

На правах рукописи

**Стручков Андрей Викторович**

**Повышение эффективности трехмерного численного моделирования  
сверхзвуковых течений при конечно-объемной дискретизации на  
неструктурированных сетках**

Специальность 1.1.9 –  
«Механика жидкости, газа и плазмы»

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Саров – Нижний Новгород, 2023

Работа выполнена в Институте теоретической и математической физики Федерального государственного унитарного предприятия «Российский Федеральный Ядерный Центр - Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики» (ИТМФ РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров).

**Научный руководитель:**

**Козелков Андрей Сергеевич**, доктор физико-математических наук, начальник научно-исследовательского отдела Института теоретической и математической физики Федерального государственного унитарного предприятия «Российский Федеральный Ядерный Центр - Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики» (г. Саров).

**Официальные оппоненты:**

**Гарбарук Андрей Викторович**, доктор физико-математических наук, профессор Высшей Школы Прикладной Математики и Вычислительной Физики Физико-Механического Института Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (СПбПУ, г. Санкт-Петербург).

**Лаптев Игорь Вячеславович**, кандидат физико-математических наук, начальник лаборатории, акционерное общество «Государственный научный центр Российской Федерации «Исследовательский центр имени М.В.Келдыша» (АО ГНЦ «Центр Келдыша», г. Москва).

**Ведущая организация:**

Публичное акционерное общество «Объединенная авиастроительная корпорация» (ПАО «ОАК») опытно-конструкторское бюро Сухого («ОКБ Сухого», г. Москва).

Защита состоится 15 декабря 2023 года в 15:00 на заседании диссертационного совета 24.2.345.04 (Д 212.165.10) при ФГБОУ ВО «НГТУ» им. Р.Е. Алексеева по адресу: г. Нижний Новгород, ул. Минина, 24, аудитория 1315. С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИТМФ РФЯЦ-ВНИИЭФ и на сайте [www.nntu.ru](http://www.nntu.ru).

Автореферат разослан \_\_\_\_\_ 2023 года.

Ученый секретарь диссертационного совета:



## Общая характеристика работы

### Актуальность темы

Численное моделирование, основанное на решении системы уравнений Навье-Стокса, получило широкое применение для описания течений в большом диапазоне чисел Маха. Одной из важных прикладных областей применения системы уравнений Навье-Стокса является решение задач сверхзвуковой и гиперзвуковой аэродинамики. Экспериментальные исследования в этой области связаны со значительными техническими трудностями (как при проведении летных испытаний, так и стендовых экспериментов), поэтому главные аэродинамические характеристики исследуемого объекта целесообразно получать путем численного моделирования с применением вычислительных машин и инженерных кодов.

С точки зрения численного моделирования задачи сверхзвуковой аэродинамики решаются с применением как явной, так и неявной разностных схем интегрирования. Неявные схемы интегрирования гарантированно могут применяться для течений, характерное число Маха которых не превышает значения 7-8. Задачи гиперзвуковой аэродинамики, для которых число Маха существенно больше 7-8 в настоящее время решаются преимущественно с применением явных разностных схем.

В то же время для расчета задач сверхзвуковой аэродинамики использование блочно-структурированных сеток пока еще остается ключевым. Однако такой тип расчетной сетки целесообразно применять к решению задач с простыми геометрическими конфигурациями – плоской или осесимметричной геометрией (конус, цилиндр, сфера). В случае серийных расчетов сложных конструкций при рассмотрении практически-значимых задач применение блочно-структурированных сеток осложнено трудностью их построения. Это связано с необходимостью разбивать область на подобласти, строить в каждой из них блочную сетку, сопрягать в единую сетку сетки из каждой подобласти.

В случае расчета течений в областях со сложной геометрической конфигурацией наибольшее предпочтение получили неструктурированные расчетные сетки. Однако здесь необходимо уделять должное внимание качеству получаемых сеточных элементов. Кроме того, использование неструктурированных сеток требует адаптации применяемых численных методов, например, в части построения численных схем, аппроксимации расчетных величин, а также вычислению потоков и градиентов. В связи с этим, в данной диссертационной работе приводятся результаты серии исследований по применению на неструктурированных сетках ограничителя потока газодинамических величин и методов расчета градиентов. Показано, что на неструктурированной сетке ограничитель может срабатывать даже в области невозмущенного потока, а форма контрольного объема может вносить погрешность в вычисление градиентов. Поэтому для повышения точности расчета на неструктурированных сетках с разными типами ячеек предложен оригинальный метод вычисления ограничителя потока и оригинальный гибридный метод расчета градиента. Представленные методы обеспечивают

монотонность решения и показывают наиболее точный результат при решении задач сверхзвуковой и гиперзвуковой аэродинамики.

При моделировании сверхзвуковых течений с точки зрения устойчивости численного решения наиболее сложным является этап прохождения ударной волны по равномерной невозмущенной области. Известно, что устойчивость решения в этом случае можно повысить введением геометрического многосеточного метода в начальный этап вычислительной процедуры, соответствующий инициализации расчетной области. Дополнительная процедура начальной инициализации позволяет обеспечить формирование структуры потока вблизи обтекаемого объекта во время распространения по расчетной области начального возмущения. Наибольший эффект от применения этой процедуры, выражающийся в повышении устойчивости, достигается в случае моделирования течений с ударно-волновыми процессами, возникающими при сверхзвуковом течении.

Идея геометрического многосеточного метода состоит в генерации на основе исходной базовой сетки последовательности грубых сеток, на которых решается рассматриваемая задача до полной сходимости численного решения. Решение задачи начинается с самой грубой сетки в последовательности. За счет того, что огрубленные сетки имеют меньшее число ячеек, в сравнении с исходной базовой, решение на них имеет более высокую скорость сходимости. Затем, полученное решение интерполируется на более подробную сетку, а в итоге – на исходную базовую сетку, и используется как инициализация при расчете. Таким образом, за счет использования инициализации, максимально близкой к конечному решению, ускоряется процесс сходимости этого решения как на каждой сетки в последовательности, так и в итоге – на базовой сетке.

В случае использования структурированной расчетной сетки грубая сетка строится тривиальным образом, за счет поочередного удаления узлов в каждом координатном направлении. При рассмотрении неструктурированной сетки – построение алгоритма огрубления является наиболее трудной задачей. Широкую популярность получил алгоритм агломерации на основе взвешенного графа, при котором объединение контрольных объемов выполняется с учетом критерия качества, вычисляемом по геометрическим характеристикам ячейки. Однако метод так же имеет свои недостатки и вопрос выбора оптимального алгоритма огрубления остается открытым для детального изучения. В представленной работе для получения макро-ячеек и построения последовательности грубых сеток предлагается алгоритм на основе равномерного разбиения всей расчетной области, применимый на произвольных неструктурированных сетках.

Если первая половина успеха применения алгоритма многосеточной инициализации зависит от алгоритма огрубления, то вторая заключается в построении наиболее устойчивого численного метода при расчете на последовательности грубых сеток. Зачастую на этом этапе расчета используют явную разностную схему и рассматривают невязкое обтекание. Выбор явной схемы объясняется наиболее устойчивым поведением решения при расчете. Отличительная черта алгоритма заключается в адаптации вычислительной

процедуры (схема решения системы уравнений Навье-Стокса, схема расчета конвективных потоков) применительно к сложным макро-ячейкам, основываясь на проведенных численных экспериментах.

Известно, что сверхзвуковые течения являются сложным физическим процессом, сопровождающимся возникновением газодинамических разрывов и образованием ударных волн. При воспроизведении этих явлений к применяемому численному методу предъявляются достаточно жесткие требования в части точности, устойчивости и монотонности решения. Отметим, что базовая сетка может не обладать достаточной сеточной разрешимостью, и даже применение схем повышенного порядка точности не обеспечит получение решения требуемой точности. В этом случае точность решения можно повысить за счет построения локального измельчения расчетной сетки в областях с особенностями течения (ударная волна, контактный разрыв и прочее). Известно, что для выполнения данной задачи можно использовать метод динамически адаптивных сеток, позволяющий на основе получаемого решения автоматически измельчать сетку лишь в тех областях, для которых локально требуется его улучшить. Основной принцип метода адаптивно-встраивающихся сеток состоит в уменьшении размеров ячеек по средствам встраивания дополнительных узлов. Данный подход позволяет измельчать только определенную часть расчетной сетки без изменения сетки в области с гладким решением.

В связи с актуальностью подобного метода при решении задач сверхзвукового обтекания различных объектов в настоящей работе представлено описание метода статической адаптации расчетной сетки. Построение локального измельчения осуществляется за счет встраивания дополнительных узлов, а область локального измельчения выбирается на основе численного критерия по величине градиента плотности, скорости или давления. Особенность метода заключается в его применимости на произвольных неструктурированных сетках, что было достигнуто за счет использования граневой модели памяти и разработки оригинального метода формирования новых элементов расчетной сетки на основе топологии объемного элемента.

В представленной работе проводится исследование ударно-волновой структуры течения при сверхзвуковом обтекании тел различной конфигурации на произвольной неструктурированной сетке, включая описание ударных волн при их отражении и взаимодействии с пограничным слоем, а также характеристики распределения газодинамических величин в зависимости от параметров течения. Для этого в рамках работы разработаны численные методы вычислительной аэродинамики, обеспечивающие устойчивость, точность и монотонность численного решения при расчете сверхзвуковых течений. В работе представлены методы, эффективность которых показывается на решении фундаментальных задач сверхзвуковой аэродинамики. Наиболее подробно рассматривается задача сверхзвукового течения в канале, имитирующем модель простейшего бокового воздухозаборника. В качестве промышленно-значимой задачи, в которой методы диссертационной работы применяются как инструмент, исследуется характер сверхзвуковой аэродинамики маневренного летательного аппарата. Из всего

приведенного вытекает необходимость и актуальность исследований, выполненных в диссертации.

### **Цели диссертации**

Диссертационная работа посвящена исследованию особенностей расчета сверхзвуковых течений на неструктурированных сетках, с последующей модификацией способа расчета градиентов и ограничителей потока для повышения точности результатов, а также разработкой методов многосеточной инициализации и статической адаптации для повышения скорости сходимости и точности решения. Повышение точности и скорости сходимости решения рассматривается как повышение эффективности моделирования. В рамках выполнения поставленной задачи **целями** работы являются:

1. Провести исследование ударно-волновой структуры течения при сверхзвуковом обтекании тел различной конфигурации на произвольной неструктурированной сетке. Получить достоверное описание ударных волн при их отражении и взаимодействии с пограничным слоем, а также характеристики распределения газодинамических величин в зависимости от параметров течения, включая случаи внедрения дополнительных механических элементов.
2. Исследовать при расчете на неструктурированной сетке (на задаче сверхзвукового течения в канале с клином) применимость ограничителя потока. В целях повышения точности разработать и реализовать модифицированный вариант схемы расчета ограничителя потока. Провести калибровку и получить значение константы, входящей в выражение, определяющего порог срабатывания ограничителя. Показать повышение точности моделирования течения при использовании разработанной схемы расчета ограничителя на различных сетках. Получить достоверную картину распространения ударной волны в газовой среде.
3. Исследовать свойства метода Грина-Гаусса и метода наименьших квадратов для расчета градиента с целью выявления зависимости точности получаемого значения от формы расчетной ячейки. Разработать и реализовать гибридную схему расчета градиента с использованием весовой функции. Разработать весовую функцию, учитывающую геометрические особенности расчетной ячейки. Показать повышение точности моделирования сверхзвуковых течений для получения распределения газодинамических величин при использовании разработанной схемы на различных сетках.
4. Разработать и реализовать метод, основанный на алгоритме построения последовательности грубых сеток, для инициализации поля течения. Для моделирования сверхзвукового обтекания на произвольной неструктурированной сетке показать ускорение сходимости решения при использовании данного метода.
5. Разработать и реализовать метод статической адаптации расчетной сетки, основанный на выделении особенностей течения и построении в них областей локального измельчения. Показать повышение достоверности моделирования процессов сверхзвукового течения вследствие увеличения точности

разрешения фронта ударных волн при расчете на сетке, полученной в результате применения алгоритма адаптации.

### **Методы исследования и степень достоверности результатов**

Методы исследования, используемые в диссертации, основываются на методе конечных объемов и численном решении осредненной по Рейнольдсу системы уравнений Навье-Стокса, замыкаемой моделью турбулентности.

Достоверность положений диссертационной работы доказана результатами моделирования на ЭВМ характерных тестовых задач и сопоставления получаемых численных решений с аналитическим решением, данными из литературных источников, а также полученных в результате проведения эксперимента.

### **Научная новизна**

Научная новизна диссертационной работы определяется полученными результатами:

1. Исследование ударно-волновой структуры течения при сверхзвуковом обтекании на произвольной неструктурированной сетке, включая описание ударных волн при их отражении и взаимодействии с пограничным слоем, а также характеристики распределения газодинамических величин в зависимости от параметров течения в совокупности со случаями внедрения дополнительных механических элементов.
2. Модифицированная схема расчета ограничителей потока. Константа порога срабатывания модифицированного ограничителя для расчета на произвольных сетках.
3. Гибридная схема расчета градиента газодинамических величин. Весовая функция в гибридной схеме.
4. Метод формирования начальных полей газодинамических величин на основе многосеточной инициализации применительно к неструктурированным расчетным сеткам.
5. Метод статической адаптации расчетной сетки (в том числе и неструктурированной) к особенностям течения, обеспечивающий построение области локального измельчения сложной геометрической формы в автоматическом режиме в соответствии с заданным критерием.

### **Основные положения, выносимые на защиту**

Положения, выносимые на защиту:

1. Результаты исследования ударно-волновой структуры течения при сверхзвуковом обтекании тел различной конфигурации на произвольной неструктурированной сетке, включая описание ударных волн при их отражении и взаимодействии с пограничным слоем, а также характеристики распределения газодинамических величин в зависимости от параметров течения в совокупности со случаями внедрения дополнительных механических элементов.
2. Схема расчета ограничителя потока, порог срабатывания которого основан на газодинамических параметрах течения. Результаты калибровки и значение

константы срабатывания ограничителя. Результаты исследования применимости ограничителя потока для моделирования сверхзвуковых течений, показывающие возможность достоверно воспроизводить поведение ударной волны в процессе ее распространения в газовой среде.

3. Гибридная схема вычисления градиента газодинамической величины, обеспечивающая повышение точности определения аэродинамических характеристик тел. Весовая функция для гибридной схемы, учитывающая форму расчетной ячейки. Результаты исследования точности схем вычисления градиентов газодинамических величин в зависимости от формы расчетной ячейки, демонстрирующие увеличение точности и повышение достоверности моделирования процессов сверхзвукового течения газа.
4. Метод многосеточной инициализации расчетного поля, применяемый на неструктурированных сетках с гранево-ячеечной структурой хранения данных, используемых при конечно-объемном способе дискретизации. Результаты исследования ускорения сходимости решения при использовании многосеточной инициализации на задачах сверхзвукового обтекания объектов, показывающие сокращение (до 20%) времени расчета задач сверхзвуковых течений.
5. Метод статической адаптации неструктурированной расчетной сетки, использующий гранево-ячеечную структуру хранения данных, при конечно-объемном способе дискретизации. Результаты исследования применения метода адаптивно-встраивающихся сеток для моделирования сверхзвуковых течений, выражаемые в повышении достоверности моделирования процессов вследствие увеличения точности разрешения фронта ударных волн, получаемых на сеточной модели с областями локального измельчения, соответствующих положению особенностей сверхзвукового течения.

### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Разработаны схемы и алгоритмы для повышения точности и эффективности решения задач по моделированию сверхзвукового обтекания объектов. Получены теоретические и практические результаты по исследованию подходов к моделированию сверхзвуковых течений с использованием неструктурированных расчетных сеток.

Все разработки, выполненные в рамках настоящей работы, реализованы на базе пакета программ ЛОГОС – отечественном программном обеспечении для инженерного анализа [1-8, 9-17, 18-22]. С 2018 года, в состав пакета ЛОГОС входят алгоритмы, схемы и решения, представленные в диссертации, которые используются для решения промышленных задач авиастроения [1-8]. Уже в настоящее время пакет программ ЛОГОС прошел апробацию и используется на многих предприятиях России.

Результаты диссертационной работы получены при поддержке национального проекта «Наука и университеты» в рамках программы Минобрнауки РФ по созданию молодёжных лабораторий № FSWE-2021–0009 (научная тема: «Разработка численных методов, моделей и алгоритмов для описания гидродинамических характеристик жидкостей и газов в естественных



природных условиях, и условиях функционирования промышленных объектов в штатных и критических условиях на суперкомпьютерах петафлопсного класса»), а также при поддержке НЦФМ (Национального центра физики и математики г. Саров) в рамках работ по направлению «Математическое моделирование на супер-ЭВМ экса- и зеттафлопсной производительности».

Результаты работы также получены при финансовой поддержке грантов Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-2485.2020.5 «Нелинейная динамика морских волн в прибрежной зоне: от натуральных измерений до полномасштабного моделирования») и НШ-70.2022.1.5 «Нелинейные гидрофизические процессы прибрежной зоны: фундаментальные аспекты, инструментальные наблюдения, вычислительные эксперименты и практические приложения»).

### **Апробация работы**

Основные результаты диссертации были представлены на всероссийских и международных конференциях, таких как «XXXII Научно-Техническая конференция по аэродинамике» (г. Жуковский, 2021 г.), Международная научно-техническая конференция «Харитоновские научные чтения» (г. Саров, 2021), Международная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии» (г. Нижний-Новгород, 2021), «I Всероссийская школа-семинар НЦФМ «Математическое моделирование на супер-ЭВМ экса- и зеттафлопсной производительности» (г. Саров, 2022), «7 Научно-техническая конференция для специалистов организаций, входящих в АО «Концерн ВКО «Алмаз-Антей», профильных организаций, НИИ и ВУЗов» (г. Москва, 2022), первая международная научно-техническая конференция «Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения» (г. Алушта, 2022), Международная конференция «Марчуковские научные чтения 2022» (г. Новосибирск, 2022), 20-я научно-техническая конференция «Молодежь в науке» (г. Саров, 2022), XIII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Санкт-Петербург, 2023 г.). Результаты исследований, представленные в диссертации, неоднократно обсуждались на рабочих совещаниях и семинарах со специалистами ПАО «Компания Сухой» и ФГБОУ ВО «МАИ», а также на семинарах научного центра мирового уровня «Сверхзвук».

### **Публикации**

Основные положения диссертации представлены в 8 публикациях, включенных в список ВАК и/или входящих в мировые индексы цитирования (SCOPUS, Web of Science), в 9 работах в трудах конференций. Получено 5 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ.

### **Личный вклад автора**

Во всех работах автор диссертации выполнял численные и аналитические расчёты самостоятельно, а также принимал непосредственное участие в обсуждении и интерпретации полученных результатов.

Лично диссертантом или при его определяющем участии:

- проведено исследование применимости схем ограничителя потока и методов расчета градиента на различных сетках;
- разработана и реализована модифицированная схема расчета ограничителя, проведена калибровка и получено значение константы порога срабатывания модифицированного ограничителя;
- разработана и реализована гибридная схема вычисления градиента газодинамической величины. Получена весовая функция для гибридной схемы;
- разработаны и реализованы в рамках метода многосеточной инициализации способ построения последовательности грубых сеток, а также математическая модель для расчета на грубых сетках. Проведена отработка применения метода для получения ускорения сходимости численного решения;
- разработан и реализован метод статической адаптации расчетной сетки. Проведена отработка применения метода для повышения точности численного решения при расчете на сеточной модели с областями локального измельчения;
- показаны новые результаты исследования ударно-волновой структуры сверхзвукового течения, полученные при использовании разработанных в работе схем и методов.

Научному руководителю д.ф.-м.н. Козелкову А.С. принадлежит выбор методов исследований.

Совместно с Жучковым Р.Н. (к.т.н.) и Зеленским Д.К. (к.ф.-м.н.) были рассмотрены различные подходы в методе многосеточной инициализации, обсуждались методические вопросы.

Совместно с Корневым А.В. были подготовлены постановки исследования сверхзвукового течения в канале и условия сверхзвукового обтекания маневренного летательного аппарата.

По полученным материалам, совместно с Козелковым А.С., Жучковым Р.Н. и Зеленским Д.К. были написаны статьи в научные журналы.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю – доктору физико-математических наук Козелкову Андрею Сергеевичу за ценные замечания к работе. Также автор выражает благодарность кандидату технических наук Жучкову Роману Николаевичу за поддержку и постоянное внимание к работе. Автору приятно поблагодарить всех соавторов и коллег из лаборатории кандидата физико-математических наук Зеленского Дмитрия Константиновича, а также лично его, и сотрудников Института теоретической и математической физики ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» за сотрудничество и помощь.

### **Структура и объем работ**

Диссертация состоит из трех глав и заключения. Работа изложена на 150 страницах машинописного текста, включая 154 рисунка. Список литературы содержит 156 наименований.

## Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

**Первая глава** посвящена описанию математической модели, основанной на методе конечных объемов применительно к системе уравнений Навье-Стокса с ориентацией на произвольные неструктурированные сетки.

В **параграфе 1.2** приводится описание системы уравнений Навье-Стокса с использованием общепринятых обозначений:

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla(\rho \bar{u}) = 0, \\ \frac{\partial(\rho \bar{u})}{\partial t} + \nabla(\rho \bar{u} \bar{u}) = -\nabla p + \nabla(\tau_\mu + \tau_t), \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla(\rho \bar{u} h) = \nabla[\bar{u}(\tau_\mu + \tau_t)] - (\bar{q}_\mu + \bar{q}_t). \end{cases} \quad (1)$$

Система уравнений (1) является не замкнутой из-за неизвестной связи одних из основных переменных этой системы  $\tau_t$  и  $q_t$  с осредненными параметрами течения. Эта связь может быть установлена с помощью дополнительных соотношений, которые в общем случае называются моделями турбулентности. Далее в параграфе представлено уравнение переноса турбулентной вязкости на основе модели Спаларта-Алмараса (SA).

В рамках используемой математической модели представлена схема расчета конвективных потоков AUSM+ и описан способ реконструкции решения, заключающийся в определении параметров слева и справа от грани контрольного объема. В выражении для реконструкции используется значение градиента и значение функции ограничителя.

В **параграфе 1.3** представлено описание ограничителя Venkatakrishnan (2), используемого при расчете течений жидкости и газа для реконструкции решения.

$$\alpha_E = \begin{cases} \frac{1}{\Delta_2} \left[ \frac{(\Delta_{l,\max}^2 + \varepsilon^2) \Delta_2 + 2\Delta_2^2 \Delta_{l,\max}}{\Delta_{l,\max}^2 + 2\Delta_2^2 + \Delta_{l,\max} \Delta_2 + \varepsilon^2} \right], & \Delta_2 > 0 \\ \frac{1}{\Delta_2} \left[ \frac{(\Delta_{l,\min}^2 + \varepsilon^2) \Delta_2 + 2\Delta_2^2 \Delta_{l,\min}}{\Delta_{l,\min}^2 + 2\Delta_2^2 + \Delta_{l,\min} \Delta_2 + \varepsilon^2} \right], & \Delta_2 < 0, \\ 1, & \Delta_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta_{l,\max} = \phi_{\max} - \phi_E, \\ \Delta_{l,\min} = \phi_{\min} - \phi_E, \\ \Delta_2 = \frac{1}{2} (\nabla \phi_f \cdot \Delta \bar{\mathbf{R}}_{E_f}). \end{cases} \quad (2)$$

где  $\phi_{\max}$  и  $\phi_{\min}$  – максимальное и минимальное значение величины во всех соседних ячейках, включая значение в самой ячейке  $E$  ( $\phi_E$ ),  $\nabla \phi_f$  – градиент величины на грани  $f$ ,  $\Delta \bar{\mathbf{R}}_{E_f}$  – расстояние от центра ячейки  $E$  до центра грани. Параметр  $\varepsilon^2$  контролирует величину ограничителя и вычисляется по следующему выражению:  $\varepsilon^2 = (K \Delta h)^3$ , где  $K$  – константа (нормирующий коэффициент),  $\Delta h$  – характерный размер ячейки.

Приведены результаты его применения на решении задачи сверхзвукового невязкого обтекания клина (структурированная сетка), показаны результаты калибровки константы  $K$  порога  $\varepsilon$  срабатывания ограничителя. В случае использования данного ограничителя на неструктурированной сетке возникают области случайного его срабатывания (рис.1А), что снижает точность получаемого решения. Для решения этой проблемы предлагается модифицированный вариант ограничителя Venkatakrishnan, где параметр  $\varepsilon$  является функцией характеристик потока, то есть функцией той величины, для которой применяется ограничитель (3):

$$\tilde{\varepsilon} = K\phi, \text{ где } \phi - \text{газодинамическая переменная.} \quad (3)$$

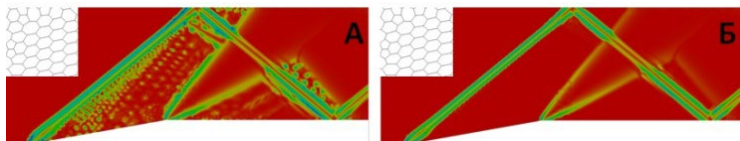


Рис.1 – Область включения ограничителя: А – Venkatakrishnan; Б – модифицированный

В случае модифицированного варианта ограничителя проведена калибровка константы  $K$  (рис.2) на задаче сверхзвукового обтекания клина. Получено значение  $K$  (0.01), при котором решение имеет наилучшие свойства монотонности.

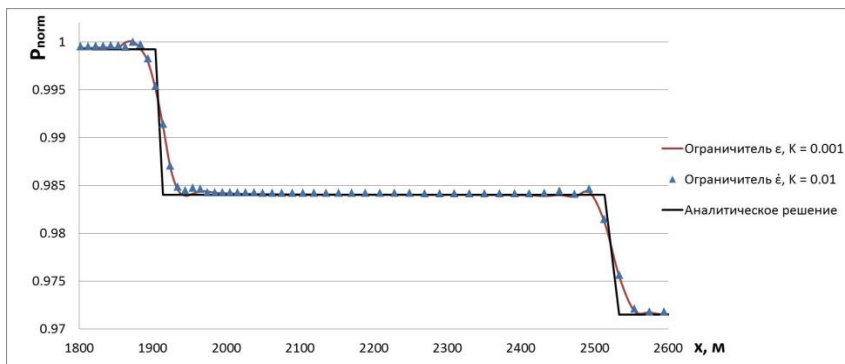


Рис.2 – График распределения отнормированного полного давления

Применение модифицированного ограничителя на неструктурированных сетках характеризуется отсутствием случайных областей срабатывания (рис.1Б).

На задаче трансзвукового турбулентного обтекания профиля NASA0012 показано повышение точности решения при использовании предложенного варианта ограничителя.

В **параграфе 1.4** рассматриваются способы расчета градиента (метод Грина-Гаусса и метод наименьших квадратов – МНК) на различных сетках. Показано, что точность методов зависит от формы расчетной ячейки (соотношения сторон). Для повышения точности в случае использования

неструктурированных сеток предлагается гибридный метод расчета градиента, использующий весовую функцию для определения доли каждого из методов (метода Грина-Гаусса ( $\nabla \varphi_p^{GG}$ ) и МНК ( $\nabla \varphi_p^{LSQ}$ )) в итоговом значении градиента (4):

$$\nabla \varphi_p = \beta \nabla \varphi_p^{LSQ} + (1 - \beta) \nabla \varphi_p^{GG} \quad (4)$$

В параграфе представлен вид весовой функции  $\beta$  (5), учитывающей форму расчетной ячейки.

$$\beta = \beta_{AspectCell} * \beta_{curv}, \quad (5)$$

$$\beta_{AspectCell} = 1 - (0.0001 * AspectCell), \quad AspectCell = \min(100000, Aspect),$$

$$Aspect = \frac{F_{max}}{F_{min}}, \quad F_{max}(\min) = |(\overline{RP} \cdot \vec{N})|, \quad \beta_{curv} = \frac{-th(\alpha * 8 - \pi) + 1}{2}.$$

где  $F_{max}$  и  $F_{min}$  – максимальное и минимальное значение по всем граням  $f$  ячейки  $P$ ,  $|(\overline{RP} \cdot \vec{N})|$  – модуль скалярного произведения векторов  $\overline{RP}$  и  $\vec{N}$ ,  $\overline{RP}$  –

вектор от центра ячейки  $P$  к центру грани  $f$ ,  $\vec{N}$  – вектор нормали грани  $f$ ,  $\alpha$  – максимальный угол между нормалью грани и вектором, соединяющим центры соседних ячеек,  $\pi$  – число  $\pi$ .

Показано, что предложенный гибридный метод расчета градиента повышает точность получаемого значения в случае расчета на неструктурированных сетках.

В **параграфе 1.5** представлены результаты применения модифицированного ограничителя Venkatakrishnan и гибридного метода расчета градиента при решении задачи сверхзвукового турбулентного обтекания цилиндра с иглой (неструктурированная сетка на основе тетраэдров и усеченных шестигранников, рис.3) и обтекании пули (неструктурированная сетка на основе усеченных шестигранников, рис.4).

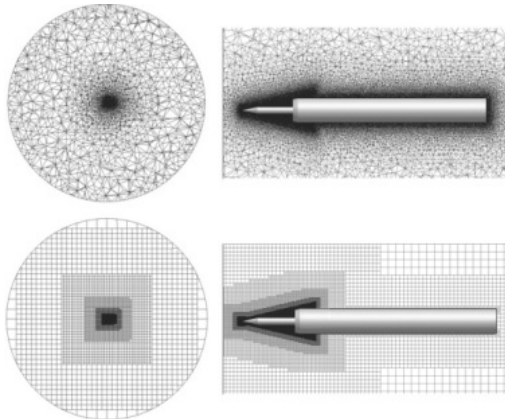


Рис.3 – Расчетная сетка, цилиндр с иглой

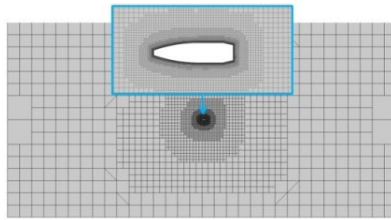


Рис.4 – Расчетная сетка, пуля

Показано, что при совместном использовании в рамках одной математической модели, предложенные автором численные схемы, существенно повышают точность расчета сверхзвуковых течений, характеризующихся ударно-волновыми процессами на неструктурированных сетках. В результате применения данного подхода получены поля газодинамических величин, показанные на рисунках 5-6.

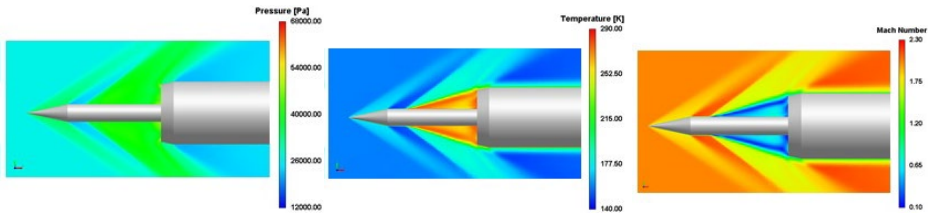


Рис.5 – Обтекание цилиндра (поле давления, температуры, числа Маха)

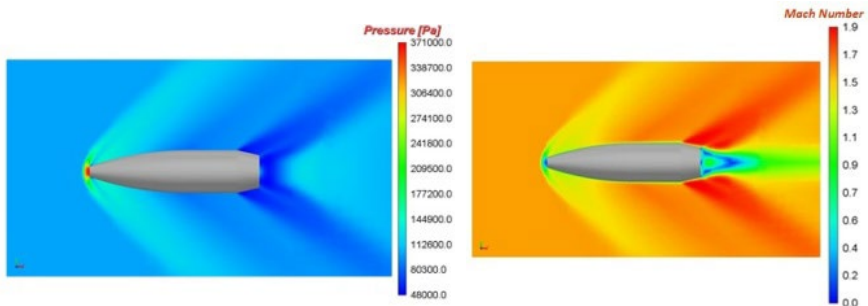


Рис.6 – Обтекание пули (поле давления, числа Маха)

В **параграфе 1.6** подведены результаты первой главы.

**Вторая глава** посвящена разработке методов повышения эффективности расчета на сеточном уровне – рассматривается процедура инициализации на основе геометрического многосеточного метода и алгоритм статической адаптации расчетной сетки под особенности течения.

В **параграфе 2.2** приводится способ введения процедуры многосеточной инициализации, алгоритм построения последовательности грубых сеток (рис.7), а так же математическая модель для решения задачи на них.

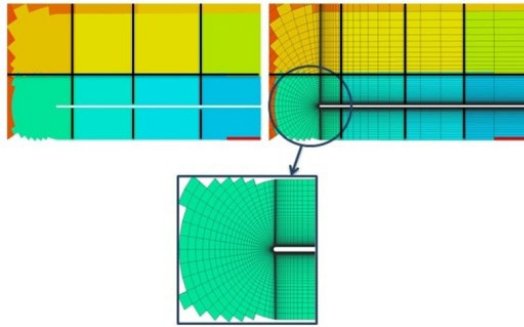


Рис.7 – Принцип построения грубой сетки

На задаче сверхзвукового обтекания (неструктурированная сетка) показана оценка эффективности применения описанного метода.

В **параграфе 2.3** рассмотрено применение адаптации расчетной сетки под особенности течения. Представлено описание метода статической адаптации расчетной сетки, основанного на выделении особенностей течения (таких как ударная волна) по заданному критерию и построении в них областей локального измельчения сеточной модели. Показан вид критерия (6), применяемого для выделения областей измельчения расчетной сетки.

$$f = (V_{cell})^{2/3} \cdot |\nabla F| \quad (6)$$

На примере задачи сверхзвукового обтекания конического тела (турбулентное течение, неструктурированная сетка, рис.8) показана оценка эффективности применения разработанного метода.

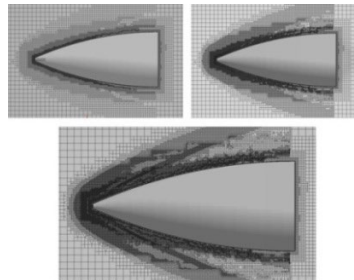


Рис.8 – Результат работы алгоритма адаптации

В **параграфе 2.4** проведено моделирование сверхзвукового обтекания (турбулентное течение) осесимметричного тела с использованием многосеточной инициализации и статической адаптации на неструктурированных сетках на основе усеченных шестигранников (рис.9) и многогранников.

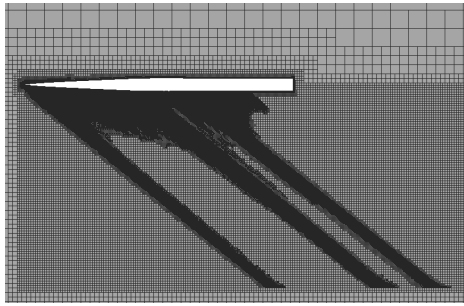


Рис.9 – Результат работы алгоритма адаптации

Показано, что применение метода многосеточной инициализации повышает скорость сходимости решения до 20%. Получено, что метод статической адаптации обеспечивает перестроение расчетной модели в автоматическом режиме и позволяет достичь сеточной сходимости решения.

В **параграфе 2.5** проведено исследование влияния метода статической адаптации на разрешение ударно-волновой структуры потока (рис.10) при сверхзвуковом истечении из сопла. Получена структура струйного течения, исследовано радиальное распределение продольной скорости в потоке (рис.11). Представленные результаты получены с применением численных схем, описанных в главе 1.

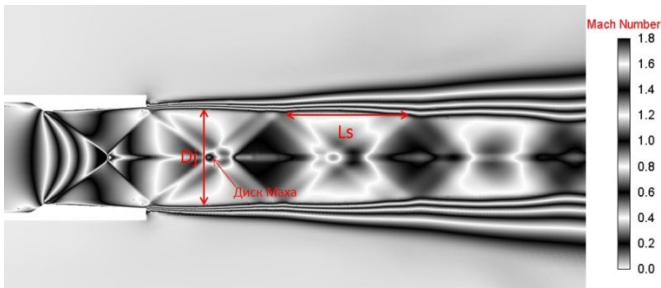


Рис.10 – Структура струйного течения

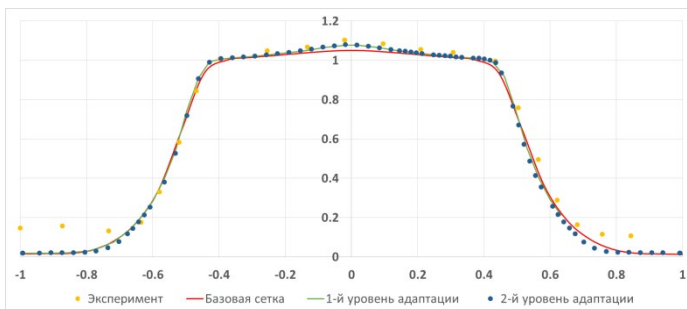


Рис.11 – Радиальное распределение продольной скорости



Так же показано, что в результате применения описанного метода повышается эффективность расчета задач газовой динамики за счет использования эффективной сеточной модели.

В **параграфе 2.6** перечислены основные результаты главы 2.

**Третья глава** посвящена применению методов и алгоритмов, описанных в работе, для решения двух прикладных задач. В первой задаче рассматривается численное исследование сверхзвукового течения в канале, характеризующееся взаимодействием отраженной ударной волны с пристеночным слоем течения. Во второй задаче рассматривается сверхзвуковое обтекание маневренного летательного аппарата, при исследовании АДХ которого применяются разработки, описанные в диссертационной работе.

В **параграфе 3.2** рассмотрено сверхзвуковое турбулентное течение вязкого газа в канале переменного сечения при числе Маха на входе  $M=2$ . Данная форма канала (рис.12) позволяет моделировать задачу о взаимодействии падающей ударной волны с пограничным слоем на плоской пластине, а так же задачу отражения косога скачка уплотнения. Кроме того, рассматриваемая форма канала имитирует модель простейшего бокового сверхзвукового воздухозаборника.

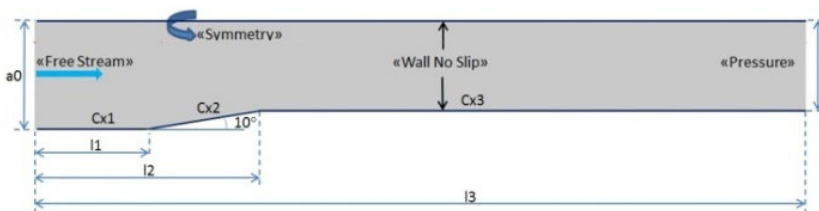


Рис.12 – Схема расчетной области

На примере решения (рис.13) задачи приводятся особенности развития сверхзвукового течения газа в канале.

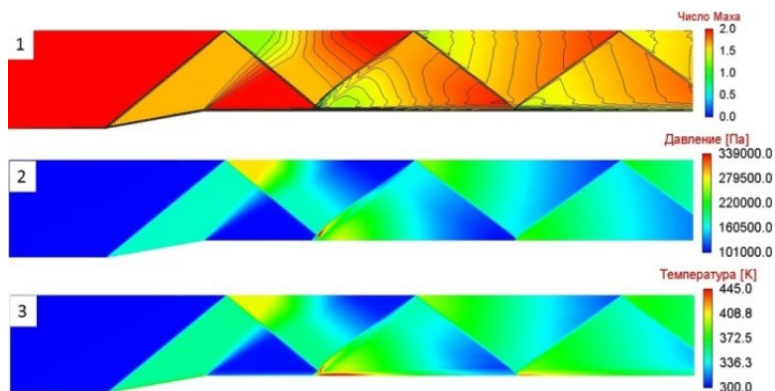


Рис.13 – Течение в канале

В **параграфе 3.3** рассматривается возможность изменения распределения локальных АДХ обтекаемой поверхности за счет добавления на нее локальных, выступающих над поверхностью канала, конструктивных элементов (рис.14), изменяющих структуру пристеночного течения.

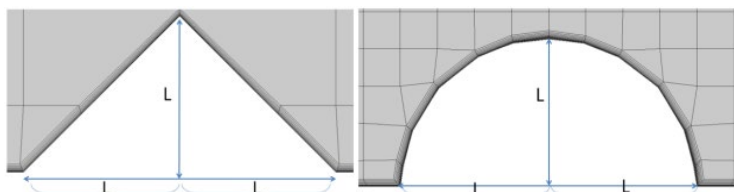


Рис.14 – Форма дополнительных конструктивных элементов

В результате моделирования с использованием математической модели, включающей схемы диссертационной работы, получено, что добавление конструктивных элементов способствует расширению отрывной зоны в области взаимодействия падающей ударной волны и пристеночного течения (рис.15).

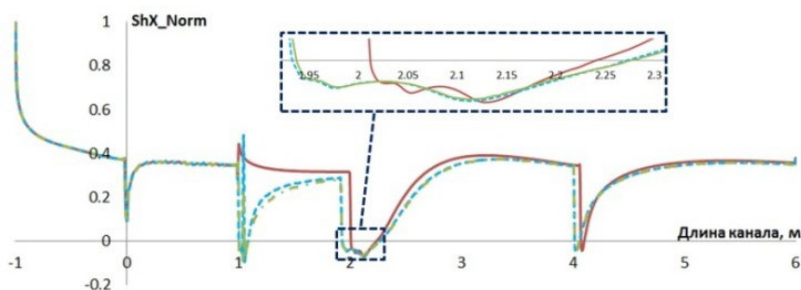


Рис.15 – График распределения нормированного коэффициента трения (сплошная линия – исходная геометрия, обе пунктирные линии – с учетом дополнительных элементов в форме пирамиды и полусферы)

Расширение отрывной зоны позволило уменьшить значение коэффициента силы лобового сопротивления на поверхности канала далее по потоку на 15%.

В **параграфе 3.4** проводится моделирование аэродинамических характеристик (рис.16-17) прототипа маневренного летательного аппарата. Основной целью решения этой промышленно-ориентированной задачи является демонстрация применимости представленных в диссертационной работе схем и методов в случае рассмотрения течений с ударными волнами, а также повышения эффективности исследования, что выражается в сокращении расчетного времени задачи, за счет применения методов на сеточном уровне. Для данной задачи все результаты приводятся в обезразмеренных значениях.

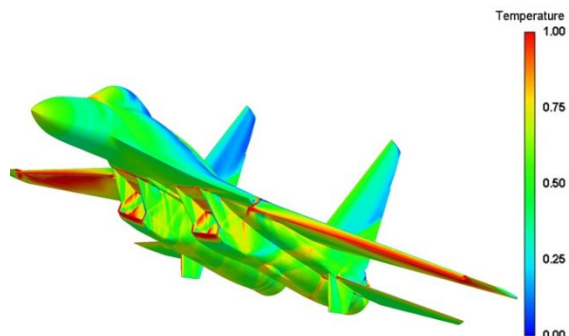


Рис.16 – Расчет АДХ прототипа летательного аппарата

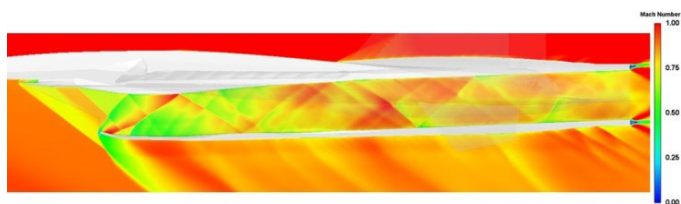


Рис.17 – Структура течения в канале воздухозаборника

Показано, что применение численных схем диссертационной работы уменьшило отклонение ( $\Delta$ ) расчетных значений коэффициента силы лобового сопротивления ( $C_x$ ) и коэффициента подъемной силы ( $C_y$ ) от эталонных данных (значений, полученных на самой мелкой сетке) в два раза (таблица 1).

Таблица 1. Значение аэродинамических коэффициентов

Способ вычисления	$C_x$	$C_y$	$\Delta, \%$ ( $C_x$ )	$\Delta, \%$ ( $C_y$ )
Без использования разработанных схем	0.918	0.932	8.12	6.74
С использованием разработанных схем	0.959	0.971	4.1	2.9

В параграфе обосновано применение алгоритма многосеточной инициализации и приводится оценка эффективности его применения (рис.18).

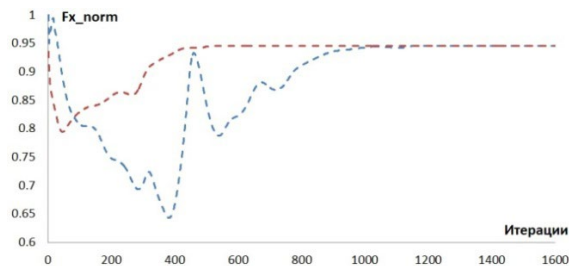


Рис.18– График сходимости силы лобового сопротивления (красная линия – с алгоритмом дис.работы, синяя – без алгоритма)

В **параграфе 3.5** проводится исследование ударно-волновой картины прототипа сверхзвукового летательного аппарата также с учетом работы силовой установки. Здесь для качественного разрешения особенностей течения используется уточненная сеточная модель – построенная методом адаптивных сеток (рис.19).

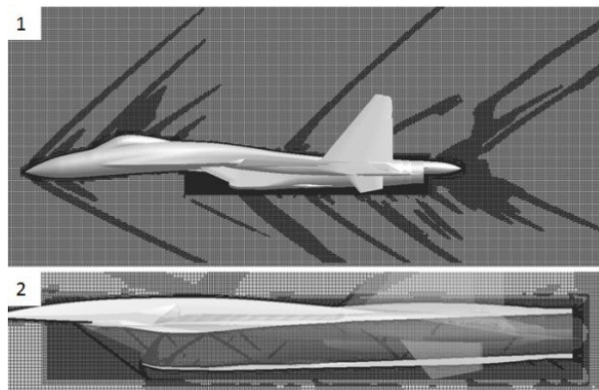


Рис.19 – Сетка с областями локального сгущения (1 – вблизи поверхности ЛА, 2 – внутри канала воздухозаборника)

Сетка с областями измельчения позволяет более качественно разрешить структуру ударных волн как вблизи летательного аппарата, так и внутри канала его воздухозаборника, что сказывается на уменьшении численной погрешности в определении аэродинамических коэффициентов.

Таблица 2. Значение аэродинамических коэффициентов

Способ вычисления	$C_x$	$C_y$	$\Delta, \% (C_x)$	$\Delta, \% (C_y)$
Исходная сетка	0.959	0.971	4.1	2.9
Сетка с областями измельчения	0.971	0.982	2.9	1.8

В результате численного моделирования удалось определить область замирания потока (рис.20), образованную в результате ударно-волнового характера течения между воздухозаборниками.

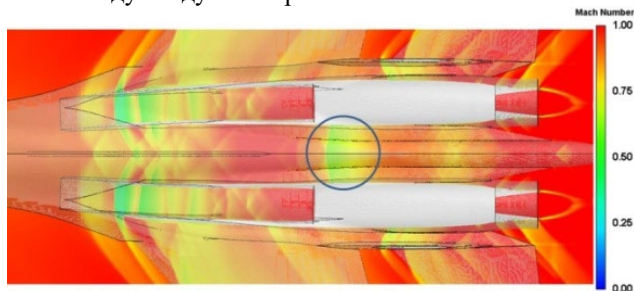


Рис.20 – Поле числа Маха

В целях уменьшения области замирания потока рассматривается добавление на внешнюю поверхность воздухозаборников аэродинамических панелей. Полученное поле числа Маха в сравнении с результатом расчета без панелей показано на рисунке 21.

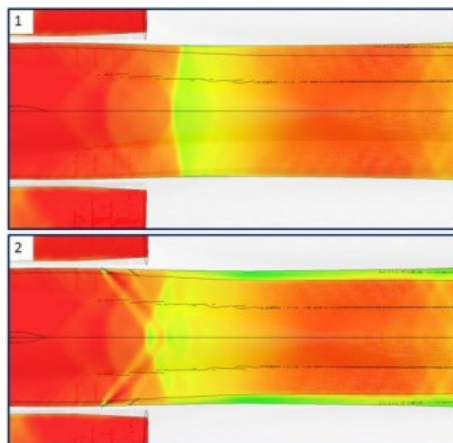


Рис.21 – Поле числа Маха, область замирания потока (1 – без панелей, 2 – с панелями)

Таким образом, показано, что представленный в диссертационной работе численный метод в совокупности с разработанными схемами и алгоритмами может быть использован как инструмент при решении задач внешней и внутренней аэродинамики для получения аэродинамических характеристик ЛА, моделировать различные авиационные компоновки и оптимизировать их характеристики. Особенно это актуально на этапе проектировании перспективных образцов в авиационной промышленности, где проведение каждого натурального эксперимента или тестового вылета связано как с финансовыми затратами, так и с риском для летной команды.

**В параграфе 3.6** подведены результаты третьей главы.

**В заключении** сформулированы основные результаты, изложенные в диссертации, которые сводятся к следующему:

1. Исследована ударно-волновая структура течения при сверхзвуковом обтекании тел различной конфигурации на произвольной неструктурированной сетке. Получено достоверное описание ударных волн при их отражении и взаимодействии с пограничным слоем, а также характеристики распределения газодинамических величин в зависимости от параметров течения, включая случаи внедрения дополнительных механических элементов.
2. Исследована применимость ограничителя потока при расчете на неструктурированной сетке. Разработана и реализована модифицированная схема расчета ограничителя потока. Проведена калибровка и получено

значение константы, входящей в выражение, определяющего порог срабатывания ограничителя. Показано повышение точности расчета и возможность достоверно воспроизводить поведение ударной волны в процессе ее распространения в газовой среде при использовании разработанной схемы расчета ограничителя на различных сетках.

3. Исследованы свойства метода Грина-Гаусса и метода наименьших квадратов для расчета градиента с целью выявления зависимости точности получаемого значения от формы расчетной ячейки. Разработана и реализована гибридная схема расчета градиента с использованием весовой функции. Разработана весовая функция, учитывающая геометрические особенности расчетной ячейки. Показано повышение точности решения и достоверности моделирования процессов сверхзвукового течения газа при использовании разработанной схемы на различных сетках.
4. Разработан и реализован метод, основанный на алгоритме построения последовательности грубых сеток, для инициализации поля течения газодинамическими параметрами. Для моделирования сверхзвукового обтекания на произвольной неструктурированной сетке и получения распределения газодинамических величин показано ускорение сходимости решения при использовании данного метода.
5. Разработан и реализован метод статической адаптации расчетной сетки. Показано повышение достоверности моделирования сверхзвукового течения вследствие увеличения точности разрешения фронта ударных волн при расчете на сетке, полученной в результате применения алгоритма адаптации.

#### **Соответствие содержания диссертации специальности**

Область исследования соответствует формуле специальности 1.1.9 «Механика жидкости, газа и плазмы». Работа соответствует следующим пунктам области исследования паспорта специальности:

- П.4. Течения сжимаемых сред и ударные волны (все параграфы диссертационной работы).
- П.9. Аэродинамика и теплообмен летательных аппаратов (параграфы 3.4-3.5 диссертационной работы).
- П.11. Пограничные слои, слои смешения, течения в следе (параграфы 3.2-3.3 диссертационной работы).
- П.12. Струйные течения. Кавитация в капельных жидкостях (параграф 2.5 диссертационной работы).

#### **Работы автора по теме диссертации**

**Публикации в журналах, включенных в список ВАК и/или входящих в мировые индексы цитирования (SCOPUS, Web of Science):**

1. Жалнин Р.В., Веселова Е.А., Дерюгин Ю.Н., Зеленский Д.К., Козелков А.С., Стручков А.В. Пакет программ Логос. Методика повышенного порядка точности на блочно-

- структурированных сетках с использованием реконструкции типа WENO // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 6.
2. Жалнин Р.В., Веселова Е.А., Дерюгин Ю.Н., Зеленский Д.К., Козелков А.С., **Стручков А.В.** Пакет программ ЛОГОС. Методики расчета течения вязкого сжимаемого газа на блочно-структурированных сетках // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 2. С. 667.
3. **Стручков А.В.**, Козелков А.С., Жучков Р.Н., Уткина А.А., Саразов А.В. Численное моделирование задач аэродинамики со статической адаптацией сетки под особенности решения // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов. – 2019. – Вып.2. – С. 55-67.
4. **Struchkov A.V.**, Kozelkov A.S., Volkov K., Kurkin A.A., Zhuchkov R.N., Sarazov A.V. Numerical simulation of aerodynamic problems based on adaptive mesh refinement method. Acta Astronaut. 2020, 172, 7–15; DOI: 10.1016/j.actaastro.2020.03.019.
5. **Стручков А.В.** Применение метода геометрической многоуровневой инициализации для ускорения решения задач аэродинамики на произвольных неструктурированных сетках. Труды НГТУ им. П.Е. Алексеева. 2021. № 4 (135). С. 32-42.
6. Kozelkov A.S., **Struchkov A.V.**, Strelets D.Y. Two Methods to Improve the Efficiency of Supersonic Flow Simulation on Unstructured Grids. Fluids 2022, 7, 136, DOI: 10.3390/fluids7040136.
7. **Struchkov A.**, Kozelkov A., Zhuchkov R. Volkov, K., Strelets D. Implementation of Flux Limiters in Simulation of External Aerodynamic Problem on Unstructured Meshes. Fluids 2023, 8(1), 31; DOI: 10.3390/fluids8010031.
8. **Стручков А.В.**, Козелков А.С. Применение CAE-моделирования для исследования формирования ударно-волновой структуры при сверхзвуковом течении. Труды НГТУ им. П.Е. Алексеева. 2023. № 2 (141).

#### Публикации в трудах конференций:

9. Володченков К.Б., Козелков А.С., Жучков Р.Н., **Стручков А.В.** Особенности моделирования ламинарно-турбулентного перехода в пакете программ Логос. В книге: XXV Всероссийский семинар с международным участием по струйным, отрывным и нестационарным течениям. 2018. С. 64-65.
10. **Стручков А.В.**, Козелков А.С., Жучков Р.Н., Куркин А.А., Уткина А.А. Численное моделирование задач аэродинамики со статической адаптацией сетки под особенности решения. В сборнике: Информационные системы и технологии - 2019. Сборник материалов XXV Международной научно-технической конференции. 2019. С. 932-937.
11. **Стручков А.В.**, Козелков А.С., Стрелец М.Ю. Особенности применения метода геометрической многоуровневой инициализации для ускорения решения задач аэродинамики на произвольных неструктурированных сетках. В книге: 19-я Международная конференция «Авиация и космонавтика». Тезисы 19-ой Международной конференции. Москва, 2020. С. 614-615.
12. **Стручков А.В.**, Козелков А.С. Особенности применения метода геометрической многоуровневой инициализации для ускорения решения задач аэродинамики на произвольных неструктурированных сетках. В сборнике: КОГРАФ-2021. Сборник материалов 31-й Всероссийской научно-практической конференции по графическим информационным технологиям и системам. Нижний Новгород, 2021. С. 270-276.
13. **Стручков А.В.**, Козелков А.С., Жучков Р.Н. Алгоритмы повышения эффективности расчета сверхзвуковых течений на произвольных неструктурированных сетках. В сборнике: 1-я Международная научно-техническая конференция «Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения». Алушта, 2022.
14. **Стручков А.В.**, Жучков Р.Н., Козелков А.С. Гибридный метод вычисления градиентов и метод расчета ограничителей градиента для повышения точности решения задач

аэродинамики на неструктурированных сетках. В сборнике: «Марчуковские Научные чтения-2022», Новосибирск, 2022.

15. **Стручков А.В.**, Жучков Р.Н., Козелков А.С. Метод расчета ограничителей потока и гибридный метод вычисления градиентов для повышения точности решения задач аэродинамики на неструктурированных сетках. В сборнике материалов 20-й научно-технической конференции «Молодежь в науке», Саров, 2022.

16. **Стручков А.В.**, Жучков Р.Н., Козелков А.С. Методика расчета сверх- и гиперзвуковых течений на произвольных неструктурированных сетках. В сборнике материалов I Всероссийской молодежной школы-семинара по математическому моделированию на супер-ЭВМ экс- и зеттафлопсной производительности, 5-9 декабря 2022 года.

17. **Стручков А.В.**, Жучков Р.Н., Козелков А.С. Исследование ударно-волновой структуры сверхзвукового обтекания клина и летательного аппарата. В сборнике материалов XIII Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, 21-25 августа 2023 года.

#### **Свидетельства о регистрации:**

18. Козелков А.С., Жучков Р.Н., Курулин В.В. и др. Программа для ЭВМ «Программа расчета нестационарных отрывных турбулентных течений и генерируемых ими акустических полей для нужд авиационной промышленности» от 18.07.2013 № 2013619176

19. Дерюгин Ю.Н., Козелков А.С. и др. Программа для ЭВМ «Пакет программ «ЛОГОС», версия 5.0» от 20.02.2017 №2017612306.

20. Дерюгин Ю.Н., Козелков А.С. и др. Программа для ЭВМ «Программный модуль пакета программ «ЛОГОС» для моделирования аэрогидродинамики и теплопереноса (ЛОГОС-ТМП), версия 2016» от 11.01.2018 №2018610488.

21. Дерюгин Ю.Н., Козелков А.С. и др. Программа для ЭВМ «Пакет программ «ЛОГОС», версия 2017» от 04.03.2019 №2019612914.

22. Дерюгин Ю.Н., Козелков А.С. и др. Программа для ЭВМ «Программный модуль пакета программ «ЛОГОС» для моделирования аэрогидродинамики и теплопереноса (ЛОГОС-ТМП), версия 2017» от 30.01.2019 №201961155.