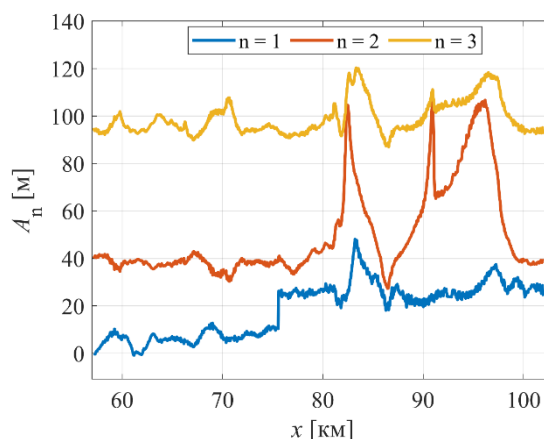


Рисунок 4.4.8. Зависимость амплитуд теоретических мод $A_n(x)$ ($1 \leq n \leq 3$) для участка разреза. Волна второй моды увеличена смещена на 40 м, волна третьей моды - на 95 м.

4.5. Расчеты пучков внутренних волн для реальных и модельных условий

Внутренние волны приливной частоты, или внутренние приливы, генерируются баротропным приливом, взаимодействующим с неровностями дна, и затем могут трансформироваться во внутренние волновые лучи, или пучки (beams). Направление лучей совпадает с групповой скоростью, следовательно, с направлением переноса энергии внутренними волнами. Стоит отметить, что закон равных углов падения и отражения (известный в оптике и акустике) здесь неверен, так как наклон лучей определяется только стратификацией океана, частотой волн и широтой. Распространение внутренних волновых пучков широко обсуждалось в литературе [Gerkema et al., 2004; Grimshaw et al., 2010; Kurkina et al., 2018a]. Многочисленные теоретические, численные и лабораторные исследования показывают, что

внутренние приливы распространяются как внутренние волновые пучки, которые представляют собой пространственно компактные и когерентные области энергии с наклоном, зависящим от частоты [Mowbray and Rarity, 1967; Merrifield and Holloway 2002; Smith and Young 2003; Khatiwala 2003; St Laurent et al. 2003; Legg and Huijts 2006]. Причем пучки внутренних волн наблюдаются в полях различных гидродинамических величин, включая поле плотности, скорости и т.д.

В рамках данного параграфа проведен расчет внутренних волновых пучков (с учетом неровностей дна) как для модельных условий, так и для реальных условий на шельфах российских морей.

В контексте линейной негидростатической модели [Baines, 1995] неоднородный по времени поток над неровным дном вызывает резонансные бароклинные движения с частотой ω , когда выполняется условие $\alpha \leq \gamma$ для наклона α характеристик гиперболического волнового уравнения:

$$\alpha^2(z) = \frac{\omega^2 - f^2}{N^2(z) - \omega^2} \quad (4.5.1)$$

и уклона дна $\gamma = dD/dx$, где $D(x)$ – глубина дна в зависимости от горизонтальной координаты x . Эти надкритические области, где движения жидкости являются существенно бароклинными во всей толще, являются источниками излучения волн создавая волновые лучи, или пучки (beams), определяемые из уравнения:

$$\frac{dz}{dx} = \pm \sqrt{\frac{\omega^2 - f^2}{N^2(z) - \omega^2}}, \quad (4.5.2)$$

решение которого записывается в виде квадратур:

$$x - x_0 = \int_{z_0}^z \frac{dz}{\sqrt{\frac{\omega^2 - f^2}{N^2(z) - \omega^2}}}. \quad (4.5.3)$$

Для интерпретации результатов численного моделирования распространения и трансформации внутренних волн вдоль трассы в условиях северо-восточного шельфа о. Сахалин (рассмотренных в работе [Рувинская и др, 2023]) были рассчитаны лучи и наложены на поля горизонтальной скорости.

На графике горизонтальной скорости многомодовость проявляется наличием ярких линий – «лучей», заключенных между линиями нулевой скорости, а также тем, что локальные максимумы скорости достигаются не только на поверхности и дне, но также и в толще жидкости. На рис. 4.5.1 и 4.5.2 слева приведены поля горизонтальной скорости для трасс 5_2 и 4_2 (см. рисунок 4.4.1) на которых по максимальным значениям скорости отчетливо

видно траекторию внутренних волновых лучей, на рисунках справа черным пунктиром приведены результаты вычисления лучей. Рассчитанные лучи соответствуют волнам с характерными периодами 2,5–3 ч, рождающимся в мелководной зоне (полная глубина 100–200 м) в результате нелинейного каскада энергии при трансформации волн приливных периодов в рассматриваемой акватории. Результаты показали хорошее соответствие с волновыми полями, рассчитанными в рамках двумерной (вертикальная плоскость) полнонелинейной негидростатической модели при генерирующем воздействии мультикомпонентного баротропного прилива.

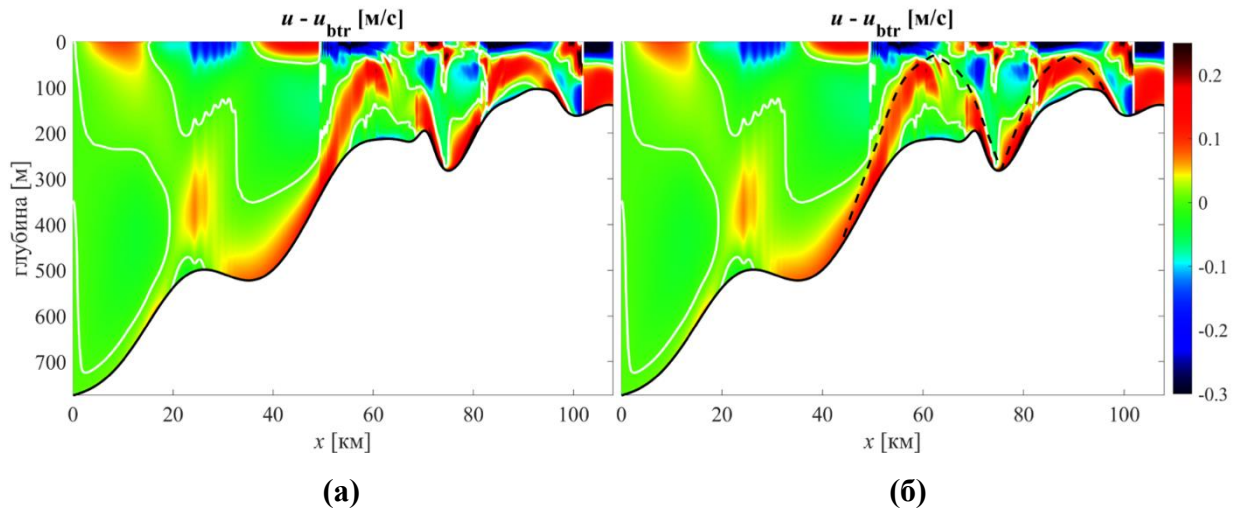


Рисунок 4.5.1. (а) - горизонтальная скорость (белая сплошная линия – линия нулевой скорости), (б) - тоже самое, черным пунктиром наложена траектория внутреннего волнового луча с периодом $T = 2.7$ ч. для разреза 5_2 (см. карту рисунок 4.4.1)

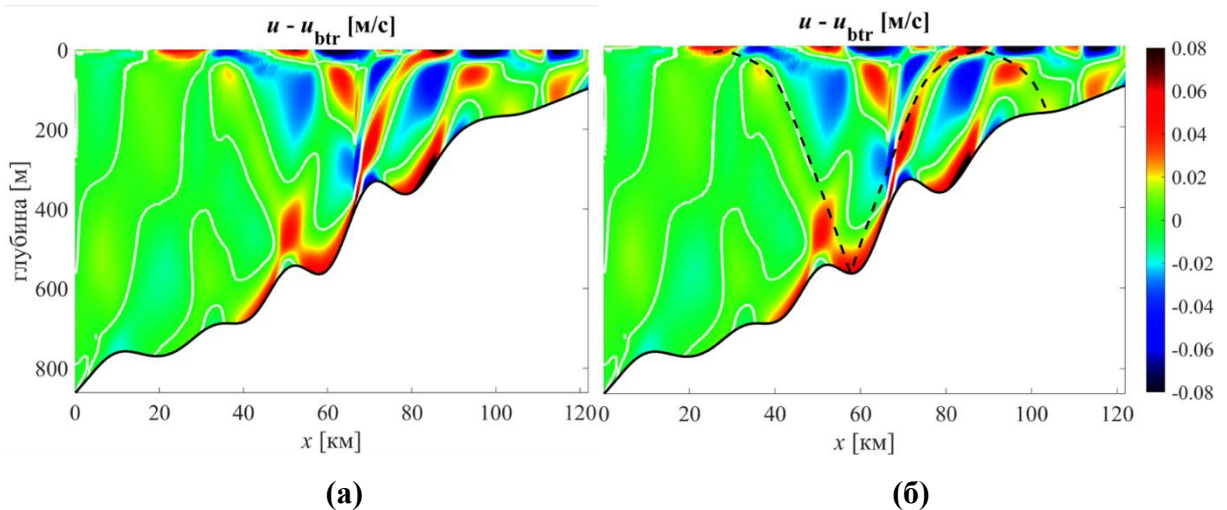


Рисунок 4.5.2. (а) - горизонтальная скорость (белая сплошная линия – линия нулевой скорости), (б) - тоже самое, черным пунктиром наложена траектория внутреннего волнового луча с периодом $T = 3$ ч. для разреза 4_2 (см. карту рисунок 4.4.1)

Для акватории Балтийского моря с использованием данных наблюдений (гидрологические условия и временные ряды солености и температуры, описанные в параграфе 4.3) показано, что время движения волнового пучка между пикноклинами для периода около 30 мин и согласуется с результатами корреляционного анализа измеренного сигнала.

На рис. 4.5.3 представлены рассчитанные численно для исследуемой акватории (при условии ровного дна, с отражением от морской поверхности и от дна) лучи, вдоль которых распространяется энергия внутреннего волнового поля [Gerke et al., 2004]. Лучи рассчитаны для периодов 30 минут и 1 час. Пучок, соответствующий периоду 30 минут, проходит расстояние от поверхности до дна за 34 минуты, при этом распространяясь на расстояние 2.32 км по горизонтали. Видно также, что лучи испытывают значительное преломление на пикноклинах. Для известной батиметрии бассейна лучи могут быть рассчитаны с учетом неоднородностей дна.

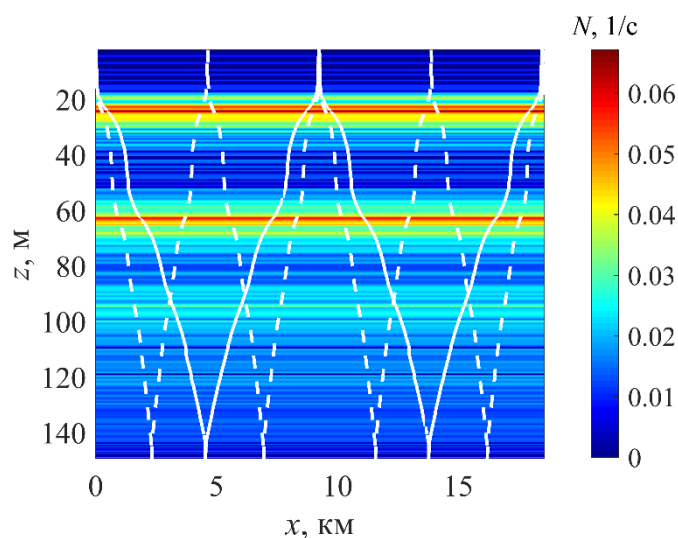


Рисунок 4.5.3. Структура внутренних волновых пучков с частотой, соответствующей периоду один час (сплошная линия) и соответствующая периоду 30 мин (штриховая линия) для исследуемой акватории.

Отметим, что для решения этой задачи нами разработан программный комплекс с пользовательским интерфейсом [К38], desktop-приложение доступно по запросу.

4.6. Моделирование поля внутренних волн и оценка их транспортных свойств на шельфе

Внутренние волны могут существенно преобразовывать рельеф дна даже на значительных глубинах, где штормовые поверхностные волны уже не достают до дна. В частности, такие волны могут размывать донный материал разных типов вокруг опор нефтедобывающих платформ, трубопроводов и других подводных сооружений, способствуют измен-

чивости гидрологических характеристик и могут оказывать влияние на безопасность и экономическую эффективность работ на шельфе [Osborne, 2010; Song et al., 2011; Stöber and Moum, 2011]. Для количественных оценок опасных динамических эффектов от короткопериодных внутренних волн и их дальнейшего учета в инженерных изысканиях, связанных со строительством на шельфе, плавучими сооружениями и подводным мореплаванием, необходимо выполнять региональные оценки вероятности размыва донного грунта и режима смещения донных частиц на различных временных интервалах. [Quaresma et al., 2007; Bourgault et al., 2014].

В настоящем параграфе проводится численное моделирование поля внутренних волн в летний период на шельфе полуострова Камчатка и анализ их транспортных свойств в рамках слабонелинейной теории. Приведены оценки вероятностных уровней смещения для несвязного грунта известной фракции и плотности по рассчитанному полю скоростей придонных потоков, индуцированных внутренними волнами.

Для моделирования были использованы гидрологические данные из атласа GDEM V 3.0 для июля на шельфе полуострова Камчатка (см. рис. 4.6.1), что позволяет учесть основные особенности плотностной стратификации в летний период в этой области. Выбранный разрез удобен сочетанием знаков нелинейных коэффициентов уравнения Гарднера. Волновая динамика изучалась вдоль разреза, помеченного красной линией на рис. 4.6.1. Для количественных оценок применялось уравнение Гарднера с переменными коэффициентами, описанное в Главе 1 (1.3.5). На основе гидрологических данных вычисляются изменяющиеся вдоль трассы распространения волны коэффициенты уравнения Гарднера. Граничное условие задавалось в виде колоколообразного (Гауссова) импульса отрицательной полярности (исходя из знака коэффициентов квадратичной и кубической нелинейности [Zhang et al., 2019]) с амплитудой 25 м.

Изменение вдоль трассы параметров среды для моделирования внутренних волн показан на рис. 4.6.2. Протяженность разреза составляет около 150 км, глубина изменяется в пределах 150—700 м. Линейные параметры внутренних волн (коэффициенты при линейных членах уравнения Гарднера), фазовая скорость длинной волны c и коэффициент дисперсии β хорошо коррелируют с глубиной. Поскольку коэффициент квадратичной нелинейности $\alpha < 0$ и коэффициент кубической нелинейности $\alpha_1 > 0$ вдоль всей трассы, то, как мы описывали в первой главе, возможны два семейства солитонов. Первое из них соответствует солитонам отрицательной полярности (понижения уровня) с амплитудой, которая может меняться в широких пределах, а второе – солитоны положительной полярности (поднятия уровня) с амплитудой, больше критической (амплитуды алгебраического солитона).

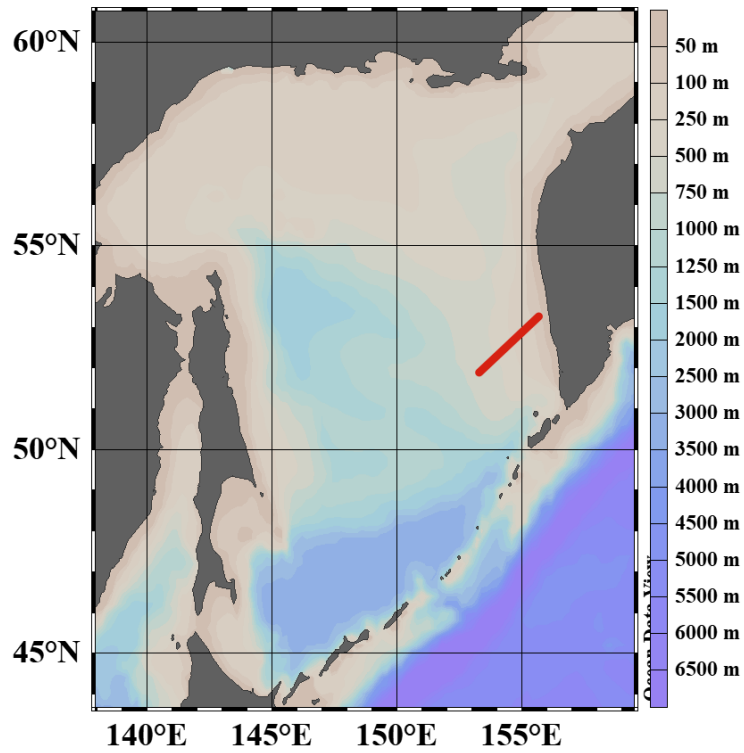


Рисунок 4.6.1. Расположение разреза на шельфе полуострова Камчатка

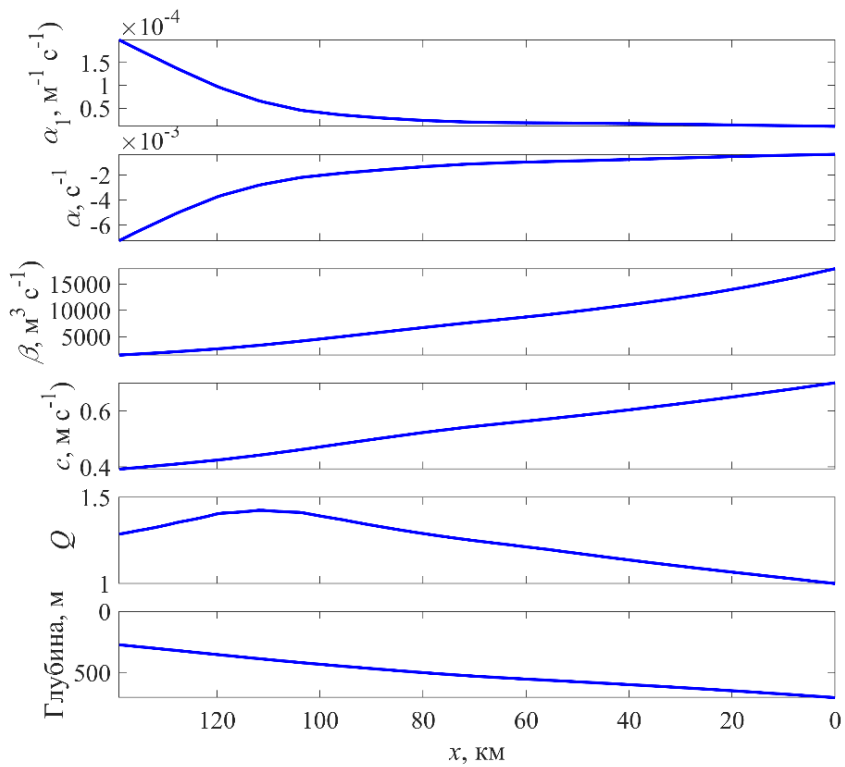


Рисунок 4.6.2. Коэффициенты обобщенного уравнения Гарднера вдоль разреза.

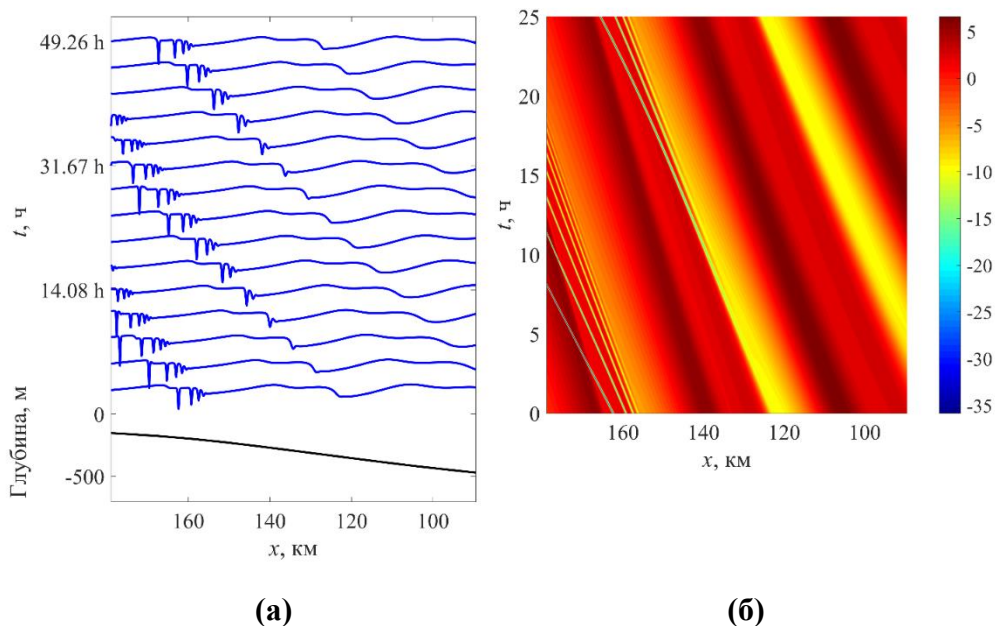


Рисунок 4.6.3 Эволюция бароклинной приливной волны: (а) – отклонения изопикнических поверхностей в различные моменты времени со сдвигом по вертикали 40 м между последовательными кривыми; (б) – пространственно-временная диаграмма (шкала в м).

Для типичных условий июля генерация солитонов отрицательной полярности из Гауссова импульса начинается примерно на глубинах от 150 до 200 м на шельфе. Для условий шельфа полуострова Камчатка в Охотском море характерна трансформация приливной волны в солибор на континентальном склоне, причем при приближении к берегу происходит достаточно стремительное нарастание амплитуды солитонов внутренних волн. Очевидно, что генерация солибора на шельфе приводит к возникновению достаточно сильных течений, индуцированных внутренними волнами, амплитуда которых превышает амплитуду приливных течений. При этом интенсивные придонные потоки, индуцированные внутренними солитонами отрицательной полярности, распространяющимися в сторону берега, могут осуществлять транспорт донных отложений в глубоководные области.

Рассмотрим, как генерация волн большой амплитуды повлияет на распределение придонных скоростей по поперечному разрезу и, следовательно, на процессы переноса наносов. Процедура расчета придонных скоростей в рамках уравнения Гарднера подробно рассмотрена, например, в работе [Kurkina, 2018b]. Для оценки потенциального воздействия на осадочные породы вычисляется параметр Шилдса θ , который получается из отношения силы сдвигового напряжения слоя к массе погруженных частиц [Nielsen, 1986; Fredsoe and Deigaard, 1992].

$$\theta = \frac{\tau_b}{(\rho_s - \rho_w)gd}, \tau_b = -\rho_w C_d |u_b| u_b, \quad (4.6.1)$$

где τ_b - напряжение сдвига, g - гравитационное ускорение ($9,81 \text{ м/с}^2$), ρ_s - плотность донных частиц (предполагается плотность кварца, 2650 кг/м^3), ρ_w - плотность воды у дна, d - диаметр частиц, u_b - придонная скорость, C_d - эмпирический коэффициент ≈ 0.003 .

Для определения вероятности транспорта седиментов мы используем классификацию, приведенную в статье [Varati et.al., 2015] (см. рис.4.6.4), которая выделяет семь режимов движения донных частиц от «случайного движения частиц слоя в некоторых местах» до «общего переноса» в зависимости от соотношения параметров Шилдса и Рейнольдса

$Re = \frac{u_b d}{\nu}$ где ν – кинематическая вязкость

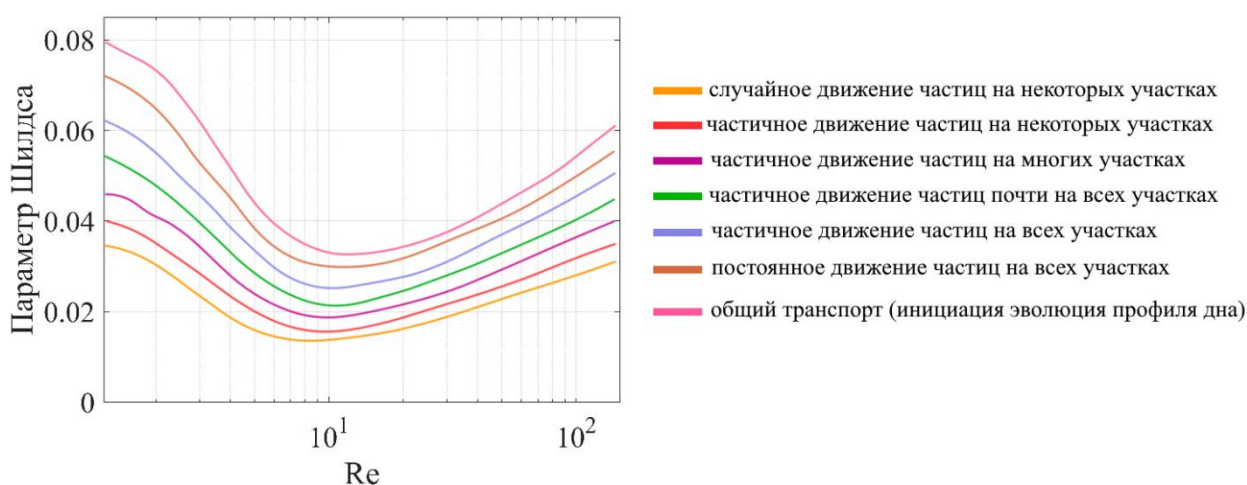


Рисунок 4.6.4. Плоскость параметров Шилдса θ и Рейнольдса Re .

В рассматриваемой области донные осадки преимущественно состоят из песка (от мелкого до крупного) и ила (см. рис. 4.6.5). В качестве примера рассмотрим донные отложения в виде частиц размером около 214 мкм (мелкий песок). Результаты расчетов приведены на рис. 4.6.6

Можно заметить, что приблизительно до 140 км, согласно расчетам, не наблюдается движения донных отложений, однако, на расстоянии 180 км от начальной точки трассы распространения видно, что перестройка волнового поля и его амплификация приводят к появлению придонных скоростей, достаточных для транспорта частиц на отдельных участках трассы.

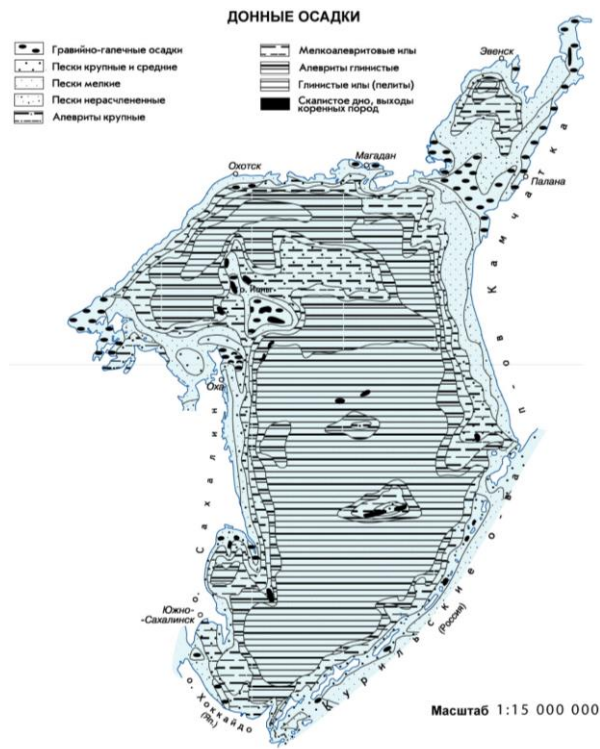


Рисунок 4.6.5. Карта донных осадков Охотского моря [Клочко и др., 2004]

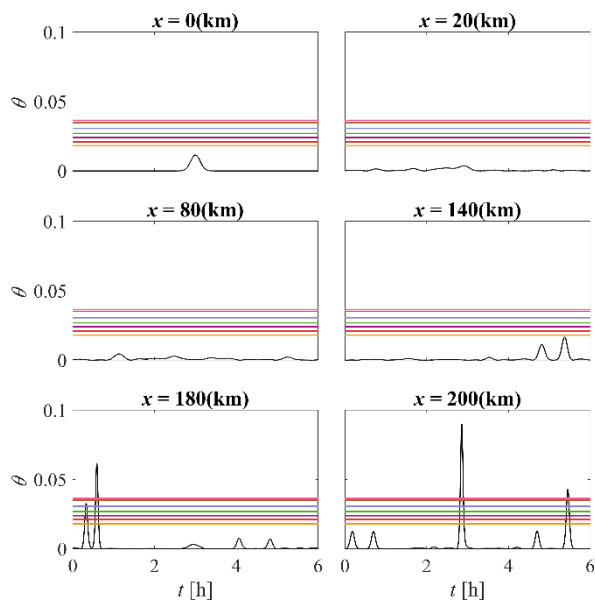


Рисунок 4.6.6. Временной ряд параметра Шилдса θ в точках трассы 0, 20, 80, 140, 180, 200 км (черная линия); цветными горизонтальными линиями показаны вероятностные уровни (см. Рис. 4.6.4)

В заключение отметим, что в данном параграфе проведено численное моделирование распространения внутренних волн в рамках уравнения Гарднера для горизонтально-неоднородной среды в условиях Охотского моря. На примере поперечного вертикального раз-

реза на шельфе полуострова Камчатка показано, что распространение внутреннего волнового пакета умеренной амплитуды приводит к значительному увеличению донных скоростей. Показано, что волновой пакет может способствовать взвешиванию осадков и транспорту донных отложений на значительные расстояния.

4.8. Заключение

В данной главе приведены результаты анализа нелинейных волновых процессов в стратифицированных бассейнах с использованием экспериментальных результатов. Получены следующие результаты:

- обработан временной ряд профилей температуры длиной около 210 часов, полученный в шельфовой зоне Японского моря по данным инструментальных наблюдений в октябре 2011 года. В записи было идентифицировано более 1000 короткопериодных внутренних волн с высотами 1—10 м при общей глубине в точке измерений 42 м. Построены графики повторяемости высот внутренних волн и выполнена оценка вероятности появления интенсивных возмущений.
- На основе натурных данных, полученных в Балтийском море в районе Готландской впадины рассчитана структура поля внутренних волн, их дисперсионные характеристики, проведена оценка фазовой и групповой скорости. Оценки корреляционных связей записей на верхнем и нижнем пикноклинах, позволяют высказать предположение о лучевом (и, соответственно, существенно многомодовом по вертикали) характере распространения внутренних волн. Проанализированные записи колебаний температуры и солёности, пересчитанные в смещения изопикн, показали, что высоты волн не превышали 6–8 метров, как для верхнего, так и для нижнего пикноклина, среднее значение высоты волны составляло 1,5 метра.
- Рассчитана лучевая структура, вдоль которой распространяется энергия внутренних приливных волн (с учетом неровностей дна) как для модельных, так и реальных условий
- Показано, что распространение внутреннего волнового пакета умеренной амплитуды приводит к значительному увеличению донных скоростей, так что волновой пакет может способствовать взвешиванию осадков и транспорту донных отложений на значительных расстояниях.

Заключение

В настоящей диссертационной работе получены следующие основные результаты:

- Выявлена сильная корреляция между скоростью распространения внутренних волн и индексом стратификации (рассчитанным как количество энергии, необходимой для перемешивания столба стратифицированной жидкости), позволяющая выполнять экспресс-оценки скоростей волн без решения краевой задачи Штурма-Лиувилля.
- Показано, что массовая сила плавучести суточного прилива значительно превышает силу полусуточных приливов практически повсеместно в Охотском море. Максимальные значения данной величины характерны для районов с резким батиметрическим уклоном.
- Обработан долговременный ряд профилей температуры длительностью около 210 часов, полученный в шельфовой зоне Японского моря по данным инструментальных наблюдений. В записи было идентифицировано более 1000 короткопериодных внутренних волн с высотами 1—10 м при общей глубине в точке измерений 42 м, что указывает на нелинейный характер поля внутренних волн. Оценены вероятности появления интенсивных возмущений.
- На основе имеющихся гидрологических данных рассчитаны и представлены в виде атласа карты кинематических параметров внутренних волн для Японского моря. Они использованы для построения карт возможных типов локализованных внутренних волн и предельных амплитуд различных семейств солитонов для этого бассейна. Типичными являются солитоны отрицательной полярности (с понижением пикноклина). «Толстые» солитоны теоретически могут встречаться в прибрежных зонах.
- Исследованы режимы многомодового распространения внутренних волн в природных водоемах. Корреляционный анализ измеренных сигналов свидетельствует в пользу лучевого характера распространения внутренних волн в таких регионах, траектории лучей рассчитаны для реальных условий с учетом переменной глубины.
- Показано, что распространение внутреннего волнового пакета умеренной амплитуды приводит к значительному увеличению донных скоростей, так что волновой пакет может способствовать взвешиванию осадков и транспорту донных отложений на значительных расстояниях.
- Разработана и реализована (https://lmnad.nntu.ru/ru/projects/property_IW/) геоинформационная онлайн система, которая дает возможность провести анализ кинематических и нелинейных характеристик внутренних волн по имеющимся данным натуральных наблюдений.

Список литературы

1. Баханов В. В., Власов С. Н., Казаков В. И., Кемарская О. Н., Копосова Е. В., Шишкина О. Д. Моделирование внутренних и поверхностных волн реального океана в большом термостратифицированном опытовом бассейне ИПФ РАН. //Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2003. – Т. 46. – №. 7. – С. 537-554.
2. Бреховских Л. М., Гончаров В. В. Введение в механику сплошных сред. М. Наука. – 1982.
3. Булатов В. В., Владимиров Ю. В. Волны в стратифицированных средах. – 2015.
4. Булатов В. В., Владимиров Ю. В. О расчете собственных функций и дисперсионных кривых основной вертикальной спектральной задачи уравнения внутренних гравитационных волн // Математическое моделирование. – 2007. – Т. 19, № 2. – С. 59-67.
5. Булатов В. В., Владимиров Ю. В. Оценка границ применимости линейной теории внутренних гравитационных волн //Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2010. – №. 5. – С. 123-129.
6. Булатов В. В., Владимиров Ю. В., Владимиров И. Ю. Фазовые характеристики полей внутренних гравитационных волн в океане со сдвигом скорости течений //Морской гидрофизический журнал. – 2021. – Т. 37. – №. 4 (220). – С. 473-489.
7. Бэтчелор Д. К. Введение в динамику жидкости. Москва-Ижевск: НИЦ. – 2004.
8. Гладышев С. В., Хен Г. В. Распространение тихоокеанских вод в Охотском море //Доклады Академии наук. 2004. – Т. 397. – №. 6. – С. 823-826.
9. Долгих Г.И., Новотрясов В.В., Ярошук И.О., Пермьяков М.С. Интенсивные внутренние боры на осеннем пикноклине в шельфовых водах залива Петра Великого (Японское море) //Доклады Академии наук. 2018. – Т. 479. – №. 2. – С. 200-205.
10. Доценко С.Ф., Миклашевская Н.А. Генерация поверхностных и внутренних волн в ограниченном бассейне перемещающимся барическим фронтом //Морской гидрофизический журнал. – 2009. – №. 3. – С. 3-18.
11. Епифанова А. С., Рыбин А.В., Моисеенко Т. Е., Куркина О. Е., Куркин А. А., Тюгин Д.Ю. База данных наблюдений внутренних волн в Мировом океане //Морской гидрофизический журнал. – 2019. – Т. 35. – №. 4 (208). – С. 395-403.
12. Завольский Н. А. Особенности распространения линейных внутренних волн в непрерывно стратифицированной жидкости //Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 1987. – №. 1. – С. 106-110.

13. Зимин А. В., Свергун Е. И. Короткопериодные внутренние волны в шельфовых районах Белого, Баренцева и Охотского морей: оценка повторяемости экстремальных высот и динамических эффектов в придонном слое // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. – 2022. – Т. 11. – №. 4. – С. 66-72.
14. Зимин А. В., Свергун Е. И., Атаджанова О. А. Прогноз повторяемости интенсивных внутренних волн в Белом море // *Комплексные исследования Мирового океана*. – 2017. – С. 243-244.
15. Ключко А. А., Романовская М., Гречушников М. Г. Национальный атлас России Том. 2. Природа и экология. – 2004. <https://nationalatlas.ru/tom2/294-296.html>
16. Кокоулина М.В., Куркина О.Е., Рувинская Е.А., Куркин А.А. Свидетельство о регистрации программного комплекса для ЭВМ № 2022663958 «Программный комплекс для расчета объемной силы прилива в стратифицированном море с неровным дном на основе международных атласов и моделей». 09.08.2022.
17. Копышов И.О., Козлов И.Е., Фрей Д.И., Сильвестрова К.П., Корженовская А.И., Медведев И.П., ... Степанова Н.Б. Комплексное исследование короткопериодных внутренних волн в проливе Карские Ворота в летний период // *Материалы 20-й Международной конференции "Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса"*, Москва, 14–18 ноября 2022 года. – Москва: Институт космических исследований Российской академии наук, 2022. – С. 177.
18. Кошелева А. В., Ляпидевский В. Ю., Храпченков Ф. Ф., Ярошук И. О. Пространственная эволюция придонных линз холодной воды в шельфовой зоне Японского моря // *Прикладная механика и техническая физика*. – 2023. – Т. 64. – №. 3. – С. 110-121.
19. Круц А. А., Лучин В. А. Вертикальная структура толщи вод Охотского моря // *Известия ТИНРО (Тихоокеанского научно-исследовательского рыбохозяйственного центра)*. – 2013. – Т. 175. – С. 234-253.
20. Кукарин В. Ф., Ляпидевский В. Ю., Навроцкий В. В., Храпченков, Ф. Ф. Эволюция внутренних волн большой амплитуды в зоне заплеска // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. – 2022. – Т. 6. – №. 2. – С. 35-45.
21. Куркин А. А., Куркина О. Е., Козелков А. С., Курулин В. В., Пелиновский Е. Н. О перспективах трехмерного негидростатического численного моделирования бароклинных процессов в Охотском море // *С89 Супервычисления и математическое моделирование. Тезисы XVIII Международ.* – 2022. – С. 75.
22. Куркина О.Е., Куркин А.А, Пелиновский Е.Н., Семин С.В., Талипова Т.Г., Чураев Е.Н. Структура течения в солитоне внутренней волны // *Океанология*. – 2016. – Т. 56. – №. 6. – С. 845-851.

23. Лайтхил Д. Волны в жидкостях. М. Мир. – 1981.
24. Леонов А. И. О двумерных уравнениях Кортевега–деВриза в нелинейной теории поверхностных и внутренних волн // Доклады Академии наук. 1976. – Т. 229. – №. 4. – С. 820-823.
25. Леонтьев А. П., Ярощук И.О., Смирнов С.В., Кошелева А.В., Пивоваров А.А., Самченко А.Н., Швырев А.Н. Пространственно-распределенный измерительный комплекс для мониторинга гидрофизических процессов на океаническом шельфе // Приборы и техника эксперимента. – 2017. – №. 1. – С. 128-135.
26. Лобовиков П. В. и др. Трансформация бризера внутренних волн первой моды над вертикальным уступом в трехслойной жидкости // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. – 2019. – Т. 55. – №. 6. – С. 182-193.
27. Лучин В. А. Сезонная изменчивость температуры воды в деятельном слое дальневосточных морей // Дальневосточные моря России. – 2007. – С. 232-252.
28. Лучин В. А., Круц А. А. Характеристики ядер водных масс Охотского моря // Известия ТИНРО (Тихоокеанского научно-исследовательского рыбохозяйственного центра). – 2016. – Т. 184. – С. 204-218.
29. Ляпидевский В.Ю., Новотрясов В.В., Храпченков Ф. Ф., Ярощук И. О. Внутренний волновой бор в шельфовой зоне моря // Прикладная механика и техническая физика. – 2017. – Т. 58. – №. 5. – С. 60-71.
30. Макаров В.Г., Будаева В.Д. Реконструкция фонового распределения плотности в районе северо-восточного побережья о. Сахалин для летнего периода на основе параметризации вертикальной структуры вод // Сборник статей РЭА. – 2009. – №. 1. – С. 146-161.
31. Миропольский Ю.З. Динамика внутренних гравитационных волн в океане. – Гидрометеиздат, 1981.
32. Мороз В. В., Богданов К. Т., Ростов В. И., Ростов И. Д. Электронный атлас приливов окраинных морей северной Пацифики // Вестник Дальневосточного отделения Российской академии наук. – 2010. – №. 1. – С. 102-106.
33. Морозов Е.Г., Писарев С.В. Внутренние волны в районе пролива Акселоя острова Западный Шпицберген. // Известия АН СССР, Физика атмосферы и океана. – 2023.
34. Морозов, Е. Г. Полигон-70: интерпретация данных в свете новых представлений о внутренних волнах // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. – 2020. – Т. 56, № 4. – С. 489-496.

35. Мысленков С. А., Кречик В. А. Особенности термической структуры вод в юго-восточной части Балтийского моря по данным термокосы с 2015 по 2019 год //Комплексные исследования Мирового океана. – 2020. – С. 137-138.
36. Мысленков С. А., Кречик В. А., Соловьев Д. М. Анализ температуры воды в прибрежной зоне Балтийского моря по спутниковым данным и измерениям термокосы //Труды Гидрометеорологического научно-исследовательского центра Российской Федерации. – 2017. – №. 364. – С. 159-169.
37. Навроцкий В. В., Ляпидевский В. Ю., Павлова Е. П., Храпченков Ф. Ф. Внутренние волны и перемешивание в шельфовой зоне моря //Известия ТИНРО (Тихоокеанского научно-исследовательского рыбохозяйственного центра). – 2010. – Т. 162. – С. 324-337.
38. Наговицын А.П., Пелиновский Е.Н. Наблюдения уединенных внутренних волн в прибрежной зоне Охотского моря //Метеорология и гидрология. – 1988. – №. 4. – С. 124.
39. Островский Л.А., Нелинейные внутренние волны во вращающемся океане // Океанология. 1978. Т. 18. С. 119
40. Пелиновский Е.Н., Полухина О.Е., Лэмб К. Нелинейные внутренние волны в океане, стратифицированном по плотности и течению // Океанология. 2000. Т. 40. № 6. С. 805-815.
41. Плотников В.В., Юрасов Г.И. Объемный статистический T,S-анализ водных масс Охотского моря в периоды экстремумов теплового состояния. Результаты океанографических исследований северной части Тихого океана по программе INPOC (1990-1993 гг.). Владивосток: Федеральное государственное унитарное предприятие "Издательство Дальнаука". – 1998. – С. 94-111.
42. Полухина О. Е. Обобщенное уравнение Кортевега-де Вриза в теории нелинейных внутренних волн в стратифицированных потоках: дис. – Нижегородский государственный технический университет им. РЕ Алексеева, 2002.
43. Путов В. Ф., Шевченко Г. В. Особенности приливного режима на северо-восточном шельфе о. Сахалин //Гидрометеорологические процессы на шельфе: оценка воздействия на морскую среду. – 1998. – С. 61-82.
44. Рабинович А. Б., Жуков А. Е. Приливные колебания на шельфе острова Сахалин //Океанология. – 1984. – Т. 24. – №. 2. – С. 238-244.
45. Рувинская Е. А., Куркина О. Е., Куркин А. А. Пространственное распределение амплитуд внутренних приливных волн на северо-восточном шельфе О. Сахалин // Доклады Российской академии наук. Науки о Земле. – 2023. – Т. 509, № 1. – С. 81-86.

46. Рувинская Е.А., Тюгин Д.Ю., Куркина О.Е., Куркин А.А. Зонирование по типам плотностной стратификации вод Балтийского моря в контексте динамики внутренних гравитационных волн //Фундаментальная и прикладная гидрофизика. – 2018. – Т. 11. – №. 1. – С. 46-51.
47. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2021617341 Российская Федерация. Программный комплекс для расчета траекторий внутренних волновых пучков на стратифицированном неоднородном шельфе / Кокоулина М. В., Куркина О. Е., Куркин А. А.; заявитель и правообладатель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева». – № 2021616287; 13.05.2021.
48. Семин С.В., Куркина О.Е., Куркин А.А., Гиниятуллин А. Р. Численное моделирование динамики стратифицированного озера //Труды НГТУ им. РЕ Алексеева. – 2012. – №. 2 (95). – С. 48-65.
49. Сивков, В. В. Ульянова М. О., Капустина М. В., Бубнова Е. С., Дорохов Д. В., Кречик В. А., Дудков И. Ю., Двоглазова Н. В. Комплексные исследования южной части Балтийского моря в 49-м рейсе научно-исследовательского судна “Академик Сергей Вавилов” //Океанология. – 2020. – Т. 60. – №. 4. – С. 651-653.
50. Судольский, А.С. Динамические явления в водоемах. – Л.: Гидрометеиздат, 1991. – С. 263.
51. Талипова Т.Г., Пелиновский Е. Н., Лэмб К., Гримшоу Р., Холловей П. Влияние кубической нелинейности на трансформацию интенсивных внутренних волн //Доклады Российской Академии наук. – 1999а. – Т. 364. – С. 824-827.
52. Талипова Т. Г. Динамика нелинейных длинных внутренних волн в стратифицированной жидкости: дис. – Нижегородский государственный технический университет, 2004.
53. Талипова Т. Г., Пелиновский Е. Н., Холловэй П. Е. Нелинейные модели трансформации внутренних приливов на шельфе //Приповерхностный слой океана. Физические процессы и дистанционное зондирование. – 1999б. – Т. 1. – С. 154-172.
54. Талипова Т.Г., Пелиновский Е.Н., Куркин А.А., Куркина О.Е., Моделирование динамики длинных внутренних волн на шельфе //Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. – 2014. – Т. 50. – №. 6. – С. 714-714.

55. Тюгин Д. Ю., Куркин А. А., Пелиновский Е. Н., Куркина О. Е. Повышение производительности программного комплекса для моделирования внутренних гравитационных волн IGW Research с помощью Intel® Parallel Studio XE 2013 // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. – 2012. – Т. 5, № 3. – С. 89-95.
56. Тюгин Д.Ю. Куркин А. А., Куркина О. Е. Проблемно-ориентированный программный комплекс для моделирования динамики внутренних волн в стратифицированном океане // *Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева*. – 2018. – № 2(121). – С. 52-59.
57. Холловой П.Е., Серебряный А.Н. Многообразие трансформаций нелинейных внутренних приливных волн на северо-западном шельфе Австралии // *Доклады Российской академии наук. Науки о Земле*. – 2023. – Т. 509, № 1. – С. 87-94.
58. Шапиро Г.И., Шевченко В.П., Лисицын А.П., Серебряный А.Н., Политова Н.В., Акивис Т. М. Влияние внутренних волн на распределение взвешенного вещества в Печорском море // *Доклады академии наук*. 2000. – Т. 373. – №. 1. – С. 105-107.
59. Шевченко Г.В. О квазипериодической сезонной изменчивости гармонических постоянных приливов в северо-западной части Охотского моря // *Метеорология и гидрология*. – 1996. – №. 8. – С. 90-99.
60. Ablowitz M. J., Ablowitz M. A., Clarkson P. A. Solitons, nonlinear evolution equations and inverse scattering. – Cambridge university press, 1991. – Т. 149.
61. Adcroft A., Campin J.-M. MITgcm User Manual // Cambridge: MIT. – 2011. – P. 455.
62. Alias A., Grimshaw R. H. J., Khusnutdinova K. R. On strongly interacting internal waves in a rotating ocean and coupled Ostrovsky equations // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. – 2013. – Т. 23. – №. 2. – С. 023121.
63. Alias A., Grimshaw R. H. J., Khusnutdinova K. R. On strongly interacting internal waves in a rotating ocean and coupled Ostrovsky equations // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. – 2013. – Т. 23. – №. 2.
64. Álvarez, Ó., Izquierdo, A., González, C. J., Bruno, M., & Mañanes, R. (2019). Some considerations about non-hydrostatic vs. hydrostatic simulation of short-period internal waves. A case study: The Strait of Gibraltar. *Continental Shelf Research*, 181, 174-186.
65. Bai X., Liu Z., Li X., Hu J. Generation sites of internal solitary waves in the southern Taiwan Strait revealed by MODIS true-colour image observations // *International Journal of Remote Sensing*. – 2014. – Т. 35. – №. 11-12. – С. 4086-4098.
66. Baines P. G. On internal tide generation models // *Deep Sea Research Part A. Oceanographic Research Papers*. – 1982. – Т. 29. – №. 3. – С. 307-338.

67. Baines P. G. The generation of internal tides by flat-bump topography //Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts. – Elsevier, 1973. – T. 20. – №. 2. – C. 179-205.
68. Baines P. G. Topographic effects in stratified flows. – Cambridge university press, 1995.
69. Barati R., Neyshabouri S. A. L. I. A. S., Ahmadi G. On the threshold of motion of sediment grains: Turbulent fluctuation effects //36th IAHR World Congress, Hague, Netherlands. – 2015.
70. Barati R., Neyshabouri S. A.L.I.A.S., Ahmadi G. On the threshold of motion of sediment grains: turbulent fluctuation effects //36th Iahr World Congress, Hague, Netherlands. – 2015.
71. Behrenfeld M.J., O'Malley R.T., Siegel D.A., McClain C.R., Sarmiento J.L., Feldman G.C., Milligan A.J., Falkowski P.G., Letelier R.M., Boss E.S. Climate-driven trends in contemporary ocean productivity //Nature. – 2006. – T. 444. – №. 7120. – C. 752-755.
72. Benjamin T. B., Bona J. L., Mahony J. J. Model equations for long waves in nonlinear dispersive systems //Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. – 1972. – T. 272. – №. 1220. – C. 47-78.
73. Benney D.J. Long nonlinear waves in fluid flows. //Journal of Mathematics and Physics. – 1966. – T. 45. – №. 1-4. – C. 52-63.
74. Boegman L., Stastna M. Sediment resuspension and transport by internal solitary waves //Annual review of fluid mechanics. – 2019. – T. 51. – C. 129-154.
75. Bourgault D., Morsilli M., Richards C., Neumeier U., Kelley D.E. Sediment resuspension and nepheloid layers induced by long internal solitary waves shoaling orthogonally on uniform slopes //Continental Shelf Research. – 2014. – T. 72. – C. 21-33.
76. Boyer T.P., Garcia H.E., Locarnini R.A., Zweng M.M., Mishonov A.V., Reagan J.R., Weathers K.A., Baranova O.K., Seidov D., Smolyar I.V. World Ocean Atlas 2018. [temperature, salinity]. NOAA National Centers for Environmental Information. Dataset. [Electronic resource] <https://www.ncei.noaa.gov/archive/accession/NCEI-WOA18>.
77. Bulatov V.V., Vladimirov Y.V. Wave dynamics of stratified mediums. – Nauka, 2012.
78. Cai S., Long X., Gan Z. A method to estimate the forces exerted by internal solitons on cylindrical piles //Ocean Engineering. – 2003. – T. 30. – №. 5. – C. 673-689.
79. Cai S., Long X., Wang S. Forces and torques exerted by internal solitons in shear flows on cylindrical piles //Applied Ocean Research. – 2008. – T. 30. – №. 1. – C. 72-77.
80. da Silva J. C. B., New A. L., Azevedo A. On the role of SAR for observing" local generation" of internal solitary waves off the Iberian Peninsula //Canadian Journal of Remote Sensing. – 2007. – T. 33. – №. 5. – C. 388-403.

81. Djordjevic V. D., Redekopp L. G. The fission and disintegration of internal solitary waves moving over two-dimensional topography //Journal of Physical Oceanography. – 1978. – T. 8. – №. 6. – C. 1016-1024.
82. Djordjevic V. D., Redekopp L. G. The fission and disintegration of internal solitary waves moving over two-dimensional topography //Journal of Physical Oceanography. – 1978. – T. 8. – №. 6. – C. 1016-1024.
83. Egbert G. D., Erofeeva S. Y. Efficient inverse modeling of barotropic ocean tides //Journal of Atmospheric and Oceanic technology. – 2002. – T. 19. – №. 2. – C. 183-204.
84. Estournel C., Testor P., Damien P., D'Ortenzio F., Marsaleix P., Conan P., Kessouri F., Durrieu de Madron X., Coppola L., Lellouche J.-M., Belamari S., Mortier L., Ulses C., Bouin M.-N., Prieur L. High resolution modeling of dense water formation in the north-western Mediterranean during winter 2012–2013: Processes and budget //Journal of Geophysical Research: Oceans. – 2016. – T. 121. – №. 7. – C. 5367-5392.
85. Farmer D., Li Q., Park J. H. Internal wave observations in the South China Sea: The role of rotation and non-linearity //Atmosphere-Ocean. – 2009. – T. 47. – №. 4. – C. 267-280.
86. Forcat F. et al. Earth rotation effects on the internal wave field in a stratified small lake: Numerical simulations //Limnetica. – 2011. – T. 30. – №. 1. – C. 0027-42.
87. Fox D.N., Teague W.J., Barron C.N., Carnes M.R., Lee C.M. The Modular Ocean Data Assimilation System (MODAS) // J. Atmos. Ocean. Tech. – 2002. –V. 19. – P. 240-252.
88. Fredsoe J., Deigaard R. Mechanics of coastal sediment transport. – World scientific publishing company, 1992. – T. 3. – C. 369.
89. Frey D.I., Novigatsky A.N., Kravchishina M.D., Morozov E.G. Water structure and currents in the Bear Island Trough in July-August 2017 //Russian Journal of Earth Sciences. – 2017. – T. 17. – №. 3. – C. 1-5.
90. Garrett CJR, Munk WH Space-time scales of internal waves //Geophys. Fluid Dyn. – 1972. – T. 2. – C. 225-264.
91. Gerkema T., Lam F. P. A., Maas L. R. M. Internal tides in the Bay of Biscay: conversion rates and seasonal effects //Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography. – 2004. – T. 51. – №. 25-26. – C. 2995-3008.
92. Grigorenko K. S., Khartiev S. M. Internal Waves Kinematic Characteristics in the Central Atlantic in 2014–2015 //Physical and Mathematical Modeling of Earth and Environment Processes (2018) 4th International Scientific School for Young Scientists, Ishlinskii Institute for Problems in Mechanics of Russian Academy of Sciences. – Springer International Publishing, 2019. – C. 22-32.

93. Grigorenko K. S., Khartiev S. M. Investigations of Internal Waves in the Seas of Russia and in the Central Atlantic //Conference on Physical and Mathematical Modeling of Earth and Environment Processes. – 2017. – P. 28-34.
94. Grimshaw R, Pelinovsky E., Talipova T., Kurkin A. Simulation of the transformation of internal solitary waves on oceanic shelves //Journal of physical oceanography. – 2004. – T. 34. – №. 12. – C. 2774-2791.
95. Grimshaw R. Ostrovsky, L. A., Shrira, V. I., Stepanyants, Y. A. Long nonlinear surface and internal gravity waves in a rotating ocean //Surveys in Geophysics. – 1998. – T. 19. – №. 4. – C. 289-338.
96. Grimshaw R., da Silva J. C. B., Magalhaes J. M. Modelling and observations of oceanic nonlinear internal wave packets affected by the Earth's rotation //Ocean Modelling. – 2017. – T. 116. – C. 146-158.
97. Grimshaw R., Helfrich K. Long-time solutions of the Ostrovsky equation //Studies in Applied Mathematics. – 2008. – T. 121. – №. 1. – C. 71-88.
98. Grimshaw R., Pelinovsky D., Pelinovsky E., Talipova T. Wave group dynamics in weakly nonlinear long - wave models //Physica D: Nonlinear Phenomena. – 2001. – T. 159. – №. 1-2. – C. 35-57.
99. Grimshaw R., Pelinovsky E., Poloukhina O. Higher-order Korteweg-de Vries models for internal solitary waves in a stratified shear flow with a free surface // Nonlinear Processes in Geophysics. 2002. V. 9. No. 3-4. P. 221-235
100. Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T. Nonreflecting internal wave beam propagation in the deep ocean //Journal of physical oceanography. – 2010. – T. 40. – №. 4. – C. 802-813.
101. Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T. The modified Korteweg-de Vries equation in the theory of large-amplitude internal waves //Nonlinear Processes in Geophysics. – 1997. – T. 4. – №. 4. – C. 237-250.
102. Grimshaw R., Talipova T., Pelinovsky E., Kurkina O. Internal solitary waves: propagation, deformation and disintegration //Nonlinear Processes in Geophysics. – 2010. – T. 17. – №. 6. – C. 633-649.
103. Gustafsson K. E. Computations of the energy flux to mixing processes via baroclinic wave drag on barotropic tides //Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers. – 2001. – T. 48. – №. 10. – C. 2283-2295.
104. Hamada T., Kim S. Stratification potential-energy anomaly index standardized by external tide level //Estuarine, Coastal and Shelf Science. – 2021. – T. 250. – C. 107138.
105. Helfrich K. R. Decay and return of internal solitary waves with rotation //Physics of fluids. – 2007. – T. 19. – №. 2. – C. 026601.

106. Helfrich K. R., Melville W. K. Long nonlinear internal waves //Annu. Rev. Fluid Mech. – 2006. – T. 38. – C. 395-425.
107. Holloway P. E., Pelinovsky E., Talipova T. A generalized Korteweg-de Vries model of internal tide transformation in the coastal zone //Journal of Geophysical Research: Oceans. – 1999. – T. 104. – №. C8. – C. 18333-18350.
108. Holloway, P.E., Pelinovsky, E.N., Talipova, T.G., Barnes, B. A nonlinear model of internal tide transformation on the Australian North West shelf. // J. Phys. Oceanogr. 1997. V. 27. № 6. P. 871–896.
109. Hu Y. The Effects of the Earth's Rotation on Internal Wave Near-resonant Triads and Weakly Nonlinear Models: дис. – University of Waterloo, 2007.
110. Kakutani T. Solitary waves on two-layer fluid / Kakutani T., Yamasaki N. // J. Phys. Soc. Japan, 1978. V. 45. P. 674.
111. Khatiwala S. Generation of internal tides in an ocean of finite depth: analytical and numerical calculations //Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers. – 2003. – T. 50. – №. 1. – C. 3-21.
112. Kowalik Z., Polyakov I. Tides in the Sea of Okhotsk //Journal of Physical Oceanography. – 1998. – T. 28. – №. 7. – C. 1389-1409.
113. Kozlov I. E., Atadzhanova O. A., Zimin A. V. Internal Solitary Waves in the White Sea: Hot-Spots, Structure, and Kinematics from Multi-Sensor Observations //Remote Sensing. – 2022. – T. 14. – №. 19. – C. 4948.
114. Krechik V., Myslenkov S., Kapustina M. New possibilities in the study of coastal upwellings in the Southeastern Baltic Sea with using thermistor chain //Geography, Environment, Sustainability. – 2019. – T. 12. – №. 2. – C. 44-61.
115. Kurkin A. A., Polukhina O. E. Numerical experiments on the propagation of Rossby waves in the ocean //Proceedings of the Academy of Engineering Sciences. Applied Mathematics and Mechanics. – 2003. – T. 4. – C. 99-116.
116. Kurkin A. Kurkina, O., Rybin, A., Talipova, T. Comparative analysis of the first baroclinic Rossby radius in the Baltic, Black, Okhotsk, and Mediterranean seas //Russian Journal of Earth Sciences. – 2020. – T. 20. – №. 4. – C. 8.
117. Kurkin A. Kurkina, O., Talipova, T., Pelinovsky, E., Rouvinskaya, E. Internal waves in the Mediterranean Sea: mapping and transformations //12th International Conference on the Mediterranean Coastal Environment, MEDCOAST 2015. – 2015. – C. 835-846.
118. Kurkin A.A., Giniyatullin A.R., Kurkina O.E., Talalushkina, L. V., Talipova, T. G. Modulation Instability Charts for Internal Waves //The Thirteenth International MEDCOAST

- Congress on Coastal and Marine Sciences, Engineering, Management and Conservation, MEDCOAST 2017. – 2017. – C. 1259-1266.
119. Kurkina O. E., Talipova T. G. Huge internal waves in the vicinity of the Spitsbergen Island (Barents Sea) //Natural Hazards and Earth System Sciences. – 2011. – Т. 11. – №. 3. – С. 981-986.
 120. Kurkina O. E., Talipova, T. G., Pelinovsky, E. N., Kurkin, A. A. Numerical Modeling of Internal Wave Generation at High Latitudes //The Ocean in Motion: Circulation, Waves, Polar Oceanography. – 2018б. – С. 569-580.
 121. Kurkina O., Rouvinskaya E., Talipova T., Soomere T. Propagation regimes and populations of internal waves in the Mediterranean Sea basin. Estuarine, Coastal and Shelf Science. 2017а. Vol. 185, pp. 44...54.
 122. Kurkina O., Talipova T., Pelinovsky E., Soomere T. Mapping the internal wave field in the Baltic Sea in the context of sediment transport in shallow water //Journal of Coastal Research. – 2011. – С. 2042-2047.
 123. Kurkina O., Talipova T., Soomere T., Giniyatullin A., Kurkin A. Kinematic parameters of internal waves of the second mode in the South China Sea. Nonlinear Processes in Geophysics. 2017b. Vol. 24, pp. 645...660.
 124. Kurkina O., Talipova T., Soomere T., Kurkin A., Rybin A. The impact of seasonal changes in stratification on the dynamics of internal waves in the Sea of Okhotsk //Estonian Journal of Earth Sciences. 2017с. Vol. 66. № 4, С. 238-255.
 125. Kurkina, O. E. Nonlinear Dynamics of Internal Gravity Waves in Shallow Seas : специальность 05.23.07 "Гидротехническое строительство" : диссертация на соискание ученой степени Ph.D. / О. Е. Kurkina. – Tallinn, 2012. – 208 p. – EDN BRS-RFB.
 126. Kurkina, O., Rouvinskaya, E., Kurkin, A., Giniyatullin, A., Pelinovsky, E. Vertical structure of the velocity field induced by mode-I and mode-II solitary waves in a stratified fluid // The European Physical Journal E. 2018а V. 41. №3. P. 1-8.
 127. Kuznetsov, P.D., Rouvinskaya, E.A., Kurkina, O.E., Kurkin. A.A. Transformation of baroclinic tidal waves in the conditions of the shelf of the Far Eastern seas //IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. – IOP Publishing, 2021. – Т. 946. – №. 1. – С. 012024.
 128. Ladd C., Stabeno P. J. Stratification on the Eastern Bering Sea shelf revisited //Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography. – 2012. – Т. 65. – С. 72-83.
 129. Lamb K. G. Internal wave breaking and dissipation mechanisms on the continental slope/shelf //Annual Review of Fluid Mechanics. – 2014. – Т. 46. – С. 231-254.

130. Lamb K. G. Numerical experiments of internal wave generation by strong tidal flow across a finite amplitude bank edge //Journal of Geophysical Research: Oceans. – 1994. – T. 99. – №. C1. – C. 843-864.
131. Lamb K. G. Polukhina, O., Talipova, T., Pelinovsky, E., Xiao, W., Kurkin, A. Breather generation in fully nonlinear models of a stratified fluid //Physical review E. – 2007. – T. 75. – №. 4. – C. 046306.
132. Lamb K. G., Warn-Varnas A. Two-dimensional numerical simulations of shoaling internal solitary waves at the ASIAEX site in the South China Sea //Nonlinear Processes in Geophysics. – 2015. – T. 22. – №. 3. – C. 289-312.
133. Lamb K. G., Yan L. The evolution of internal wave undular bores: comparisons of a fully nonlinear numerical model with weakly nonlinear theory //Journal of physical oceanography. – 1996. – T. 26. – №. 12. – C. 2712-2734.
134. Laurent L. S. Stringer S., Garrett C., Perrault-Joncas, D. The generation of internal tides at abrupt topography //Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers. – 2003. – T. 50. – №. 8. – C. 987-1003.
135. Legg S., Huijts K. M. H. Preliminary simulations of internal waves and mixing generated by finite amplitude tidal flow over isolated topography //Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography. – 2006. – T. 53. – №. 1-2. – C. 140-156.
136. Lozovatsky, I., Liu, Z., Fernando, H., Armengol, J., Roget, E. Shallow water tidal currents in close proximity to the seafloor and boundary-induced turbulence. //Ocean dynamics. – 2012. – T. 62. – C. 177-191.
137. Magalhaes J. M., da Silva J. C. B. SAR observations of internal solitary waves generated at the Estremadura Promontory off the west Iberian coast //Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers. – 2012. – T. 69. – C. 12-24.
138. Merrifield M. A., Holloway P. E. Model estimates of M2 internal tide energetics at the Hawaiian Ridge //Journal of Geophysical Research: Oceans. – 2002. – T. 107. – №. C8. – C. 5-1-5-12.
139. Michallet H., Barthelemy E. Experimental study of interfacial solitary waves //Journal of Fluid Mechanics. – 1998. – T. 366. – C. 159-177.
140. Morozov E. G. Oceanic internal tides. Observations, analysis and modeling //Cham: Springer International Publishing. – 2018.
141. Morozov E. G., Frey D. I., Krechik V. A., Kapustina M. V., Pisareva M. N. Structure of the bottom water flow in the Vema Channel based on the measurements from the R/V Akademik Sergey Vavilov //Russian Journal of Earth Sciences. – 2021. – T. 21. – №. 3. – C. 3.

142. Morozov E., Zuev, O., Zamshin, V., Krechik, Ostroumova, S., Frey, D. Observations of icebergs in Antarctic cruises of the R/V “Akademik Mstislav Keldysh” //Russ. J. Earth. Sci. – 2022. – T. 22.
143. Mowbray D. E., Rarity B. S. H. A theoretical and experimental investigation of the phase configuration of internal waves of small amplitude in a density stratified liquid //Journal of Fluid Mechanics. – 1967. – T. 28. – №. 1. – C. 1-16.
144. Nakayama K., Lamb K. G. Breather interactions in a three-layer fluid //Journal of Fluid Mechanics. – 2023. – T. 957. – C. A22.
145. Nakayama K., Lamb K. G. Breathers in a three-layer fluid //Journal of Fluid Mechanics. – 2020. – T. 903. – C. A40.
146. Newell A. C. Solitons in mathematics and physics. – Society for Industrial and applied Mathematics, 1985.
147. Nielsen P. Suspended sediment concentrations under waves //Coastal Engineering. – 1986. – T. 10. – №. 1. – C. 23-31.
148. Obregon M. A., Stepanyants Y. A. On numerical solution of the Gardner–Ostrovsky equation //Mathematical Modelling of Natural Phenomena. – 2012. – T. 7. – №. 2. – C. 113-130.
149. O'Driscoll K., Levine M. Simulations and observation of nonlinear internal waves on the continental shelf: Korteweg–de Vries and extended Korteweg–de Vries solutions //Ocean Science. – 2017. – T. 13. – №. 5. – C. 749-763.
150. O'Driscoll K., Levine M. Simulations and observation of nonlinear internal waves on the continental shelf: Korteweg–de Vries and extended Korteweg–de Vries solutions //Ocean Science. – 2017. – T. 13. – №. 5. – C. 749-763.
151. Osborne A. R. Nonlinear ocean waves and the inverse scattering transform //International Geophysics Series. – 2010.
152. Ostrovsky L. A. Nonlinear internal waves in a rotating ocean //Oceanology. – 1978. – T. 18. – C. 119-125.
153. Ostrovsky L. A., Stepanyants Y. A. Do internal solitons exist in the ocean? //Reviews of Geophysics. – 1989. – T. 27. – №. 3. – C. 293-310.
154. Padman L., Erofeeva S. A barotropic inverse tidal model for the Arctic Ocean //Geophysical Research Letters. – 2004. – T. 31. – №. 2.
155. Pelinovsky D. E., Grimshaw R. H. J. Structural transformation of eigenvalues for a perturbed algebraic soliton potential //Physics Letters A. – 1997. – T. 229. – №. 3. – C. 165-172.
156. Pelinovsky E.N., Slunyaev A.V., Polukhina O. E., Talipova T. G. Internal Solitary Waves. In Book: Solitary Waves in Fluids (ed. By R.Grimshaw) //WIT Press, Southampton, Boston. – 2007. – C. 85-11.

157. Pichon, A., Morel, Y., Baraille, R., Quaresma L. Internal tide interactions in the Bay of Biscay: Observations and modelling //Journal of Marine Systems. – 2013. – Т. 109. – С. S26-S44.
158. Quaresma, L. S., Vitorino, J., Oliveira, A., da Silva, J. Evidence of sediment resuspension by nonlinear internal waves on the western Portuguese mid-shelf //Marine geology. – 2007. – Т. 246. – №. 2-4. – С. 123-143.
159. Robinson A., Bouman H. A., Tilstone G. H., Sathyendranath S. High photosynthetic rates associated with pico and nanophytoplankton communities and high stratification index in the North West Atlantic. //Continental Shelf Research. – 2018. – Т. 171. – С. 126-139.
160. Rouvinskaya E. Talipova, T., Kurkina O., Soomere T., Tyugin D. Transformation of internal breathers in the idealised shelf sea conditions //Continental Shelf Research. – 2015. – Т. 110. – С. 60-71.
161. Rouvinskaya E.A. Tyugin D.Y., Kurkina O.E., Kurkin A.A. Mapping of the Baltic Sea by the types of density stratification in the context of dynamics of internal gravity waves //Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika. – 2018. – Т. 11. – №. 1. – С. 46-51.
162. Samchenko A.N., Yaroshchuk I.O., Kosheleva A.V. Internal gravity waves in the coastal zone of the Sea of Japan according to the natural observations // Regional Studies in Marine Science. – 2018. – Т. 18. – С. 156-160.
163. Sánchez-Garrido J. C., Vlasenko V. Long-term evolution of strongly nonlinear internal solitary waves in a rotating channel //Nonlinear Processes in Geophysics. – 2009. – Т. 16. – №. 5. – С. 587-598.
164. Santinelli C., Hansell D.A., d'Alcalà M.R. Influence of stratification on marine dissolved organic carbon (DOC) dynamics: The Mediterranean Sea case. //Progress in oceanography. – 2013. – Т. 119. – С. 68-77.
165. Schlitzer, R. Ocean Data View. – Режим доступа: <https://odv.awi.de>, 2021.
166. Serebryany A. Effect of Internal Waves on Moving Small Vessels in the Sea // Fluids. – 2023. – Т. 8 – № 2. – С. 75.
167. Seyfried L., Marsaleix P., Richard E., Estournel C. Modelling deep-water formation in the north-west Mediterranean Sea with a new air–sea coupled model: sensitivity to turbulent flux parameterizations //Ocean Science. – 2017. – Т. 13. – №. 6. – С. 1093-1112.
168. Sherwin T.J., Vlasenko V.I., Stashchuk N., Jeans D.G., Jones B. Along-slope generation as an explanation for some unusually large internal tides //Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers. – 2002. – Т. 49. – №. 10. – С. 1787-1799.

169. Shishkina O. D. Laboratory Modeling of Mass Transfer During Internal Waves Interaction with Bottom Profile in the Shelf Zone //SPE Arctic and Extreme Environments Technical Conference and Exhibition. – OnePetro, 2013.
170. Smith S. G. L., Young W. R. Tidal conversion at a very steep ridge //Journal of Fluid Mechanics. – 2003. – T. 495. – C. 175-191.
171. Song H. Bai Y., Pinheiro L., Dong C., Huang X., Liu B. Analysis of ocean internal waves imaged by multichannel reflection seismics, using ensemble empirical mode decomposition //Journal of Geophysics and Engineering. – 2012. – T. 9. – №. 3. – C. 302-311.
172. Song Z.J., Teng B., Gou Y., Lu L., Shi Z. M., Xiao Y., Qu Y. Comparisons of internal solitary wave and surface wave actions on marine structures and their responses //Applied Ocean Research. – 2011. – T. 33. – №. 2. – C. 120-129.
173. Stöber U., Moum J. N. On the potential for automated realtime detection of nonlinear internal waves from seafloor pressure measurements //Applied Ocean Research. – 2011. – T. 33. – №. 4. – C. 275-285.
174. Svergun E. I., Sofina E. V., Zimin A. V., Kruglova K. A. Seasonal variability of characteristics of nonlinear internal waves in the Kuril-Kamchatka region by Sentinel 1 data //Continental Shelf Research. – 2023. – T. 259. – C. 104986.
175. Talipova T. G., Pelinovskii E. N., Kouts T. Kinematic characteristics of an internal wave field in the Gotland Deep in the Baltic Sea // Oceanology. – 1998. – T. 38. – №. 1. – C. 33-42.
176. Talipova T. Pelinovsky E., Kurkina O., Giniyatullin A., Kurkin A. Exceedance frequency of appearance of the extreme internal waves in the World Ocean //Nonlinear Processes in Geophysics. – 2018. – T. 25. – №. 3. – C. 511-519.
177. Talipova T., Kurkina O., Kurkin A., Didenkulova E., Pelinovsky E. Internal wave breathers in the slightly stratified fluid //Microgravity Science and Technology. – 2020. – T. 32. – C. 69-77.
178. Talipova T., Pelinovsky E. Modulational instability of long internal waves //14th MEDCOAST Congress on Coastal and Marine Sciences, Engineering, Management and Conservation, MEDCOAST 2019. – 2019. – C. 607-614.
179. Ueno H., Komatsu M., Ji Z., Dobashi R., Muramatsu M., Abe H., Imai K., Ooki A., Hirawake T. Stratification in the northern Bering Sea in early summer of 2017 and 2018. //Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography. – 2020. – T. 181. – C. 104820.

180. Vlasenko V. I., Hutter K. Generation of second mode solitary waves by the interaction of a first mode soliton with a sill //Nonlinear Processes in Geophysics. – 2001. – T. 8. – №. 4/5. – C. 223-239.
181. Vlasenko V., Brandt P., Rubino A. Structure of large-amplitude internal solitary waves //Journal of physical oceanography. – 2000. – T. 30. – №. 9. – C. 2172-2185.
182. Vlasenko V., Hutter K. Numerical experiments on the breaking of solitary internal waves over a slope–shelf topography //Journal of Physical Oceanography. – 2002. – T. 32. – №. 6. – C. 1779-1793.
183. Vlasenko V., Stashchuk N., Hutter K. Baroclinic tides: theoretical modeling and observational evidence. – Cambridge University Press, 2005.
184. Vlasenko V., Stashchuk N., Hutter K., Sabinin K. Nonlinear internal waves forced by tides near the critical latitude //Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers. – 2003. – T. 50. – №. 3. – C. 317-338.
185. Vlasenko V., Stashchuk N., Nimmo-Smith W. A. M. Three-dimensional dynamics of baroclinic tides over a seamount //Journal of Geophysical Research: Oceans. – 2018. – T. 123. – №. 2. – C. 1263-1285.
186. Vlasenko V., Stashchuk N., Inall, M.E., Hopkins, J. E. Tidal energy conversion in a global hot spot: On the 3-D dynamics of baroclinic tides at the Celtic Sea shelf break //Journal of Geophysical Research: Oceans. – 2014. – T. 119. – №. 6. – C. 3249-3265.
187. Wang, W., Robertson, R., Wang, Y., Zhao, C., Hao, Z., Yin, B., Xu, Z. (2022), Distinct Variability between Semidiurnal and Diurnal Internal Tides at the East China Sea Shelf //Remote Sensing. – 2022. – T. 14. – №. 11. – C. 2570.
188. Watelet S., Skagseth Ø., Lien V.S., Sagen H., Østensen Ø., Ivshin V., Beckers J.M. A volumetric census of the Barents Sea in a changing climate //Earth System Science Data. – 2020. – T. 12. – №. 4. – C. 2447-2457.
189. Woodson C. B. The fate and impact of internal waves in nearshore ecosystems //Annual review of marine science. – 2018. – T. 10. – C. 421-441.
190. Yaroshchuk I., Kosheleva A., Lazaryuk A., Dolgikh G., Pivovarov A., Samchenko, Alex Shvyrev A., Gulin J., Korotchenko R. Estimation of Seawater Hydrophysical Characteristics from Thermistor Strings and CTD Data in the Sea of Japan Shelf Zone //Journal of Marine Science and Engineering. – 2023. – T. 11. – №. 6. – C. 1204.
191. Yashayaev I. Hydrographic changes in the Labrador Sea, 1960–2005 //Progress in Oceanography. – 2007. – T. 73. – №. 3-4. – C. 242-276.

192. Zeng Z., Brandt P., Lamb K., Greatbatch R., Dengler M., Claus M., Chen X. Three Dimensional Numerical Simulations of Internal Tides in the Angolan Upwelling Region // *Journal of Geophysical Research: Oceans.* – 2021. – V. 126. – DOI: 10.1029/2020JC016460.
193. Zhang W., Didenkulova I., Kurkina O., Cui Y., Haberkern J., Aepfler R., ..., Hanebuth T. J. Internal solitary waves control offshore extension of mud depocenters on the NW Iberian shelf // *Marine Geology.* – 2019. – T. 409. – C. 15-30.
194. Zhao X., Xu Z., Feng M., Li Q., Zhang P., You J., Song G., Yin B. Satellite Investigation of Semidiurnal Internal Tides in the Sulu-Sulawesi Seas // *Remote Sensing.* – 2021. – T. 13. – №. 13. – C. 2530.