

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Нижегородский государственный технический университет

Кафедра «Прикладная математика»

Расчетные задания по курсу
высшей математики (сборник)
ГРАФИКИ
для студентов всех специальностей
и всех форм образования

Нижегород 2005

Составитель Ю.Ф.Орлов

УДК 517

Расчетные задания по курсу высшей математики для студентов всех специальностей и всех форм обучения/ Сост.: Ю.Ф.Орлов; НГТУ, Н.Новгород. 2005. 8с.

Сборник содержит типовые задания по теме «Графики».

Редактор Э.Б.Абросимова

Подписано в печать 17.11.2005. Формат 60 x 84 ¹/₁₆. Бумага газетная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 0,5. Уч.-изд. л. 1,5. Тираж 500 экз. Заказ 695.

Нижегородский государственный технический университет.
Типография НГТУ. 603600, Нижний Новгород, ул. Минина, 24.
© Нижегородский государственный технический университет, 2005

Теоретические вопросы

1. Области существования и точки разрыва функции.
2. Условия возрастания и убывания функции на отрезке.
3. Точки экстремума. Необходимое условие экстремума.
4. Достаточные условия максимума и минимума функции.
5. Наибольшее и наименьшее значение функции, непрерывной на отрезке.
6. Выпуклость и вогнутость графика функции. Достаточные условия выпуклости и вогнутости.
7. Точки перегиба графика функции. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия перегиба.
8. Асимптоты графика функции.

Расчетные задания

Задача 1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке.

- | | |
|---|--|
| 1.1. $y(x) = x^2 - 16 + \frac{16}{x}$, [1,4] | 1.2. $y(x) = 4 - x - \frac{4}{x^2}$, [1,4] |
| 1.3. $y(x) = \frac{2(x^2 + 3)}{x^2 - 2x + 5}$, [-3,3] | 1.4. $y(x) = \frac{10x}{1 + x^2}$, [0,3] |
| 1.5. $y(x) = 2x^2 - 59 + \frac{108}{x}$, [2,4] | 1.6. $y(x) = 3 - x - \frac{4}{(x + 2)^2}$, [-1,2] |
| 1.7. $y(x) = \frac{2(-x^2 + 7x - 7)}{x^2 - 2x + 2}$, [1,4] | 1.8. $y(x) = \frac{4x}{4 + x^2}$, [-4,2] |
| 1.9. $y(x) = -\frac{x^2}{2} + \frac{8}{x} + 8$, [-4,-1] | 1.10. $y(x) = -\frac{2x(2x + 3)}{x^2 + 4x + 5}$, [-2,1] |
| 1.11. $y(x) = -2\left(\frac{x^2 + 3}{x^2 + 2x + 5}\right)$, [-5,1] | 1.12. $y(x) = x^2 - 2x - 13 + \frac{16}{x - 1}$, [2,5] |
| 1.13. $y(x) = -\frac{x^2}{2} + 2x + 5 + \frac{16}{x - 2}$, [-2,1] | 1.14. $y(x) = 8x - 15 + \frac{4}{x^2}$, [0,5;2] |
| 1.15. $y(x) = x^2 + 4x - 9 + \frac{16}{x + 2}$, [-1,2] | 1.16. $y(x) = \frac{4}{x^2} - 8x - 15$, [-2;-0,5] |
| 1.17. $y(x) = 5x^3 + 10x^2 - 5$, [-1,1] | 1.18. $y(x) = x^3 - 8x^2 - 1$, [-1,1] |
| 1.19. $y(x) = \frac{10x + 10}{x^2 + 2x + 2}$, [-1,1] | 1.20. $y(x) = -\frac{1}{16}(x + 1)^2(x - 3)^2$, [-1,3] |
| 1.21. $y(x) = \frac{1}{8}(11 + 9x - 3x^2 - x^3)$, [-1,3] | 1.22. $y(x) = -\frac{1}{16}(x - 2)^2(x - 6)^2$, [2,6] |
| 1.23. $y(x) = \frac{1}{8}(5x^3 - x^2 - 16)$, [0,2] | 1.24. $y(x) = -\frac{1}{16}(x^2 - 4)^2$, [-2,2] |
| 1.25. $y(x) = \frac{1}{8}(16 - 6x^2 - x^3)$, [0,2] | 1.26. $y(x) = x^2(x - 4)^2 \frac{1}{16}$, [0,4] |

- 1.27. $y(x) = x(12 - x^2) \frac{1}{8}$, [0,4] 1.28. $y(x) = 12x^2 - 8x^3 - 2$, [-1,2]
 1.29. $y(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x$, [-2,0] 1.30. $y(x) = 3x - 4x^3$, [-0,5;1]
 1.31. $y(x) = 3x^2 - 2 - x^3$, [-1,1]

Задача 2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке.

- 2.1. $y(x) = \sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)} - 1$, [0,6] 2.2. $y(x) = 2\sqrt{x^2} - x$, [-1,4]
 2.3. $y(x) = 1 + \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-7)}$, [-1,5] 2.4. $y(x) = x + 5 - 4 \cdot \sqrt[3]{x^2}$, [-1,1]
 2.5. $y(x) = -\sqrt[3]{2(5-x)(x+1)^2} + 2$, [-3,3] 2.6. $y(x) = \sqrt[3]{2x^2(x-3)}$, [-1,3]
 2.7. $y(x) = x + 5 - 4\sqrt{(x-1)^2} \cdot 2$, [-1,3] 2.8. $y(x) = \sqrt[3]{2(x-2)^2(5-x)}$, [1,5]
 2.9. $y(x) = \sqrt[3]{2x^2(x-6)}$, [-2,4] 2.10. $y(x) = \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-4)}$, [0,4]
 2.11. $y(x) = 2\sqrt{x-1} - x + 2$, [1,5] 2.12. $y(x) = \sqrt[3]{2(x+2)^2(x-1)}$, [-3,4]
 2.13. $y(x) = 3 + \sqrt{2(x+2)^2(x-4)}$, [-4,2] 2.14. $y(x) = \sqrt{2(x+1)^2(x-2)}$, [-2,5]
 2.15. $y(x) = 3\sqrt[3]{(x+4)^2} - x - 9$, [-4,5] 2.16. $y(x) = 12\sqrt[3]{(x+2)^2} - 8x - 16$, [-2,6]
 2.17. $y(x) = \frac{6\sqrt[3]{6(x-1)^2}}{x^2 + 2x + 9}$, [1,7] 2.18. $y(x) = 8x - 16 - 12\sqrt[3]{(x-2)^2}$, [1,3]
 2.19. $y(x) = \frac{6\sqrt[3]{6(x+3)^2}}{x^2 + 10x + 33}$, [-3,3] 2.20. $y(x) = 9\sqrt[3]{(x+1)^2} - 6x + 6$, [-1,7]
 2.21. $y(x) = 1 - \sqrt[3]{x^2 - 4x + 3}$, [0,4] 2.22. $y(x) = \sqrt[3]{x(x-2)}$, [-1,2]
 2.23. $y(x) = -\frac{3\sqrt[3]{6(x+2)^2}}{x^2 + 8x + 24}$, [-2,4] 2.24. $y(x) = \sqrt[3]{4x(x-1)}$, [-1,2]
 2.25. $y(x) = \sqrt[3]{x^2 + 6x + 8}$, [-4,0] 2.26. $y(x) = 6x - 6 + 9\sqrt[3]{(x-1)^2}$, [0,2]
 2.27. $y(x) = 2 + \sqrt[3]{8x(x+2)}$, [-2,2] 2.28. $y(x) = \sqrt[3]{x^2 + 4x + 3}$, [-5,-1]
 2.29. $y(x) = \sqrt[3]{x(x+2)}$, [-4,0] 2.30. $y(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$, [-1,1]
 2.31. $y(x) = 1 - \sqrt[3]{x^2 + 4x + 3}$, [-3,1]

Задача № 3. Найти асимптоты и построить график функции.

- 3.1. $y(x) = \frac{5 - x^2}{3x - 2}$ 3.2. $y(x) = \frac{x^2 + 1}{2x + 3}$
 3.3. $y(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ 3.4. $y(x) = \frac{x^3 + 2x}{x^2 - x}$
 3.5. $y(x) = \frac{2x^3 - 2x^2 + x - 2}{3x^2 - 2x}$ 3.6. $y(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{5x^2 - 1}}$

3.7. $y(x) = \frac{2x^2 - 5}{x - 1}$.

3.9. $y(x) = \frac{4x^3 + 2x^2 - 3x - 1}{4x^2 - 2}$.

3.11. $y(x) = \frac{4 - x^2}{\sqrt{4x^2 - 9}}$.

3.13. $y(x) = \frac{x^2 + 16}{2x + 1}$.

3.15. $y(x) = \frac{2x^2 - 3}{\sqrt{x^2 - 2}}$.

3.17. $y(x) = \frac{9 - x^2}{3x + 4}$.

3.19. $y(x) = \frac{x^2 - 16}{3x - 4}$.

3.21. $y(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 4}{1 - x^2}$.

3.23. $y(x) = \frac{x^3 - x^2 - x - 1}{x^2 - 1}$.

3.25. $y(x) = \frac{2x^2 - 8}{\sqrt{4x^2 - 1}}$.

3.27. $y(x) = \frac{2x^3 + 2x^2 - 2x - 3}{2x^2 - 3}$.

3.29. $y(x) = \frac{-x^2 - 2x + 6}{2x + 1}$.

3.31. $y(x) = \frac{x^2 - 2}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

3.8. $y(x) = \frac{x^2 + 4}{\sqrt{9x^2 - 4}}$.

3.10. $y(x) = \frac{x^3 - 6x}{2 - x^2}$.

3.12. $y(x) = \frac{3x^3 - 3x + 1}{2x^2 - 4}$.

3.14. $y(x) = \frac{x^2 - 8}{4x - 1}$.

3.16. $y(x) = \frac{2x^3 - 3x^2 + 2x - 3}{1 - 2x^2}$.

3.18. $y(x) = \frac{x^4 - 32x}{2x^3 - 16}$.

3.20. $y(x) = \frac{2x^2 - 8}{\sqrt{x^2 - 1}}$.

3.22. $y(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{3x + 1}$.

3.24. $y(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x + 1}$.

3.26. $y(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$.

3.28. $y(x) = \frac{3x^2 - 4}{3 - 2x}$.

3.30. $y(x) = \frac{-(x^2 + 2)}{\sqrt{x^2 - 1}}$.

Задача № 4. Провести полное исследование функций и построить их графики.

4.1. $y(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2}$.

4.3. $y(x) = \frac{1}{x^2 + x}$.

4.5. $y(x) = 3 \frac{x}{9 + x^2}$.

4.7. $y(x) = \frac{4 - x^2}{x^2}$.

4.9. $y(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2}$.

4.2. $y(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

4.4. $y(x) = \frac{2x^2}{2 + x^2}$.

4.6. $y(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$.

4.8. $y(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2}$.

4.10. $y(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2}$.

4.11. $y(x) = \frac{x^2}{(x-2)^2}$.

4.13. $y(x) = \frac{2-3x^2}{2x^2+3}$.

4.15. $y(x) = -4 \frac{x}{x^2+4}$.

4.17. $y(x) = \frac{3x^4+1}{x^3}$.

4.19. $y(x) = \frac{x-1}{x^2+2x+2}$.

4.21. $y(x) = \frac{2x^3}{x^2+2x-3}$.

4.23. $y(x) = \frac{x^3+2x-8}{x^2+2x-3}$.

4.25. $y(x) = \frac{-x^2}{x^2+4x+4}$.

4.27. $y(x) = \frac{x^2+2x+1}{x^2+2x+2}$.

4.29. $y(x) = \frac{x^2-6x+5}{x^2-2x+2}$.

4.31. $y(x) = \frac{x^3-3}{x^2}$.

4.12. $y(x) = \frac{4x^2+3x+1}{x^2}$.

4.14. $y(x) = \frac{-2x^2+5x+8}{x^2-2x+4}$.

4.16. $y(x) = \frac{x^2+2x+1}{x^2+2x-1}$.

4.18. $y(x) = 2 \frac{x}{x^2+2x+1}$.

4.20. $y(x) = \frac{2-x^3}{x^2}$.

4.22. $y(x) = \frac{2x^3}{3+2x-x^2}$.

4.24. $y(x) = \frac{x^5}{x^4-1}$.

4.26. $y(x) = \frac{x^3-27}{x^2}$.

4.28. $y(x) = \frac{3x-2}{x^3}$.

4.30. $y(x) = \frac{x^2-7x+14}{x^2+1}$.

Задача № 5. Провести полное исследование функций и построить их графики.

5.1. $y(x) = (2x+3)e^{-2(x+1)}$.

5.3. $y(x) = 3 \ln \left(\frac{x}{x-3} \right) - 1$.

5.5. $y(x) = (2-x)e^{x-2}$.

5.7. $y(x) = 2 - 2 \ln \left(\frac{x}{x+2} \right)$.

5.9. $y(x) = -(2x+1)e^{2x+1}$.

5.11. $y(x) = \ln \left(\frac{x}{x-2} \right) - 2$.

5.13. $y(x) = (2x+4)e^{-(2x+4)}$.

5.15. $y(x) = 2 \ln \left(\frac{x}{x+1} \right) - 1$.

5.17. $y(x) = (x-1)e^{2(x-1)}$.

5.2. $y(x) = e^{2(x+1)} \frac{1}{2x+3}$.

5.4. $y(x) = \ln \left(\frac{x}{x+2} \right) + 1$.

5.6. $y(x) = e^{2-x} \frac{1}{2-x}$.

5.8. $y(x) = 2 + 2 \ln \left(\frac{x}{x-2} \right)$.

5.10. $y(x) = e^{2x+1} \frac{1}{2x+1}$.

5.12. $y(x) = 2 + 2 \ln \left(\frac{x}{x-2} \right)$.

5.14. $y(x) = e^{2x+4} \frac{1}{2x+4}$.

5.16. $y(x) = 2 \ln \left(\frac{x+3}{x} \right) + 3$.

5.18. $y(x) = e^{-2(x-1)} \frac{1}{x^2-1}$.

$$5.19. \quad y(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x}\right) + 2.$$

$$5.21. \quad y(x) = (x+2)e^{x+2}.$$

$$5.23. \quad y(x) = 2 \ln\left(\frac{x}{x-4}\right) - 3.$$

$$5.25. \quad y(x) = -(2x+3)e^{2(x+2)}.$$

$$5.27. \quad y(x) = \ln\left(\frac{x-2}{x}\right) + 2.$$

$$5.29. \quad y(x) = (x-3)e^{x-3}.$$

$$5.31. \quad y(x) = 2 \ln\left(\frac{x-1}{x}\right) + 1.$$

$$5.20. \quad y(x) = 2 - \ln\left(\frac{x}{x+2}\right)$$

$$5.22. \quad y(x) = e^{-(x+2)} \frac{1}{x+2}.$$

$$5.24. \quad y(x) = \ln\left(\frac{x}{x+5}\right) - 1.$$

$$5.26. \quad y(x) = e^{-2(x+2)} \frac{1}{2x+3}.$$

$$5.28. \quad y(x) = \ln\left(\frac{x+6}{x}\right) - 1.$$

$$5.30. \quad y(x) = e^{-(3-x)} \frac{1}{x^2-4}.$$

Задача № 6. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$6.1. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x-2)(x^3-4x+1)}.$$

$$6.3. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x-1)(x^3+4x+1)}.$$

$$6.5. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x-3)(x^2+2x+1)}.$$

$$6.7. \quad y(x) = \sqrt[3]{x(x^3-4x+4)}.$$

$$6.9. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x+2)^2}.$$

$$6.11. \quad y(x) = \sqrt[3]{x(x+4)^2}.$$

$$6.13. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x+3)\frac{x^2}{9}}.$$

$$6.15. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x-3)\left(\frac{x}{3}\right)^2}.$$

$$6.17. \quad y(x) = \sqrt[3]{x^3(x+6)^2}.$$

$$6.19. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x+1)^2(x-2)^2}.$$

$$6.21. \quad y(x) = \sqrt[3]{x(x-3)^2}.$$

$$6.23. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x+2)^2(x-4)}.$$

$$6.25. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x^2-1)(x-1)}.$$

$$6.27. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x-4)^2x}.$$

$$6.29. \quad y(x) = \sqrt[3]{x^2(x-6)}.$$

$$6.31. \quad y(x) = \sqrt[3]{x(x-5)}.$$

$$6.2. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x+2)(x^2+6x+6)}.$$

$$6.4. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x+1)(x^2-2x+1)}.$$

$$6.6. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x+3)(x^2-6x+6)}.$$

$$6.8. \quad y(x) = \sqrt[3]{x(x^2+2x+1)}.$$

$$6.10. \quad y(x) = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{(x-2)^2}.$$

$$6.12. \quad y(x) = \sqrt[3]{x^2(x+4)}.$$

$$6.14. \quad y(x) = \frac{1}{3}\sqrt[3]{x(x+3)^2}.$$

$$6.16. \quad y(x) = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}.$$

$$6.18. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^2}.$$

$$6.20. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x-3)^2} - \sqrt[3]{(x+6)}.$$

$$6.22. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x+2)(x-A)^2}.$$

$$6.24. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x^2-1)(x+1)}.$$

$$6.26. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x-4)x^2}.$$

$$6.28. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x^2-4x+3)^2}.$$

$$6.30. \quad y(x) = \sqrt[3]{(x+2)^2} - \sqrt[3]{(x+3)^2}.$$

Задача № 7. Провести полное исследование функций и построить их графики.

- | | |
|--|--|
| 7.1. $y(x) = \sqrt{\sin x}$. | 7.2. $y(x) = \sqrt{\cos x}$. |
| 7.3. $y(x) = e^{\sin x + \cos x}$. | 7.4. $y(x) = \ln(\sin x + \cos x)$. |
| 7.5. $y(x) = e^{\sqrt{2} \sin x}$. | 7.6. $y(x) = e^{\sqrt{2} \cos x}$. |
| 7.7. $y(x) = \ln(\sqrt{2} \sin x)$. | 7.8. $y(x) = \ln(\sqrt{2} \cos x)$. |
| 7.9. $y(x) = e^{\sin x - \cos x}$. | 7.10. $y(x) = \ln(\sin x - \cos x)$. |
| 7.11. $y(x) = \frac{1}{\sin x + \cos x}$. | 7.12. $y(x) = \frac{1}{\sin x - \cos x}$. |
| 7.13. $y(x) = \operatorname{arctg}(\sin x)$. | 7.14. $y(x) = \operatorname{arctg}(\cos x)$. |
| 7.15. $y(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{2}}\right)$. | 7.16. $y(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{2}}\right)$. |
| 7.17. $y(x) = e^{-\sqrt{2} \sin x}$. | 7.18. $y(x) = e^{-\sqrt{2} \cos x}$. |
| 7.19. $y(x) = \ln(-\sqrt{2} \sin x)$. | 7.20. $y(x) = \ln(-\sqrt{2} \cos x)$. |
| 7.21. $y(x) = \sqrt[3]{\sin x}$. | 7.22. $y(x) = \sqrt[3]{\cos x}$. |
| 7.23. $y(x) = e^{-\sin x - \cos x}$. | 7.24. $y(x) = \ln(-\sin x - \cos x)$. |
| 7.25. $y(x) = \sqrt{\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{2}}}$. | 7.26. $y(x) = \sqrt{\frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{2}}}$. |
| 7.27. $y(x) = \sqrt[3]{\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{2}}}$. | 7.28. $y(x) = \sqrt[3]{\frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{2}}}$. |
| 7.29. $y(x) = \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$. | 7.30. $y(x) = \frac{1}{(\sin x - \cos x)^2}$. |
| 7.31. $y(x) = \ln(\cos x - \sin x)$. | |

Список литературы

1. Пискунов, Н.С. «Дифференциальное и интегральное исчисления» Т. 1/Н.С. Пискунов. М.: «Наука», 1985.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. «Основы математического анализа» Ч.1/В.А.Ильин, Э.Г.Позняк. М.: «Наука», 1971.