На правах рукописи

Копосов Антон Сергеевич

Синтез управления с итеративным обучением для сетевых мультиагентных систем

Специальность 2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации, статистика (физико-математические науки)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород — 2024

Работа выполнена на кафедре «Прикладная математика» Арзамасского политехнического института (филиала) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор, **Пакшин Павел Владимирович**

Официальные оппоненты: **Баландин Дмитрий Владимирович**, доктор физико-математических наук, профессор, ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского», профессор кафедры дифференциальных уравнений, математического и численного анализа, г. Нижний Новгород;

Иванский Юрий Владимирович, кандидат физико-математических наук, ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет», доцент кафедры экономической кибернетики, г. Санкт-Петербург.

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук, г. Москва.

Защита диссертации состоится «____» __________ 2024 года в _____ часов в ауд. _____ на заседании диссертационного совета 24.2.345.06 при Нижегородском государственном техническом университете им. Р. Е. Алексеева по адресу: 603155, г. Нижний Новгород, ул. Минина, 24.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Нижегородского государственного технического университета им. Р. Е. Алексеева и на сайте https://www.nntu.ru/structure/view/podrazdeleniya/fpsvk/obyavleniya-o-zashhitah.

Автореферат разослан «____» __________ 2024 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета — Суркова Анна Сергеевна

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. Современные процессы быстрых изменений в экономике, цифровизация промышленности и распространение новых высоких технологий связаны с переходом к новой промышленной парадигме, которую именуют «Индустрией 4.0», или четвертой промышленной революцией. В широком смысле данный термин означает внедрение передовых технологий в весь производственный процесс. К таким технологиям причисляют аналитику больших данных, Интернет вещей, искусственный интеллект, автономные роботы и облачные вычисления.

Эта тенденция приводит к появлению интеллектуальных производств[1], которые характеризуются высокой степенью интеграции информационных технологий и гибкостью систем автоматизации производства, что стало мощным движущим фактором в развитии систем группового управления роботами, технологическими машинами и оборудованием. Одним из классов таких систем являются мультиагентные системы, которые представляют собой группу автономных объектов (агентов), взаимодействующих друг с другом через информационную сеть и реализующих принципы интеллектуального управления, принимая решения самостоятельно.

К интеллектуальному управлению относят методы управления, которые используют различные подходы искусственного интеллекта, такие как искусственные нейронные сети, нечёткая логика, эволюционные вычисления, генетические алгоритмы и машинное обучение. Для динамических систем в технике концепция машинного обучения была определена Я. З. Цыпкиным еще в начале 60-х годов прошлого века как процесс получения в системе необходимой реакции на внешние сигналы путем многократных воздействий на нее и внешней корректировки [2]. Метод управления с итеративным обучением (УИО) полностью вписывается в эту концепцию.

УИО появилось в середине 80-х годов прошлого века как инструмент повышения точности выполнения повторяющихся операций роботами-манипуляторами. В настоящее время данный метод получил широкое распространение в многочисленных приложениях и продолжает оставаться предметом существенного интереса исследователей в области теории управления. Он ориентирован на системы, которые многократно повторяют одну и ту же заранее заданную операцию конечной продолжительности (которая обычно задается желаемой траекторией выходного сигнала), всегда возвращаясь в исходную позицию так, что начальные условия остаются одинаковыми на всех повторениях. Идея УИО заключается в том, что управляющее

[1]Панов, А. И. *Тенденции в развитии интеллектуального производства* / А. И. Панов // Экономика и качество систем связи. – 2023. – № 3 (29). – С. 89-99.

[2]Цыпкин, Я. З. *Адаптация и обучение в автоматических системах* / Я. З. Цыпкин – М.: Издательство «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, 1968. – 400 с.

воздействие на каждом повторении формируется с использованием информации, полученной на предыдущем повторении, что позволяет последовательно улучшать точность или какой-либо другой показатель. В отличии от адаптивного и нейросетевого управления, УИО изменяет вход управления, который является сигналом, а не параметры регулятора, который является системой. В случае с нейросетевым управлением для обучения требуется большой объем данных, и быструю сходимость часто бывает трудно гарантировать, тогда как УИО обычно сходится за несколько повторений.

Распределенный (сетевой) закон УИО обеспечивает управление мультиагентной системой, где только часть агентов имеет прямой доступ к желаемой траектории выходного сигнала, а остальные получают информацию о выходе от соседей. Цель такой стратегии состоит в том, чтобы все агенты следовали траектории синхронно, при этом каждый из них обновляет свой управляющий сигнал на основе имеющейся у него информации. Метод УИО изначально был предложен как эффективный инструмент повышения точности выполнения операций роботами, и его развитие для решения новых задач современных и перспективных роботизированных сетевых систем, в частности для систем интеллектуальных производств, является актуальным.

Степень разработанности темы исследования. В интеллектуальном производстве роботы являются элементами исполнительного уровня, и связаны между собой информационной сетью, которая обеспечивает их взаимодействие и передает информацию об изменениях производственной программы. В стандартной постановке УИО предполагается, что целевая задача не меняется от повторения к повторению, а после очередного повторения система всякий раз возвращается в одно и то же начальное состояние. Однако в подобных сетевых системах во время их функционирования может возникнуть острая необходимость в изменении, например, выполняемой операции или конфигурации информационной сети. Это порождает переходную ошибку, которая может снизить точность ниже допустимого уровня в течение нескольких повторений, что ограничивает возможности применения УИО в новых задачах современных роботизированных систем. Кроме того, на практике точность выполняемой операции снижается из-за воздействия на систему случайных внешних возмущений, наличия шумов измерений или неопределенностей модели агентов. Как показывает анализ литературы, задачи, связанные с этими факторами, недостаточно изучены, поэтому существует необходимость в разработке новых методов синтеза и алгоритмов УИО, учитывающих указанные факторы.

Цель работы состоит в разработке методов синтеза и алгоритмов УИО современными и перспективными роботизированными сетевыми системами, в частности системами интеллектуальных производств, учитывающих новые особенности их функционирования.

Задачи работы. Исходя из цели работы, были поставлены следующие задачи.

1. Разработать алгоритм УИО для стохастических сетевых систем с изменяемой топологией сети с учетом неопределенностей в модели агентов.

2. Развить метод синтеза УИО с переключаемым законом управления для сетевых стохастических систем с изменяемой желаемой траекторией и изменяемыми параметрами агентов, и разработать алгоритм УИО данными системами.

3. Развить дивергентный метод векторных функций Ляпунова для класса стохастических сетевых систем с изменяемой желаемой траекторией, изменяемыми параметрами агентов и изменяемой топологией сети, и разработать алгоритм УИО данными системами.

Методология и методы исследования. Синтез управления основан на дивергентном методе векторных функций Ляпунова и его развитии для нового класса систем. В случае с дискретными системами он предполагает использование дискретного аналога дивергенции векторной функции Ляпунова при исследовании устойчивости системы. Данный метод показал свое преимущество в сравнении с другими известными алгоритмами УИО сетевыми системами [3].

Для получения оценки состояния и выходного сигнала в условиях случайных возмущений предлагается использовать фильтр Калмана. Для сетевых систем с изменяемыми параметрами агентов и желаемой траекторией получил развитие подход, который заключается в поиске переключаемого закона управления из решения задачи минимизации отклонения выходных сигналов агентов от доступных им образов желаемой траектории, который ранее был рассмотрен для случая простой стохастической системы [4]. Данный подход был также распространен на случай с подключением агентов к сети.

Степень достоверности результатов обеспечивается строгостью математических постановок и доказательств утверждений, корректным использованием математического аппарата, и подтверждением теоретических результатов математическим моделированием.

---

[3]Пакшин, П. В. *Управление с итеративным обучением мультиагентной системой в условиях случайных возмущений* / П. В. Пакшин, А. С. Копосов, Ю. П. Емельянова // Автоматика и телемеханика. – 2020. – № 3. – С. 132-156.

[4]Пакшин, П. В. *Управление с итеративным обучением дискретными стохастическими системами с переключениями* / П. В. Пакшин, Ю. П. Емельянова // Автоматика и телемеханика. – 2020. – № 11. – С. 93-111.

Научная новизна состоит в следующем:

1. Разработан алгоритм УИО стохастическими сетевыми системами с изменяемой топологией сети с учетом неопределенностей модели агентов, обеспечивающий сходимость ошибки обучения и компенсацию переходной ошибки, вызванной подключением новых агентов;

2. Метод синтеза УИО с переключаемым законом управления распространен на класс стохастических сетевых систем с изменяемой желаемой траекторией и изменяемыми параметрами агентов. На этой основе разработан алгоритм УИО такими сетевыми системами, обеспечивающий сходимость ошибки обучения и компенсирующий переходную ошибку, вызванную указанными изменениями;

3. Дивергентный метод векторных функций Ляпунова распространен на класс стохастических сетевых систем с изменяемыми параметрами агентов, изменяемой желаемой траекторией и изменяемой топологией сети. На этой основе разработан алгоритм УИО такими сетевыми системами, обеспечивающий сходимость ошибки обучения и компенсирующий переходную ошибку, вызванную указанными изменениями.

Практическая значимость работы работы состоит в том, что ее результаты могут служить основой программно-алгоритмического обеспечения решения задач в различных областях применения УИО, в том числе для управления роботизированными системами исполнительного уровня интеллектуальных производств.

Положения, выносимые на защиту:

1. Алгоритм УИО для стохастических сетевых систем с изменяемой топологией сети и наличием неопределенностей в модели агентов;

2. Метод синтеза и алгоритм УИО для стохастических сетевых систем с изменяемыми параметрами агентов и желаемой траекторией;

3. Метод синтеза и алгоритм УИО для стохастических сетевых систем с изменяемой желаемой траекторией, изменяемыми параметрами агентов и изменяемой топологией сети.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. В диссертации теоретические основы автоматического управления применены и развиты для разработки новых методов синтеза и алгоритмов УИО сетевыми системами с переключениями. Полученные теоретические результаты подтверждены расчетами и численным моделированием в среде MATLAB (области исследования 1, 2, 4, 5 специальности 2.3.1).

Апробация полученных результатов. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на следующих научных мероприятиях:

1. 27-я Международная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии» (ИСТ-2021), Нижний Новгород, Россия, НГТУ им. Р. Е. Алексеева, 23-24 апреля, 2021;

2. XVII Всероссийская школа-конференция молодых ученых «Управление большими системами», Россия, Москва, ИПУ РАН, 6-9 сентября, 2021;

3. 2021 Modeling, Estimation and Control Conference (MECC 2021), Austin, USA, October 24-27, 2021;

4. Всероссийская научно-практическая конференция «Информационные технологии и прикладная математика» имени Л. В. Широкова, Арзамас, Россия, Арзамасский филиал ННГУ, 24-25 марта, 2022;

5. 14th IFAC Workshop on Adaptive and Learning Control Systems (ALCOS 2022), Casablanca, Morocco, June 29–July 1, 2022;

6. XXII Всероссийская молодежная научно-технической конференция «Будущее технической науки», Нижний Новгород, Россия, НГТУ им. Р. Е. Алексеева, 24-26 мая, 2023;

7. Семинар лаборатории №7 «Адаптивных и робастных систем им. Я. З. Цыпкина», Москва, Россия, ИПУ РАН, 10 октября, 2023.

Работа автора [3] вошла в список победителей Всероссийского конкурса научных работ аспирантов по теории управления и ее приложениям 2023 года, организованного Институтом проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН.

Публикации. Основное содержание диссертации отражено в 10 научных статьях, 4 из которых входят в издания из перечня ВАК [1–4], 4 – в мировую научную базу данных Web of Science [1, 4–6], 5 – в базу данных Scopus [1, 3–6], и 8 – в базу РИНЦ [1–4, 7–10].

Личный вклад автора. В совместных работах научному руководителю принадлежат постановки задач, идеи доказательств и алгоритмов. Непосредственная разработка методов синтеза, алгоритмов и пакета программ для моделирования систем принадлежат автору.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №19-08-00528 а) и Российского научного фонда (гранты №21-71-00091 и №22-21-00612).

Структура и объем диссертации. Диссертация содержит введение, пять глав, заключение, список литературы, включающий 61 наименование. Работа изложена на 108 страницах, содержит 22 рисунка.

Основное содержание работы

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели и задачи работы, описаны методы исследования и степень достоверности результатов, аргументирована научная новизна и практическая ценность. Показано, что диссертация соответствует паспорту научной специальности, работа прошла апробацию на научных конференциях, и ее результаты опубликованы в российских и зарубежных научных изданиях. Коротко описана структура диссертации и изложено содержание ее глав.

В первой главе дается общая характеристика состояния проблемы и определены основные понятия.

Во второй главе представлено решение задачи синтеза УИО стохастической сетевой системой без переключений.

<u>Описание сетевой системы.</u> Рассмотрим сетевую систему, состоящую из N агентов, каждый из которых функционирует в повторяющемся режиме. Динамика агента i на повторении k описывается следующей дискретной моделью в пространстве состояний:

$$\begin{aligned} x_i(k,p+1) &= Ax_i(k,p) + Bu_i(k,p) + D\omega_i(k,p), \\ y_i(k,p) &= Cx_i(k,p), \\ y_{\nu i}(k,p) &= y_i(k,p) + G\nu_i(k,p), \quad i \in \mathcal{I},\ k \geq 0,\ 0 \leq p \leq T-1, \end{aligned} \tag{1}$$

где $x_i(k,p) \in \mathbb{R}^{n_x}$ – вектор состояния, $u_i(k,p) \in \mathbb{R}^{n_u}$ – вектор управления, $\omega_i(k,p) \in \mathbb{R}^{n_\omega}$ – вектор шумов объекта, $y_i(k,p) \in \mathbb{R}^{n_y}$ – вектор выходных переменных, $y_{\nu i}(k,p) \in \mathbb{R}^{n_y}$ – вектор измеренных выходных переменных, $\nu_i(k,p) \in \mathbb{R}^{n_\nu}$ – вектор шумов измерений, A, B, D, C и G – постоянные матрицы соответствующих размерностей, p – номер выборки на повторении k, $T < \infty$ – продолжительность повторения, одинаковая для всех агентов i и повторений k, и $\mathcal{I} = \{1, 2, \ldots, N\}$ – множество всех агентов. Граничные условия $x_i(k,0)$ и $u_i(0,p)$ известны для каждого агента, и предполагается, что $\omega_i(k,p)$ и $\nu_i(k,p)$ представляют собой независимые гауссовские белые шумы с нулевыми математическими ожиданиями и ковариационными матрицами $S_{\omega i} = \mathrm{E}[\omega_i(k,p)\omega_i^\top(k,p)]$ и $S_{\nu i} = \mathrm{E}[\nu_i(k,p)\nu_i^\top(k,p)]$

соответственно, где E – символ математического ожидания.

Связи между агентами представляются в виде направленного графа $\mathcal{G} = (\mathcal{I}, \mathcal{E})$ с ребрами $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{I} \times \mathcal{I}$, где возможность доступа агента i к выходным данным агента j задается дугой $(j, i) \in \mathcal{E}$. Для данного графа вводятся матрица смежности $\mathcal{S}(\mathcal{G}) = [s_{ij}]_{i,j=1}^{N}$ и матрица Лапласа $\mathcal{L}(\mathcal{G}) = [l_{ij}]_{i,j=1}^{N}$. Непосредственный доступ к желаемой траектории $y^{ref}(p)$ могут иметь только некоторые агенты, что определяется матрицей $\mathcal{R} = \mathrm{diag}[r_i]_{i=1}^{N}$, где $r_i = 1$, если $y^{ref}(p)$ доступна агенту i, и $r_i = 0$ в противном случае. В рамках данной задачи агентов, для которых $r_i = 1$, будем именовать *лидерами*, в противном случае – *ведомыми агентами*.

Введем ошибку в виде

$$\hat{e}_i(k,p) = y^{ref}(p) - \hat{y}_i(k,p), \tag{2}$$

где $\hat{y}_i(k,p)$ – оценка выходного сигнала, полученная с использованием фильтра Калмана

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(k,p+1) &= A\hat{x}_i(k,p) + Bu_i(k,p) + F_i\big(y_{\nu i}(k,p) - C\hat{x}_i(k,p)\big), \\ \hat{y}_i(k,p) &= C\hat{x}_i(k,p), \quad i \in \mathcal{I}, \end{aligned} \tag{3}$$

с начальным условием $\hat{x}_i(k,0) = F_i y_{\nu i}(k,0)$, где F_i – матрица усиления фильтра. Дополнительно вводится в рассмотрение ошибка оценивания $\tilde{x}_i(k,p) = x_i(k,p) - \hat{x}_i(k,p)$.

Задача заключается в поиске такого управления (протокола) $u_i(k,p)$, которое позволит достичь консенсуса в следующем смысле:

$$\mathrm{E}[\|\hat{e}_i(k,p)\|^2] \le \kappa\varrho^k + \beta, \quad \kappa > 0,\ 0 < \varrho < 1,\ \beta > 0, \tag{4}$$

$$\lim_{k\to\infty} \mathrm{E}[\|u_i(k,p)\|^2] = \mathrm{E}[\|u_i(\infty,p)\|] < \infty, \quad i \in \mathcal{I},\ 0 \le p \le T-1. \tag{5}$$

Предельное значение $u_i(\infty,p)$ обычно называется обученным управлением.

Решение задачи. Закон УИО для сетевых систем определяется как

$$u_i(k+1,p-1) = u_i(k,p-1) + \Delta u_i(k+1,p-1), \tag{6}$$

где $\Delta u_i(k+1,p-1)$ – корректирующая поправка, которую будем формировать в виде

$$\begin{aligned} \Delta u_i(k+1,p-1) = {} & K_1\big(\hat{x}_i(k+1,p-1) - \hat{x}_i(k,p-1)\big) + \\ & + K_2\Big(r_i\big(y^{ref}(p) - \hat{y}_i(k,p)\big) + \sum\nolimits_{j\in\mathcal{I}} s_{ij}\big(\hat{y}_j(k,p) - \hat{y}_i(k,p)\big)\Big),\ i \in \mathcal{I}, \end{aligned} \tag{7}$$

где K_1 и K_2 – матрицы протокола. При такой структуре закона управления задача сводится к поиску матриц K_1 и K_2, которые гарантируют выполнение условий сходимости (4)-(5).

Введем векторы

$$\begin{aligned} \hat{\eta}_i(k+1,p+1) &= \hat{x}_i(k+1,p) - \hat{x}_i(k,p), \qquad (8) \\ \tilde{\eta}_i(k+1,p+1) &= \tilde{x}_i(k+1,p) - \tilde{x}_i(k,p), \\ \Delta\omega_i(k+1,p) &= \omega_i(k+1,p) - \omega_i(k,p), \\ \Delta\nu_i(k+1,p) &= \nu_i(k+1,p) - \nu_i(k,p). \qquad (9) \end{aligned}$$

и перепишем динамику (1) в виде сетевой 2D-модели:

$$\begin{aligned} \bar{\eta}(k+1,p+1) &= \Phi_{11}\bar{\eta}(k+1,p) + \Phi_{12}\hat{e}(k,p) + D_1\bar{\omega}(k+1,p), \\ \hat{e}(k+1,p) &= \Phi_{21}\bar{\eta}(k+1,p) + \Phi_{22}\hat{e}(k,p) + D_2\bar{\omega}(k+1,p), \end{aligned} \qquad (10)$$

где $\bar{\eta}(k,p) \in \mathbb{R}^{2Nn_x}$, $\bar{\omega}(k,p) \in \mathbb{R}^{N(n_\omega+n_\nu)}$ и $\hat{e}(k,p) \in \mathbb{R}^{Nn_y}$ – расширенные векторы с компонентами

$$\bar{\eta}_i(k,p) = \begin{bmatrix} \tilde{\eta}_i^\top(k,p) & \hat{\eta}_i^\top(k,p) \end{bmatrix}^\top, \ \bar{\omega}_i(k,p) = \begin{bmatrix} \Delta\omega_i^\top(k,p-1) & \Delta\nu_i^\top(k,p-1) \end{bmatrix}^\top$$

и (2) соответственно, а Φ_{11}, Φ_{12}, Φ_{21}, Φ_{22}, D_1 и D_2 – блочные матрицы относительно A, B, D, C, G, F_i, $\mathcal{L}$, $\mathcal{R}$, K_1 и K_2.

Для решения воспользуемся дивергентным методом векторных функций Ляпунова[5]. Введем в рассмотрение векторную функцию Ляпунова

$$V(\xi,\epsilon) = \begin{bmatrix} V_1(\xi) \\ V_2(\epsilon) \end{bmatrix}, \qquad (11)$$

где $V_1(\xi) > 0$, $\xi \neq 0$, $V_2(\epsilon) > 0$, $\epsilon \neq 0$, $V_1(0) = 0$ и $V_2(0) = 0$, и стохастический аналог ее дивергенции вдоль траекторий системы (10)

$$\begin{aligned} \mathcal{D}V\big(\xi,\epsilon\big) &= \mathrm{E}\big[V_1\big(\bar{\eta}(k+1,p+1)\big)|\bar{\eta}(k+1,p) = \xi, \hat{e}(k,p) = \epsilon\big] - \\ &- V_1(\xi) + \mathrm{E}\big[V_2\big(\hat{e}(k+1,p)\big)|\bar{\eta}(k+1,p) = \xi, \hat{e}(k,p) = \epsilon\big] - V_2(\epsilon). \end{aligned}$$

Теорема 1. *Пусть существуют векторная функция* $V(\xi,\epsilon)$ *вида* (11) *и положительные постоянные* c_1, c_2, c_3 *и* γ *такие, что на траекториях системы* (10) *выполняются неравенства*

$$\begin{aligned} c_1\|\xi\|^2 \le V_1(\xi) \le c_2\|\xi\|^2, \\ c_1\|\epsilon\|^2 \le V_2(\epsilon) \le c_2\|\epsilon\|^2, \end{aligned}$$

[5]Pakshin, P. *Iterative Learning Control Design for Discrete Stochastic Linear Systems* / P. Pakshin, J. Emelianova, K. Galkowski, E. Rogers // 2019 18th European Control Conference (ECC). – 2019. – P. 3766-3771.

$$\mathcal{D}V(\xi,\epsilon) \le \gamma - c_3(\|\xi\|^2 + \|\epsilon\|^2).$$

Тогда закон управления (6) *с корректирующей поправкой* (7) *обеспечит выполнение условия сходимости ошибки* (4).

Выбрав компоненты функции (11) в виде квадратичных форм и вычисляя ее дивергенцию, из условий теоремы 1 была получена следующая система матричных уравнений и неравенств относительно X_1, X_2, Y_1, Y_2 и Z:

$$\begin{bmatrix} \bar{X} & (\bar{\Phi}_1\bar{X} + \bar{\Phi}_2\bar{Y}\bar{\Phi}_3)^\top & \bar{X} & \bar{\Phi}_3^\top\bar{Y}^\top \\ \bar{\Phi}_1\bar{X} + \bar{\Phi}_2\bar{Y}\bar{\Phi}_3 & \bar{X} & 0 & 0 \\ \bar{X} & 0 & \bar{Q}^{-1} & 0 \\ \bar{Y}\bar{\Phi}_3 & 0 & 0 & \bar{R}^{-1} \end{bmatrix} \succeq 0, \tag{12}$$
$$\bar{X} \succ 0,\ HX_1 = ZH,$$

где

$$\bar{X} = \mathrm{diag}\begin{bmatrix} I_N \otimes X_1 & I_N \otimes X_2 \end{bmatrix},\ \bar{Y} = \begin{bmatrix} I_N \otimes Y_1 & I_N \otimes Y_2 \end{bmatrix},\ Y_1 = K_1Z,$$
$$Y_2 = K_2X_2,\ \bar{Q} = \mathrm{diag}\begin{bmatrix} I_N \otimes Q_1 & I_N \otimes Q_2 \end{bmatrix},\ \bar{R} = I_N \otimes R,\ H = \begin{bmatrix} 0 & I_{n_x} \end{bmatrix}$$

и $\bar{\Phi}_1$, $\bar{\Phi}_2$, $\bar{\Phi}_3$ – матрицы, состоящие из блоков, включающих A, B, C, F_i, $\mathcal{L}$ и $\mathcal{R}$. Матрицы Q_1, Q_2 и R здесь аналогичны весовым матрицам в теории линейно-квадратичного регулятора, изменяя которые можно корректировать управляющий сигнал и достичь желаемых характеристик. Таким образом, полученные результаты обобщаются в виде следующей теоремы.

Теорема 2. *Закон УИО* (6) *с корректирующей поправкой* (7) *обеспечивает достижение консенсуса в смысле условий* (4)-(5)*, если система матричных уравнений и неравенств* (12) *разрешима относительно переменных* X_1*,* X_2*,* Y_1*,* Y_2 *и* Z*. При этом матрицы протокола определяются как* $K_1 = Y_1Z^{-1}$ *и* $K_2 = Y_2X_2^{-1}$*.*

<u>Моделирование сетевой системы.</u> Для оценки эффективности полученного закона УИО в среде MATLAB с использованием пакетов YALMIP и SeDuMi было проведено численное моделирование сетевой системы, состоящей из одинаковых манипуляторов с поворотным гибким звеном. Такой манипулятор представляет собой гибкое звено, закрепленное одним концом на двигателе постоянного тока, который вращает звено из одного конца в другой в горизонтальной плоскости. Модель динамики манипулятора и его параметры были взяты из прилагаемого к нему описания[6].

Для сравнения также было проведено моделирование сетевой системы,

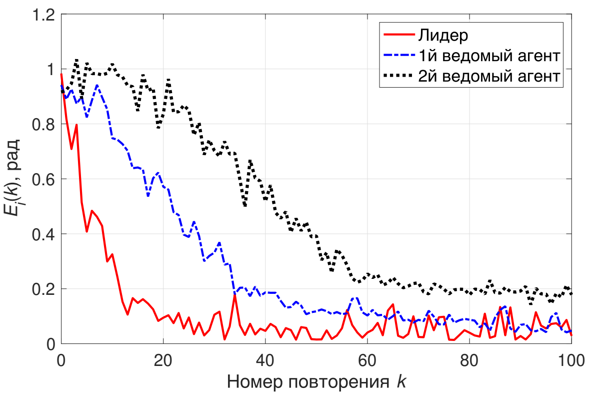
[6]Apkarian, J. *Workbook on Flexible Link Experiment for Matlab/Simulink Users* / J. Apkarian, P. Karam, M. Levis – Quanser, 2011.

управление которой осуществлялось согласно сетевому алгоритму Сааба[7]. Он основан на подходе, который заключается в поиске закона управления из решения задачи минимизации дисперсии ошибок векторов управления[8].

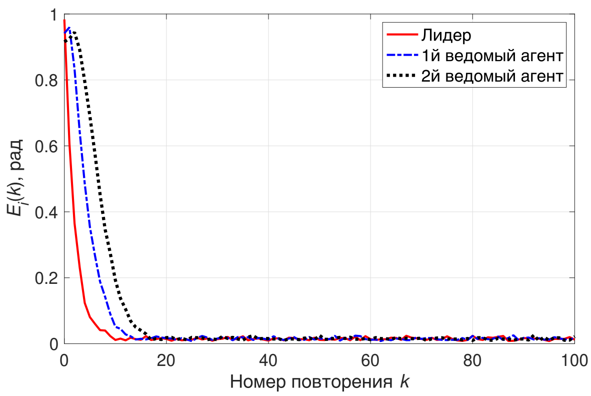
В качестве демонстрационного примера на рисунке 1 представлены результаты моделирования сетевой системы, состоящий из трех манипуляторов. Был выделен один лидер, который передавал свой выходной сигнал первому ведомому агенту, а второй ведомый получал информацию от первого. Сравнение алгоритмов проводилось при одинаковых параметрах агентов и интенсивностях шумов. Для оценки эффективности алгоритмов вычислялась выборочная среднеквадратическая ошибка обучения

$$E_i(k) = \sqrt{\frac{1}{T}\sum\nolimits_{p=0}^{T-1} \|y^{ref}(p) - \hat{y}_i(k,p)\|^2}.$$

Скорость сходимости оценивалась по числу повторений, при котором выборочная траектория достигает нулевого тренда.



а)



б)

Рис. 1: Выборочные среднеквадратические ошибки обучения, полученные в результате моделирования: а) сетевого алгоритма Сааба; б) сетевого алгоритма на основе дивергентного метода векторных функций Ляпунова

В отличии от алгоритма Сааба, в подходе на основе дивергентного метода векторных функций Ляпунова при расчете управляющего сигнала не используется аналог производной от ошибки обучения, и применяется предварительная обработка на основе фильтра Калмана. Рассмотренный пример демонстрирует, что это позволило достичь лучшего качества обучения агентов. При использовании сетевого алгоритма Сааба среднеквадратические ошибки сходятся в среднем в 3 раза медленнее, а их выборочные тра-

[7]Пакшин, П. В. *Управление с итеративным обучением мультиагентной системой в условиях случайных возмущений* / П. В. Пакшин, А. С. Копосов, Ю. П. Емельянова // Автоматика и телемеханика. – 2020. – № 3. – С. 132-156.

[8]Saab, S. *A discrete-time stochastic learning control algorithm* // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2001. – Vol. 46. – No. 6. – P. 877-887.

ектории существенно отличаются от монотонных. Это послужило сильной мотивацией к дальнейшему применению и развитию дивергентного метода векторных функций Ляпунова в следующих главах.

В третьей главе описан алгоритм УИО стохастической сетевой системой с неопределенными параметрами при изменении топологии сети. В момент изменения топологии агент может выполнить одно из следующих действий: подключиться к сети, отключиться от нее и сменить локальных лидеров. В случае с подключением агентов возникает дополнительная переходная ошибка, что может нарушить требование к точности выполнения операции. Для ее компенсации предложен соответствующий алгоритм.

Постановка задачи. Рассмотрим сетевую систему, состоящую из N агентов, динамика каждого из которых описывается следующей дискретной моделью в пространстве состояний:

$$\begin{aligned} x_i(k,p+1) &= A\big(\delta_i(p)\big)x_i(k,p) + B\big(\delta_i(p)\big)u_i(k,p) + D\omega_i(k,p), \\ y_i(k,p) &= Cx_i(k,p), \\ y_{\nu i}(k,p) &= y_i(k,p) + G\nu_i(k,p), \quad i \in \mathcal{I},\ k \geq 0,\ 0 \leq p \leq T-1, \end{aligned} \tag{13}$$

Граничные условия $x_i(k,0)$ и $u_i(0,p)$ считаются известными для каждого агента, а модель неопределенностей задается в виде

$$A\big(\delta_i(p)\big) = A + \sum\nolimits_{n=1}^{l} \delta_{in}(p)A_n,\ B\big(\delta_i(p)\big) = B + \sum\nolimits_{n=1}^{l} \delta_{in}(p)B_n, \tag{14}$$

где A и B – матрицы номинальной модели, A_n и B_n – постоянные матрицы соответствующих размеров.

Как и в предыдущей задаче, $\omega_i(k,p)$ и $\nu_i(k,p)$ представляют собой независимые гауссовские белые шумы с нулевыми математическими ожиданиями и ковариационными матрицами $S_{\omega i}$ и $S_{\nu i}$ соответственно. Для оценки векторов используем фильтр Калмана (3) с матрицами номинальной модели.

Сигнал $\rho(k)$ задает топологию сети на повторении k, и представляет собой кусочно-постоянную функцию, отображающую $\mathbb{Z}_+$ в $\{1, 2, \ldots, c\}$, где c – количество топологий, точки разрыва которой именуются моментами переключения топологии.

Каждая топология определяется рядом параметров. Множество функционирующих агентов $\mathcal{I}_{\rho(k)} = \{i_n\}_{n=1}^{N_{\rho(k)}} \subseteq \mathcal{I}$ представляет собой набор их номеров, где $N_{\rho(k)} \leq N$ – количество агентов, функционирующих на топологии $\rho(k)$. Связи между ними представляются в виде направленного графа $\mathcal{G}_{\rho(k)}$, для которого задаются матрица смежности $\mathcal{S}_{\rho(k)}$ и матрица Лапласа $\mathcal{L}_{\rho(k)}$. Также вводится матрица $\mathcal{R}_{\rho(k)}$, определяющая подгруппу лидеров. Данные параметры определяются тем же образом, что и в предыдущей задаче, для каждой из c возможных топологий.

Задача заключается в поиске такого управления $u_i(k,p)$, который позволит достичь консенсуса в смысле (4)-(5).

Решение задачи. Введем в рассмотрение множество $\mathcal{F}_{\rho(k+1)} = \mathcal{I}_{\rho(k+1)} \cap \mathcal{I}_{\rho(k)}$, которое представляет собой множество агентов, функционирующих на повторении k и продолжающих работу на повторении $k+1$. Закон УИО для агента $i \in \mathcal{F}_{\rho(k+1)}$ определим в виде (6) с корректирующей поправкой

$$\Delta u_i(k+1,p-1) = K_{1\rho(k+1)}\big(\hat{x}_i(k+1,p-1) - \hat{x}_i(k,p-1)\big) + \\ + K_{2\rho(k+1)}\Bigg(r_i\big(y^{ref}(p) - \hat{y}_i(k,p)\big) + \sum_{j\in\mathcal{I}_{\rho(k+1)}} s_{ij}\big(\hat{y}_j(k,p) - \hat{y}_i(k,p)\big)\Bigg), \quad (15)$$

где $K_{1\rho(k+1)}$ и $K_{2\rho(k+1)}$ – матрицы протокола при топологии $\rho(k+1)$, и, в связи с недоступностью $y_i(k,p)$ для наблюдения, рассматривается ошибка обучения (2) относительно оценки выходного сигнала.

Также введем множество агентов, подключаемых к сети на повторении $k+1$, как $\mathcal{C}_{\rho(k+1)} = \mathcal{I}_{\rho(k+1)} \setminus \mathcal{I}_{\rho(k)}$. Агенту $i \in \mathcal{C}_{\rho(k+1)}$ будем передавать управляющий сигнал от одного из агентов, функционирующих на предыдущем повторении и продолжающих работать, то есть:

$$u_i(k+1,p-1) = u_j(k,p-1) + \Delta u_j(k+1,p-1), \\ i \in \mathcal{C}_{\rho(k+1)},\ j \in \mathcal{F}_{\rho(k+1)}. \quad (16)$$

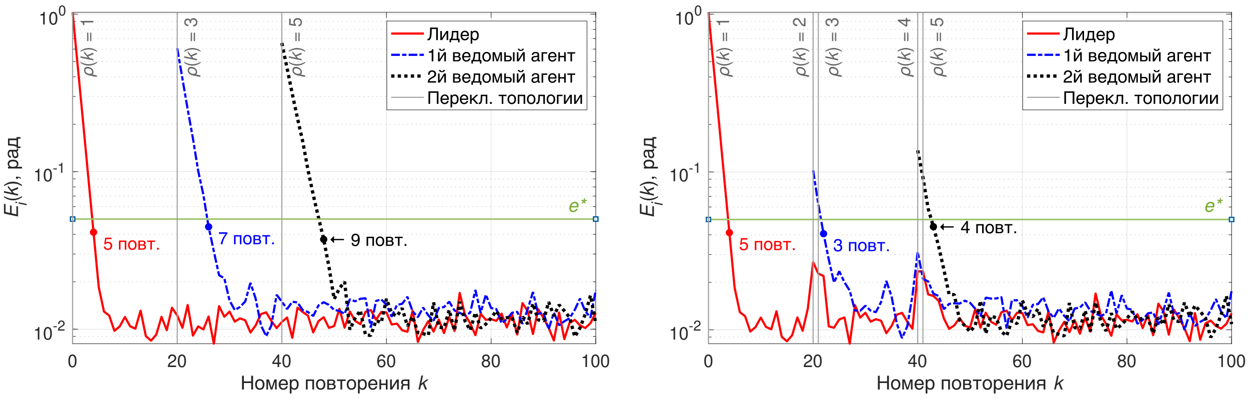
Топологию сети, при которой управление хотя бы одним агентом происходит согласно закону (16), будем именовать *переходной топологией*, в противном случае – *стандартной*. После переходной топологии происходит переключение на стандартную топологию с учетом новых агентов. Тип топологии определяется матрицей $\mathcal{H}_{\rho(k)} = [h_{i_n i_m}]_{n,m=1}^{N_{\rho(k)}}$, где $h_{i_n i_m} = 1$, если агент i_n получает управляющий сигнал агента i_m, и $h_{i_n i_m} = 0$ в противном случае. Для стандартной топологии она равна единичной матрице.

В результате применения дивергентного метода векторных функций Ляпунова[9] были найдены матрицы протокола, при которых рассматриваемый закон УИО гарантирует выполнение условий (4)-(5), и обеспечивает сходимость выходного сигнала к желаемой траектории при любых значениях неопределенных параметров, удовлетворяющих (14). Полученные результаты сформулированы в диссертации в виде теоремы и алгоритма УИО, формулировка которых здесь опущена в связи с ограниченным объемом.

[9]Пакшин, П. В. *Управление с итеративным обучением дискретными стохастическими системами с переключениями* / П. В. Пакшин, Ю. П. Емельянова // Автоматика и телемеханика. – 2020. – № 11. – С. 93-111.

Моделирование сетевой системы. В качестве агентов сетевой системы были рассмотрены манипуляторы с поворотным гибким звеном, описанные в главе 2. Для каждого агента момент инерции звена не определен и задан в виде аффинной модели, что соответствует случаю с изменением массы груза, переносимого манипулятором.

Рассмотрим пример, когда сетевая система состоит из трех агентов, среди которых выделен один лидер, передающий свои выходные данные ведомым агентам. Неопределенный параметр лидера задан номинальным значением, параметры 1-го ведомого составлял 87% от номинального, и 2-го – 113%. На рисунке 2 представлены графики выборочных среднеквадратических ошибок при последовательном подключении ведомых агентов, которые происходят на повторениях 20 и 40. Зеленой линией отмечена требуемая точность выполнения операции $e^* = 0,05$ рад.



а) б)

Рис. 2: Выборочные среднеквадратические ошибки обучения при последовательном подключении: а) без передачи управления; б) с передачей управления

Моделирование показало, что предложенный подход позволяет снизить величину ошибок ведомых при подключении, благодаря чему они быстрее достигают требуемую точность. Его недостатком является то, что для каждой пары стандартных топологий должна существовать переходная топология.

В четвертой главе предлагается метод синтеза и алгоритм УИО сетевой стохастической системой с изменяемой желаемой траекторией и изменяемыми параметрами агентов. Модели агентов предполагаются идентичными. Изменение желаемой траектории влечет за собой появление дополнительной переходной ошибки, для компенсации которой предложен специальный алгоритм переключения.

Постановка задачи. Рассматриваемая сетевая система состоит из N агентов, динамика которых на повторении k описывается следующей дискретной моделью в пространстве состояний:

$$\begin{aligned} x_i(k,p+1) &= A_{\sigma_i(k)}x_i(k,p) + B_{\sigma_i(k)}u_i(k,p) + D_{\sigma_i(k)}\omega_i(k,p), \\ y_i(k,p) &= Cx_i(k,p), \\ y_{\nu i}(k,p) &= y_i(k,p) + G_{\sigma_i(k)}\nu_i(k,p), \quad i \in \mathcal{I},\ k \geq 0,\ 0 \leq p \leq T-1. \end{aligned} \tag{17}$$

Граничные условия $x_i(k,0)$ и $u_i(0,p)$ считаются известными для каждого агента. Модель шумов аналогична той, что была принята ранее.

Сигнал $\sigma_i(k)$, переключающий режим работы агента i, представляет собой кусочно-постоянную функцию, отображающую $\mathbb{Z}_+$ в $\{1,\dots,m\}$, где m – количество режимов. Ее точки разрыва будем называть моментами переключения режима. Каждый режим задает желаемую траекторию $y^{ref}_{\sigma_i(k)}(p)$ и матрицы агентов $A_{\sigma_i(k)}$, $B_{\sigma_i(k)}$, $D_{\sigma_i(k)}$ и $G_{\sigma_i(k)}$, при этом тройки $(A_{\sigma_i(k)}, B_{\sigma_i(k)}, C)$ полностью управляемы и наблюдаемы, а $CB_{\sigma_i(k)} \neq 0$.

Связи между агентами представлены графом $\mathcal{G}$, матрицами $\mathcal{S}(\mathcal{G})$, $\mathcal{L}(\mathcal{G})$ и $\mathcal{R}$, которые определяются тем же образом, что и в главе 2. Для задач с изменением режима работы агентов введем следующие понятия. Агента i, для которого $r_i = 1$ (где r_i – диагональный элемент матрицы $\mathcal{R}$), будем именовать *глобальным лидером*, в противном случае – *ведомым агентом*. Для ведомого агента i существует хотя бы один агент j такой, что $s_{ij} > 0$, где s_{ij} – элемент матрицы $\mathcal{S}$, которого в этом случае будем называть *локальным лидером* агента i. Также предполагается, что каждый ведомый агент не может передавать данные своим локальным лидерам.

Будем рассматривать ошибку обучения в виде

$$\hat{e}_i(k,p) = y^{ref}_{\sigma_i(k)}(p) - \hat{y}_i(k,p), \tag{18}$$

где $\hat{y}_i(k,p) = C\hat{x}_i(k,p)$, и $\hat{y}_i(k,p)$ – оценка выходного сигнала, полученная с использованием фильтра Калмана. Задача заключается в поиске такого управления $u_i(k,p)$, который позволит достичь консенсус в смысле (4)-(5).

В первом случае, когда режим работы агентов установлен, т. е. $\sigma = \sigma_i(k+1) = \sigma_i(k)$, протокол для агента (17) будем формировать в виде (6) с корректирующей поправкой

$$\begin{aligned} \Delta u_i(k+1,p-1) &= K_{1\sigma}\big(\hat{x}_i(k+1,p-1) - \hat{x}_i(k,p-1)\big) + \\ &+ K_{2\sigma}\left(r_i\big(y^{ref}_{\sigma}(p) - \hat{y}_i(k,p)\big) + \sum_{j\in\mathcal{I}} s_{ij}\big(\hat{y}_j(k,p) - \hat{y}_i(k,p)\big)\right),\ i \in \mathcal{I}_\rho, \end{aligned} \tag{19}$$

где выражения для $K_{1\sigma}$ и $K_{2\sigma}$, при которых такой закон обеспечит выполнение условий (4)-(5), были определены с применением дивергентного метода векторных функций Ляпунова[10].

Во втором случае, когда происходит переключение режима работы, закон управления, который позволит минимизировать влияние переключения, находится из решения задачи минимизации отклонения выходного сигнала агента от доступных ему образов желаемой траектории. Поиск управления глобальными лидерами осуществлялся путем решения задачи минимизации функционала $J_{ml} = \mathrm{E}[\|\hat{e}_i(k+1)\|^2 | \hat{x}_i(k,p), u_i(k,p)]$. Для ведомых агентов, поскольку они получают выходные сигналы своих локальных лидеров, вместо $\hat{e}_i(k+1)$ рассматривалась взвешенная сумма отклонений

$$\hat{\varepsilon}_i(k+1,p) = \sum\nolimits_{j\in\mathcal{I}} s_{ij}\big(\hat{y}_j(k,p) - \hat{y}_i(k+1,p)\big),$$

и решалась аналогичная задача для $J_{mf} = \mathrm{E}[\|\hat{\varepsilon}_i(k+1)\|^2 | \hat{x}_i(k,p), u_i(k,p)]$. В результате было получено следующее.

Пусть $k+1$ – момент переключения режима агента. Если агент i является глобальным лидером, то управлением им в этот момент осуществляется согласно закону УИО (6) с корректирующей поправкой

$$\begin{aligned}\Delta u_i(k+1,p-1) = -(CB_{\sigma_i(k+1)})^{-1}C\big(B_{\sigma_i(k+1)} - B_{\sigma_i(k)}\big)u_i(k,p-1) -\\ -(CB_{\sigma_i(k+1)})^{-1}C\big(A_{\sigma_i(k+1)}\hat{x}_i(k+1,p-1) - A_{\sigma_i(k)}\hat{x}_i(k,p-1)\big) +\\ +(CB_{\sigma_i(k+1)})^{-1}\big(y^{ref}_{\sigma_i(k+1)}(p) - \hat{y}_i(k,p)\big).\end{aligned} \quad (20)$$

Если агент i является ведомым агентом, то поправка определяется в виде:

$$\begin{aligned}\Delta u_i(k+1,p-1) = -(CB_{\sigma_i(k+1)})^{-1}C\big(B_{\sigma_i(k+1)} - B_{\sigma_i(k)}\big)u_i(k,p-1) -\\ -(CB_{\sigma_i(k+1)})^{-1}C\big(A_{\sigma_i(k+1)}\hat{x}_i(k+1,p-1) - A_{\sigma_i(k)}\hat{x}_i(k,p-1)\big) +\\ +l_{ii}^{-1}(CB_{\sigma_i(k+1)})^{-1}\sum\nolimits_{j\in\mathcal{I}} s_{ij}\big(\hat{y}_j(k,p) - \hat{y}_i(k,p)\big).\end{aligned} \quad (21)$$

Поскольку локальные лидеры передают данные, полученные ими на предыдущем повторении, переключение ведомого агента должно происходить на следующем повторении после переключения его локальных лидеров, чтобы полученная им информация соответствовала новому режиму. По аналогии с сигналом $\sigma_i(k)$, который теперь будем именовать *локальным сигналом, переключающим режим*, введем *глобальный сигнал* $\sigma(k)$, который запускает процесс переключения режимов. Сигналы $\sigma_i(k)$ глобальных лидеров совпадают с $\sigma(k)$, т. е. $\sigma_i(k) = \sigma(k)$ $\forall i : r_i = 1$. Для ведомых, т. е. $\forall i : r_i = 0$, локальный сигнал на повторении k задается следующим обра-

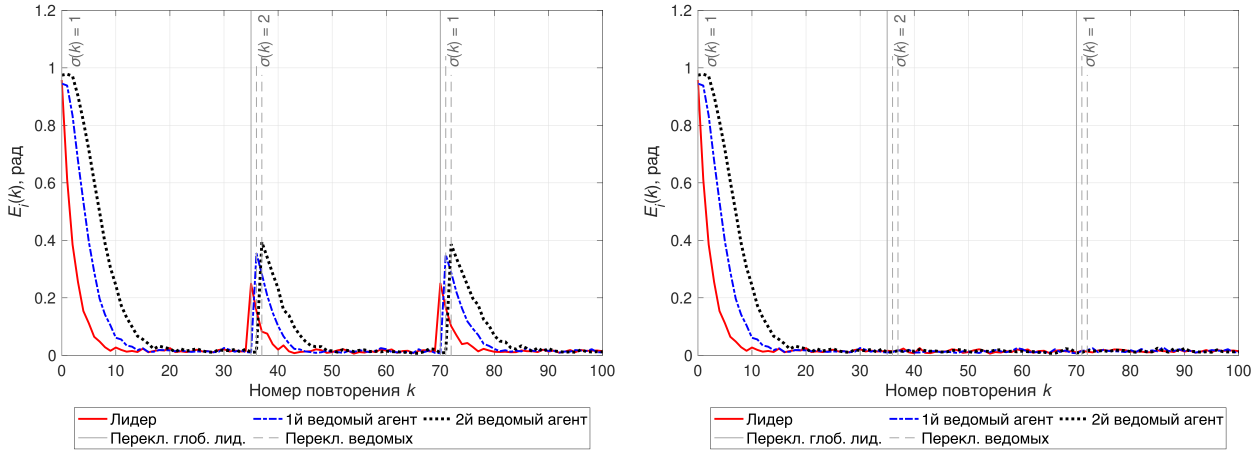
[10]Пакшин, П. В. *Управление с итеративным обучением дискретными стохастическими системами с переключениями* / П. В. Пакшин, Ю. П. Емельянова // Автоматика и телемеханика. – 2020. – № 11. – С. 93-111.

зом: если $\forall j : s_{ij} > 0$ сигнал $\sigma_j(k-1) = \sigma(k-1)$, то $\sigma_i(k) = \sigma(k-1)$, в противном случае $\sigma_i(k) = \sigma_i(k-1)$.

Таким образом, если на повторении $k+1$ сигнал $\sigma_i(k+1) = \sigma_i(k)$, то закон УИО, обеспечивающий достижение консенсуса, определяется в виде (6) с корректирующей поправкой (19), для которого матрицы протокола находятся из решения системы линейных матричных неравенств, по структуре аналогичной рассмотренной в главе 2. В противном случае поправка для закона (6) определяется как (20) $\forall i : r_i = 1$, и (21) $\forall i : r_i = 0$. Полученные результаты в виде теоремы и алгоритма представлены в диссертации.

Моделирование сетевой системы. В качестве примера рассмотрена группа из трех одинаковых манипуляторов с поворотным гибким звеном, в которой выделен один глобальный лидер. Первый ведомомый агент получает данные от лидера, а второй ведомый получает данные первого. Динамика агентов имеет два режима, в каждом из которых определена своя желаемая траектория выходного сигнала и момент инерции звена.

Результаты моделирования (рисунок 3) демонстрируют, что разработанный закон управления позволяет снизить величину переходной ошибки в моменты переключения режима работы агентов. В данном случае переключения режима осуществляются на повторениях 35 и 70.



а) б)

Рис. 3: Выборочные среднеквадратические ошибки обучения агентов: а) без переключения закона управления; б) при переключении закона управления

Отметим, что рассмотренный подход накладывает некоторые ограничения на конфигурацию информационной сети. Во-первых, он исключает взаимный обмен информацией между агентами. Во-вторых, переключения локальных лидеров каждого ведомого агента должны происходить одновременно. В-третьих, при последовательном соединении длительность процесса переключения режима зависит от количества агентов в сети, и в некоторых случаях он может занять недопустимо длительное время.

В пятой главе представлено развитие метода синтеза УИО, описанного в главе 4, на сетевые системы, в которых помимо переключения режима работы агентов предусмотрено переключение топологии сети.

Постановка задачи. Рассматриваемая сетевая система состоит из N агентов, динамика которых на повторении k описывается следующей дискретной моделью в пространстве состояний:

$$\begin{aligned} x_i(k,p+1) &= A_{\sigma_i(k)}x_i(k,p) + B_{\sigma_i(k)}u_i(k,p) + D_{\sigma_i(k)}\omega_i(k,p), \\ y_i(k,p) &= Cx_i(k,p), \\ y_{\nu i}(k,p) &= y_i(k,p) + G_{\sigma_i(k)}\nu_i(k,p), \quad i \in \mathcal{I},\ k \geq 0,\ 0 \leq p \leq T-1, \end{aligned} \tag{22}$$

где $u_i(k,p) \in \mathbb{R}^1$, $y_i(k,p) \in \mathbb{R}^1$, $y_{\nu i}(k,p) \in \mathbb{R}^1$ и $\nu_i(k,p) \in \mathbb{R}^1$. Начальные условия $x_i(k,0)$ и $u_i(0,p)$ известны и одинаковы для всех агентов. Модель шумов аналогична той, что была принята в главе 3.

Параметры топологий сети и сигнал $\rho(k)$, переключающий ее, задаются тем же образом, что и в главе 3, при этом на каждой топологии будем разделять агентов на глобальных лидеров, ведомых агентов и локальных лидеров аналогично предыдущей задаче. Ошибка обучения рассматривается в виде (18), и задача заключается в нахождении такого управления $u_i(k,p)$, который позволит достичь консенсуса в смысле (4)-(5).

В первом случае, когда на повторении $k+1$ режим работы и топология сети не меняются, т. е. $\sigma = \sigma_i(k+1) = \sigma_i(k)$ и $\rho = \rho(k+1) = \rho(k)$, будем применять закон УИО (6) с корректирующей поправкой

$$\begin{aligned} \Delta u_i(k+1,p-1) &= K_{1\sigma\rho}\big(\hat{x}_i(k+1,p-1) - \hat{x}_i(k,p-1)\big) + \\ &+ K_{2\sigma\rho}\Bigg(r_i\big(y_\sigma^{ref}(p) - \hat{y}_i(k,p)\big) + \sum_{j\in\mathcal{I}_\rho} s_{ij}\big(\hat{y}_j(k,p) - \hat{y}_i(k,p)\big)\Bigg),\ i \in \mathcal{I}_\rho. \end{aligned} \tag{23}$$

Матрицы протокола $K_{1\sigma\rho}$ и $K_{2\sigma\rho}$ были найдены с применением дивергентного метода векторных функций Ляпунова, развитого на данный класс систем. Для синтеза управления использовалась система

$$\begin{aligned} \hat{\eta}(k+1,p+1) &= (\bar{A}_{11\sigma\rho} + \bar{B}_{1\sigma\rho}\bar{K}_{1\sigma\rho}\bar{\mathcal{H}}_{1\rho})\hat{\eta}(k+1,p) + \\ &\quad + (\bar{A}_{12\sigma\rho} + \bar{B}_{1\sigma\rho}\bar{K}_{2\sigma\rho}\bar{\mathcal{H}}_{2\rho})\hat{e}(k,p) + \bar{D}_{1\sigma\rho}\Delta\nu(k+1,p-1), \\ \hat{e}(k+1,p) &= (\bar{A}_{21\sigma\rho} + \bar{B}_{2\sigma\rho}\bar{K}_{1\sigma\rho}\bar{\mathcal{H}}_{1\rho})\hat{\eta}(k+1,p) + \\ &\quad + (\bar{A}_{22\sigma\rho} + \bar{B}_{2\sigma\rho}\bar{K}_{2\sigma\rho}\bar{\mathcal{H}}_{2\rho})\hat{e}(k,p) + \bar{D}_{2\sigma\rho}\Delta\nu(k+1,p-1), \end{aligned} \tag{24}$$

записанную относительно векторов

$$\hat{\eta}(k,p) = \Big[\hat{\eta}_{i_1}^\top(k,p) \ \ \dots \ \ \hat{\eta}_{i_{N_\rho}}^\top(k,p)\Big]^\top, \ \hat{e}(k,p) = \big[\hat{e}_{i_1}(k,p) \ \ \dots \ \ \hat{e}_{i_{N_\rho}}(k,p)\big]^\top,$$
$$\Delta\nu(k,p) = \big[\Delta\nu_{i_1}(k,p) \ \ \dots \ \ \Delta\nu_{i_{N_\rho}}(k,p)\big]^\top,$$

которые представляют собой расширенные версии векторов (8), (18) и (9) соответственно. Матрицы системы здесь определяются относительно A_σ, B_σ, C, G_σ, F_i, $\mathcal{L}_\rho$, $\mathcal{R}_\rho$, $K_{1\sigma\rho}$ и $K_{2\sigma\rho}$. На траекториях системы (24) определяется векторная функция Ляпунова

$$V_{\sigma\rho}(\xi,\epsilon) = \begin{bmatrix} V_{1\sigma\rho}(\xi) \\ V_{2\sigma\rho}(\epsilon) \end{bmatrix}, \quad \xi \in \mathbb{R}^{n_x}, \ \epsilon \in \mathbb{R}^1, \tag{25}$$

где $V_{1\sigma\rho}(\xi) > 0$, $\xi \neq 0$, $V_{2\sigma\rho}(\epsilon) > 0$, $\epsilon \neq 0$ и $V_{1\sigma\rho}(0) = 0$, $V_{2\sigma\rho}(0) = 0$, и дискретный аналог ее дивергенции

$$\mathcal{D}V_{\sigma\rho}(\xi,\epsilon) = \mathrm{E}\Big[V_{1\sigma\rho}\big(\hat{\eta}(k+1,p+1)\big)|\hat{\eta}(k+1,p) = \xi, \hat{e}(k,p) = \epsilon\Big] -$$
$$- V_{1\sigma\rho}(\xi) + \mathrm{E}\Big[V_{2\sigma\rho}\big(\hat{e}(k+1,p)\big)|\hat{\eta}(k+1,p) = \xi, \hat{e}(k,p) = \epsilon\Big] - V_{2\sigma\rho}(\epsilon).$$

Теорема 3. *Пусть существует векторная функция Ляпунова* (25) *и положительные скаляры* c_1, c_2, c_3 *и* γ *такие, что на траекториях системы* (24) *для всех пар* σ *и* ρ *выполняются неравенства*

$$c_1\|\xi\|^2 \le V_{1\sigma\rho}(\xi) \le c_2\|\xi\|^2,$$
$$c_1|\epsilon|^2 \le V_{2\sigma\rho}(\epsilon) \le c_2|\epsilon|^2,$$
$$\mathcal{D}V_{\sigma\rho}(\xi,\epsilon) \le \gamma - c_3(\|\xi\|^2 + |\epsilon|^2).$$

Тогда закон управления (6) *с корректирующей поправкой* (23) *обеспечивает выполнение условия сходимости ошибки* (4).

В результате было получено, что условия теоремы 3 будут выполнены, если система

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_{\sigma\rho} & (\bar{A}_{\sigma\rho}\bar{X}_{\sigma\rho} + \bar{B}_{\sigma\rho}\bar{Y}_{\sigma\rho}\bar{\mathcal{H}}_\rho)^\top & \bar{X}_{\sigma\rho} & (\bar{Y}_{\sigma\rho}\bar{\mathcal{H}}_\rho)^\top \\ \bar{A}_{\sigma\rho}\bar{X}_{\sigma\rho} + \bar{B}_{\sigma\rho}\bar{Y}_{\sigma\rho}\bar{\mathcal{H}}_\rho & \bar{X}_{\sigma\rho} & 0 & 0 \\ \bar{X}_{\sigma\rho} & 0 & \bar{Q}_\rho^{-1} & 0 \\ \bar{Y}_{\sigma\rho}\bar{\mathcal{H}}_\rho & 0 & 0 & \bar{R}_\rho^{-1} \end{bmatrix} \succcurlyeq 0,$$
$$\bar{X}_{\sigma\rho} \succ 0. \tag{26}$$

где

$$\bar{A}_{\sigma\rho}=\begin{bmatrix}\bar{A}_{11\sigma\rho} & \bar{A}_{12\sigma\rho}\\ \bar{A}_{21\sigma\rho} & \bar{A}_{22\sigma\rho}\end{bmatrix},\ \bar{B}_{\sigma\rho}=\begin{bmatrix}\bar{B}_{1\sigma\rho}\\ \bar{B}_{2\sigma\rho}\end{bmatrix},\ \bar{\mathcal{H}}_{\rho}=\operatorname{diag}\left[\bar{\mathcal{H}}_{1\rho}\ \ \bar{\mathcal{H}}_{2\rho}\right],$$
$$\bar{X}_{\sigma\rho}=\operatorname{diag}\left[I_{N_\rho}\otimes X_{1\sigma\rho}\ \ I_{N_\rho}\otimes X_{2\sigma\rho}\right],\ \bar{Y}_{\sigma\rho}=\left[I_{N_\rho}\otimes Y_{1\sigma\rho}\ \ I_{N_\rho}\otimes Y_{2\sigma\rho}\right],$$
$$\bar{Q}_{\rho}=\operatorname{diag}\left[I_{N_\rho}\otimes Q_{1\rho}\ \ I_{N_\rho}\otimes Q_{2\rho}\right],\ \bar{R}_{\rho}=I_{N_\rho}\otimes R_{\rho},$$

разрешима относительно $X_{1\sigma\rho}$, $X_{2\sigma\rho}$, $Y_{1\sigma\rho}$ и $Y_{2\sigma\rho}$ для всех комбинаций $\sigma\in\{1,2,\dots,m\}$ и $\rho\in\{1,2,\dots,c\}$. При этом матрицы протокола определяются как

$$K_{1\sigma\rho}=Y_{1\sigma\rho}X_{1\sigma\rho}^{-1},\quad K_{2\sigma\rho}=Y_{2\sigma\rho}X_{2\sigma\rho}^{-1}. \tag{27}$$

Во втором случае, когда происходит переключение режима агентов, с применением подхода с минимизацией отклонения были получены следующие результаты. Пусть $k+1$ – момент переключения режима агентов. Управление глобальными лидерами осуществляется согласно закону УИО (6) с корректирующей поправкой (20). Для ведомого агента корректирующая поправка имеет вид, аналогичный (21), за исключеним того, что суммирование отклонений выходного сигнала происходит по множеству функционирующих агентов $\mathcal{I}_\rho$, и элементы s_{ij} и l_{ii} являются элементами матриц $\mathcal{S}_\rho$ и $\mathcal{L}_\rho$, соответствующих установленной топологии.

Последний случай, который необходимо рассмотреть, это случай, когда происходит переключение топологии. Пусть $k+1$ – момент переключения топологии с подключением агента i. Предполагается, что все агенты работают в одном и том же режиме на всех рассматриваемых в данном случае повторениях, и введем обозначение $\sigma=\sigma_i(k+1)=\sigma_i(k)$. Из решения задачи минимизации отклонения выходного сигнала от выходных сигналов его локальных лидеров был получен следующий закон управления агентом i, позволяющий компенсировать его ошибку в момент подключения:

$$\begin{aligned}u_i(k+1,p-1)=-(CB_{\sigma_i(k+1)})^{-1}CA_{\sigma_i(k+1)}\hat{x}_i(k+1,p-1)+\\ +l_{ii}^{-1}(CB_{\sigma_i(k+1)})^{-1}\sum\nolimits_{j\in\mathcal{I}_{\rho(k+1)}}s_{ij}\hat{y}_j(k,p),\end{aligned} \tag{28}$$

где s_{ij} и l_{ii} – элементы матриц $\mathcal{S}_{\rho(k+1)}$ и $\mathcal{L}_{\rho(k+1)}$ соответственно.

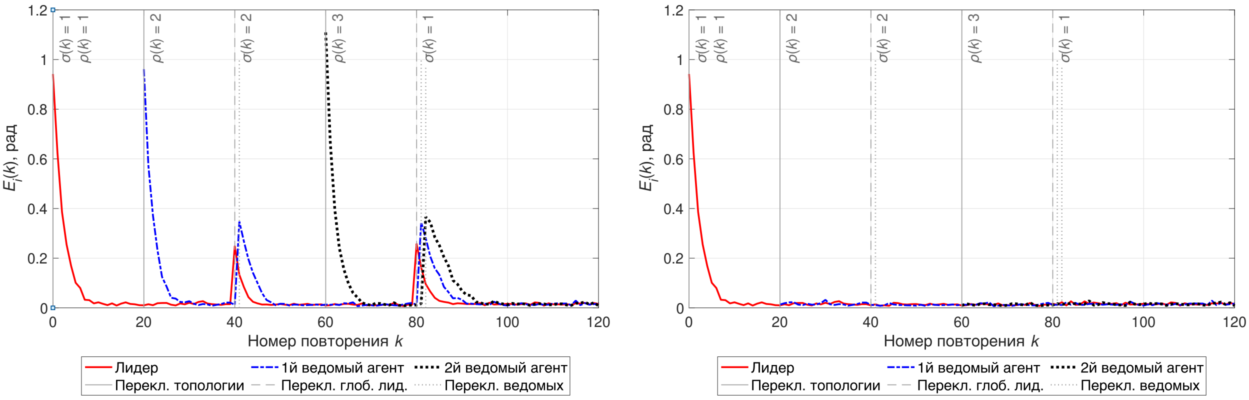
Таким образом, переключения режима работы и топологии инициируются сигналами $\sigma(k)$ и $\rho(k)$ соответственно, при этом переключение режимов агентов происходит согласно правилу, аналогичному рассмотренному в главе 4. Полученные результаты обобщаются в виде теоремы, представленной ниже, и алгоритма УИО, описанном в диссертации.

Теорема 4. *Если на повторении $k+1$ для агента $i\in\mathcal{I}_{\rho(k)}$ сигнал $\sigma_i(k+1)=\sigma_i(k)$, то закон УИО, обеспечивающий достижение консен-*

суса в смысле условий (4)-(5)*, определяется в виде* (6) *с корректирующей поправкой* (23)*, для которого матрицы протокола находятся из решения* (26) *и определяются выражениями* (27)*. Если на повторении* $k+1$ *для агента* $i \in \mathcal{I}_{\rho(k)}$ *сигнал* $\sigma_i(k+1) \neq \sigma_i(k)$*, то корректирующая поправка для закона* (6) *определяется в виде* (20) $\forall i : r_i = 1$*, и* (21) $\forall i : r_i = 0$ *с учетом установленной топологии, где* r_i *– элемент матрицы* $\mathcal{R}_{\rho(k+1)}$*. Если* $i \notin \mathcal{I}_{\rho(k)}$*, то управление на повторении* $k+1$ *определяется в виде* (28)*.*

Моделирование сетевой системы. Для демонстрации работы алгоритма рассмотрим сетевую систему, состоящую из трех манипуляторов с поворотным гибким звеном, среди которых выделен один глобальный лидер. Динамика агентов описывалась двумя режимами с разными желаемыми траекториями и моментами инерции звена, а информационная сеть определялась следующими топологиями: на первой топологии работает только глобальный лидер, на второй к нему подключается первый ведомый агент, а на третьей второй ведомый агент подключается к первому ведомому.

На рисунке 4 представлены графики выборочных среднеквадратических ошибок, полученные в результате моделирования системы без учета переключения управления, т. е. управление происходит согласно закону (6) с корректирующей поправкой (23) на всем протяжении функционирования системы, а справа – с учетом переключения управления. Переключения режимов происходят на повторениях 40 и 80, а топологий – на повторениях 20 и 60.



а) б)

Рис. 4: Выборочные среднеквадратические ошибки обучения агентов: а) без переключения закона управления; б) при переключении закона управления

Данные результаты демонстрируют, что разработанный закон управления позволяет снизить величину переходной ошибки в моменты переключения. Поскольку данный подход является развитием подхода, рассмотренного в главе 4, ему присущи те же недостатки.

В заключении формулируются основные результаты работы и описаны перспективные направления их развития.

Заключение

В данной работе были рассмотрены новые задачи управления с итеративным обучением сетевыми мультиагентными системами, которые мотивированы развитием современных роботизированных систем, в частности, исполнительных систем интеллектуальных производств. Получены следующие результаты:

1. Разработан алгоритм управления с итеративным обучением стохастическими сетевыми системами с изменяемой топологией сети с учетом неопределенностей модели агентов;

2. Метод синтеза управления с итеративным обучением с переключаемым законом управления распространен для сетевых стохастических систем с изменяемой желаемой траекторией и изменяемыми параметрами агентов;

3. Разработан алгоритм управления с итеративным обучением сетевыми стохастическими системами с изменяемой желаемой траекторией и изменяемыми параметрами агентов;

4. Дивергентный метод векторных функций Ляпунова распространен для сетевых стохастических систем с изменяемыми параметрами агентов, изменяемой желаемой траекторией и изменяемой топологией сети;

5. Разработан алгоритм управления с итеративным обучением сетевыми стохастическими системами с изменяемой желаемой траекторией, изменяемыми параметрами агентов и изменяемой топологией сети.

В рассмотренных задачах полученные алгоритмы устраняют недостатки традиционных подходов к управлению с итеративным обучением, которые в случае изменения целевой задачи могут давать неудовлетворительные результаты. Они обеспечивают высокую скорость сходимости ошибки обучения и компенсируют величину переходных ошибок, вызванных соответствующими изменениями динамики.

Список работ, опубликованных автором по теме диссертации

Публикации в изданиях, входящих в перечень ВАК

1. Пакшин, П. В. *Управление с итеративным обучением мультиагентной системой в условиях случайных возмущений* / П. В. Пакшин, А. С. Копосов, Ю. П. Емельянова // Автоматика и телемеханика. – 2020. – № 3. – С. 132-156. – DOI 10.31857/S0005231020030083.

2. Копосов, А. С. *Робастное сетевое управление с итеративным обучением системой переменной конфигурации при случайных возмущениях* // Управление большими системами: сборник трудов. – 2021. – № 94. – С. 50-65. – DOI 10.25728/ubs.2021.94.3.

3. Копосов, А. С. *Сетевое управление с итеративным обучением при изменении режима работы агентов и конфигурации информационной сети* // Дифференциальные уравнения и процессы управления. – 2023. – № 1. – С. 35-53. – DOI 10.21638/11701/spbu35.2023.104.

4. Копосов, А. С. *Управление с итеративным обучением стохастическими мультиагентными системами с изменяемой желаемой траекторией и топологией* / А. С. Копосов, П. В. Пакшин // Автоматика и телемеханика. – 2023. – № 6. – С. 79-99. – DOI 10.31857/S0005231023060053.

Публикации в изданиях, индексируемых в международных базах данных

5. Koposov, A. *Iterative Learning Control of Multi-Agent Systems under Changing Network Configuration* / A. Koposov, J. Emelianova, P. Pakshin // IFAC-PapersOnLine, Austin, TX, October 24-27, 2021. Vol. 54. – Austin, TX, 2021. – P. 669-674. – DOI 10.1016/j.ifacol.2021.11.248.

6. Koposov, A. *Iterative Learning Control of Multi-Agent Systems under Changing Reference Trajectory* / A. Koposov, J. Emelianova, P. Pakshin // IFAC-PapersOnLine 55-12. – 2022. – P. 759-764. – DOI 10.1016/j.ifacol.2022.07.404.

Публикации в других изданиях

7. Копосов, А. С. *Управление с итеративным обучением группой систем с неопределенными параметрами при изменении конфигурации информационной сети* / А. С. Копосов, П. В. Пакшин // Информационные системы и технологии ИСТ-2021: сборник материалов XXVII Международной научно-технической конференции Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева, Нижний Новгород, 23–24 апреля 2021 года / Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева. – Нижний Новгород: Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, 2021. – С. 711-717.

8. Копосов, А. С. *Сетевое управление с итеративным обучением системой переменной конфигурации с неопределенными параметрами при случайных возмущениях* // Управление большими системами: труды XVII Всероссийской школы-конференции молодых ученых, Москва-Звенигород, 6-9 сентября 2021 года. – Москва: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2021. – С. 66-77. – DOI 10.25728/ubs.2021.006.

9. Копосов, А. С. *Сетевое управление с итеративным обучением при изменении эталонной траектории в условиях случайных возмущений* // Информационные технологии и прикладная математика: Сборник статей участников Всероссийской научно-практической конференции, Арзамас, 24-25 марта 2022 года / Отв. редактор А.А. Статуев. – Арзамас: Арзамасский филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского», 2022. – С. 125-134.

10. Копосов, А. С. *Управление с итеративным обучением многоагентной системой при изменении топологии сети и режима агентов* // Будущее технической науки: сборник материалов XXII Всероссийской молодежной научно-технической конференции; НГТУ им. Р. Е. Алексеева. – Нижний Новгород, 2023. – С. 50-52.