



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Нижегородский государственный технический университет им.Р.Е.Алексеева»

## Программа кандидатского экзамена

СК-РП-15.1-04-22

Факультет подготовки специалистов высшей квалификации

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе

А.А. Куркин

«22» марта 2022 г



**Кафедра «Прикладная математика»**

### ПРОГРАММА КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА

ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ 1.1.6  
«ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА»

Область науки:

1. Естественные науки

Группа научных специальностей:

1.1. Математика и механика

Наименование отрасли науки, по которой  
присуждаются ученые степени:

физико-математические науки

Научная специальность

1.1.6. Вычислительная математика

Нижний Новгород 2022

	Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
	федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный технический университет им.Р.Е.Алексеева»
	<b>Программа кандидатского экзамена</b>
СК-РП-15.1-04-22	Факультет подготовки специалистов высшей квалификации

Программа предназначена для методического сопровождения процесса подготовки аспирантов (соискателей) к сдаче кандидатского экзамена по специальности 1.1.6. «Вычислительная математика».

Программа составлена в соответствии с требованиями следующих нормативных документов:

1. Федеральные государственные требования к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре - приказ Минобрнауки России от 20.10.2021 г. № 951.
2. Паспорт научной специальности 1.1.6. «Вычислительная математика», разработанный экспертами ВАК Минобрнауки России в рамках Номенклатуры научных специальностей, утвержденной приказом Минобрнауки России от 24.02.2021 г. № 118.
3. Учебный план НГТУ по программе подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по научной специальности 1.1.6. «Вычислительная математика».

РЕКОМЕНДОВАНА кафедрой «Прикладная математика» (ПМ)

протокол № 7 от " 18 " марта 2022г.

Заведующий кафедрой «ПМ»

д.ф.-м.н, проф.

подпись



Куркин А.А.

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

И.о. декана факультета подготовки специалистов высшей квалификации

личная подпись



Трубочкина Е.И. «21» марта 2022 г.

расшифровка подписи

дата

	Министерство науки и высшего образования Российской Федерации федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
	<i>«Нижегородский государственный технический университет им.Р.Е.Алексеева»</i>
	<b>Программа кандидатского экзамена</b>
<b>СК-РП-15.1-04-22</b>	Факультет подготовки специалистов высшей квалификации

## СОДЕРЖАНИЕ

1	Общие положения .....	4
2	Программа кандидатского экзамена по специальности 1.1.6. «Вычислительная математика».....	4
3	Дополнительная программа .....	6
	Приложение. Пример оформления дополнительной программы .....	7

	Министерство науки и высшего образования Российской Федерации федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
	<i>«Нижегородский государственный технический университет им.Р.Е.Алексеева»</i>
	<b>Программа кандидатского экзамена</b>
<b>СК-РП-15.1-04-22</b>	Факультет подготовки специалистов высшей квалификации

## 1 Общие положения

Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине состоит из двух частей:

- 1) основная программа по специальности, разработанной в соответствии с паспортом научной специальности 1.1.6. «Вычислительная математика»;
- 2) дополнительной программы, разрабатываемой аспирантом (соискателем).

Экзаменационные билеты должны включать 2-3 вопроса из основной программы и 1-2 вопроса из дополнительной программы.

## 2 Программа кандидатского экзамена по специальности 1.1.6. «Вычислительная математика»

Программа составлена в соответствии с паспортом специальности 1.1.6. «Вычислительная математика», с опорой на дисциплины, связанные с разработкой и теорией методов численного решения математических задач, возникающих при моделировании естественнонаучных и прикладных проблем, а также реализацией методов в практическом решении задач с применением современных ЭВМ.

### 2.1 Метрические, нормированные, гильбертовы пространства. Пространства функций $C$ , $L_2$ , $L_p$ , $W_p^1$

Метрические пространства. Непрерывные отображения. Компактные множества. Принцип сжатых отображений, методы последовательных приближений и их приложения. Линейные, нормированные, банаховы и гильбертовы пространства. Сильная и слабая сходимость. Задача о наилучшем приближении. Наилучшее равномерное приближение. Минимальное свойство коэффициентов Фурье.

### 2.2 Линейные функционалы и операторы

Сходимость операторов; ряд Неймана и условия его сходимости. Теоремы о существовании обратного оператора. Мера обусловленности линейного оператора и ее применение при замене точного уравнения (решения) приближенным. Линейные функционалы. Сопряженное пространство. Теорема Банаха-Штейнгауза и ее приложения. Теорема Рисса о представлении линейного ограниченного функционала (для гильбертова пространства). Спектр оператора. Сопряженные, симметричные, самосопряженные, положительно определенные, вполне непрерывные операторы и их спектральные свойства. Вариационные методы минимизации квадратичных функционалов, решения уравнений и нахождения собственных значений (методы Рунца,

	Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
	федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный технический университет им.Р.Е.Алексеева»
	<b>Программа кандидатского экзамена</b>
<b>СК-РП-15.1-04-22</b>	Факультет подготовки специалистов высшей квалификации

Бубнова-Галеркина, наименьших квадратов). Дифференцирование нелинейных операторов, производные Фреше и Гато. Метод Ньютона, его сходимость и применение.

### **2.3 Математические модели физических задач. Обобщенное решение краевых задач для эллиптических уравнений**

Основные уравнения математической физики; постановки задач. Корректно и некорректно поставленные задачи. Дивергентная форма записи эллиптического оператора. Понятие об обобщенном решении. Основные свойства гармонических функций (формулы Грина, теоремы о среднем, принцип максимума). Фундаментальное решение и функция Грина для уравнения Лапласа.

### **2.4 Численные методы алгебры. Приближение функций**

Фундаментальные решения. Характеристики. Понятие об обобщенных решениях. Обобщенные решения смешанных задач для уравнений параболического и гиперболического типов; существование, единственность и непрерывная зависимость от данных задачи. Теорема Стеклова о разложении в ряд Фурье по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля.

### **2.5 Задача Коши**

Одношаговые итерационные методы. Чебышевские одношаговые итерационные методы. Оптимальный набор чебышевских параметров и вычислительная устойчивость. Трехчленные (двушаговые) чебышевские итерационные методы. Методы спуска и метод сопряженных градиентов. Общие свойства систем ортогональных многочленов. Многочлены Лежандра и Чебышева; их свойства и приложения. Интерполяционные многочлены. Выбор узлов интерполяции. Быстрое дискретное преобразование Фурье. Интерполяция нелокальными и локальными сплайнами.

### **2.6 Список литературы**

#### **Основная литература**

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: МГУ, 1999.
2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981
3. Треногин В.А. Функциональный анализ. М.: Физматлит, 2002.
4. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика. М.: Физматлит, 2000.
5. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977.
6. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971.

	Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
	федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный технический университет им.Р.Е.Алексеева»
	<b>Программа кандидатского экзамена</b>
<b>СК-РП-15.1-04-22</b>	Факультет подготовки специалистов высшей квалификации

7. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Физматлит, 2003.

8. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1977.

9. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977.

### Дополнительная литература

1. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 1976.
2. Мысовских И.П. Интерполяционные кубатурные формулы. М.: Наука, 1981.

### 3 Дополнительная программа

Дополнительная программа, самостоятельно составляемая аспирантом (соискателем), включает в себя титульный лист, не менее 15 вопросов по теме диссертации и не менее 15 источников литературы. Дополнительная программа должна быть подписана научным руководителем и согласована с деканом факультета подготовки специалистов высшей квалификации. Пример оформления дополнительной программы приведен в Приложении.

	Министерство науки и высшего образования Российской Федерации федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный технический университет им.Р.Е.Алексеева»
	<b>Программа кандидатского экзамена</b>
	СК-РП-15.1-04-22
Факультет подготовки специалистов высшей квалификации	

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Пример оформления дополнительной программы

Минобрнауки России

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМ. Р.Е. АЛЕКСЕЕВА**

УТВЕРЖДАЮ

Декан ФСВК

\_\_\_\_\_ Р.Ш. Бедретдинов

«\_\_» \_\_\_\_\_

**Дополнительная программа**

**к кандидатскому экзамену**

по специальности 1.1.6. – Вычислительная математика

Нижний Новгород 2022

	Министерство науки и высшего образования Российской Федерации федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
	<i>«Нижегородский государственный технический университет им.Р.Е.Алексеева»</i>
	<b>Программа кандидатского экзамена</b>
<b>СК-РП-15.1-04-22</b>	Факультет подготовки специалистов высшей квалификации

### Дополнительная программа экзамена по специальности

1. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач; методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой динамики).
2. Дивергентные и монотонные разностные схемы. Схемная и искусственная вязкость.
3. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Численные методы решения задачи Коши и краевых задач. Оценка погрешности, сходимость и устойчивость.
4. Методы прогонки и стрельбы. Разностные схемы для решения дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами.
5. Методы решения сеточных уравнений. Прямые методы (прогонки, быстрого дискретного преобразования Фурье, циклической редукции).
6. Методы расщепления и переменных направлений. Понятие о методе Федоренко. Оценки скорости сходимости.
7. Применение методов регуляризации, минимизации сглаживающего функционала и итерационных методов для решения вырожденных, несовместных и плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений и интегральных уравнений первого рода.
8. Дифференцирование нелинейных операторов, производные Фреше и Гато. Метод Ньютона, его сходимость и применение.
9. Теорема Рисса о представлении линейного ограниченного функционала (для гильбертова пространства).
10. Сходимость операторов; ряд Неймана и условия его сходимости. Теоремы о существовании обратного оператора.

	Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
	федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный технический университет им.Р.Е.Алексеева»
	<b>Программа кандидатского экзамена</b>
<b>СК-РП-15.1-04-22</b>	Факультет подготовки специалистов высшей квалификации

- 11.Обобщенная производная. Неравенства Пуанкаре-Стеклова-Фридрихса. Понятие о теоремах вложения.
- 12.Обобщенное решение краевых задач для эллиптических уравнений. Дивергентная форма записи эллиптического оператора. Понятие об обобщенном решении.
- 13.Обобщенные решения смешанных задач для уравнений параболического и гиперболического типов; существование, единственность и непрерывная зависимость от данных задачи.
- 14.Интерполяционные квадратурные формулы. Задача оптимизации квадратуры. Квадратурные формулы типа Гаусса. Многомерные квадратурные формулы.
- 15.Понятие о методе Монте-Карло. Интегрирование сильно осциллирующих функций.

	Министерство науки и высшего образования Российской Федерации федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
	<i>«Нижегородский государственный технический университет им.Р.Е.Алексеева»</i>
	<b>Программа кандидатского экзамена</b>
<b>СК-РП-15.1-04-22</b>	Факультет подготовки специалистов высшей квалификации

## Список литературы

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. МГУ, 1999.
2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. Наука, 1981.
3. Боговский М.Е. Уравнения математической физики. МФТИ, 2019.
4. Треногин В.А. Функциональный анализ. Физматлит, 2002.
5. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика. Физматлит, 2000.
6. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. Наука, 1977.
7. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. Наука, 1971.
8. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. Физматлит, 2003.
9. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. Наука, 1977.
10. Годунов С.К., Рябенский Разностные схемы. Наука, 1977.
11. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. Наука, 1978.
12. Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач. МГУ, 1994.
13. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. Наука
14. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. Наука, 1976.
15. Мысовских И.П. Интерполяционные кубатурные формулы. Наука, 1981.

Научный руководитель

д.ф.-м.н., профессор

А.А. Куркин