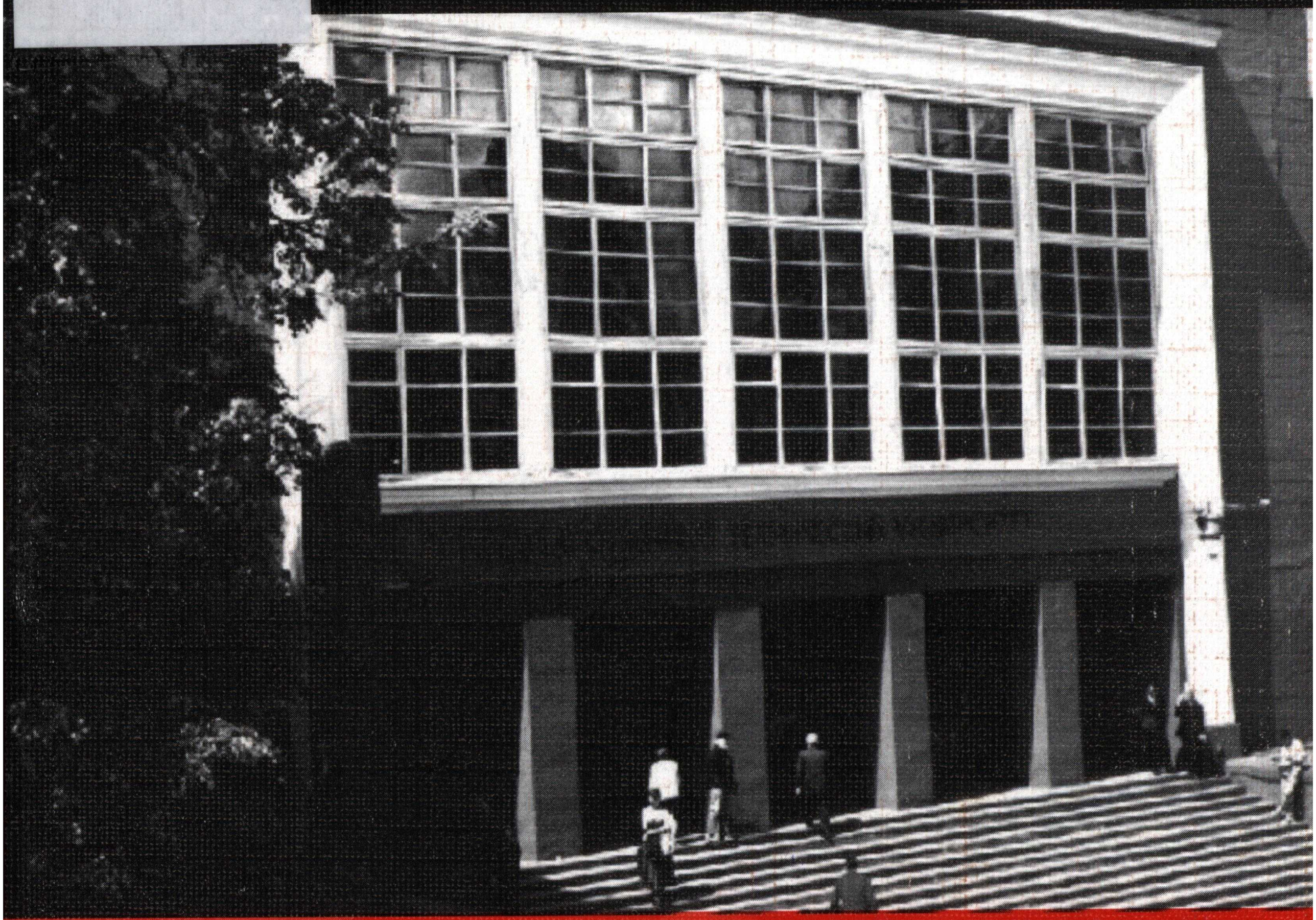
531.8(075)
Б.20

Б.Ф. Балеев



ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Нижегородский государственный
технический университет
им. Р. Е. Алексеева

Нижний Новгород 2013

531.8(075)
Б.20

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Р.Е. АЛЕКСЕЕВА»

Б.Ф. БАЛЕЕВ

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Рекомендовано Учёным советом
Нижегородского государственного технического университета
им. Р.Е.Алексеева в качестве учебного пособия
для студентов машиностроительных и механических
специальностей вечерней и заочной форм обучения

БИБЛИОТЕКА
НГТУ

НИЖНИЙ НОВГОРОД
2013

УДК 621.01(075)
ББК 34.41
Б 20

Рецензент

доктор физико-математических наук ИПФРАН
В.Е. Шапошников

Балеев Б.Ф.

Б 20 **Теория механизмов и машин:** учеб. пособие / Б.Ф. Балеев; Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р.Е.Алексеева. – Нижний Новгород, 2013. – 85 с.

ISBN 978-5-502-00209-7

Содержит краткое изложение курса теории механизмов и машин в объёме рабочей программы с примерами решения задач.

Пособие предназначено для студентов машиностроительных специальностей заочной формы обучения.

Табл. 1. Рис.146. Библиогр.: 11 назв.

УДК 621.01.(075)
ББК 34.41

ВНЕБИБЛИОТЕКА

ISBN 978-5-502-00209-7

© Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е.Алексеева, 2013
© Балеев Б.Ф., 2013

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВЕДЕНИЕ 5
Глава 1. СТРУКТУРА МЕХАНИЗМОВ 6
1.1. Основные понятия и определения 6
1.2. Структурный анализ механизмов 6
1.3. Определение степени свободы кинематической цепи 8
1.4. Замена высших пар на низшие 11
1.5. Группы нулевой подвижности 11
1.6. Классификация механизмов 13
Глава 2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗОВ 15
2.1. Графический метод кинематического анализа 15
2.2. Планы ускорений 20
2.3. Аналитический метод 23
2.4. Графическое дифференцирование 24
2.5. Графическое интегрирование 26
Глава 3. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХНИЗМОВ 27
3.1. Последовательность силового анализа 28
3.2. Проверочный метод 30
Глава 4. РАСЧЁТ МАХОВИКА 31
4.1. Определение приведённого момента внешних нагрузок 32
4.2.. Определение приведённого момента инерции 33
4.3. Энергетический баланс в машине 35
4.4. Определение работы приведённых сил 36
4.5. Определение кинетической энергии звеньев механизма 36
4.6. Определение размера обода маховика 37
4.7. Учёт вращающихся звеньев 37
Глава 5. ТЕОРИЯ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ 39
5.1. Геометрические параметры эвольвенты 39
5.2. Свойства эвольвенты 40
5.3. Уравнения эвольвенты 40
5.4. Образование профиля эвольвентного зуба 41
5.5. Геометрические параметры эвольвентного зубчатого колеса 41
5.6. Понятие о модуле зубьев 42
5.7. Геометрические параметры эвольвентного зацепления 42
5.8. Определение скорости скольжения зубьев 44
5.9. Образование боковых поверхностей прямого и косого зубьев 45
5.10. Способы нарезания зубьев 45
5.11. Реечный режущий инструмент (инструментальная рейка) 46
5.12. Станочное зацепление 47
5.12.1. Определение диаметра заготовки в общем случае 48
5.12.2. Определение радиуса впадин 48
5.12.3. Определение коэффициента воспринимаемого смещения 48
5.12.4. Определение коэффициента уравнительного смещения 49
5.12.5. Коэффициент изменения толщины зуба 50
5.12.6. Определение толщины зуба по произвольной окружности 51

5.12.7. Определение угла зацепления в общем случае..... 52
5.12.8. Подрезание зубьев.....53
5.12.9. Условие неподрезания.....53
5.12.10. Определение минимального коэффициента смещения 54
5.12.11.Определение коэффициента торцевого перекрытия 55
5.13. Блокирующий контур 56
5.14. Косозубые зубчатые колёса 59
5.15. Зубчатые механизмы.....61
5.15.1. Передаточное отношение 61
5.15.2. Многозвенные передачи.....62
5.15.3. Дифференциальные и планетарные механизмы.....62
5.15.4. Определение передаточного отношения графически.....64
5.15.5. Дифференциальные механизмы..... 64
5.15.6. Проектирование планетарных механизмов 66
Глава 6. КУАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ.....70
6.1.Фазы движения толкателя и диаграммы перемещений.....72
6.2. Построение профиля кулачка по диаграмме перемещений.....73
6.3. Понятие об углах давления.....73
6.4. Построение профиля кулачка с качающимся толкателем.....75
Список литературы.....79
Приложение. О ПОНИМАНИИ.....80

ВВЕДЕНИЕ

Теория механизмов и машин (ТММ) основана на теоретической механике и является по сути разделом прикладной механики, где рассматриваются: структура, кинематика и динамика механизмов, теория эвольвентного зацепления, зубчатые и кулачковые механизмы – основы для последующих курсов, связанных с проектированием механизмов и машин.

Курс лекций предназначен для студентов вечерней и заочной форм обучения, поэтому изложен в сжатой форме, при этом принципиальные моменты рассмотрены подробно. Для понимания использованы все формы объяснений: словесная, символьная, графическая и примеры решений задач.

Для эффективного использования ТММ необходимо иметь целостное представление о фундаментальных науках – математике, физике, теоретической механике, о дисциплине ТММ в целом и каждом её разделе.

В главе 1 рассматривается структура (строение) механизмов, позволяющая выполнять анализ и синтез механизмов на уровне схем, а также использовать структурные группы в силовом анализе, так как они статически определимы (возможное число уравнений не менее числа неизвестных).

Глава 2 посвящена кинематическому анализу – определению перемещений, скоростей и ускорений графическими способами. Приведено множество примеров, которые могут быть использованы в лабораторных работах и курсовом проекте.

Силовому анализу рычажных механизмов посвящена третья глава. Анализ основан на известных теоремах статики и принципе Даламбера. Изложенные методы используются в лабораторных работах и курсовом проектировании.

В четвёртой главе приводится энергетический расчёт рычажных механизмов на примере маховика. Изложен метод расчёта Н.И.Мерцалова как наиболее простой из трёх известных методов, подробно изложенных в методических указаниях к курсовому проектированию.

Пятая глава посвящена теории эвольвентного зацепления, необходимой при выполнении лабораторных работ и части курсового проекта, связанной с проектированием зубчатых механизмов.

В главе 6 рассматривается проектирование кулачковых механизмов с поступательным и качающимся толкателем. Детально рассмотрены примеры, которые могут использоваться при курсовом проектировании.

В приложении на примерах изучения механики рассмотрены понимание и непонимание как аспекты уровней сознания. Показано, что смесь обрывков информации из разных дисциплин и разделов (фрагментарные «знания») не имеют отношения к знанию, которое всегда целостно.

Глава 1. СТРУКТУРА МЕХАНИЗМОВ

1.1. Основные понятия и определения

1. **Машина** – устройство для преобразования энергии, материалов, информации.
2. **Механизм** – устройство для преобразования движений.
3. **Звено** – неделимая часть механизма.
4. **Стойка** – все неподвижные звенья.
5. **Ведущее звено** – звено, для которого сумма элементарных работ на возможном перемещении звена положительна.
6. **Ведомое звено** – звено, для которого сумма элементарных работ отрицательна.
7. **Возможное перемещение** – перемещение, допускаемое связями.
8. **Связь** – ограничение, наложенное на одно из возможных движений.
9. **Степень свободы** – количество возможных перемещений.
10. **Входное звено** – звено, которому сообщается движение.
11. **Выходное звено** –звено, для движения которого предназначен механизм.
12. **Начальное звено** – звено, которому приписывается обобщённая координата.
13. **Обобщённая координата** – параметр, определяющий положение системы.
14. **Кинематическая пара** – подвижное соединение двух звеньев.
15. **Высшая пара** – контактирование по линии или в точке.
16. **Низшая пара** – контактирование по поверхности.

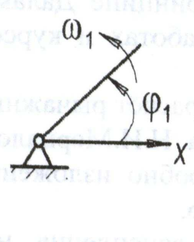


Рис.1. Обобщённая координата φ_1

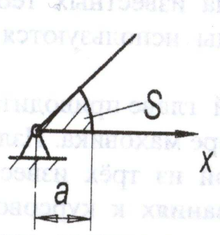


Рис.2. Обобщённая координата S

1.2. Структурный анализ механизмов

В связи с ограничениями, наложенными на движение, существуют **пять** классов кинематических пар. **Класс пары** определяется **числом связей,** наложенных на возможные **относительные** движения.

1. $S = 1$ – кинематическая пара 1-го класса.
S – число связей, W – степень свободы; $W = 6 - S = 5$.

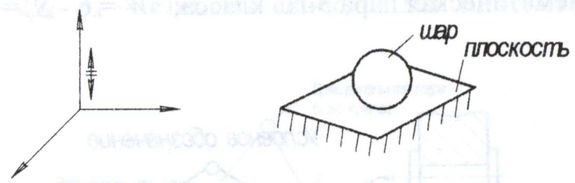


Рис.3. Пара 1-го класса

Движение вверх невозможно, потому что нарушается пара, движение вниз невозможно, потому что в теоретической механике тела считаются абсолютно жесткими.

2. $S = 2$ – кинематическая пара 2-го класса; $W = 6 - S = 4$.

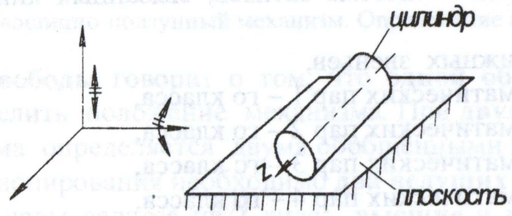


Рис.4. Пара 2-го класса

Невозможное движение показывается **зачеркнутыми** стрелками, а возможное – **не** зачеркнутыми.

3. $S = 3$ – кинематическая пара 3-го класса; $W = 6 - S = 3$.

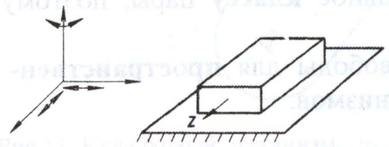


Рис.5. Пара 3-го класса

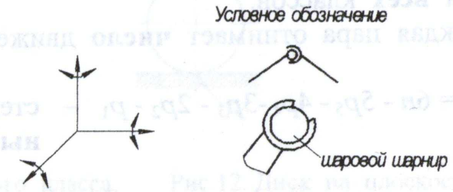


Рис.6. Пара 3-го класса

4. $S = 4$ – кинематическая пара 4-го класса; $W = 6 - S = 2$.

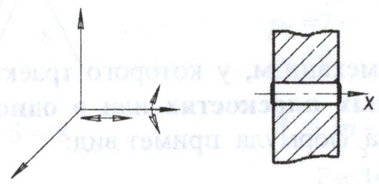


Рис.7. Пара 4-го класса

5. $S = 5$ – кинематическая пара 5-го класса; $W = 6 - S = 1$.

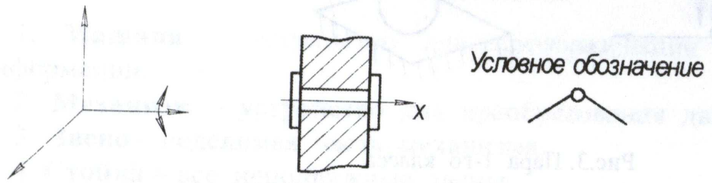


Рис.8. Пара 5-го класса

1.3. Определение степени свободы кинематической цепи

Кинематическая цепь – система звеньев, связанных кинематическими парами. Обозначим:

n - число подвижных звеньев,
p_1 – число кинематических пар 1 – го класса,
p_2 – число кинематических пар 2 – го класса,
p_3 – число кинематических пар 3 – гс класса,
p_4 – число кинематических пар 4 – го класса,
p_5 – число кинематических пар 5 – го класса.

1. Определим степень свободы W для n **несвязанных** звеньев:

$$W = 6n.$$

2. Определим степень свободы звеньев, **связанных** кинематическими парами **всех** классов.

Каждая пара отнимает **число** движений, равное **классу** пары, поэтому:

$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1$ – степень свободы для **пространственных** механизмов.

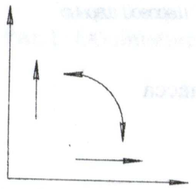


Рис.9. Возможные движения в плоскости

Для плоских механизмов формула упростится в связи с тем, что **плоскость позволяет 3** движения из **6** возможных в пространстве.

Плоский механизм – механизм, у которого траектории движения всех точек лежат в **параллельных плоскостях** или в **одной** плоскости.

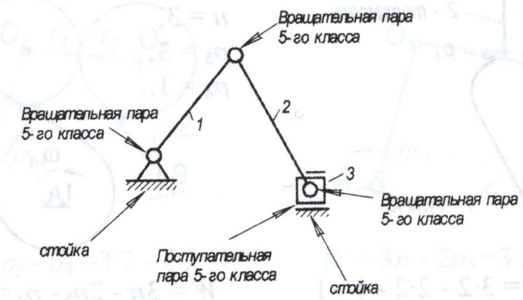
Для плоского механизма формула примет вид:

$$W = (6 - 3)\,n - (5 - 3)\,p_5 - (4 - 3)\,p_4;$$

$W = 3n - 2p_5 - p_4$ – **степень свободы** для **плоского** механизма.

Пример 1

$n = 3$,
$p_5 = 4$,
$p_4 = 0$.



$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$$

Рис.10. Кривошипно-ползунный механизм. Определение степени свободы

Одна степень свободы говорит о том, что **одной обобщенной координатой** можно определить положение механизма. При **двух** степенях свободы положение механизма определяется двумя обобщенными координатами и для нормального функционирования необходимо **два ведущих звена**.

Кинематические пары делятся на **2** вида: **высшие** и **низшие**. В **высших** парах контактирование осуществляется **по линии** или **в точке,** в **низших** – по **поверхности**. В плоских механизмах **пары p_4** обязательно **высшие.**

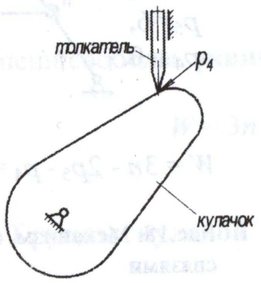


Рис.11. Кулачковый механизм; p_4 - пара 4-го класса

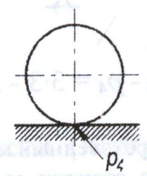
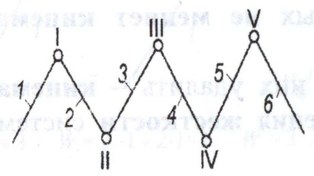


Рис.12. Диск на плоскости

Пример 2

W =?
$n = 6$,
$p_5 = 5$,
$p_4 = 0$.

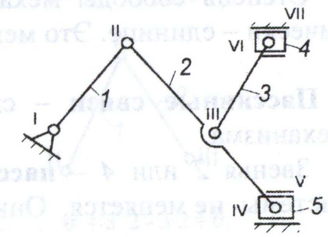


$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 6 - 2 \cdot 5 = 8$$

Рис.13. Кинематическая цепь

Пример 3

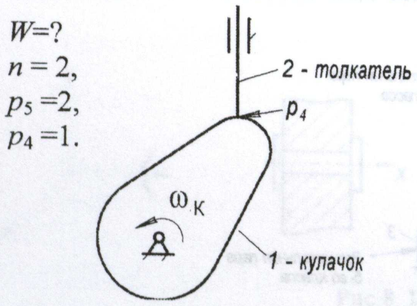
W =?
$n = 5$,
$p_5 = 7$,
$p_4 = 0$.



$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$$

Рис.14. Шестизвенный механизм. Определение степени свободы

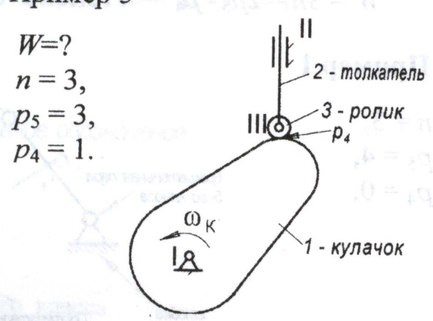
Пример 4



$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3\cdot2 - 2\cdot2 - 1 = 1$

Рис.15. Кулачковый механизм. Определение степени свободы

Пример 5



$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3\cdot3 - 2\cdot3 - 1 = 2$

Рис.16. Кулачковый механизм. Толкатель с роликом. Определение степени свободы

Две степени свободы означают, что для определения положения **точки на ролике** требуются **две** координаты, хотя положение толкателя вполне определяется **одной** координатой.

Пример 6

$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3\cdot3 - 2\cdot4 - 0 = 1.$

Рис.17. Четырехзвенный механизм. Определение степени свободы

Пример 7

$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3\cdot4 - 2\cdot6 - 0 = 0.$

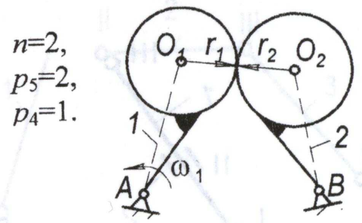
Рис.18. Механизм с избыточными связями

Степень свободы механизма (рис.18) теоретически равна нулю, а практически – единице. Это механизм с **избыточными** (пассивными) связями.

Пассивные связи – связи, **удаление** которых **не меняет кинематику** механизма.

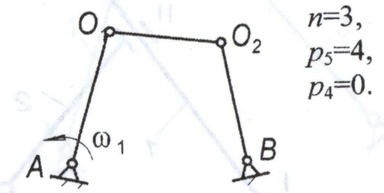
Звенья *2* или *4* – **пассивные**, если одно из них удалить – **кинематика** системы **не** меняется. Они ставятся для повышения **жесткости** системы.

1.4. Замена высших пар на низшие



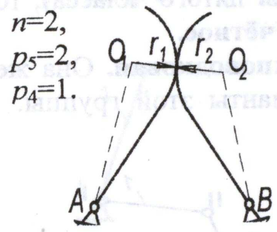
$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3\cdot2 - 2\cdot2 - 1 = 1.$

Рис.19. Механизм с высшей парой



$W = 3n - 2p_5 = 3\cdot3 - 2\cdot4 = 1.$

Рис.20. Эквивалентный механизм с низшими парами



$O_1O_2 = r_1 + r_2$

Рис.21. Аналог механизма рис. 19

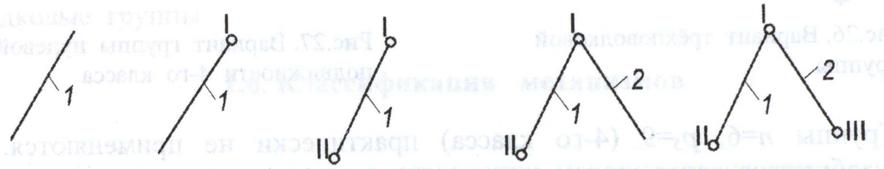
Механизм с **высшими** парами можно заменить на механизм с **низшими** парами, который будет полностью **эквивалентен:** та же степень **свободы**, те же **скорости**, те же **ускорения**, но для мгновенного положения механизма. На рис. 20 показан механизм эквивалентный механизму рис.19. В механизме (рис. 20) **высших** пар **нет**. Механизм (рис. 21) сводится к предыдущим (рис. 19, 20).

Формула для степени свободы **эквивалентного** механизма имеет вид:

$$W = 3n - 2p_5 .$$

1.5. Группы нулевой подвижности (*W*=0)

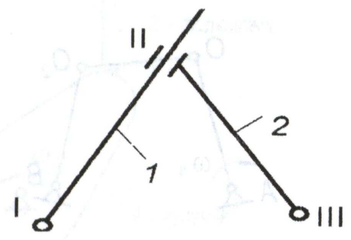
Образуем простейшую группу нулевой подвижности (***n*=2; p_5=3**).



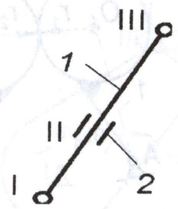
$W = 3.$ $W = 3\cdot1 - 2\cdot1 = 1.$ $W = 3\cdot1 - 2\cdot2 = -1.$ $W = 3\cdot2 - 2\cdot2 = 2.$ $W = 3\cdot2 - 3\cdot2 = 0.$

Рис.22. Образование простейшей группы нулевой подвижности

Другие простейшие группы нулевой подвижности:



$W = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0.$



$W = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0.$

Так как степень **свободы** группы равна **нулю**: $W = 3n - 2p_5 = 0$, то $\mathbf{3n = 2p_5}$. Простейшая группа: $\boldsymbol{n = 2}$, $\boldsymbol{p_5=3}$ **(два звена** и **три пары** пятого класса), то есть для удовлетворения равенства $\mathbf{3n = 2p_5}$ $\boldsymbol{n}$ **– всегда чётное.**

Группа следующей сложности: $\boldsymbol{n = 4}$; $\boldsymbol{p_5=6}$ – **трёхповодковая.** Она же группа **3-го класса** (рис. 24, 25, 26). На рис. 24, 25 – варианты этой группы.

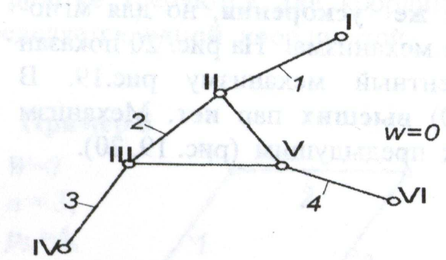


Рис.24. Группа нулевой подвижности 3-го класса (трёхповодковая)

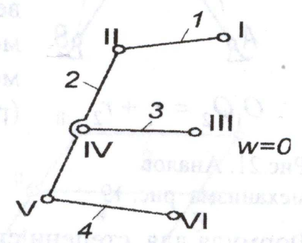


Рис.25. Вариант трёхповодковой группы

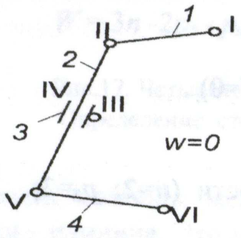


Рис.26. Вариант трёхповодковой группы

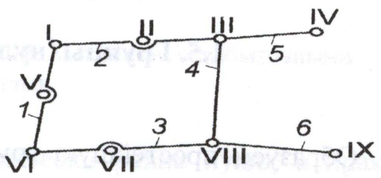


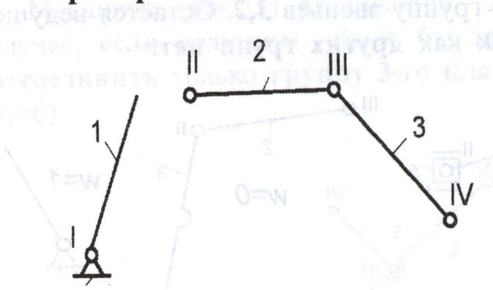
Рис.27. Вариант группы нулевой подвижности 4-го класса

Группы n=6, p_5=9 (4-го класса) практически не применяются. На рис.27 изображена такая группа.

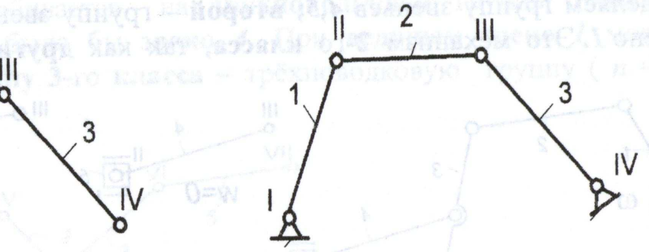
Механизм **образуется** с помощью **присоединения** к ведущему звену и стойке **групп нулевой** подвижности. При **одном ведущем** звене получаем механизм с **одной** степенью **свободы**, так как **степень свободы** ведущего **звена** W=1.

На рис. 28, 29 показаны примеры образования механизмов 2-го класса.

Пример 1



$W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1.$

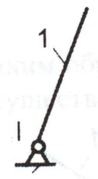


$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0.$

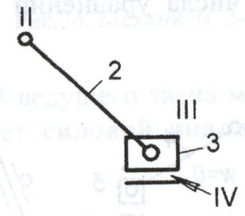
$W = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1.$

Рис.28. Образование механизма 2-го класса

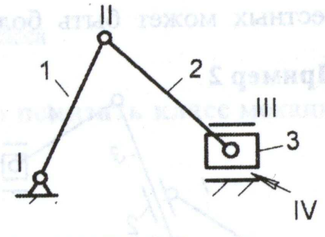
Пример 2



$W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1.$



$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0.$



$W = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1.$

Рис.29. Образование механизма 2-го класса

Простейшие группы (n=2, p_5=3) – называются **двухповодковыми.** Механизм, у которого имеется ведущее звено и **только двухпроводковые** группы, называется механизмом **2**-го **класса.** Механизм **1**-го **класса** - **ведущее звено.**

Следующая по сложности группа (n = 4, p_5=6) – **трёхповодковая.** Одно звено в этом случае – **базисное.**

Если к ведущему звену присоединить одну или несколько **трёхповодковых** групп, то будет механизм **3**–го **класса**. В него могут входить и двухповодковые группы.

1.6. Классификация механизмов

Классификация заключается в разделении механизмов на **группы нулевой подвижности** и **ведущее звено.** Первыми отделяют **двухповодковые** группы. Если это не получается, то переходят к **трёхповодковым** и далее. При наличии в механизме разных групп его **класс** определяется по **группе высшего класса.**

Пример 1. Разделить механизм (рис. 30) на структурные группы. **Первой** отделяем группу звеньев ***4,5*; второй** – группу звеньев ***3,2***. Остаётся ведущее звено ***1***. Это механизм **2**-го **класса**, так как **других** групп **нет**.

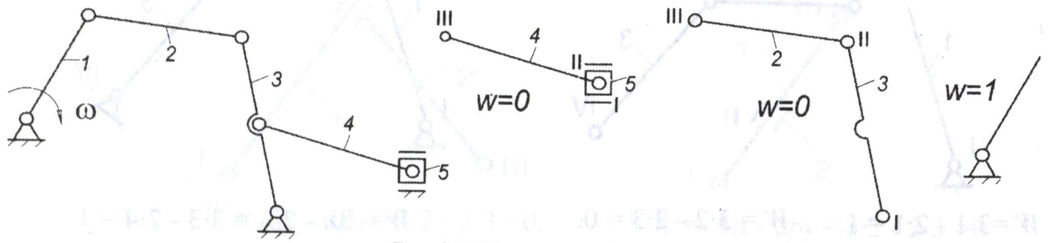


Рис.30. Механизм 2-го класса

Подобное разделение механизмов на группы нулевой подвижности потребуется в **силовом анализе**, так как при другом разделении число неизвестных может быть больше числа уравнений статики.

Пример 2

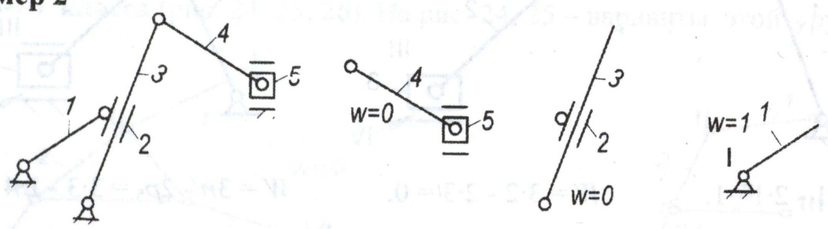


Рис.31. Структурный анализ механизма при ведущем звене *1*

Если у этого же механизма **ведущим будет звено *5*,** то класс механизма не изменится. Но это **не всегда так.** Как правило, если у механизма 3-го класса **сменить ведущее** звено, то его **класс понижается** до **2**-го и он разбивается на двухповодковые группы (рис. 33).

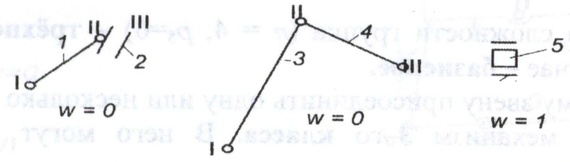


Рис.32. Структурный анализ механизма при ведущем звене *5*

Пример 3

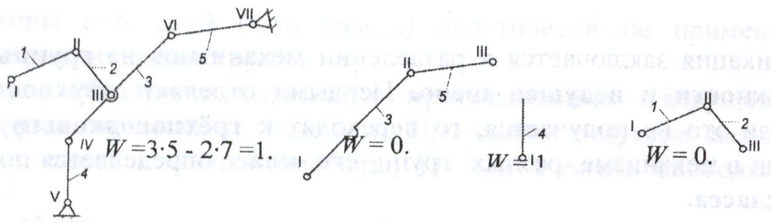


Рис.33. Разбивка механизма на структурные группы 2-го класса

Механизм (рис.33) разбивается на **двухповодковые** группы только в случае, **если ведущим** было бы **звено *4***. При **ведущем звене *1*** можно **отсоединить** только **группу 3**-го **класса** – трёхповодковую группу ($n = 4$; p_5=6).

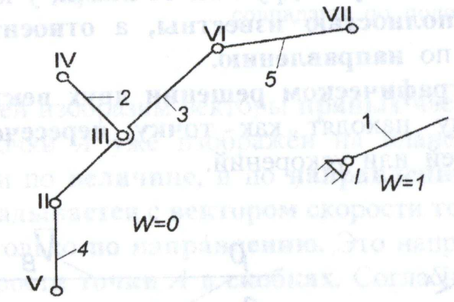


Рис.34. Механизм 3-го класса

Таким образом, сменой ведущего звена можно **понизить класс** механизма. Это существенно облегчает **силовой анализ**.

Глава 2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

К кинематике относятся определения **перемещений, скоростей, ускорений звеньев** и **точек** механизмов. **Абсолютные** скорость или ускорение можно получить сложением **переносного** и **относительного** движений:

$$\overline{V}_a = \overline{V}_e + \overline{V}_r \quad \text{и} \quad \overline{a}_a = \overline{a}_e + \overline{a}_r ,$$

где индекс a - соответствует **абсолютной** скорости (ускорению), индекс e – **переносной** скорости (ускорению), индекс r – **относительной** скорости (ускорению).

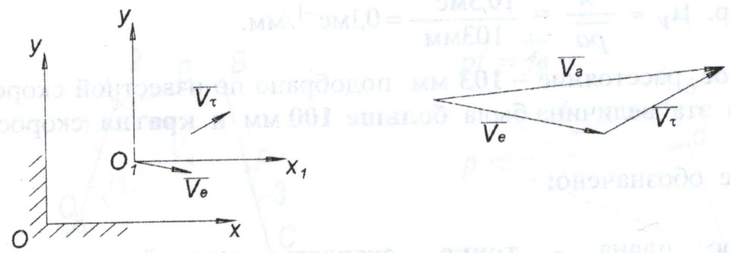


Рис.35. К сложению скоростей

2.1. Графический метод кинематического анализа

Определение перемещений

Схема механизма изображается в масштабе длин, затем строится ряд последовательных положений механизма за цикл. По плану положений определяются перемещения.

БИБЛИОТЕКА НГТУ

Определение скоростей и ускорений

Записываются **два векторных уравнения** для точки, у которой определяются **абсолютные** скорости и ускорения; при этом точка должна быть **кинематически связана** с **двумя** другими **точками**, у которых **переносные** скорости (ускорения) **полностью известны,** а **относительные** скорости (ускорения) **известны** по **направлению.**

Метод основан на **графическом решении двух векторных уравнений,** где искомую величину находят как **точку пересечения направлений** относительных скоростей или ускорений.

Пример 1

Дано:
l_1,
l_2,
ω_1,
e

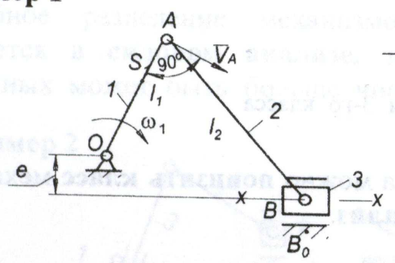


Рис.36. Кривошипно-ползунный механизм

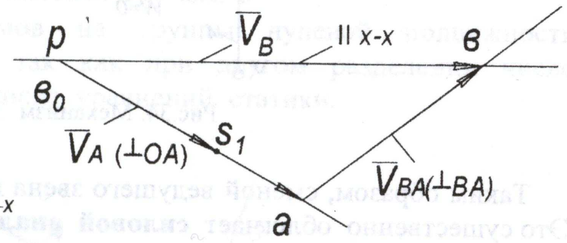


Рис.37. План скоростей

Пересечение направлений векторов $\overline{V_{BA}}$ и $\overline{V_{BB_0}}$ даёт искомое решение.

1. Определение скорости точки *A*:

$$V_A = \omega_1 l_1 \text{ и } V_A\,(\perp OA).$$

Определяем **масштаб** плана скоростей μ_V: $\mu_V = \dfrac{\text{истинная скорость}}{\text{изображение скорости на плане}}$.

Например, $\mu_V = \dfrac{\overline{V_A}}{\overline{pa}} = \dfrac{10{,}3\text{мс}^{-1}}{103\text{мм}} = 0{,}1\text{мс}^{-1}/\text{мм}.$

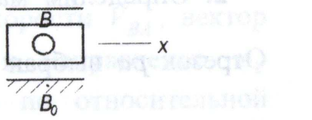
Полюсное расстояние – **103** мм подобрано по известной скорости **10,3** мс^{-1} так, чтобы эта величина была **больше 100** мм и **кратна** скорости **10,3** мс^{-1}.

На плане обозначено:

p – полюс плана - **точка,** скорость которой принята за **ноль;** V_A - **скорость** точки A изображается **вектором – отрезком** $\overline{pa}$ в масштабе μ_V.

Отрезок $\overline{pa}$ – выбирают в соответствии с величиной скорости V_A так, чтобы он был **не менее** 100 мм, а масштаб μ_V – удобным для расчетов числом.

2. Определение скорости точки *B*:



$$\begin{cases} 3.1\ \overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}\,(\perp BA), \\ 3.2\ \overline{V}_B = \overline{V}_{B_0} + \overline{V}_{BB_0}\,(/\!/\,xx). \end{cases}$$

Рис.38. Подвижная (т. *B*) и неподвижная (т. B_0) совпадают по положению и разделены условно

На плане скоростей изобразим векторы **правых** частей уравнений 3.1 и 3.2. Вектор скорости точки *A* уже изображён на плане (рис. 37), так как он определён первым и по **величине**, и по **направлению**. Согласно уравнению 3.1 этот **вектор складывается** с **вектором** скорости **точки *B* относительно *A*,** который **известен** только **по направлению.** Это направление изображается в **конце вектора** скорости **точки *A*** в **скобках**. Согласно уравнению 3.2 вектор переносной скорости точки ***B*** **равен нулю,** поэтому он в **виде точки** находится в **полюсе плана,** а вектор относительной скорости **складывается** с ним, но известен он **только** по **направлению**, которое и проводится **из полюса** плана **параллельно оси *x*** (направление – в скобках). Пересечение направлений относительных скоростей (в скобках) **первого** и **второго** уравнений **даёт решение** – определяет конец вектора **скорости** точки ***B*.**

Точка B_0 **совпадает** по положению с **точкой *B*,** но лежит на **неподвижной** стойке.

3. Определим угловую скорость звена AB – ω_2.

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{BA}} = \frac{\mu_V \cdot \overline{ba}}{l_{BA}} = \frac{0{,}1\,\frac{\text{мс}^{-1}}{\text{мм}} \cdot 72\text{ мм}}{10^{-3} \cdot 130\text{ мм}} = \frac{7{,}2 \cdot 10^3}{130} = 55{,}38\,\text{с}^{-1}.$$

Пример 2

Дано:
l_{OA}
l_{AB}
ω_1
l_{BC}
$l_{АД}$=2/3 l_{AB}
$BF = CF$

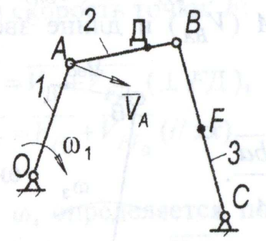
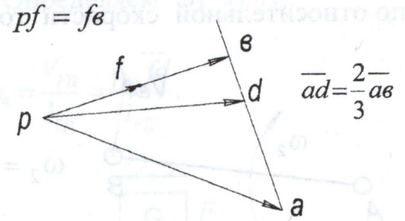


Рис.39. Рычажный механизм

$\overline{pf} = \overline{fв}$



$\overline{ad} = \frac{2}{3}\overline{ав}$

Рис. 40. План скоростей. Положение точки *d* определено из **подобия** длин **звеньев** механизма и **векторов-отрезков** плана

1. Определим скорость точки *A*: $V_A = \omega_1 l_{OA} = 17{,}8\,\text{мс}^{-1}$ и $\overline{V_A}\ (\perp OA)$.

БИБЛИОТЕКА НГТУ

2. Определим масштаб плана скоростей: $\mu_V = \dfrac{V_A}{\overline{pa}} = \dfrac{17{,}8\text{мс}^{-1}}{178\text{мм}} = 0{,}1\text{мс}^{-1}/\text{мм}$.

Отрезок $\overline{pa}$ выбран **кратным** величине скорости $\overline{V_A}$.

3. Определим скорость точки B из **двух** векторных уравнений:

$$\begin{cases} 2.1.\ \overline{V_B} = \overline{V_A} + \overline{V_{BA}}\ (\perp BA), \\ 2.2.\ \overline{V_B} = \overline{V_C} + \overline{V_{BC}}\ (\perp BC). \end{cases}$$

Два уравнения необходимы потому, что относительные скорости известны **только** по **направлению**. **Пересечение** этих направлений, указанных в скобках, определяет **конец вектора** искомой **скорости.**

Наносим векторы **правых частей уравнений** 2.1 и 2.2 на **план** скоростей (рис.40) и определяем **скорость** точки ***B*** на **пересечении** векторов **относительных** скоростей.

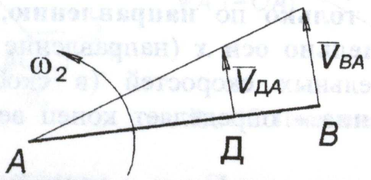
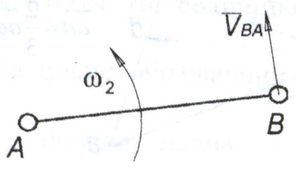


Рис.41. К определению скорости $V_{ДA}$

4. Определим относительную скорость точки Д ($V_{ДA}$) из подобных треугольников (рис.40, 41): $\dfrac{AB}{AД} = \dfrac{\overline{ab}}{\overline{ad}}$, так как $V_{BA} = \omega_2 l_{BA}$ и $V_{ДA} = \omega_2 l_{ДA}$.

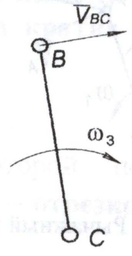
Используем **пропорциональность** длин звеньев и соответствующих **векторов-отрезков,** так как **между длинами** звеньев и **скоростями** точек **– линейная зависимость.**

5. Определим угловую скорость звена 2 – (ω_2), или (ω_{BA}). Она определяется по относительной скорости точек B и A (V_{BA}) и длине звена BA (l_{BA}):



$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{BA}} = \frac{\mu_V \overline{ba}}{l_{BA}}.$$

Рис.42. К определению угловой скорости ω_2



$$\omega_3 = \frac{V_{BC}}{l_{BC}} = \frac{\mu_V \overline{bc}}{l_{BC}}.$$

Рис.43. К определению угловой скорости ω_3

ЭНЦИКЛОПЕДИЯ УГЛЯ

Направление ω_2 определяется по **относительной** скорости $\overline{V_{BA}}$, вектор которой **мысленно переносим** в **точку *B*** (рис.42) и направление ω_2 становится очевидным. Направление ω_3 определяется по относительной скорости $\overline{V_{BC}}$ таким же образом.

Пример 3. Ведущее звено – ползун 1

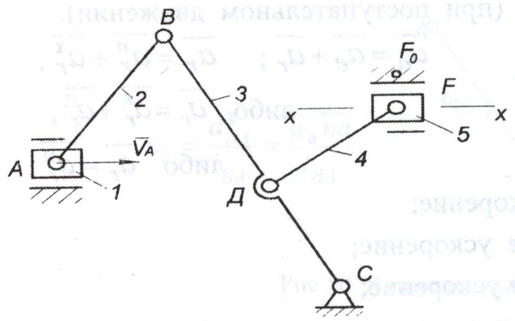


Рис.44. Шестизвенный механизм

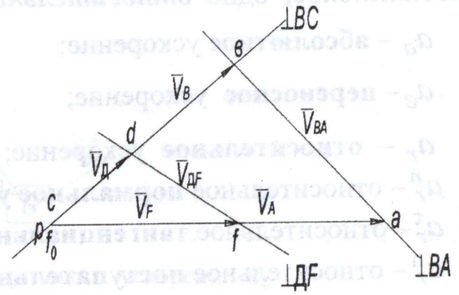


Рис.45. План скоростей

1. Определяем скорость точки B:

$$\begin{cases} 1.1\ \overline{V_B} = \overline{V_A} + \overline{V_{BA}}\ (\perp BA), \\ 1.2\ \overline{V_B} = \overline{V_C} + \overline{V_{BC}}\ (\perp BC). \end{cases}$$

2. Определяем скорость точки Д:

$$\frac{BC}{ВД} = \frac{\overline{вс}}{\overline{вd}}, \quad \overline{вd} = \overline{вс}\frac{ВД}{BC}.$$

Наносим на план правые части векторных уравнений 1.1 и 1.2 и получаем точку ***в*** на **пересечении направлений** относительных **скоростей** V_{BA} и V_{BC}. Положение точки Д определяется из **подобия длин звеньев** механизма и соответствующих **векторов-отрезков** плана скоростей.

3. Определяем скорость точки F:

$$\begin{cases} 3.1\ \overline{V_F} = \overline{V_Д} + \overline{V_{FД}}\ (\perp FД), \\ 3.2\ \overline{V_F} = \overline{V_{F_0}} + \overline{V_{FF_0}}\ (// xx). \end{cases}$$

Направление ω_4 определяется по относительной скорости $\overline{V_{FД}}$.

4. Определяем ω_4 ($\omega_{FД}$):

$$\omega_4 = \frac{V_{FД}}{l_{ЕД}} = \frac{\mu_V \overline{fd}}{l_{FД}}.$$

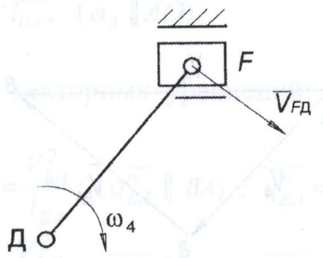


Рис.46. К определению угловой скорости ω_4

2.2. Планы ускорений

Принцип построения планов ускорений **аналогичен** принципу построения планов скоростей: **абсолютное** ускорение складывается из **переносного** и **относительного**. **Различие** в том, что составляющих относительного ускорения **четыре: нормальное, тангенциальное, кориолисово** и **поступательное**. В механизмах все четыре ускорения одновременно не встречаются. Обычно **в сочетаниях:** ***нормальное и тангенциальное, кориолисово и относительное,*** одно ***относительное*** (при поступательном движении).

a_a – **абсолютное** ускорение; $\overline{a_a} = \overline{a_e} + \overline{a_r}$; $\overline{a_r} = \overline{a_r^n} + \overline{a_r^\tau}$,

a_e – **переносное** ускорение; либо $\overline{a_r} = \overline{a_r^K} + \overline{a_r^П}$,

a_r – **относительное** ускорение; либо $\overline{a_r} = \overline{a_r^П}$.

a_r^n – относительное **нормальное** ускорение;

a_r^τ – относительное **тангенциальное** ускорение;

$a_r^П$ – относительное **поступательное** ускорение;

a_r^K – относительное **ускорение Кориолиса**.

Пример 1

Дано:

l_{OA}

l_{AB}

ω_1

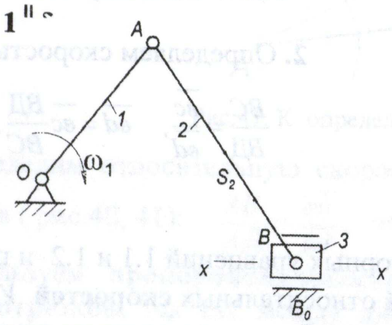


Рис.47. Кривошипно-ползунный механизм

1. Определим ускорение точки A:

$a_A = \omega_1^2 l_{OA}$ и $(\overline{a_A} \parallel AO)$.

Масштаб плана ускорений:

$$\mu_a = \frac{a_A}{\pi a} = \frac{12{,}3 \text{мс}^{-1}}{123 \text{мм}} = 0{,}1 \text{мс}^{-1}/\text{мм}.$$

По значению скорости точки A **подбирается** вектор-отрезок $\overline{\pi a}$ не менее **100** мм так, чтобы в значении масштаба μ_a было **минимальное** число **знаков** после запятой.

Предварительно строим **план скоростей** для определения **нормального** ускорения a_{BA}^n:

$$a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{BA}} = \frac{(\mu_V \overline{ва})^2}{l_{BA}}.$$

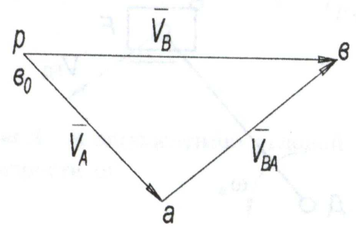


Рис.48. План скоростей

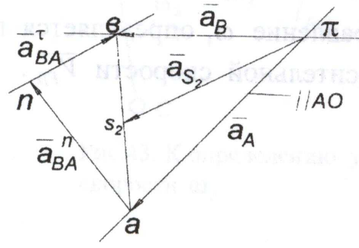


Рис.49. План ускорений

2. Определим ускорение точки B:

$$\begin{cases} 2.1\ \overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^\tau}\ (\perp a_{BA}^n), & a_{BA}^n = \dfrac{V_{BA}^2}{l_{BA}};\quad (\overline{a_{BA}^n} \parallel BA); \\ 2.2\ \overline{a_B} = \overline{a_{B_0}} + \overline{a_{BB_0}}\ (\parallel x\text{-}x). & \text{вектор-отрезок}\quad \overline{a_{BA}^n} = \dfrac{a_{BA}^n}{\mu_a}. \end{cases}$$

3. Определим угловое ускорение звена 2 (ε_2):

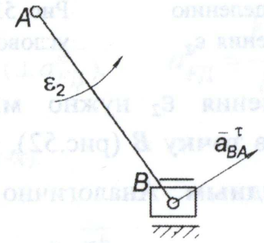


Рис.50. К определению углового ускорения ε_2

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{BA}} = \frac{\mu_a \overline{nв}}{l_{BA}}.$$

Для определения **направления** ε_2 нужно **мысленно перенести** ускорение $\overline{a_{BA}^\tau}$ с плана ускорений в **точку *B*** (рис.50), тогда станет очевидным **направление** её **линейного** ускорения $\overline{a_{BA}^\tau}$ **относительно** точки A и **углового** ускорения ε_2.

Пример 2

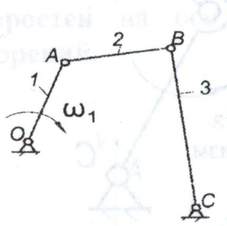
Дано:

ω_1

l_{OA}

l_{AB}

l_{BC}



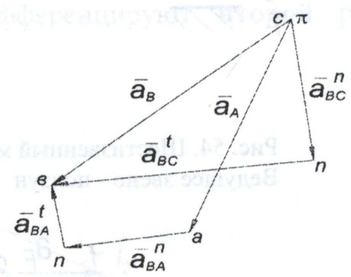


Рис.51. Рычажный механизм и его план ускорений

1. Определим ускорение точки A: $a_A = \omega_1^2 l_{OA}$, $(\overline{a_A} \parallel AO)$.

2. Определим ускорение точки B из двух векторных уравнений:

$$\begin{cases} 2.1\ \overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^\tau}\ (\perp \overline{a_{BA}^n}); & a_{BA}^n = \dfrac{V_{BA}^2}{l_{BA}};\ (\overline{a_{BA}^n} \parallel BA);\ \overline{a_{BA}^n} = \dfrac{a_{BA}^n}{\mu_a}; \\ 2.2\ \overline{a_B} = \overline{a_C} + \overline{a_{BC}^n} + \overline{a_{BC}^\tau}\ (\perp \overline{a_{BC}^n}); & a_{BC}^n = \dfrac{V_{BC}^2}{l_{BC}};\ (\overline{a_{BC}^n} \parallel BC);\ \overline{a_{BC}^n} = \dfrac{a_{BC}^n}{\mu_a}. \end{cases}$$

3. Определим угловое ускорение звена 2 (ε_2):

$$\varepsilon_2 = \frac{a^{\tau}_{BA}}{l_{BA}}.$$

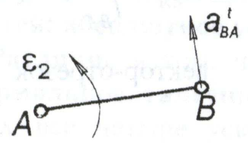


Рис. 52. К определению углового ускорения ε_2

4. Определим угловое ускорение звена 3 (ε_3):

$$\varepsilon_3 = \frac{a^{\tau}_{BC}}{l_{BC}}.$$

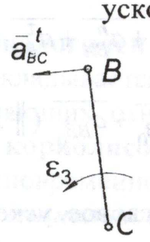


Рис. 53. К определению углового ускорения ε_3

Для определения направления ε_2 нужно **мысленно** перенести **вектор линейного ускорения** $\overline{a^{\tau}_{BA}}$ в **точку *B*** (рис.52), тогда **направление углового ускорения** ε_2 станет **очевидным**. Аналогично определяется угловое ускорение третьего звена ε_3.

Пример 3

Дано:
l_{BC}
l_{AB}
a_A
$l_{BД}$
$l_{ДF}$
V_A

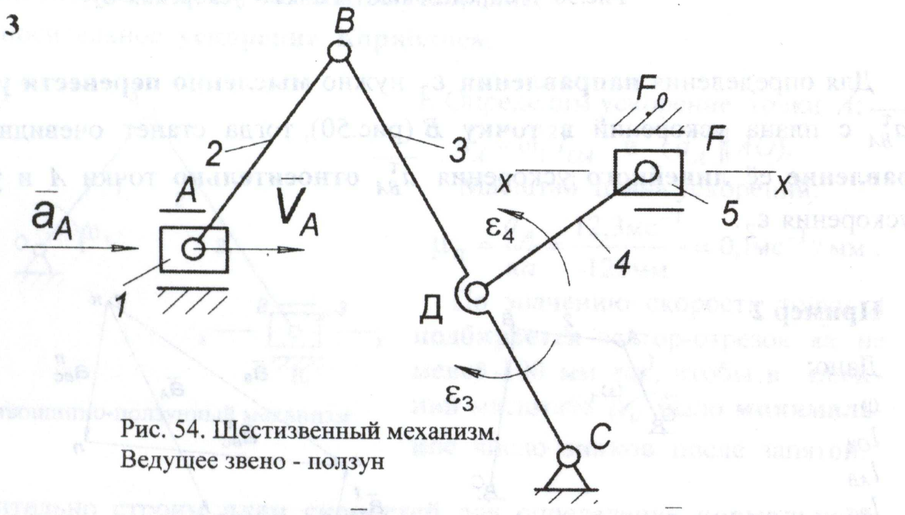


Рис. 54. Шестизвенный механизм. Ведущее звено - ползун

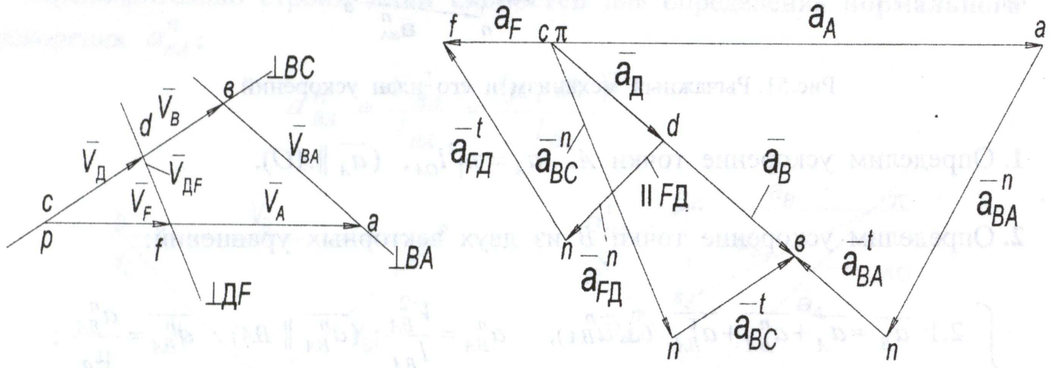


Рис. 55. Планы скоростей и ускорений

1. Ускорение точки *B*:

$$\begin{cases} 1.1\ \overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a^{n}_{BA}} + \overline{a^{\tau}_{BA}}\ (\perp \overline{a^{n}_{BA}}), \quad a^{n}_{BA} = \dfrac{(\mu_V \overline{an})^2}{l_{BA}} \\ 1.2\ \overline{a_B} = \overline{a_C} + \overline{a^{n}_{BC}} + \overline{a^{\tau}_{BC}}\ (\perp \overline{a^{n}_{BC}}), \quad a^{n}_{BC} = \dfrac{(\mu_V \overline{cn})^2}{l_{BC}}. \end{cases}$$

2. Ускорение точки Д:

$$\frac{BД}{BC} = \frac{\overline{вd}}{\overline{вc}}; \quad \overline{вd} = \frac{BД}{BC}\overline{вc}.$$

3. Ускорение точки *F*:

$$\begin{cases} 3.1\ \overline{a_F} = \overline{a_Д} + \overline{a^{n}_{FД}} + \overline{a^{\tau}_{FД}}\ (\perp \overline{a^{n}_{FД}}), \quad a^{n}_{FД} = \dfrac{V^2_{FД}}{l_{FД}} = \dfrac{(\mu_V \overline{dn})^2}{l_{FД}} \\ 3.2\ \overline{a_F} = \overline{a_{F_0}} + \overline{a^{r}_{FF_0}}\ (\parallel x\text{-}x). \end{cases}$$

4. Определим ε_2: $\varepsilon_2 = \dfrac{a^{\tau}_{BC}}{l_{BC}} = \dfrac{\mu_a \overline{nb}}{l_{BC}}$;

5. Определим ε_4: $\varepsilon_4 = \dfrac{a^{\tau}_{FД}}{l_{FД}} = \dfrac{\mu_a \overline{nf}}{l_{FД}}$.

2.3. Аналитический метод

Механизм представляют в виде **замкнутого векторного контура**. Записывают **условие замкнутости** – **сумма** всех **векторов** равна **нулю**. **Проектируя** векторное равенство на оси координат, находят проекции перемещений. Затем **дифференцируют** эти проекции по **времени** – получают **проекции скоростей** на оси, дифференцируют **второй** раз – находят **проекции ускорений**.

Пример

Дано:
l_0,
l_1,
l_2,
$\varphi_1 = \omega_1 t$,
ω_1.

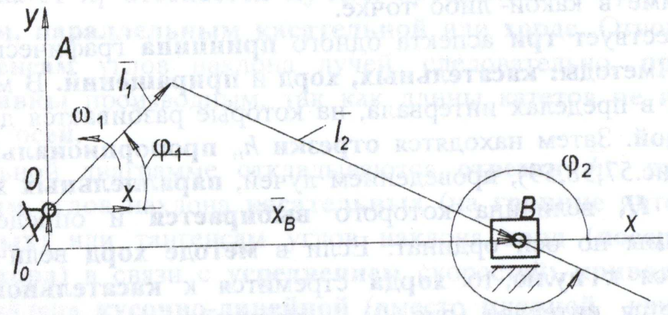


Рис.56. Кривошипно-ползунный механизм

1. Условие замкнутости контура: $\overline{l_0} + \overline{l_1} + \overline{l_2} - \overline{x_B} = 0$; $\overline{l_0} + \overline{l_1} + \overline{l_2} = \overline{x_B}$.

2. Проекции на оси координат:

$$\begin{cases} 2.1\ \ l_0 + l_1 \sin\varphi_1 + l_2 \sin\varphi_2 = 0, \\ 2.2\ \ l_0 + l_1 \cos\varphi_1 + l_2 \cos\varphi_2 = x_B. \end{cases}$$

Из первого уравнения определим φ_2; подставляя φ_2 во второе уравнение, найдем x_B.

3. Дифференцируем уравнения проекций по времени:

$$\begin{cases} 3.1 & l_1 \cos\varphi_1 \dfrac{d\varphi_1}{dt} + l_2 \cos\varphi_2 \dfrac{d\varphi_2}{dt} = 0, \\ 3.2 & -l_1 \sin\varphi_1 \dfrac{d\varphi_1}{dt} - l_2 \sin\varphi_2 \dfrac{d\varphi_2}{dt} = \dfrac{dx_B}{dt}. \end{cases}$$

Из 1-го уравнения находим $\dfrac{d\varphi_2}{dt} = \omega_2$, подставляя ω_2 во 2-е, найдём V_B:

4. Дифференцируем уравнения второй раз:

$$\begin{cases} 4.1 & -l_1 \sin\varphi_1 \left(\dfrac{d\varphi_1}{dt}\right)^2 + l_1 \cos\varphi_1 \dfrac{d^2\varphi_1}{dt^2} - l_2 \sin\varphi_2 \left(\dfrac{d\varphi_2}{dt}\right)^2 + l_2 \cos\varphi_2 \dfrac{d^2\varphi_2}{dt^2} = 0, \\ 4.2 & -l_1 \cos\varphi_1 \left(\dfrac{d\varphi_1}{dt}\right)^2 - l_1 \sin\varphi_1 \dfrac{d^2\varphi_1}{dt^2} - l_2 \cos\varphi_2 \left(\dfrac{d\varphi_2}{dt}\right)^2 - l_2 \sin\varphi_2 \dfrac{d^2\varphi_2}{dt^2} = \dfrac{d^2x_B}{dt^2} = a_B. \end{cases}$$

Здесь: $\left(\dfrac{d\varphi_1}{dt}\right)^2 = {\omega_1}^2$; $\dfrac{d^2\varphi_2}{dt^2} = \varepsilon_2$; $\dfrac{d^2\varphi_1}{dt^2} = \varepsilon_1$; $\dfrac{d^2x_B}{dt^2} = a_B$; $\omega_1 = \text{const}$.

Определяем ε_2 из 1-го уравнения; из 2-го находим a_B после подстановки ε_2.

2.4. Графическое дифференцирование

Графическое дифференцирование основано на **геометрическом смысле производной**, которая **равна тангенсу угла наклона касательной** к диаграмме в какой- либо точке.

Существует **три** аспекта одного **принципа** графического дифференцирования – методы**: касательных, хорд** и **приращений.** В методе хорд **участок кривой** в пределах интервала, на которые разбивается диаграмма, заменяется **хордой**. Затем находятся **отрезки** h_i, **пропорциональные углам** наклона хорд (рис.57,58,59), проведением лучей, **параллельных хордам,** через конец отрезка ***H***, величина которого **выбирается** и определяет **вытягивание** диаграммы по оси ординат. Если в **методе хорд** величина **интервала** $\overline{\Delta t}$ стремится к **нулю**, то **хорда** стремится к **касательной** в точке, к которой стягивается интервал (рис.60), – получается **метод касательных**. Если величину интервала $\overline{\Delta t}$ взять равной полюсному расстоянию *H*, то получается метод **приращений,** которые можно **взять** с **диаграммы**.

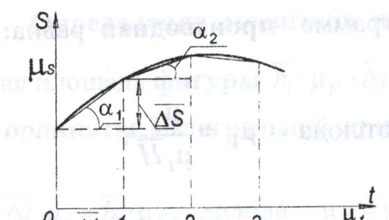


Рис.57. Графическое дифференцирование методом хорд

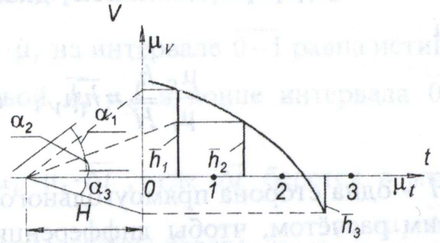


Рис.58. Дифференциальная кривая

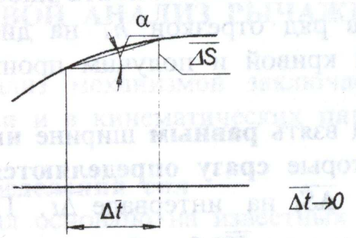


Рис.59. К графическому дифференцированию методом хорд и приращений

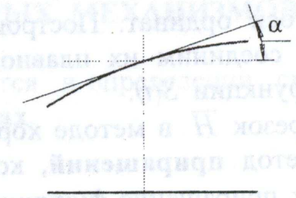


Рис.60. К графическому дифференцированию методом касательных

Исходную функцию (рис.57.) разбивают на ряд одинаковых интервалов $\overline{\Delta t}$ (можно произвольных). Затем определяют **производную** как **отношение** $\dfrac{\overline{\Delta S}}{\overline{\Delta t}} = \text{tg}\alpha$ (на **интервале** в методе **приращений**) или $\text{tg}\alpha_1 = \dfrac{\overline{h_1}}{\overline{H}}$ как **отношение сторон** прямоугольного треугольника, построенного прямо на осях координат в методах **хорд** и **касательных**. **Одним катетом** $\overline{H}$ треугольника **задаются,** а второй катет h_i **отсекается лучом,** проведённым через конец отрезка $\overline{H}$ под **углом, параллельным касательной** или **хорде.** Отношения катетов равны **тангенсам** углов наклона лучей, следовательно, **пропорциональны,** но **не равны** производным, так как длины катетов **не истинные,** а в **масштабах осей.**

На дифференциальной диаграмме откладываются **отрезки** $\overline{h_i}$, пропорциональные **тангенсам** углов наклона **касательных** (на **границе** интервала в методе **касательных**) или тангенсам углов наклона **хорд** (**посередине** интервала в методе **хорд**) в связи с **усреднением** скоростей**: криволинейная** функция представлена **кусочно-линейной** (вместо **плавной** кривой – **ломаная** линия из **прямых** участков).

Ордината h_i, умноженная на масштаб **дифференциальной** диаграммы μ_V, есть производная в этой точке. Задача – определить **масштаб** дифференциальной кривой. На **исходной** кривой **производная** на интервале $\overline{0-1}$ равна:

$$V_1 = \frac{\overline{\Delta S}}{\Delta t} \cdot \frac{\mu_S}{\mu_t} = \frac{\mu_S}{\mu_t} \text{tg}\,\alpha_1, \quad \text{где} \quad \text{tg}\alpha_1 = \frac{\overline{h_1}}{H}.$$

На **дифференциальной** диаграмме **производная** равна: $V_1 = \overline{h_1}\mu_V$, тогда

$$\frac{\mu_S}{\mu_t}\frac{\overline{h_1}}{\overline{H}} = \overline{h_1}\mu_V, \quad \text{отсюда} \quad \mu_V = \frac{\mu_S}{\mu_t \overline{H}},$$

где $\overline{H}$ - одна сторона прямоугольного треугольника, выбранная **произвольно** с таким расчётом, чтобы дифференциальная кривая обеспечивала заданную точность (**максимальная ордината** должна быть **не менее 100 мм**). С помощью отрезка $\overline{H}$ можно, изменяя его, **вытягивать** либо **сжимать** диаграмму по оси ординат. Построив ряд отрезков $\overline{h_i}$ на дифференциальной диаграмме, соединим их плавной кривой и получим производную *V(t)* от исходной функции *S(t)*.

Если отрезок $\overline{H}$ в методе хорд взять **равным** ширине **интервала** $\overline{\Delta t}$, то получим метод **приращений**, которые **сразу определяются** на исходной кривой как приращение функции $\overline{\Delta S_i}$ на интервале $\overline{\Delta t}$. При определении масштаба в этом случае вместо отрезка $\overline{H}$ будет интервал $\overline{\Delta t}$.

Если величину интервала **уменьшить** до **нуля**, получим метод **касательных**. В этом случае ординаты $\overline{h_i}$ откладываются на **границах** интервалов, соответствующих **точкам касания**.

2.5. Графическое интегрирование

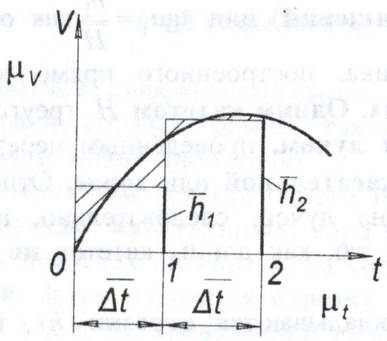


Рис.61. Графическое интегрирование

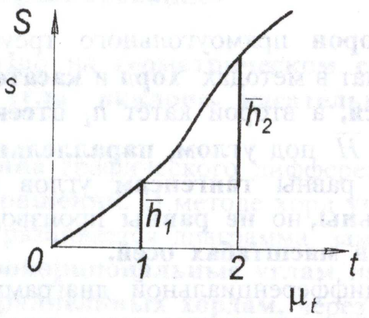


Рис.62. Интегральная кривая

Исходная кривая разбивается на ряд **равных интервалов** $\overline{\Delta t}$. В пределах каждого интервала **площадь криволинейной трапеции** заменяется площадью **равновеликого прямоугольника.** По **определению** интеграл на любом интервале равен площади **фигуры,** ограниченной **осью** абсцисс, **графиком** функции и **границами** интервала. На интегральной кривой в **конце** каждого интервала откладываются **ординаты пропорциональные площади** соответствующего **прямоугольника.** Соединение концов ординат даст саму интегральную кривую.

Определение масштаба интегральной кривой μ_S

Истинная площадь **фигуры** $\overline{h_1}\cdot\mu_V\cdot\overline{\Delta t}\cdot\mu_t$ на интервале $\overline{0-1}$ равна истинному значению **ординаты** интегральной кривой $\overline{h_1}\cdot\mu_S$ в конце интервала $\overline{0-1}$:

$\overline{h_1}\cdot\mu_V\cdot\overline{\Delta t}\cdot\mu_t = \overline{h_1}\cdot\mu_S$, отсюда $\mu_S = \mu_V\cdot\mu_t\cdot\overline{\Delta t}$, где $\overline{\Delta t}$ берется в мм.

При **изменении** отрезка $\overline{h_i}$ в ***K* раз** масштаб равен: $\mu_S = \frac{\mu_V\cdot\mu_t\cdot\overline{\Delta t}}{K}$.

Глава 3. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Силовой анализ механизмов заключается в определении сил, действующих на **звенья** и в кинематических **парах**.

Методы определения сил

Определение сил основано на известных методах теоретической механики.

3. Теоремы статики ($\overline{R}=0$; $\overline{M}=0$). В условиях равновесия **главный вектор** и **главный момент** системы равны **нулю.**

Главный вектор – геометрическая **сумма векторов** всех **сил** системы.

Главный момент – сумма **моментов** всех сил относительно произвольной оси или точки.

2. Принцип возможных перемещений: $\sum \delta A_i = 0$.

Сумма **элементарных работ** всех внешних нагрузок (**сил** и **моментов**), приложенных к уравновешенной системе на возможных перемещениях системы, равна нулю.

3. Принцип Даламбера ($F - ma = 0$). Принцип получается из **2**-го **закона** Ньютона ($F = ma$) **перенесением** правой **части уравнения** в **левую.**

Если к системе, движущейся под действием внешних сил, **добавить инерционные** нагрузки **(силы инерции** и **моменты сил инерции),** которые на самом деле действуют на элементы, создающие ускорение системы, то будет получено **условное силовое равновесие,** следовательно, можно применить **теоремы статики.** Принцип Даламбера позволяет привести **подвижную неравновесную** систему к **условной равновесной.**

Пример

Дано:
$l_{OA}, l_{AB}, F_{\text{п.с.}}$
ω_1, J_2, m_2, m_3
Определить реакции в кинематических парах.

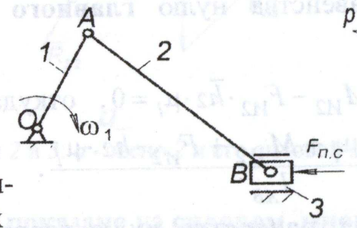


Рис.63. Кривошипно – ползунный механизм

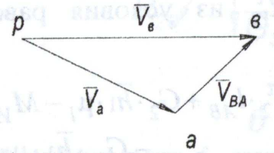


Рис.64. План скоростей

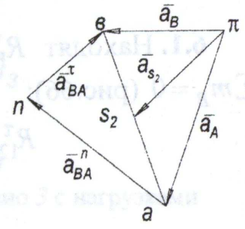


Рис.65. План ускорений

3.1. Последовательность силового анализа

1. Механизм **разбивают** на **структурные группы** и ведущее звено.

2. Анализ начинают с самой **удаленной группы.**

3. Расставляют все **реальные внешние нагрузки** (силы и моменты), действующие на группу.

4. В местах отсоединения звеньев действия **отброшенных элементов** (звеньев) **заменяют силами.** Если направление силы не известно, то её отыскивают по **двум составляющим:** одну направляют **вдоль** звена (**нормальная** составляющая), а вторую – **перпендикулярно** звену (**тангенциальная** составляющая).

5. Добавляют **фиктивные нагрузки** (силы **инерции** и **моменты сил инерции**), чтобы использовать **принцип Даламбера**. После этого группа оказывается в **условном** силовом равновесии.

5.1. Определяют **силы инерции.** Ускорения, необходимые для определения сил инерции и моментов сил инерции, находятся по **плану** ускорений (рис. **65**).

$\overline{F_{И2}} = -m_2\overline{a_{S2}}$; $a_{S2} = \mu_a \overline{\pi s_2}$, $\overline{F_{И3}} = -m_3\overline{a_B}$; $a_B = \mu_a \overline{\pi b}$,

где a_{S2} – ускорение центра масс звена 2.

5.2. Определяют **моменты сил инерции** (в примере один момент $M_{И2}$):

$M_{И2} = -J_2\overline{\varepsilon_2}$, где J_2 - момент инерции массы звена 2.

$J_2 = 2\int_0^{\frac{l}{2}} x^2 dm$; $dm = dx \cdot m_1$, где m_1 - масса единицы длины: $m_1 = \frac{m_2}{l_2}$;

$J_2 = \frac{m_2 l_2^2}{12}$, если центр масс находится в середине звена, а масса распределена равномерно по длине звена.

5.2.1. Определяют ε_2 по плану ускорений (рис.65): $\varepsilon_2 = \frac{a^{\tau}_{BA}}{l_{BA}} = \frac{\mu_a \overline{пв}}{l_{BA}}$.

6. Для определения **неизвестных** используют **теоремы статики.**

6.1. Находят R^{τ}_{12} из условия равенства нулю **главного момента** $\sum m_B = 0$ (рис.66):

$$R^{\tau}_{12} \cdot l_{AB} + G_2 \cdot \bar{h}_1 \cdot \mu_l - M_{И2} - F_{И2} \cdot \bar{h}_2 \cdot \mu_l = 0, \text{ откуда}$$

$$R^{\tau}_{12} = \frac{-G_2 \cdot \bar{h}_1 \cdot \mu_l + M_{И2} + F_{И2} \cdot \bar{h}_2 \cdot \mu_l}{l_{AB}}.$$

6.2. Находят R^{n}_{12} и R_{03} из условия **равенства нулю главного вектора** ($\overline{R} = 0$) – **векторный** силовой **многоугольник** должен быть **замкнут.**

Силовой многоугольник строят, **начиная** с вектора R^{τ}_{12}, для **группы звеньев** *2* и *3*. **Замыкание** многоугольника осуществляется на основании известных **направлений** сил: силы R^{n}_{12}, **перпендикулярной** R^{τ}_{12}, и R_{03}, **перпендикулярной** траектории движения

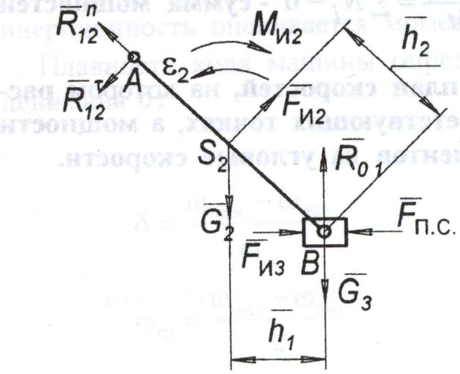


Рис.66. Группа нулевой подвижности со всеми приложенными нагрузками

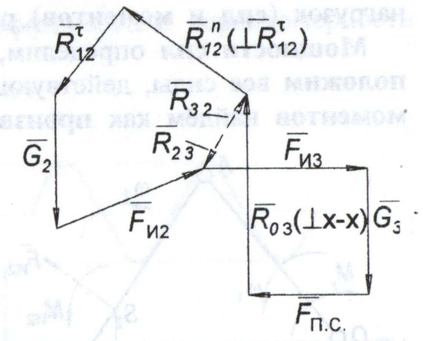
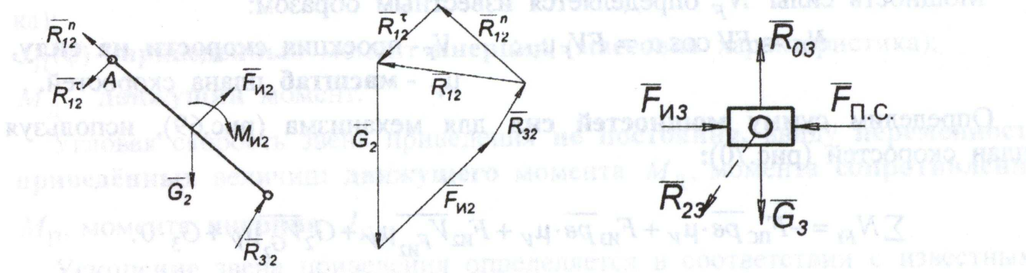


Рис.67. Силовой многоугольник для группы звеньев *2,3*

6.3. Определим силу взаимодействия в шарнире B (R_{23} или R_{32}). Рассмотрим силовой **многоугольник** для **звена** *2* (рис.68,*а*). Здесь одна неизвестная R_{32}, которая может быть найдена как **замыкающий вектор** силового многоугольника. На рис.67 такой силовой **многоугольник** уже **есть:** $\overline{R^n_{12}}$, $\overline{R^{\tau}_{12}}$, $\overline{G_2}$, $\overline{F_{И2}}$; остаётся лишь замкнуть его вектором $\overline{R_{32}}$, Можно рассмотреть силовой **многоугольник** для **звена** *3* и получить силу $\overline{R_{23}}$ (рис.68,*б*), но такой **многоугольник** также **есть** на рис. 67: $\overline{F_{И3}}$, $\overline{G_3}$, $\overline{F_{ПС}}$, $\overline{R_{03}}$; остаётся замкнуть его вектором $\overline{R_{23}}$. Очевидно, что силы R_{23} и R_{32} получились **равными** и **противоположно направленными,** что соответствует **3**-му закону Ньютона и подтверждает правильность определения реакций в шарнире В.



а *б*

Рис. 68. Звенья *2* и *3*: *а* - звено *2* и его силовой многоугольник, *б* - звено *3* с нагрузками

Всё это **уже показано на силовом многоугольнике** для группы звеньев *2,3* (рис. 67), поэтому в рис.68,*а* и рис.68,*б* нет необходимости.

3.2. Проверочный метод

Определение уравновешивающего момента из **принципа возможных перемещений:** $\sum \delta A_i = 0$. Чтобы **не** использовать **бесконечно малые** величины, разделим равенство на δt: $\frac{\sum \delta A_i}{\delta t} = \sum N_i = 0$ - **сумма мощностей** нагрузок (**сил** и **моментов**) равна **нулю.**

Мощности сил определим, используя **план скоростей,** на котором **расположим** все силы, действующие в **соответствующих точках**, а **мощности моментов** найдём как **произведения моментов** на **угловые скорости.**

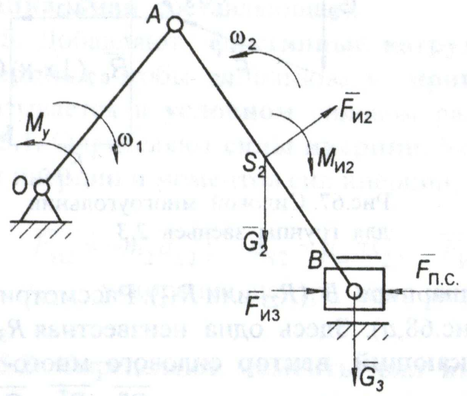


Рис.69. Кривошипно-ползунный механизм. К проверке уравновешивающего момента методом возможных перемещений

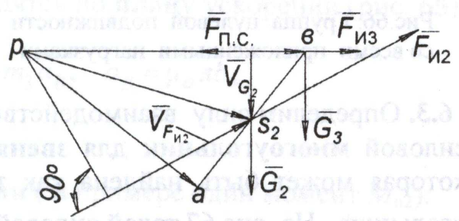


Рис.70. План скоростей и силы, приложенные в соответствующих механизму точках

$$\sum N_i = 0 = \sum N_{Fi} + \sum N_{Mi},$$

где $\sum N_{Fi}$ - сумма мощностей **сил,**

$\sum N_{Mi}$ - сумма мощностей **моментов.**

Мощность силы N_F определяется известным образом:

$N_F = FV\cos\alpha = FV_F\mu_V$; V_F - **проекция скорости на силу,** μ_V - **масштаб** плана скоростей.

Определим сумму **мощностей сил** для механизма (рис.69), используя план скоростей (рис.70):

$$\sum N_{Fi} = -F_{пс}\overline{pв}\cdot\mu_V + F_{из}\overline{pв}\cdot\mu_V + F_{и2}\overline{V_{F_{и2}}}\mu_V + G_2\overline{V_{G_2}}\mu_V + G_3\cdot 0.$$

Определим сумму **мощностей моментов:** $\sum N_{M_i} = -M_y\omega_1 - M_{и2}\omega_2$.

$$\sum N_{Fi} + \sum N_{Mi} = 0, \text{ отсюда } M_y = \frac{\sum N_{Fi} - M_{и2}\omega_2}{\omega_1}.$$

Глава 4. РАСЧЁТ МАХОВИКА

Маховик в машине является **накопителем** кинетической энергии. Он устанавливается на **вращающееся** звено, имеет форму **диска** или **кольца**; его инерционность оценивается моментом инерции $J_М$.

Плавность хода машины определяется коэффициентом неравномерности движения δ:

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{ср}},$$

$$\omega_{ср} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}.$$

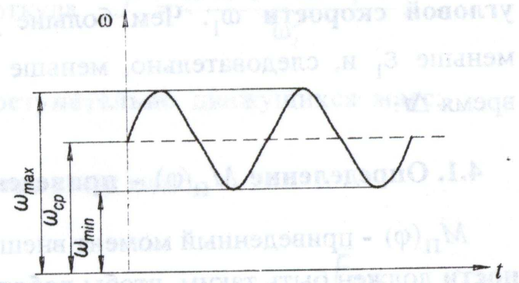


Рис.71. К определению коэффициента неравномерности движения

Для упрощения расчетов используется **динамическая** модель механизма – это одно из звеньев механизма, которому **приведены** все **нагрузки,** приложенные к механизму, и все **массовые** характеристики звеньев. Как правило, это **ведущее звено,**которое совершает **непрерывное** вращательное движение в одном направлении – **звено приведения.**

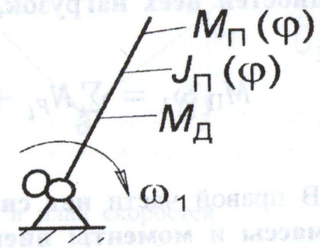


Рис.72. Динамическая модель

На рис.72 обозначено:

$M_П(\varphi)$ - **приведенный** момент **внешних** нагрузок (**силовая** характеристика);

$J_П(\varphi)$ - **приведенный** момент **инерции** (**массовая** характеристика);

$M_Д$ - **движущий** момент.

Угловая скорость звена приведения **не постоянна,** ввиду **переменности приведённых** величин: **движущего** момента $M_Д$, момента **сопротивлений** $M_П$, момента **инерции** $J_П$.

Ускорение звена приведения определяется в соответствии с известным выражением:

$$\varepsilon_1 = \frac{M_Д + M_П}{J_П} = \frac{M_Д + M_П}{J_{П_1} + J_{П_2}}$$

где $J_{П_1}$ – **постоянная** составляющая приведенного **момента инерции** (звенья: маховик, звено приведения, муфты, зубчатые колеса редуктора и т.п.);

$J_{П_2}$ – **переменная** составляющая приведенного **момента инерции** (звенья: ползун, шатун, кулиса и т.п.).

С наличием и изменением **ускорения** происходит изменение **угловой скорости** звена приведения.

Переменная составляющая $(J_{П_2})$ вызывает **изменение ускорения** ε_1 звена приведения, а **постоянная** составляющая $(J_{П_1})$ вызывает **уменьшение колебаний** углового **ускорения** ε_1, тем самым **уменьшение колебаний угловой скорости** ω_1. Чем больше $J_{П_1}$ при прочих равных условиях, тем меньше ε_1 и, следовательно, меньше изменение угловой скорости ω_1 за время Δt.

4.1. Определение $M_П(\varphi)$ - приведенного момента внешних нагрузок

$M_П(\varphi)$ - приведенный момент внешних нагрузок по условию **эквивалентности** должен быть таким, чтобы **работа** этого **момента** на бесконечно **малом перемещении** звена приведения равнялась **сумме работ всех нагрузок,** приложенных к механизму, или **мощность** этого **момента** равнялась **сумме мощностей всех нагрузок,** приложенных к механизму.

$$M_П\,\omega_1 = \sum N_{F_i} + \sum N_{M_i} \quad \text{отсюда} \quad M_П = \frac{\sum N_{F_i} + \sum N_{M_i}}{\omega_1}.$$

В правой части **нет сил инерции** и **моментов сил инерции,** так как все **массы** и **моменты инерции** масс **приведены** к звену *1* в виде $J_П(\varphi)$.

Сумма **мощностей сил** определяется с использованием **плана скоростей (рис.70),** а суммы **мощностей моментов** в нашем случае **нет** ввиду **отсутствия внешних моментов.** По **12** точкам строим диаграмму $M_П(\varphi)$.

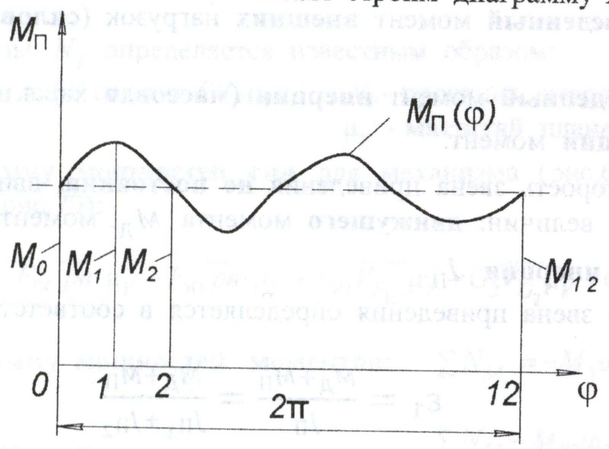


Рис.73. Диаграмма приведенного момента внешних нагрузок $M_П(\varphi)$

4.2. Определение $J_П(\varphi)$ - приведенного момента инерции

$J_П(\varphi)$ определяется из условия **эквивалентности** динамической **модели** и **всего механизма:** кинетическая **энергия звена приведения** должна равняться **сумме кинетических энергий всех звеньев** механизма:

$$J_П \cdot \frac{\omega_1^2}{2} = \sum \frac{m_i V_i^2}{2} + \sum \frac{J_i \omega_i^2}{2}, \quad \text{откуда} \quad J_П = \frac{\sum m_i V_i^2 + \sum J_i \omega_i^2}{\omega_i^2},$$

где $\sum \frac{m_i V_i^2}{2}$ - кинетическая энергия **поступательно** движущихся **масс;**

$\sum \frac{J_i \omega_i^2}{2}$ - кинетическая энергия **вращающихся масс.**

Пример

Дано:

$J_1, m_2, m_3, J_2, F_{ПС}$,

$\omega_1 = \omega_{ср}$

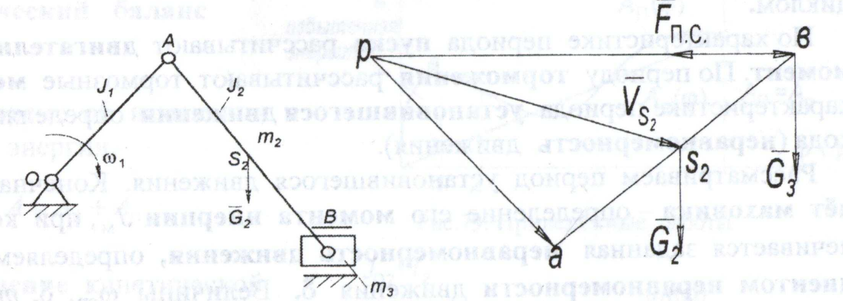


Рис.74. Схема механизма и план скоростей

Определим $\sum \frac{m_i V_i^2}{2}$: $\quad \sum \frac{m_i V_i^2}{2} = \frac{m_2 V_{S2}^2}{2} + \frac{m_3 V_B^2}{2}$.

Определим $\sum \frac{J_i \cdot \omega_i^2}{2}$: $\quad \sum \frac{J_i \cdot \omega_i^2}{2} = \sum \frac{J_1 \cdot \omega_1^2}{2} + \sum \frac{J_2 \cdot \omega_2^2}{2}$.

Найдём 12 значений $J_П(\varphi)$ и построим его диаграмму (рис.75).

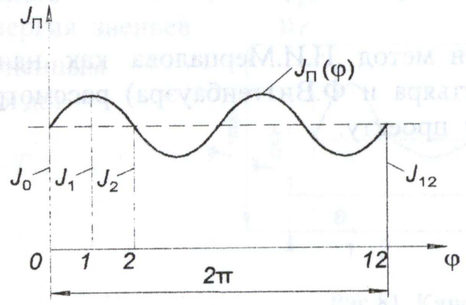


Рис.75. Диаграмма приведённого момента инерции $J_П(\varphi)$

Различают **3 периода** движения механизма:

1 – **пуск**,
2 – **установившееся движение**,
3 – **торможение**.

T – кинетическая энергия механизма.

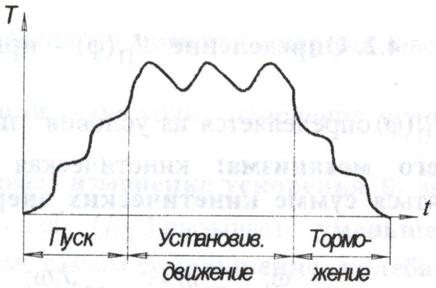


Рис.76. Три периода движения

Период **пуска** – кинетическая **энергия возрастает** с каждым **циклом.** Период **установившегося движения** характерен тем, что в **начале** и **конце цикла – одинаковые значения энергии.**

Период **торможения** – **уменьшение** кинетической **энергии** с каждым циклом.

По характеристике периода **пуска** рассчитывают **двигатели** на пусковой **момент**. По периоду **торможения** рассчитывают тормозные **механизмы**. По характеристике периода **установившегося движения** определяют плавность хода (**неравномерность** движения).

Рассматриваем период установившегося движения. Конечная цель – **расчёт маховика** – определение его **момента инерции** $J_м$, при котором обеспечивается заданная **неравномерность движения,** определяемая **коэффициентом неравномерности** движения **δ.** Величины $\omega_{ср}$, δ, m_i, J_i, $F_{ПС}$ – заданы.

Момент инерции маховика связан с этими величинами известной зависимостью:

$$J_м = \frac{\Delta T_м}{\delta \cdot \omega_{ср}^2},$$

где $\Delta T_м$ – **размах** кинетической **энергии** маховика (рис.77),
δ – **коэффициент неравномерности** движения (даётся в задании),
$\omega_{ср}$ – **средняя** угловая **скорость** звена приведения (даётся в задании).

Далее будет изложен метод Н.И.Мерцалова как наиболее простой. Два других метода (Е.М.Гутьяра и Ф.Виттенбауэра) рассмотрены в методических указаниях к курсовому проекту.

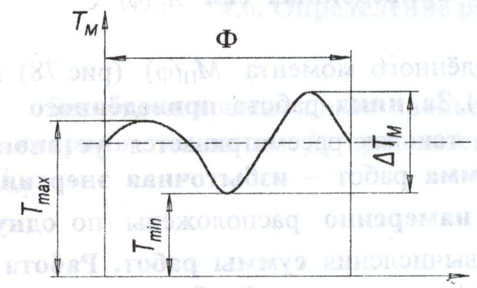


Рис.77. Кинетическая энергия маховика

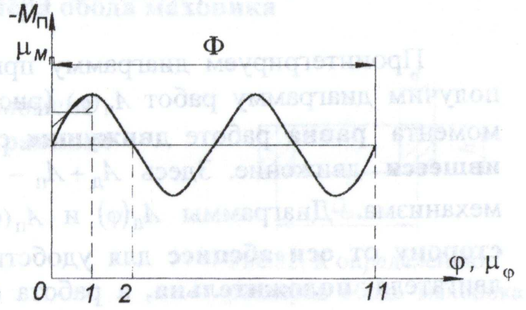


Рис.78. Приведенный момент $M_п$

4.3. Энергетический баланс в машине

Согласно теореме об изменении кинетической энергии,

$$\Delta T = \sum A = A_Д + A_П,$$

где ΔT - **изменение** кинетической **энергии звеньев** механизма,
$A_Д$ - **работа** двигателя,
$A_П$ - **работа** приведенных **сил,**
Изменение кинетической **энергии** разделим на **две** части:

$$\Delta T = T_1 + T_2,$$

где T_1 - кинетическая энергия звеньев с **постоянным** приведённым моментом инерции;
T_2 - кинетическая энергия звеньев с **переменным** приведенным моментом инерции, тогда:

$$T_1 = A_Д + A_П - T_2.$$

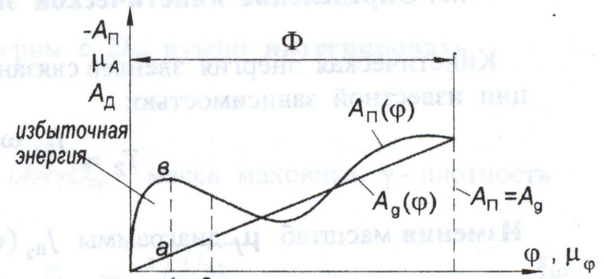


Рис.79. Приведённые работы

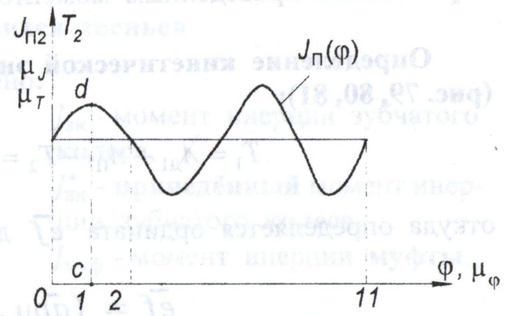


Рис. 80. Приведённый момент инерции и кинетическая энергия звеьев

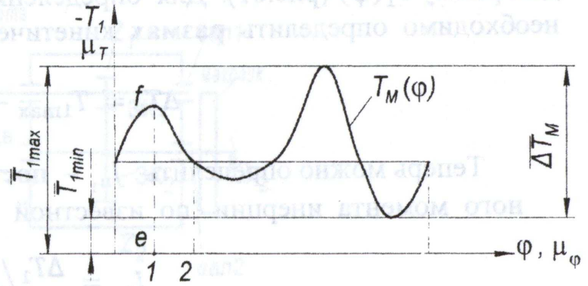


Рис.81. Кинетическая энергия маховика

4.4. Определение работы приведённых сил $A_{\text{п}}(\varphi)$

Проинтегрируем диаграмму приведённого момента $M_{\text{П}}(\varphi)$ (рис.78) и получим диаграмму работ $A_{\text{п}}(\varphi)$ (рис.79). **За цикл** работа **приведённого** момента **равна** работе **движущих** сил, так как рассматривается **установившееся** движение. Здесь $A_{\text{д}} + A_{\text{п}}$ – **сумма** работ – **избыточная энергия** механизма. Диаграммы $A_{\text{д}}(\varphi)$ и $A_{\text{п}}(\varphi)$ **намеренно** расположены по **одну сторону** от **оси абсцисс** для удобства вычисления **суммы работ. Работа** двигателя **положительна,** а работа сил **сопротивлений** обычно **отрицательна,** поэтому **разность ординат** диаграмм является **суммой работ.**

4.5. Определение кинетической энергии звеньев механизма T_2

Кинетическая энергия звеньев связана с приведённым моментом инерции известной зависимостью:

$$T_2 = J_{\text{п}_2}\,\omega_1^2 \Big/ 2$$

Изменив масштаб μ_J диаграммы $J_{\text{п}_2}(\varphi)$ на μ_T, который отличается на $\frac{\omega_1^2}{2}$, получим диаграмму кинетической **энергии звеньев** $T_2(\varphi)$ механизма с **переменным** приведённым моментом инерции.

Определение кинетической энергии T_1 (на примере положения 1 (рис. 79, 80, 81):

$$T_1 = A_{\text{Д1}} + A_{\text{П1}} - T_2 = -\overline{ав}\mu_a - \overline{cd}\mu_{T2} = -\overline{ef}\,\mu_{T1},$$

откуда определяется ордината $\overline{ef}$ для построения диаграммы $T_1(\varphi)$:

$$\overline{ef} = (\overline{ab}\mu_a + \overline{cd}\mu_{T_2})/\mu_{T_1}.$$

Выполнив вычисления для всех 12 положений механизма, построим диаграмму $T_1(\varphi)$ (рис.81). Для определения момента инерции маховика $J_{\text{м}}$ необходимо определить **размах** кинетической энергии ΔT_1**:**

$$\Delta T_1 = T_{1\max} - T_{1\min}.$$

Теперь можно определить $J_{\text{п}_1}$ – **постоянную** составляющую приведённого момента инерции по известной зависимости:

$$J_{\text{п}_1} = \Delta T_1 \Big/ \delta\omega_{\text{ср}}^2 .$$

4.6. Определение размера обода маховика

Без учета вращающихся **звеньев** момент **инерции** маховика $J_{\text{м}}$ принимаем **равным** $J_{\text{п}_1}$.

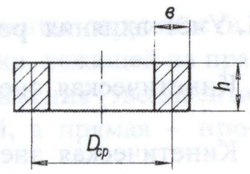


Рис.82. К определению размеров обода маховика

Если определяется $D_{\text{ср}}$, то b и h – задаются. Они должны быть много **меньше** $D_{\text{ср}}$, так как в приближённом способе определения используется формула для **точечной массы.**

В случае, если размер b соизмерим с $D_{\text{ср}}$, нужно **интегрировать.** Приближенно $J_{\text{п}_1}$ равен:

$J_{\text{п1}} = m\left(\frac{D_{\text{ср}}}{2}\right)^2 = m\frac{D_{\text{ср}}^2}{4}$, где $m = bh\pi\gamma D_{\text{ср}}$ – масса маховика, γ - плотность материала,

тогда $J_{\text{п1}} = \frac{bh\pi\gamma D_{\text{ср}}^3}{4}$, откуда $D_{\text{ср}} = \sqrt[3]{\frac{4J_{\text{п1}}}{bh\pi\gamma}}$.

4.7. Учет вращающихся звеньев

На рис.83 и далее в тексте обозначено:

z_1 – число зубьев зубчатого колеса 1,

z_2 – число зубьев зубчатого колеса 2,

$J_{\text{р}}$ – момент инерции **ротора** двигателя,

$J_{\text{р}}^*$ – **приведённый** момент инерции **ротора** двигателя.

$J_{\text{зк}}$ - момент инерции зубчатого **колеса,**

$J_{\text{зк}}^*$ - **приведённый** момент инерции зубчатого **колеса,**

$J_{\text{муф}}$ - момент инерции **муфты,**

$J_{\text{муф}}^*$ - **приведённый** момент инерции **муфты.**

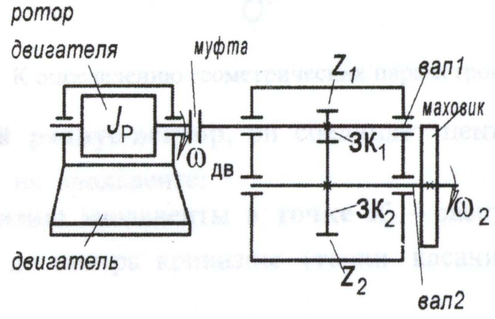


Рис.83. К учёту вращающихся звеньев

Условие **эквивалентности** при учёте вращающихся звеньев – **равенство кинетических энергий** на **своём месте** и на **месте** звена **приведения.**

1. Учёт влияния **ротора** двигателя $J_Р$.

Кинетическая энергия ротора **на своем месте:** $T_Р = \frac{J_Р\,\omega_{дв}^2}{2}$.

Кинетическая энергия ротора **на месте приведения:** $T_Р = \frac{J_Р^*\,\omega_2^2}{2}$,

где $J_Р^*$ – **приведенный** момент инерции **эквивалентного** ротора, установленного на **месте маховика**.

Условие **эквивалентности – равенство** кинетических **энергий:**

$$T_Р = \frac{J_Р\,\omega_{дв}^2}{2} = \frac{J_Р^*\,\omega_2^2}{2}, \quad \text{откуда} \quad J_Р^* = J_Р\frac{\omega_{дв}^2}{\omega_2^2}.$$

2. Учёт **зубчатого** колеса **1** ($ЗК_1$). По аналогии с вышеизложенным найдём:

$$\frac{J_{ЗК_1}\,\omega_1^2}{2} = \frac{J_{ЗК_1}^*\,\omega_2^2}{2}, \quad \text{откуда} \quad J_{ЗК_1}^* = J_{ЗК_1}\frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}.$$

3. Учёт **муфты**. Приведённый момент инерции муфты равен:

$$J_{муф}^* = J_{муф}\frac{\omega_{дв}^2}{\omega_2^2}.$$

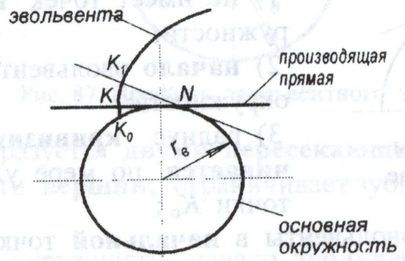
4. Учёт **зубчатого** колеса **2** ($ЗК_2$): $J_{зк_2}^* = J_{зк_2}$, так как зубчатое колесо 2 находится на одном валу с маховиком.

Для определения момента инерции маховика $J_м$ необходимо **вычесть** из $J_{п_1}$ все полученные **значения эквивалентных величин:**

$$J_м = J_{п_1} - J_р^* - J_{зк_1}^* - J_{муф}^* - J_{зк_2}^*.$$

Глава 5. ТЕОРИЯ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Эвольвентное зацепление основано на свойстве эвольвенты окружности. **Эвольвента** – кривая, которая образуется траекторией точки, лежащей на прямой, когда прямая перекатывается по окружности без скольжения (эвольвента окружности). Окружность при этом называется **основной,** а прямая – **производящей.**



$r_в$ – радиус основной окружности.

Рис. 84. Образование эвольвенты

5.1. Геометрические параметры эвольвенты

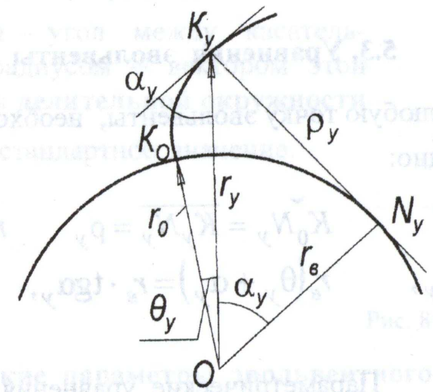


Рис. 85. К определению геометрических параметров эвольвенты

Здесь r_y - **текущий радиус-вектор**, он соединяет центр окружности с произвольной точкой на эвольвенте;

ρ_y - **радиус кривизны** эвольвенты в **точке** K_y – расстояние от любой точки на эвольвенте до центра кривизны (точки касания образующей с окружностью);

N_y - **центр кривизны** эвольвенты в точке K_y ;

α_y - **профильный угол** эвольвенты в точке K_y – угол между текущим радиус-вектором и касательной к эвольвенте в точке K_y. В расчетах используют **равный** ему **центральный угол** α_y;

θ_y – **эвольвентный** угол – угол между начальным и текущим радиусами.

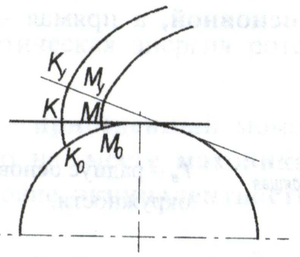


Рис. 86. Две эвольвенты – эквидистантные кривые

5.2. Свойства эвольвенты

1) **не** имеет точек **внутри основной** окружности;

2) **начало** эвольвенты лежит на **основной** окружности;

3) радиус **кривизны** эвольвенты **увеличивается** по мере удаления точки K_y от точки K_0;

4) радиус **кривизны** эвольвенты в **начальной** точке равен **нулю**;

5) при бесконечном удалении точки эвольвенты от начальной, радиус **кривизны** увеличится до **бесконечности**, а эвольвента вырождается в **прямую**;

6) две эвольвенты – **эквидистантные** кривые, **расстояние** между ними по общей нормали **постоянное**:

$$K_0M_0 = \overline{KM} = \overline{K_yM_y}.$$

5.3. Уравнения эвольвенты

Чтобы получить любую точку эвольвенты, необходимо знать r_y и θ_y. Из рис.85 очевидно:

$$\overset{\smile}{K_0N_y} = \overline{K_yN_y} = \rho_y \qquad r_y = \frac{r_в}{\cos\alpha_y};$$

$$\begin{cases} \theta_y = \operatorname{tg}\alpha_y - \alpha_y, & r_в(\theta_y + \alpha_y) = r_в \cdot \operatorname{tg}\alpha_y, \\ r_y = \dfrac{r_в}{\cos\alpha_y}. \end{cases}$$

Параметрические уравнения эвольвенты,

где θ_y – **эвольвентный** угол;

$\theta_y = (\operatorname{tg}\alpha_y - \alpha_y)$ – **инволюта** α_y, (**эвольвентная функция** профильного угла);

θ_y – определяется по таблицам эвольвентных функций в зависимости от α_y, например:

если $\alpha_y = \alpha = 20°$, то $\theta = \operatorname{tg}\alpha - \alpha = 0{,}014904$;

$\operatorname{tg}20° = 0{,}36397$; $\alpha = 20^0 = \pi/9 = 0{,}3491$.

5.4. Образование профиля эвольвентного зуба

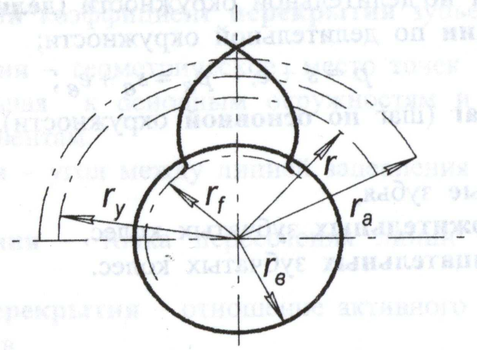


Рис. 87. Профиль эвольвентного зуба

Профиль зуба образуется **двумя пересекающимися эвольвентами:**

r_a - радиус окружности **вершин;** ограничивает зубья по высоте, заострение зуба не допускается;

$r_в$ - радиус **основной** окружности, начало **эвольвентной** части зуба;

r - радиус **делительной** окружности. Делительная окружность пересекает профиль зуба в точке, для которой **профильный** угол равен **стандартному** значнию **- 20°;**

r_f - радиус **впадин** зубьев; ограничивает зубья со стороны зубчатого колеса;

r_y - радиус **произвольной** окружности;

α – **профильный** угол – угол между касательной к эвольвенте и радиусом – вектором этой точки эвольвенты. Для **делительной окружности** $r = \frac{mz}{2}$, где $\alpha = 20°$ – стандартное значение.

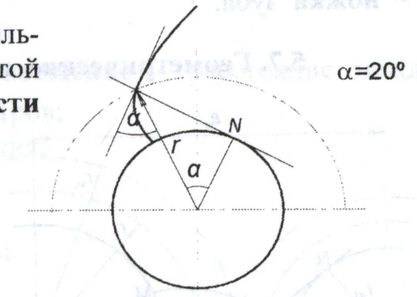


Рис. 88. Профильный угол α

5.5. Геометрические параметры эвольвентного зубчатого колеса

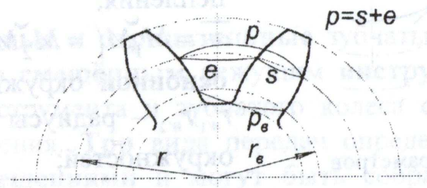


Рис. 89. К определению геометрических параметров эвольвентного зубчатого колеса

Здесь p – **шаг** зубьев по **делительной** окружности (**делительный шаг**);
s – **толщина зуба** по делительной окружности (**делительная** толщина);
e – **ширина впадин** по делительной окружности;

$$p = s + e, \quad p_в = s_в + e_в;$$

$p_в$ – **основной шаг** (шаг **по основной** окружности).
Если
$s = e$ – **нормальные** зубья,
$s > e$ – зубья **положительных** зубчатых колес,
$s < e$ – зубья **отрицательных** зубчатых колес.

5.6. Понятие о модуле зубьев

Длина делительной окружности равна $\pi d = pz$, то есть $d = \frac{p}{\pi} z$;
где z - **число** зубьев, p – **шаг** зубьев.

Обозначим $\frac{p}{\pi} = m$ - **модуль,** тогда: $p = \pi m$ и $d = mz$.

Модули **стандартизированы** – имеют ограниченное количество значений, **измеряются в мм,** так же, как шаг. По модулю можно определить размеры зуба. **Делительная** окружность делит зуб на **две части:** - выше делительной окружности – **головка** зуба; - ниже делительной окружности – **ножка** зуба.

5.7. Геометрические параметры эвольвентного зацепления

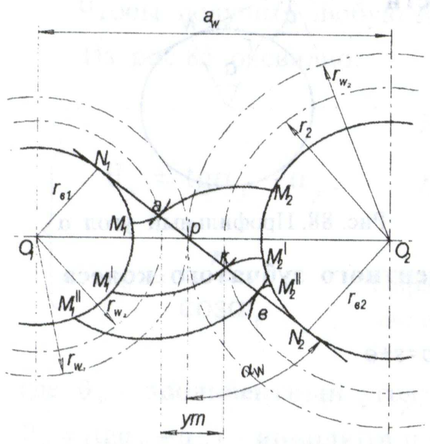


Рис. 90. К определению параметров эвольвентного зацепления

$r_{в1}, r_{в2}$ – радиусы **основных** окружностей;
a_w – **межосевое** расстояние (O_1O_2);
$N_1 - N_2$ – **линия зацепления;**
P – **полюс** зацепления;
α_w – **угол** зацепления;
$\overline{ав}$ – **активный участок** линии зацепления;
$\overline{ак} = \breve{M_1M_1'} = \breve{M_2M_2'}$ – **шаг зубьев** по **основной** окружности;
r_{w1}, r_{w2} – радиусы **начальных** окружностей;
$а$ – точка **контакта** зубьев в **начале** зацепления;
$в$ – точка **контакта** зубьев в **конце** зацепления;

$\varepsilon_\alpha = \frac{\overline{ав}}{\overline{ак}}$ – **торцовый** коэффициент **перекрытия** зубьев.

Линия зацепления – геометрическое место точек контакта эвольвент. Это общая касательная к основным окружностям и общая нормаль к сопряженным эвольвентам.

Угол зацепления – угол между линией зацепления и нормалью к линии центров.

Полюс зацепления – точка пересечения линии зацепления и линии центров.

Коэффициент перекрытия – отношение активного участка линии зацепления к шагу зубьев.

Передача движения осуществляется **сопряженными** эвольвентами. Сопряжение предполагает постоянное **контактирование** эвольвент. Так как **нормаль** к эвольвенте является **касательной** к основной окружности, то **общая нормаль** в точке сопряжения будет **общей касательной** к **основным окружностям.**

Характеристикой **плавности зацепления** является коэффициент перекрытия зубьев ε_α; обычно $\varepsilon_\alpha \geq 1{,}2$.

Начальные окружности контактируют в **полюсе,** а так как полюс – **мгновенный центр** относительных **скоростей,** то они **перекатываются без скольжения.**

$a_w = r_{w1} + r_{w2}$ – **межосевое расстояние** – сумма начальных радиусов;
r_1 и r_2 – радиусы **делительных** окружностей;
$ym = (r_{w1} + r_{w2}) - (r_1 + r_2)$ – **воспринимаемое смещение** – расстояние между делительными окружностями по линии центров;
y – **коэффициент** воспринимаемого смещения;
m – **модуль.**

Воспринимаемое смещение может быть:

$ym = 0$ – **нулевая** зубчатая передача: $r_1 = r_{w1}$ и $r_2 = r_{w2}$;
$ym > 0$ – **положительная** зубчатая передача: $(r_{w1} + r_{w2}) > (r_1 + r_2)$;
$ym < 0$ – **отрицательная** зубчатая передача: $(r_{w1} + r_{w2}) < (r_1 + r_2)$;

Положительные и **отрицательные** зубчатые колёса получаются при нарезания зубьев **смещённым** режущим **инструментом**, то есть **центры** нарезающего инструмента и зубчатого колеса **сдвигаются** относительно **нулевого** положения. **Три** вида передач определяются разными **воспринимаемыми смещениями** и могут быть собраны из **разных** зубчатых колёс.

5.8. Определение скорости скольжения зубьев

Скорость **скольжения** определяется как **разность проекций** скоростей точек K_1 и K_2 на **общую касательную.**

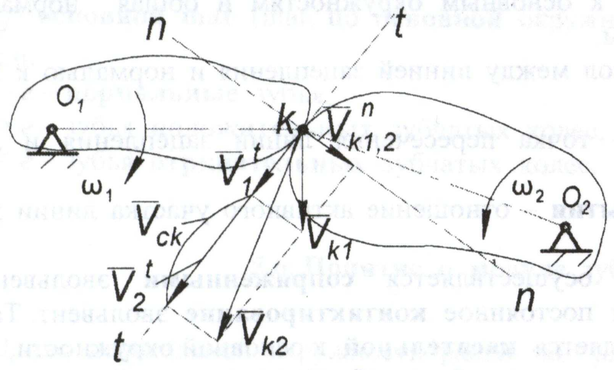


Рис. 91. К определению скорости скольжения зубьев

$$V_{K1} = \omega_1 O_1 K;$$
$$V_{K2} = \omega_2 O_2 K;$$
$$\overline{V_{\text{ск}}} = \overline{V_2^{\tau}} - \overline{V_1^{\tau}}$$
$$V_1^{\tau} = V_{K1}\cos\alpha_1,$$
$$V_2^{\tau} = V_{K2}\cos\alpha_2.$$

Проще определить скорость скольжения методом **обращения движения.**

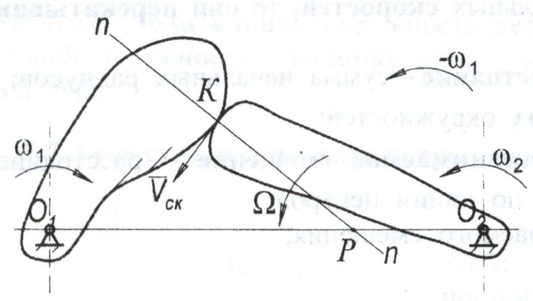


Рис. 92. К определению скорости скольжения зубьев методом обращения движения

$$V_{\text{СК}} = \Omega \cdot PK;$$
$$\Omega = \omega_1 + \omega_2;$$
$$V_{\text{СК}} = PK(\omega_1 + \omega_2)$$

Всей системе сообщается **общая** угловая **скорость,** равная и **противоположно** направленная **угловой скорости одного** из **звеньев**, тогда одно звено **остановится,** а **второе** приобретёт **дополнительную** скорость. В этом случае центры вращения O_1 и O_2 будут двигаться, а **неподвижной будет только точка** P – полюс – **мгновенный центр** относительных скоростей.

Скорость любой точки подвижного звена будет равна **произведению мгновенной** скорости вращения на **расстояние точки** от **полюса.** Так как эта скорость **перпендикулярна** общей **нормали** сопряженных профилей, то она и будет являться **скоростью скольжения.**

$$V_{\text{СК}} = \Omega PK \quad \text{или} \quad V_{\text{СК}} = PK(\omega_1 + \omega_2).$$

5.9. Образование боковых поверхностей прямого и косого зубьев

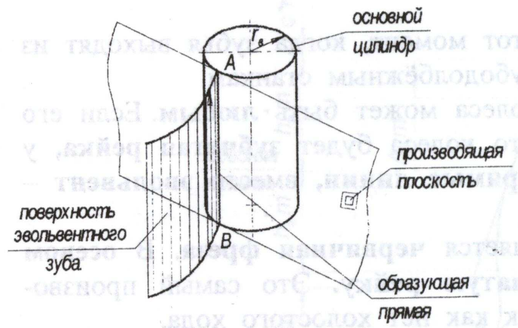


Рис. 93. Образование боковой поверхности прямого зуба

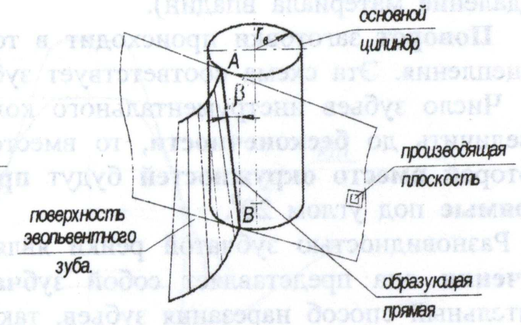


Рис. 94. Образование боковой поверхности косого зуба

Боковая поверхность **прямого зуба** образуется **производящей** прямой (линией AB), лежащей в производящей плоскости **параллельно оси** основного цилиндра, когда плоскость без скольжения перекатывается по цилиндру. Боковая поверхность **косого зуба** образуется аналогично. Различие лишь в том, что **образующая** прямая AB расположена в плоскости **под углом** к **оси** цилиндра.

С основным цилиндром связана заготовка зубчатого колеса, а с плоскостью и прямой AB связан зуборезный инструмент.

Движение резания – вдоль прямой AB.

5.10. Способы нарезания зубьев

5.10.1. Метод копирования

Режущий **инструмент** представляет собой **копию впадин** между зубьями. Поэтому, когда выбирается впадины, остаются зубья.

Это выполняется: дисковыми, пальцевыми фрезами или фасонными резцами.

$N = n_m \cdot n_z$ – **количество** режущего инструмента, где

n_m – возможное **число стандартных модулей;**

n_z – возможные **числа зубьев.**

Обычно инструментом определенного **модуля** нарезается **группа** зубьев. **Точно** будет нарезано только число зубьев **одного** из колес, а остальные – с разными **погрешностями.**

5.10.2. Метод обкатки

В этом случае **имитируется зацепление** двух зубчатых колес, но так как на одном из колес **зубьев нет** (заготовка), а у второго колеса (инструмента) **зубья** выполнены с **режущими кромками**, то в процессе зацепления происходит **нарезание зубьев,** которое обеспечивают **2** движения: **1**-е движение – **обкатки** (вращение, как будто на обоих колесах зубья есть, как

при зацеплении) и **2**–е движение – **резания** – вдоль образующей прямой (удаление материала впадин).

Поворот заготовки происходит в тот момент, когда зубья выходят из зацепления. Эта схема соответствует зубодолбёжным станкам.

Число зубьев инструментального колеса может быть **любым**. Если его увеличить до **бесконечности**, то вместо колеса будет **зубчатая рейка,** у которой **вместо окружностей** будут **прямые линии,** вместо **эвольвент** – **прямые** под углом 20^0.

Разновидностью зубчатой рейки является **червячная фреза**. В **осевом сечении** она представляет собой **зубчатую рейку.** Это самый производительный способ нарезания зубьев, так как нет холостого хода.

5.11. Реечный режущий инструмент (инструментальная рейка)

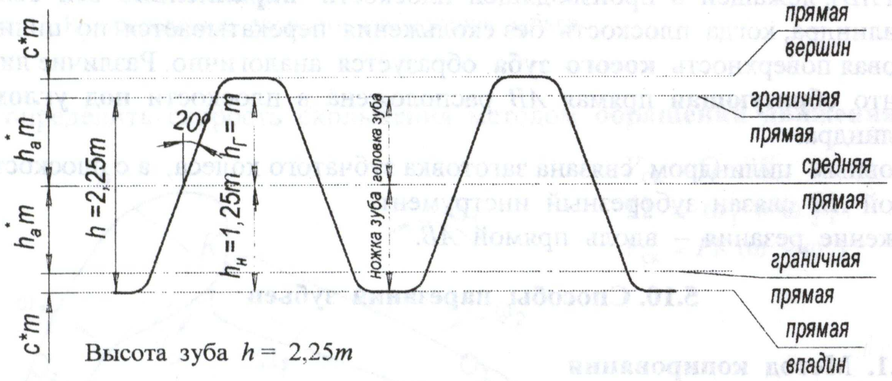


Рис. 95. Геометрические параметры рейки

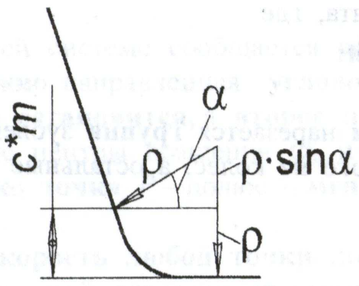


Рис. 96. К определению радиуса скругления вершин рейки

На рис.95 обозначено:

h_a^* – коэффициент высоты головки и ножки зуба;

c^* - коэффициент радиального зазора.

Обычно: $h_a^* = 1{,}0$; $c^* = 0{,}25$; $\alpha = 20^0$.

Определение радиуса скругления рейки

Из рис.96 следует: $\rho = c^* m + \rho \cdot \sin\alpha$;

откуда $\rho = \dfrac{c^* m}{1 - \sin\alpha}$.

5.12. Станочное зацепление

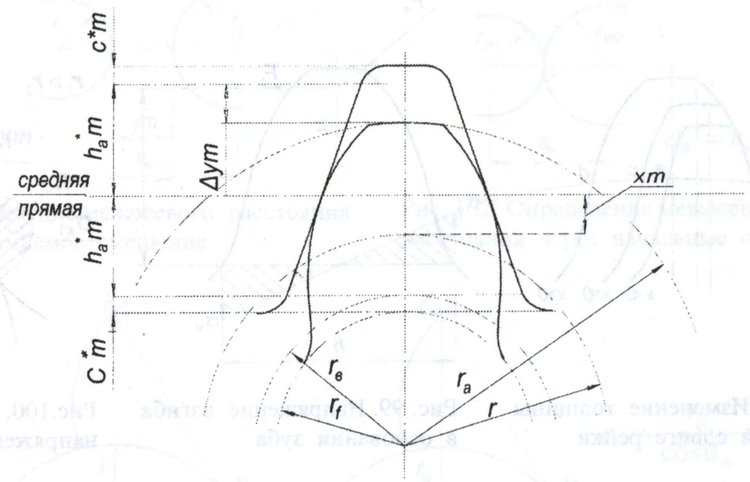


Рис. 97. Схема станочного зацепления

Станочное зацепление показывает расположение заготовки и режущего инструмента в станке для нарезания зубьев. Здесь обозначено:

x – коэффициент смещения,

xm – **смещение** рейки,

m – **модуль**,

Δy – коэффициент **уравнительного смещения,**

Δym – **уравнительное смещение.**

Положение рейки относительно заготовки может иметь **3** варианта:

1) $x = 0$ (смещения нет) – зубчатое колесо **нулевое,**
2) $x > 0$ – зубчатое колесо **положительное,**
3) $x < 0$ – зубчатое колесо **отрицательное.**

При смещении рейки изменяется **форма зуба.** Без дополнительных затрат можно увеличить прочность зуба. Это происходит при **положительном** смещении.

Рассматривают **два** вида **прочности:** прочность зуба **на изгиб** и прочность по **контактным напряжениям.**

При **положительном** смещении **ширина основания зуба** увеличивается, следовательно, **прочность** на **изгиб повышается.** Кроме того, при положительном смещении **уменьшается кривизна эвольвенты,** то есть увеличивается **контактная прочность.**

Напряжение изгиба: $\sigma_и = \dfrac{F_t \cdot l}{bh^2/6} = \dfrac{6F_t \cdot l}{bh^2}$; $\sigma_и$ **уменьшается** пропорционально $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{h^2}$, где b – длина зуба, h – ширина основания зуба.

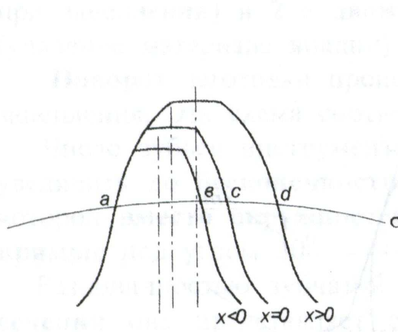


Рис. 98. Изменение толщины зуба при сдвиге рейки

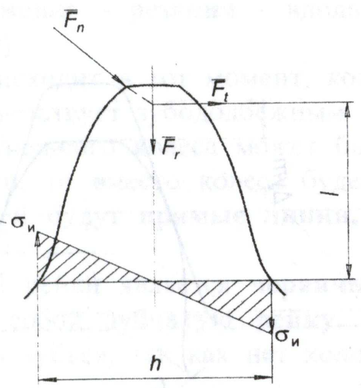


Рис. 99. Напряжение изгиба в основании зуба

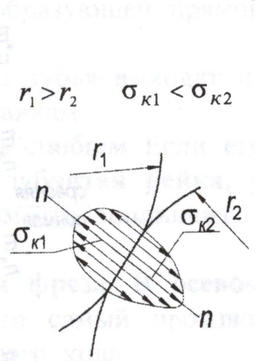


Рис.100. Контактные напряжения в зубьях

При смещении режущего инструмента **профили зубьев** очерчены **одной** и той же **эвольвентой,** но **разными** ее **участками.** При **положительном** смещении используются более **пологие части эвольвенты,** что снижает **контактные** напряжения зубьев и увеличивает изгибную прочность вследствие увеличения **ширины основания** зуба *h.*

При нарезании смещенным инструментом основная задача – определение диаметра заготовки – d_a.

5.12.1. Определение диаметра заготовки (d_a) в общем случае

Из схемы станочного зацепления (рис.97) следует

$$r_a = r + xm + h_a^* m - \Delta ym\,, \quad d_a = 2r_a\,.$$

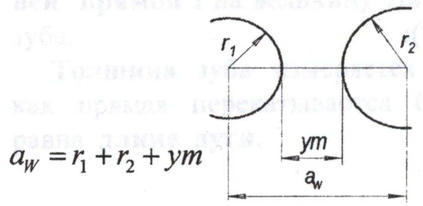
5.12.2. Определение радиуса впадин (r_f)

Из схемы станочного зацепления следует $r_f = r + xm - h_a^* m - c^* m\,.$

5.12.3. Определение коэффициента воспринимаемого смещения (y)

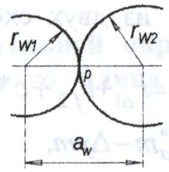
Воспринимаемое смещение – расстояние между делительными окружностями по линии центров.

Определим межосевое расстояние из двух схем: (рис. 101 и 102).



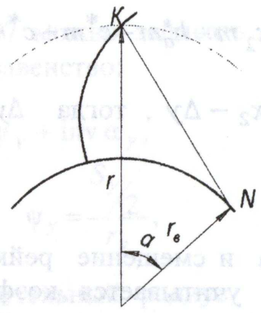
$a_W = r_1 + r_2 + ym$

Рис. 101. Определение межосевого расстояния через воспринимаемое смещение

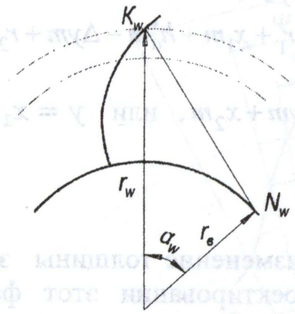


$a_W = r_{W1} + r_{W2}.$

Рис. 102. Определение межосевого расстояния через начальные окружности



$r_в = r\cos\alpha$



$r_w = \dfrac{r_в}{\cos\alpha_w} = r\dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}$

Рис. 103. К определению радиусов основной и начальной окружностей

Межосевое расстояние: $a_W = r_{W1} + r_{W2} = r_1\dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha_W} + r_2\dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha_W} = \dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha_W}(r_1 + r_2)$;

$\dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha_W}(r_1 + r_2) = r_1 + r_2 + y\cdot m$, отсюда $y\cdot m = (r_1 + r_2)\left(\dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha_W} - 1\right)$; так как $r = \dfrac{mz}{2}$,

то

$$y\cdot m = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)\left(\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_W} - 1\right), \quad \text{отсюда:} \quad y = \frac{1}{2}(z_1 + z_2)\left(\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_W} - 1\right).$$

5.12.4. Определение коэффициента уравнительного смещения (Δy)

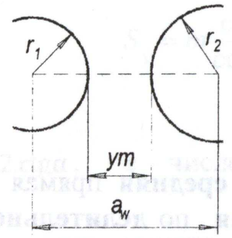


Рис. 104. Определение межосевого расстояния через воспринимаемое смещение

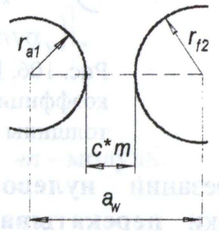


Рис. 105. Определение межосевого расстояния через радиальный зазор

Определим a_w из двух схем (рис.104, 105):

$$a_w = r_1 + r_2 + ym = r_{a1} + r_{f2} + c^* m,$$

$$r_{a1} = r_1 + x_1 m + h_a^* m - \Delta y m,$$

$$r_{f2} = r_2 + x_2 m - h_a^* m - c^* m.$$

Подставив r_{a1} и r_{f2} в правую часть исходного равенства, получим:

$$r_1 + r_2 + y \cdot m = r_1 + x_1 m + h_a^* m - \Delta y m + r_2 + x_2 m - h_a^* m - c^* m + c^* m,$$

откуда: $ym = x_1 m - \Delta y m + x_2 m$, или $y = x_1 + x_2 - \Delta y$, тогда $\Delta y = x_\Sigma - y$,

где $x_\Sigma = x_1 + x_2$.

Ввиду того, что изменение толщины зуба и смещение рейки связаны **нелинейно**, при проектировании этот факт учитывается коэффициентом **уравнительного смещения**, который вычисляется из условий **плотного** зацепления зубьев.

5.12.5. Коэффициент изменения толщины зуба (Δ)

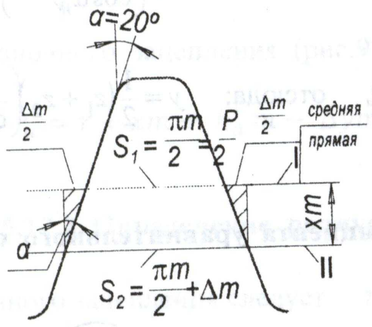


Рис. 106. К определению коэффициента изменения толщины зуба

Из рис.106 очевидно:

$\frac{\Delta m}{2} = xm\,\mathrm{tg}\alpha$, откуда

$\Delta = 2x\,\mathrm{tg}\alpha$ – коэффициент изменения толщины зуба.

При нарезании **нулевого** зубчатого колеса **средняя** прямая **I** производящей рейки **перекатывается без скольжения** по **делительной окружности заготовки.** Толщина зуба при этом будет равна половине шага $\frac{p}{2} = \frac{\pi \cdot m}{2}$, а при **положительном смещении** по **делительной окружности** заготовки без скольжения **перекатывается прямая II.** Она **длиннее средней прямой I** на величину Δm, ровно на столько же будет больше толщина зуба.

Толщина зуба измеряется по **дуге делительной окружности,** но так как прямая перекатывается без скольжения, то **длина прямой** будет равна **длине дуги.**

5.12.6. Определение толщины зуба по произвольной окружности

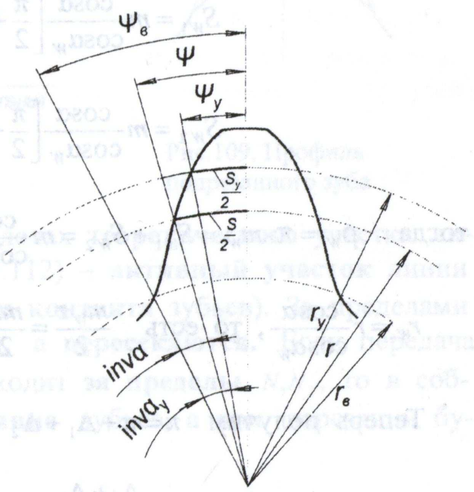


Рис. 107. К определению толщины зуба

Из рис. 107 можно записать следующее равенство:

$$\psi + \mathrm{inv}\,\alpha = \psi_y + \mathrm{inv}\,\alpha_y,$$

где $\psi = \frac{S/2}{r}$, $\psi_y = \frac{S_y/2}{r_y}$,

$r = \frac{mz}{2}$ – делительный радиус,

$r_y = r\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_y}$ – произвольный радиус,

$S = \frac{\pi m}{2} + \Delta m$ – делительная толщина зуба,

S_y – толщина зуба по произвольной окружности.

Определим профильный угол α_y:

$\alpha_y = \arccos\alpha_y$, где $\cos\alpha_y = \frac{r\cos\alpha}{r_y}$; где r_y - радиус окружности, по которой определяется толщина зуба. Затем по таблице найдём $\mathrm{inv}\alpha_y$.

После подстановки в исходное равенство получим

$$S_y = m\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_y}\left[\frac{\pi}{2} + \Delta + z(\mathrm{inv}\alpha - \mathrm{inv}\alpha_y)\right],$$

где

$\Delta = 2x\,\mathrm{tg}\alpha$, z – число зубьев, $\alpha = 20°$, m – модуль.

Теоретическая толщина по любой окружности S_y необходима для контроля толщин зубьев при нарезании.

5.12.7. Определение угла зацепления α_w в общем случае

Шаг ρ_w по начальной окружности равен: $\rho_w = \pi \cdot m_w = S_{w1} + e_{w1} = S_{w2} + e_{w2}$; так как зацепление плотное, то $e_{w1} = S_{w2}$, поэтому $\rho_w = S_{w1} + S_{w2}$;
S_{w1} и S_{w2} – толщины зубьев по **начальным** окружностям ($r_{w1,2}$) определяются по зависимости для толщины зуба по произвольной окружности:

$$S_{w1} = m\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}\left[\frac{\pi}{2} + \Delta_1 + z_1(\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_w)\right],$$

$$S_{w2} = m\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}\left[\frac{\pi}{2} + \Delta_2 + z_2(\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_w)\right],$$

тогда $\rho_w = \pi \cdot m_w = S_{w1} + S_{w2} = m\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}[\pi + \Delta_2 + \Delta_1 + (z_2 + z_1)(\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_w)]$.

$r_w = r\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}$, то есть $\frac{m_w z}{2} = \frac{mz}{2}\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}$, откуда $m_w = m\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}$.

Теперь получим $\pi = \pi + \Delta_1 + \Delta_2 + (z_1 + z_2)(\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_w)$, отсюда

$$\text{inv}\alpha_w = \text{inv}\alpha + \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{z_1 + z_2}, \quad \text{где } \Delta_1 = 2x_1\text{tg}\alpha, \ \Delta_2 = 2x_2\text{tg}\alpha, \text{ тогда}$$

$$\text{inv}\alpha_w = \text{inv}\alpha + \frac{2(x_1 + x_2)\text{tg}\alpha}{z_1 + z_2}.$$

Угол зацепления α_w при смещении режущего инструмента может быть больше стандартного значения 20°, если $(x_1 + x_2) > 0$, а если $(x_1 + x_2) < 0$, то $\alpha_w < 20°$. Если $x_1 = -x_2$, то $\alpha_w = 20°$, в этом случае передача **равносмещённая**. Это делается для **выравнивания прочности** зацепляющихся зубчатых колес без **изменения межосевого** расстояния. Меньшее из зубчатых колес имеет форму зуба с уменьшенной прочностью на изгиб, кроме того, меньшее колесо делает в i раз большее число оборотов, следовательно большее в i раз число зацеплений зуба, поэтому и усталостная контактная прочность ниже. Для выравнивания прочности **меньшему** колесу дают **положительное** смещение, а **большему – отрицательное**.

5.12.8. Подрезание зубьев

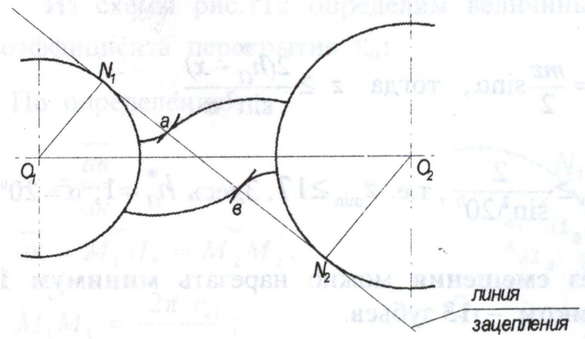


Рис. 108. К определению условий неподрезания зубьев

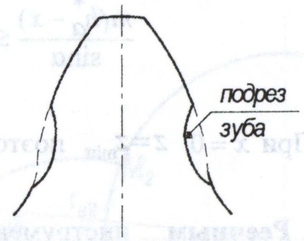


Рис.109. Профиль подрезанного зуба

Сопряжение зубьев возможно в пределах **теоретического** участка **линии зацепления** N_1N_2. Отрезок $\overline{ав}$ (рис.112) – **активный участок** линии зацепления (геометрическое место **точек контакта** зубьев). За пределами участка N_1N_2 профили **не сопрягаются,** а **пересекаются.** Если передача спроектирована так, что зацепление выходит **за пределы** N_1N_2, то в собранной передаче произойдёт **заклинивание** зубьев, а при нарезании будет **подрез** зубьев.

5.12.9. Условие неподрезания

На рис.110 изображены **два** положения рейки: I – крайнее положение, когда режущая кромка рейки находится в точке N; II – промежуточное положение рейки.

Условие **неподрезания** – точка B не должна выходить за точку N, то есть $PB \le PN$.

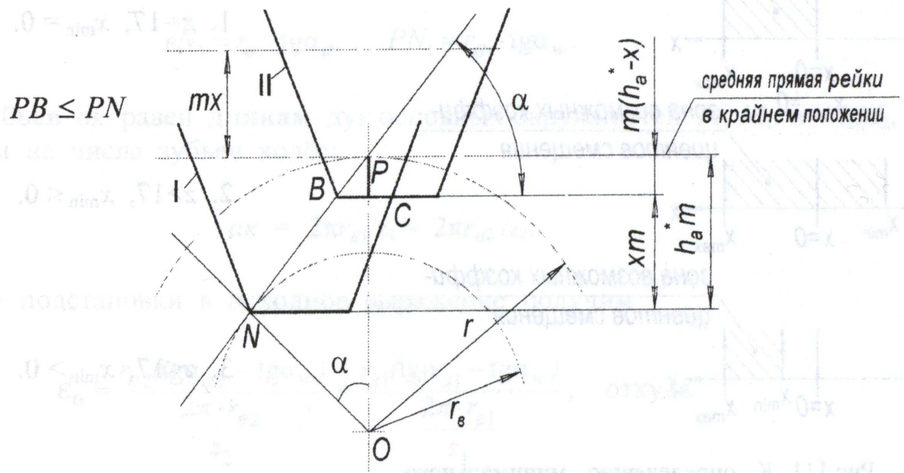


Рис. 110. К определению условия неподрезания

Из ΔBPC определим PB ($\angle CBP=\alpha$), а из ΔNPO определим PN, тогда получим:

$$\frac{m(h_a^*-x)}{\sin\alpha}\le r\cdot\sin\alpha=\frac{mz}{2}\sin\alpha,\quad\text{тогда}\quad z\ge\frac{2(h_a^*-x)}{\sin^2\alpha}.$$

При $x=0$, $z=z_{min}$ поэтому $z_{\min}\ge\frac{2}{\sin^2 20^0}$, т.е. $z_{\min}\ge17$. Здесь $h_a^*=1$; $\alpha=20^0$.

Реечным инструментом **без смещения** можно нарезать **минимум 17** зубьев без **подрезания,** а **долбяком – 13** зубьев.

5.12.10. Определение минимального коэффициента смещения $x_{\min}$

Запишем два выражения для z и $z_{\min}$, решив их совместно, найдем $x_{\min}$:

$$\begin{cases} z\ge\dfrac{2(h_a^*-x)}{\sin^2\alpha}, \\ z_{\min}\ge\dfrac{2h_a^*}{\sin^2\alpha}, \end{cases}\qquad\text{откуда}\quad x_{\min}\ge\frac{z_{\min}-z}{z_{\min}}=\frac{17-z}{17}-\text{для рейки}.$$

Здесь x, выраженный через $z_{\min}$, является $x_{\min}$.

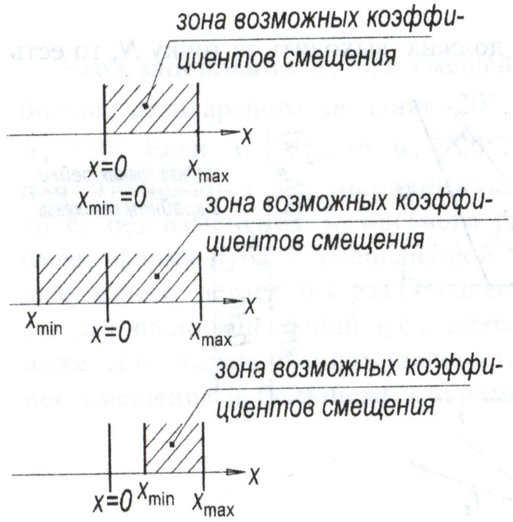


Рис.111. К определению минимального коэффициента смещения при различных числах зубьев

Рассмотрим 3 варианта чисел зубьев:

1. $z=17$, $x_{\min}=0$.

2. $z>17$, $x_{\min}<0$.

3. $z<17$, $x_{\min}>0$.

5.12.11. Определение коэффициента торцевого перекрытия ε_α

Из схемы рис.112 определим величины, входящие в зависимость для коэффициента перекрытия ε_α:

По определению:

$$\varepsilon_\alpha=\frac{\overline{ав}}{\overline{ак}}.$$

$$\overline{ак}=\overset{\smile}{M_1M_1'}=\overset{\smile}{M_2M_2'};$$

$$\overset{\smile}{M_1M_1'}=\frac{2\pi\ r_{в1}}{z_1};$$

$$\overset{\smile}{M_2M_2'}=\frac{2\pi\ r_{в2}}{z_2}.$$

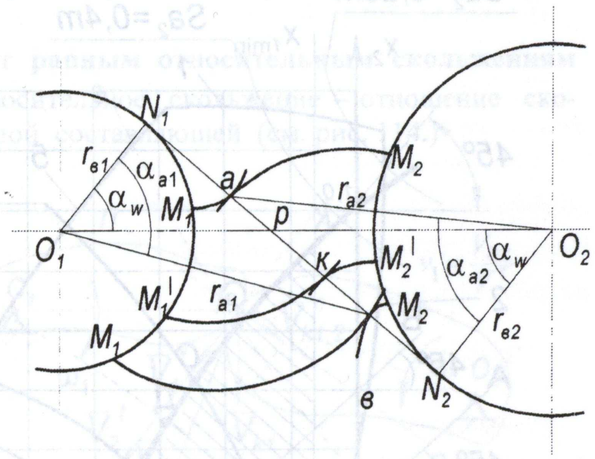


Рис. 112. К определению коэффициента торцевого перекрытия

По определению **коэффициент перекрытия** ε_α равен отношению длины **активного участка** линии зацепления $ав$ к **шагу** зубьев $ак$:

$$\varepsilon_\alpha=\overline{ав}/\overline{ак},$$

Из схемы рис.112 видно, что, что длина **активного участка** $ав=aP+Pв$,

где $aP=aN_2-PN_2$ и $Pв=вN_1-PN_1$, но $aN_2=r_{в2}\cdot\text{tg}\alpha_{a2}$, $PN_2=r_{в2}\cdot\text{tg}\alpha_w$,

$$вN_1=r_{в1}\cdot\text{tg}\alpha_{a1},\quad PN_1=r_{в1}\cdot\text{tg}\alpha_w.$$

Шаг зубьев $ак$ равен **длинам дуг** основных окружностей M_1M_1' и M_2M_2'', делённым на числа зубьев колёс:

$$ак=2\pi r_{в1}/z_1=2\pi r_{в2}/z_2.$$

После подстановки в исходное выражение получим

$$\varepsilon_\alpha=\frac{r_{в2}(\text{tg}\alpha_{a2}-\text{tg}\alpha_w)}{\frac{2\pi\cdot r_{в2}}{z_2}}+\frac{r_{в1}(\text{tg}\alpha_{a1}-\text{tg}\alpha_w)}{\frac{2\pi\cdot r_{в1}}{z_1}},\quad\text{откуда}$$

$$\varepsilon_\alpha=\frac{z_2}{2\pi}\left(\text{tg}\alpha_{a_2}-\text{tg}\alpha_{a_w}\right)+\frac{z_1}{2\pi}\left(\text{tg}\alpha_{a_1}-\text{tg}\alpha_w\right),\quad\varepsilon_\alpha\ge1{,}2.$$

5.13. Блокирующий контур

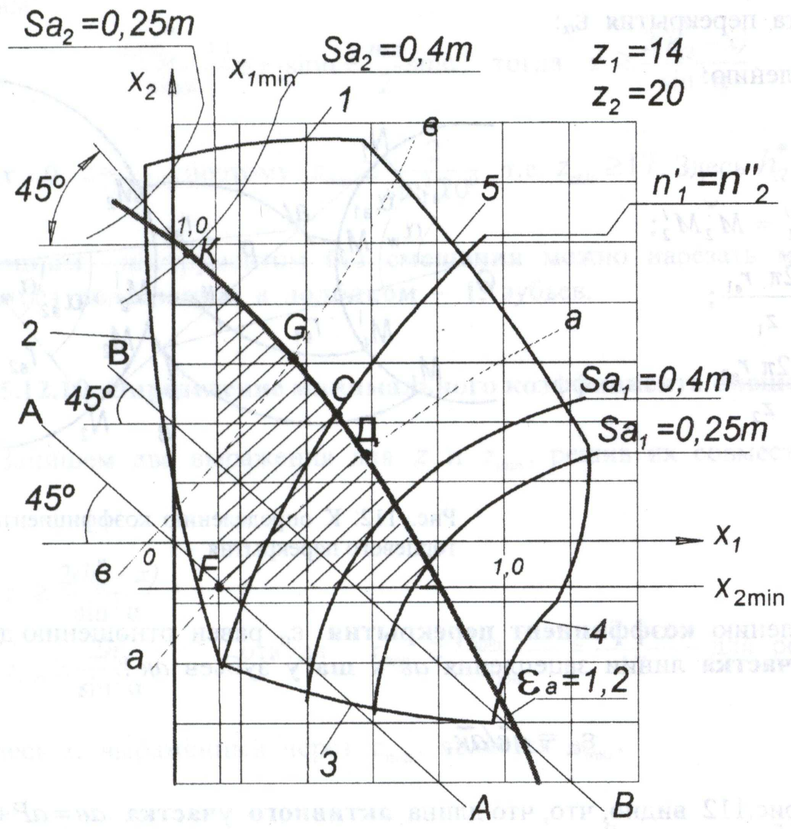


Рис. 113. Схема блокирующего контура

Блокирующий контур предназначен для **выбора** коэффициентов **смещения** x_1 и x_2. Для **каждого** числа зубьев двух зацепляющихся колес – **свой контур.** Это совокупность изолиний; например, $\varepsilon = 1{,}2$ означает, что если значения x_1 и x_2 лежат на этой линии, то $\varepsilon_\alpha = 1{,}2$. Выбором x_1 и x_2 определяется качество зубчатой передачи. Все возможные значения – внутри контура.

1. Линия ***A –A***, проведенная через начало координат под углом 45° к осям, соответствует нулевым **равносмещенным** передачам. Выше линии – **положительные** передачи ($x_\Sigma > 0$), ниже линии – **отрицательные** ($x_\Sigma < 0$).

2. Произвольная прямая ***B – B***, проведённая под углом 45°к осям, соответствует передачам с **одинаковым суммарным коэффициентом смещения** ($x_\Sigma = \text{cons't}$).

3. Линия $\varepsilon_\alpha = 1{,}2$ соответствует коэффициентам смещения, при которых **торцовый коэффициент перекрытия** равен **1,2.**

4. Линия $a-a$ соответствует **равнопрочности** зубьев по **изгибу** при **ведущем** колесе z_1.

5. Линия $в-в$ соответствует **равнопрочности** зубьев по **изгибу** при **ведущем** колесе z_2.

6. Линия $v_1 = v_2$ соответствует **равным относительным скольжениям** в начале и конце зацепления. Относительное скольжение – отношение скорости скольжения к тангенциальной составляющей (см. рис. 114.)

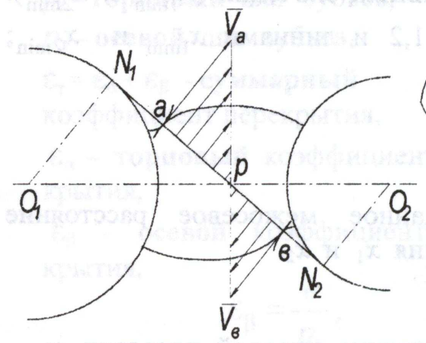


Рис. 114.Эпюра скоростей скольжения

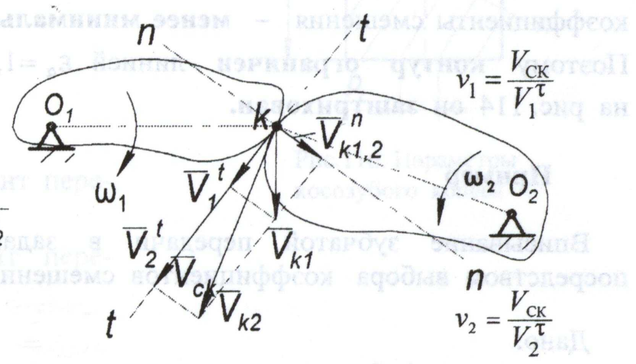


Рис. 115.К определению коэффициентов относительного скольжения

7. Линия $S_{a_1} = 0{,}25m$ и $S_{a_2} = 0{,}25m$ соответствуют коэффициентам смещения, при которых **толщины вершин зубьев** равны $0{,}25m$.

8. Линия $S_{a_1} = 0{,}4m$ и $S_{a_2} = 0{,}4m$ соответствуют коэффициентам смещения, при которых **толщины вершин зубьев** равны $0{,}4m$.

9. Линии $x_{1\min}$ и $x_{2\min}$ соответствуют значениям **минимальных коэффициентов смещения.**

10. Точка ***K*** соответствует передаче с **одинаковым суммарным коэффициентом** смещения и **одинаковой контактной** прочности при $\varepsilon_\alpha = 1{,}2$. ***K*** – точка контакта касательной к линии $\varepsilon_\alpha = 1{,}2$ под углом 45° к осям.

11. Точка ***C*** определяет коэффициенты смещения, обеспечивающие **наибольшую стойкость** к **абразивному** износу.

12. Точка **Д** определяет коэффициенты смещения, обеспечивающие близкую к **максимальной** изгибную **прочность** зубьев **обеих колес** при **ведущем** зубчатом колесе z_1.

13. Точка ***G*** определяет x_1 и x_2, обеспечивающие **близкую** к **максимальной** изгибную **прочность** при **ведущем** колесе z_2.

14. Точка ***F*** соответствует передаче с **наибольшим коэффициентом перекрытия** зубьев ε_α.

15. Линия *1* контура соответствует **началу интерференции зубьев** на **ножке** зуба **колеса** z_2.

16. Линии *3* и *4* соответствуют **интерференции зубьев** на **ножке зуба** колеса z_1.

17. Линия *5* соответствует **предельному значению коэффициента** торцевого **перекрытия** $\varepsilon_\alpha = 1{,}0$.

Обычно коэффициент перекрытия ε_α не назначают **менее** 1,2, а коэффициенты смещения – **менее минимальных** значений ($x_{1\min}$ и $x_{2\min}$). Поэтому **контур ограничен** линией $\varepsilon_\alpha = 1{,}2$ и линиями $x_{1\min}$ и $x_{2\min}$; на рис. 114 он **заштрихован.**

Пример

Вписывание зубчатой передачи в заданное межосевое расстояние посредством выбора коэффициентов смещения x_1 и x_2.

Дано:

$z_1 = 20$,
$z_2 = 60$,
$m = 2$мм,
$a_w = 82$мм.

1. Определим межосевое расстояние нулевой передачи a:

$$a = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{2}{2}(20+60) = 80\text{ мм}.$$

2. Определим требуемое межосевое расстояние a_w:

$$a_w = r_{w1} + r_{w2} = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w} = a\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w},$$

откуда $\cos\alpha_w = \frac{a}{a_w}\cos\alpha$, тогда $\alpha_w = \arccos\left(\frac{a}{a_w}\cos\alpha\right)$.

Зная α_w, найдем $\mathrm{inv}\alpha_w$: $\mathrm{inv}\alpha_w = \mathrm{inv}\alpha + \frac{2(x_1+x_2)\mathrm{tg}\alpha}{z_1+z_2}$,

откуда определим суммарный коэффициент смещения

$$x_1 + x_2 = \frac{(\mathrm{inv}\alpha_w - \mathrm{inv}\alpha)(z_1+z_2)}{2\mathrm{tg}\alpha}.$$

По блокирующему контуру определим x_1 и x_2, ориентируясь на требуемое качество передачи.

5.14. Косозубые зубчатые колеса

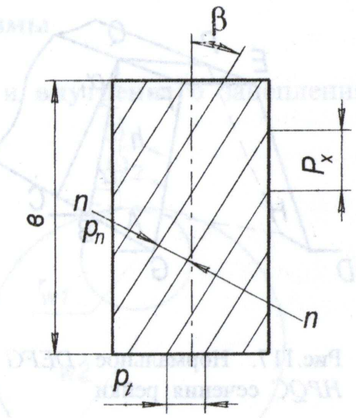


Рис.116. Параметры косозубого колеса

Косозубые зубчатые колёса отличаются от прямозубых углом β наклона зубьев относительно оси колеса. У прямозубых колёс β=0.

Появляется ряд других параметров:

p_n – **нормальный** шаг зубьев,

p_t – **торцовый** шаг зубьев,

p_x – **осевой** шаг зубьев,

$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$ - **суммарный** коэффициент перекрытия,

ε_α – **торцовый** коэффициент перекрытия,

ε_β – **осевой** коэффициент перекрытия,

$$\varepsilon_\beta = \frac{в}{p_x},$$

Нормальный, торцовый и **осевой** шаги зубьев связаны через угол наклона зубьев β (рис.116):

$$p_t = \frac{p_n}{\cos\beta}, \quad p_x = \frac{p_n}{\sin\beta}, \quad p_n = \pi\cdot m, \quad p_t = \frac{\pi\cdot m}{\cos\beta} = \pi\frac{m}{\cos\beta} = \pi m_t,$$

то есть $m_t = \frac{m}{\cos\beta}$, $p_x = \pi\frac{m}{\sin\beta} = \pi m_x$, где $m_x = \frac{m}{\sin\beta}$,

$d = m_t z$ – диаметр **делительной** окружности,

m_t – **торцовый** модуль,

m_x – **осевой** модуль, m – **нормальный** модуль (**стандартный**).

При нарезании косых зубьев **плоскость рейки** устанавливается под **углом** β к **торцу** заготовки. **Направление** движения **резания** – под углом β к **оси** заготовки.

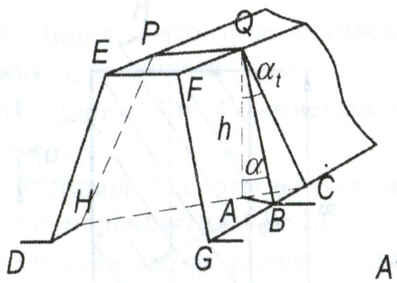


Рис.117. Нормальное *DEFG* и торцовое *HPQC* сечения рейки

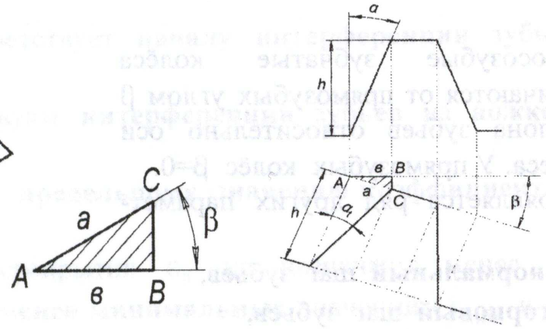


Рис.118. Нормальное (вверху) и торцовое (внизу) сечения рейки

Из рис.117 и 118 видно, что $\operatorname{tg}\alpha = \frac{в}{h}$; $\operatorname{tg}\alpha_t = \frac{a}{h}$; из Δ ABC найдём $\cos\beta = \frac{в}{a}$, тогда $\operatorname{tg}\alpha_t = \frac{в}{h\cos\beta} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\cos\beta}$; $\alpha_t = \operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\cos\beta}$.

При повороте рейки на угол β **параметры** зуба по **высоте не изменятся**, поэтому

$$h_a^* m = h_{at}^* \cdot m_t; \quad c^* m = c_t^* m_t; \quad xm = x_t m_t.$$

Так как $m_t = \frac{m}{\cos\beta}$, то $h_{at}^* = h_a^* \cos\beta$; $c_t^* = c^* \cos\beta$; $x_t = x\cos\beta$.

Геометрические параметры косозубой передачи вычисляются так же, как для прямозубой, если заменить

$$m - \text{на } m_t; \quad \alpha - \text{на } \alpha_t; \quad h_a^* - \text{на } h_{at}^*; \quad c^* - \text{на } c_t^*; \quad x - \text{на } x_t,$$

$$\text{тогда } z_{\min}^{\text{кос}} = \frac{2h_{at}^*}{\sin^2\alpha_t}; \quad x_{\min}^{\text{кос}} = \frac{z_{\min}^{\text{кос}} - z}{z_{\min}^{\text{кос}}}.$$

Пример

Вписывание косозубой передачи в заданное межосевое расстояние.

Дано:

$z_1 = 20$,

$z_2 = 60$,

$m = 2$мм,

$a_w = 82$мм.

1. $a = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{2}{2}(20 + 60) = 80$ мм – межосевое расстояние нулевой передачи,

2. $a_w = \frac{m_t}{2}(z_1 + z_2) = \frac{m}{2\cos\beta}(z_1 + z_2) = \frac{a}{\cos\beta}$ – межосевое расстояние проектируемой передачи,

откуда: $\cos\beta = \frac{a}{a_w} = \frac{80}{82} = 0{,}975609$, тогда

$$\beta = \arccos\left(\frac{a}{a_w}\right) = \arccos\ 0{,}975609\ = 12{,}7^\circ.$$

5.15. Зубчатые механизмы

Зубчатые **передачи** могут быть **внешнего** и **внутреннего** зацепления.

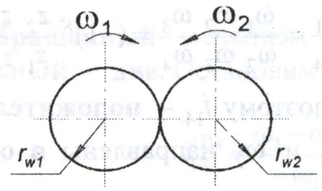


Рис. 119. Внешнее зацепление

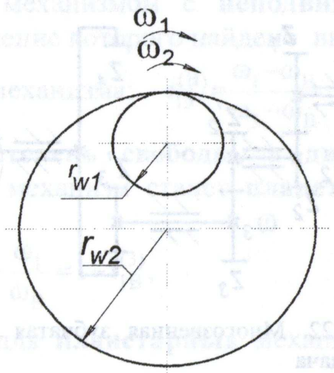


Рис. 120. Внутреннее зацепление

5.15.1. Передаточное отношение *i*

Передаточное отношение – это **отношение угловых скоростей:** $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$.

Знак передаточного отношения:

для **внешнего** зацепления знак «-», так как **угловые скорости** направлены **противоположно** друг другу (рис.119);

для **внутреннего** зацепления знак «+», так как **угловые скорости** направлены в **одну сторону** (рис.120).

Передаточное отношение можно выразить через **числа зубьев,** тогда оно называется **передаточным числом** (*u*). Из рис.121 получим:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{V_p / r_{w1}}{V_p / r_{w2}} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{m_w z_2 / 2}{m_w z_1 / 2} = \frac{z_2}{z_1} = u_{12}.$$

Знак передаточного отношения многозвенной зубчатой передачи определяется числом ***к* внешних зацеплений,** как **(-1)**^{к}. Внутренние зацепления **не** учитываются, так как **не меняют знака.**

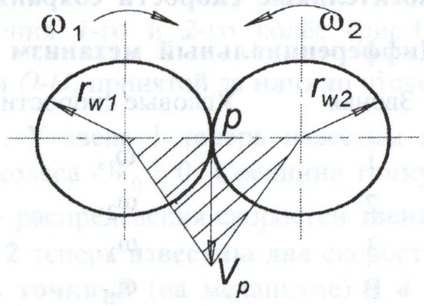


Рис.121. К определению передаточного отношения

5.15.2. Многозвенные передачи

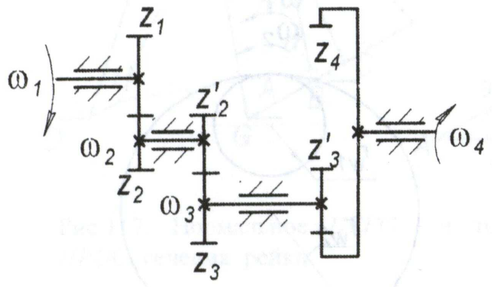


Рис.122. Многозвенная зубчатая передача

Пример

Определить передаточное отношение i_{14} для механизма рис.122:

$$i_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{\omega_1}{\omega_2}\frac{\omega_2}{\omega_3}\frac{\omega_3}{\omega_4} = (-1)^{\kappa}\frac{z_2}{z_1}\frac{z_3}{z_2'}\frac{z_4}{z_3'},$$

где κ=2, поэтому i_{14} – **положительно**, то есть ω_1 и ω_2 направлены **в одну сторону.**

5.15.3. Дифференциальные и планетарные механизмы

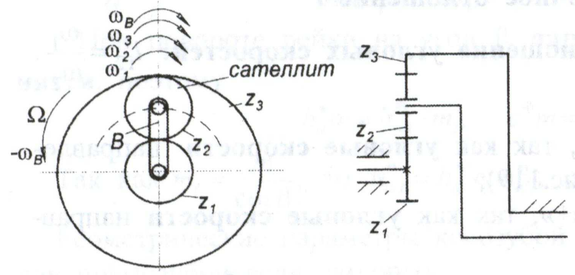


Рис. 123. Схема дифференциального механизма

К ним относятся механизмы, у которых геометрические **оси** некоторых зубчатых колёс **подвижны.**

На рис.123 обозначено:
z_1 – **солнечная** шестерня,
z_2 – **сателлит,**
z_3 – **эпициклическое** зубчатое колесо,
В – **водило**.

Отношения скоростей **дифференциальных** и **передаточные** отношения **планетарных** механизмов определяются через **обращённый** механизм, у которого **водило неподвижно,** как у многозвенного зубчатого механизма, а **относительные скорости сохраняются.**

Дифференциальный механизм		**Обращенный механизм**	
Звенья	Угловые скорости	Звенья	Угловые скорости
1	ω_1,	1	$\omega_1-\omega_B$,
2	ω_2,	2	$\omega_2-\omega_B$,
3	ω_3,	3	$\omega_3-\omega_B$,
B	ω_B.	B	$\omega_B-\omega_B$.

Метод, который используется для получения обращенного механизма, называется **методом обращения движения:** всей системе сообщается

угловая скорость Ω, равная и **противоположно** направленная угловой **скорости водила**. При этом **водило останавливается,** а все другие звенья приобретают **дополнительные** скорости, равные $-\omega_B$. **Обращенный** механизм **является многозвенным** зубчатым механизмом с **неподвижными** геометрическими осями, передаточное отношение которого найдено выше.

Передаточное отношение **обращенного** механизма: $i_{13}^{(B)} = \frac{\omega_1-\omega_B}{\omega_3-\omega_B}$.

Обращенный механизм имеет **одну степень свободы,** а **дифференциальный – две.** Остановим звено **3,** тогда механизм станет **планетарным:**

$$i_{13}^{(B)} = \frac{\omega_1-\omega_B}{-\omega_B} = \frac{\omega_B-\omega_1}{\omega_B} = 1-\frac{\omega_1}{\omega_B} = 1-i_{1B}^{(3)},$$

откуда $i_{1B}^{(3)} = 1 - i_{13}^{(B)}$ – формула **Виллиса** для **планетарных** механизмов.

Передаточное отношение **планетарного** механизма равно **единице минус** передаточное отношение **обращенного механизма.**

Пример

Дано:

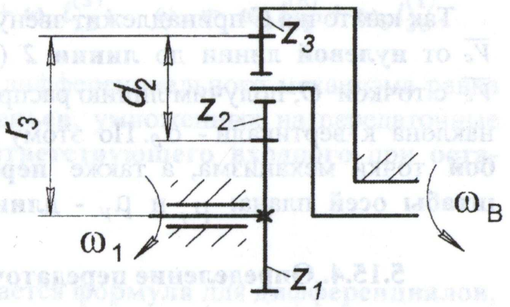
$z_1 = 20,$

$z_2 = 40,$

$z_3 = 2z_2 + z_1 = 100,$

$r_3 = d_2 + r_1 = 2r_2 + r_1,$

$i_{1B}^{(3)} = ?$



Передаточное отношение $i_{1B}^{(3)}$ определим по формуле **Виллиса:**

$$i_{1B}^{(3)} = 1 - i_{13}^{(B)}, \text{где } i_{13}^{(B)} = -\frac{\omega_2\omega_3}{\omega_1\omega_2} = -\frac{z_2z_3}{z_1z_2} = -\frac{z_3}{z_1} = \frac{100}{20} - 5: \; i_{1B}^{(3)} = 6$$

План **скоростей** строится по **известным** скоростям двух **точек** каждого **звена** механизма.

Скорость точки *A* – **точки** зацепления ***1***-го и ***2***-го колёс (рис.125) – равна: $V_A = \omega_1 r_1 = \omega_1 \frac{mz_1}{2}$. От вертикали *O-O*, принятой за **начало** отсчета, отложим **вектор** скорости **точки** *A* - $\overline{V_A}$. У звена 1 теперь известны **две скорости:** точки *A* - $\overline{V_A}$ и **оси** первого колеса - $V_0 = 0$. Соединив **точку *O*** с **концом вектора** $\overline{V_A}$, получим **линию *1*** – распределения скоростей **звена 1.** Угол её наклона к вертикали - α_1. У звена **2** теперь **известны две** скорости – скорость **точки *A*,** равная $\overline{V_A}$, и скорость **точки *B*** (на механизме) и ***в*** (на **плане**), равная **нулю. Соединив эти точки,** получим линию распределения **скоростей 2**-го **звена.** Угол её наклона к вертикали – α_2.

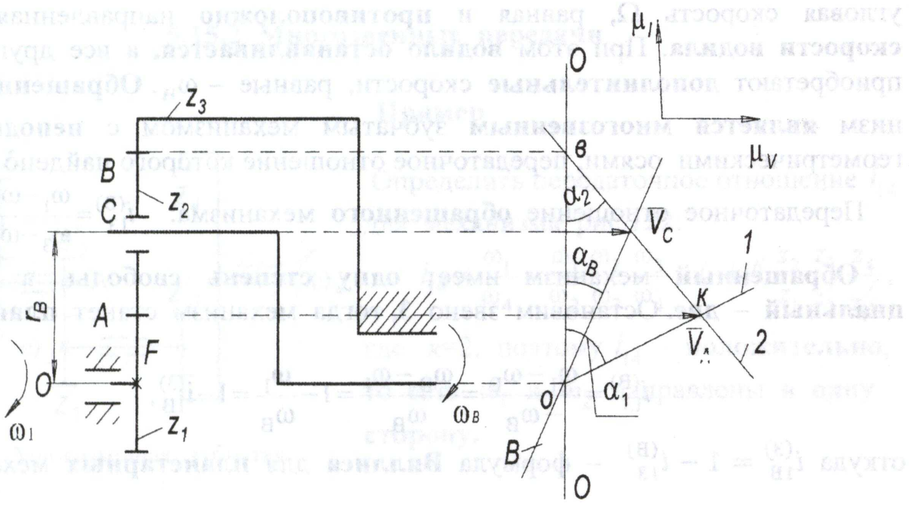


Рис. 125. Планетарный механизм и его план скоростей

Так как точка *C* принадлежит звену 2, то её скорость определяется вектором $\overline{V_C}$ от **нулевой** линии до **линии *2*** (2-го звена). Соединив **конец вектора** $\overline{V_C}$ с точкой *O*, получим линию распределения скоростей **водила *B*.** Угол её наклона к вертикали - α_B. По этому плану можно определить **скорость любой** точки механизма, а также **передаточное отношение,** учитывая **масштабы осей** плана: μ_l и μ_V - **длин** и **скоростей**.

5.15.4. Определение передаточного отношения графически

По определению **передаточное** отношение – **отношение угловых скоростей.** Выразив **угловые** скорости **через линейные**, полученные с плана скоростей с учётом **масштабов** осей, определим передаточное отношение, где **отношение тангенсов** углов заменим **отношением** катетов прямоугольных **треугольников,** приняв **один катет общим.**

$$i_{1B} = \frac{\omega_1}{\omega_B} = \frac{V_A/r_1}{\dfrac{V_C}{r_1 + r_2}} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_B}.$$

5.15.5. Дифференциальные механизмы

К дифференциальным относятся многозвенные зубчатые механизмы, у которых **степень свободы** больше **единицы**. На рис.126 обозначено: 1-*n* – **входные** звенья (показаны их угловые скорости и углы поворота), *m* - **выходное** звено (обозначены угловая скорость и угол поворота).

Положение выходного звена ***m*** зависит от положений входных звеньев ***n:*** $\varphi_m = f(\varphi_1;\varphi_2 \ldots \varphi_n)$.

Продифференцируем $\varphi_m(\varphi_i)$ по времени как сложную функцию $\varphi_m(\varphi_i)$ и $\varphi_i(t)$:

$$\frac{d\varphi_m}{dt} = \frac{\partial\varphi_m}{\partial\varphi_1}\frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{\partial\varphi_m}{\partial\varphi_2}\frac{d\varphi_2}{dt} + \ldots + \frac{\partial\varphi_m}{\partial\varphi_n}\frac{d\varphi_n}{dt},$$

где: $\dfrac{d\varphi_m}{dt} = \omega_m$; $\dfrac{d\varphi_i}{dt} = \omega_i$;

$\dfrac{d\varphi_n}{dt} = \omega_n$. $\dfrac{\partial\varphi_m}{\partial\varphi_1} = \dfrac{\partial\varphi_m/dt}{\partial\varphi_1/dt} = \dfrac{\omega_m}{\omega_1} = i_{m1}^{(2,3\ldots n)}$,

тогда $\boldsymbol{\omega_m = \omega_1 i_{m1}^{(2,3\ldots n)} + \omega_2 i_{m2}^{(1,3\ldots n)} + \cdots + \omega_n i_{mn}^{(1,2\ldots n)}}$.

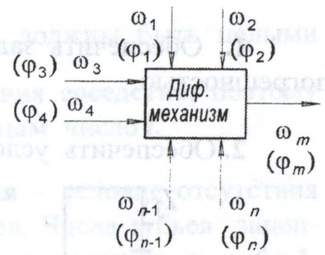


Рис.126.Схема дифференциального механизма

Для **двух** степеней свободы возможны **три** варианта:

$$\boldsymbol{\omega_B = \omega_1 i_{B1}^{(3)} + \omega_3 i_{B3}^{(1)}}\ ; \quad \boldsymbol{\omega_1 = \omega_3 i_{13}^{(B)} + \omega_B i_{1B}^{(3)}}; \quad \boldsymbol{\omega_3 = \omega_1 i_{31}^{(B)} + \omega_B i_{3B}^{(1)}}.$$

Угловая скорость **выходного звена** дифференциального механизма равна **сумме угловых** скоростей **входных звеньев**, умноженных на передаточные отношения **от выходного** звена **до соответствующего входного** при **остановленных** прочих звеньях.

Пример

Дано:

схема рис.124,

z_3 не остановлено;

механизм дифференциальный,

$\omega_1 = 10\ 1/c$,

$\omega_2 = 5\ 1/c$,

$z_1 = 20$,

$z_2 = 40$,

$z_3 = 100$,

$\omega_B = ?$

Записывается **формула** для **дифференциалов**, в которой **появляются** передаточные отношения **двух** планетарных **механизмов**, определяемые по ранее полученным зависимостям.

Для применения формулы **Виллиса** индекс **водила** должен быть **вторым** (**нижние** индексы необходимо **поменять местами**), поэтому формула оказалась в **знаменателе**.

$\omega_B = \omega_1 i_{B1}^{(3)} + \omega_3 i_{B3}^{(1)} = 10 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{5}{6} = \frac{35}{6}\,c^{-1}$, где

$$i_{B1}^{(3)} = \frac{1}{i_{1B}^{(3)}} = \frac{1}{1 - i_{13}^{(B)}} = \frac{1}{1 - (-1)^1 \frac{z_2}{z_1}\cdot\frac{z_3}{z_2}} = \frac{1}{1 + \frac{z_3}{z_1}} = \frac{1}{1 + \frac{100}{20}} = \frac{1}{6},$$

$$i_{B3}^{(1)} = \frac{1}{i_{3B}^{(1)}} = \frac{1}{1 - i_{31}^{(B)}} = \frac{1}{1 - (-1)^1 \frac{z_2}{z_3}\cdot\frac{z_1}{z_2}} = \frac{1}{1 + \frac{z_1}{z_3}} = \frac{1}{1 + \frac{20}{100}} = \frac{5}{6}.$$

5.15.6. Проектирование планетарных механизмов

Для проектирования нужно выполнить **пять** условий **одновременно**.

1. Обеспечить заданное **передаточное отношение** с допустимой погрешностью.

2. Обеспечить условие **соосности.**

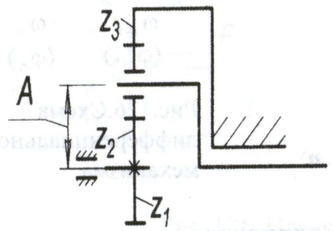


Рис. 127. К условию соосности

Условие соосности:

расстояние A от **оси колеса** z_1 до **оси водила** должно быть **одинаковым** при вычислении через делительные радиусы колёс 1,2 и 3,2 или их числа зубьев:

$$A = r_1 + r_2 = r_3 - r_2 \quad \text{или} \quad A = z_1 + z_2 = z_3 - z_2 .$$

3. Обеспечить условие **соседства** сателлитов – **зазор** Δ между вершинами зубьев соседних сателлитов.

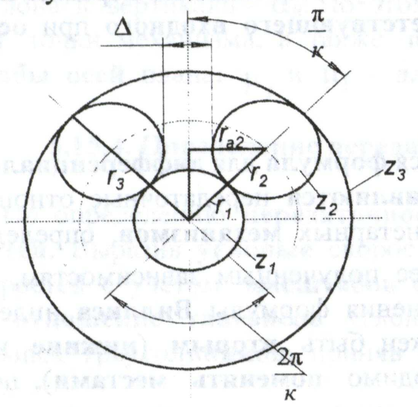


Рис. 128. К условию соседства сателлитов

$\sin\frac{\pi}{k} > \frac{r_{a2}}{r_1 + r_2} = \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}$ - при **внешнем** зацеплении сателлитов с центральным колесом.

$\sin\frac{\pi}{k} > \frac{r_{a2}}{r_3 - r_2} = \frac{z_2 + 2}{z_3 - z_2}$ - при **внутреннем** зацеплении сателлитов с центральным колесом.

4. Обеспечить **условие сборки** – условие **симметричности** сателлитов при нормальном зацеплении.

Определим теоретически возможное число сателлитов, которое зависит от схемы механизма. Например, для механизма, изображенного на рис.129, при повороте центрального колеса *1* (и неподвижном колесе *4*) на угол равный шагу зубьев $\varphi_1 = \frac{2\pi}{z_1}$ водило повернется на угол $\varphi_B = \varphi_1 i_{B1}^{(4)} = \frac{2\pi}{z_1} i_{B1}^{(4)}$.

Теоретически возможное число сателлитов, не совпадающих по положению:

$$n = \frac{2\pi}{\varphi_B} = \frac{z_1}{i_{B1}^{(4)}}, \quad \text{где} \quad i_{B1}^{(3)} = \frac{1}{i_{1B}^{(4)}} = \frac{1}{1 - i_{13}^{(B)}} = \frac{1}{1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}} = \frac{z_1 z_3}{z_1 z_3 + z_2 z_4}.$$

Если сателлиты поставлены через ***l*** зубьев центрального колеса в одной плоскости, то возможное их число $k = \frac{n}{l}$ (***k, n, l*** должны быть целыми числами). **Число** сателлитов ***k*** определяется из условия **соседства,** поэтому **условие сборки** сводится к **проверке,** будет ли **целым** число ***l.***

5. Обеспечить условие **правильного зацепления** – условие отсутствия **заклинивания** и отсутствия **интерференции** зубьев. Числа зубьев зацепляющихся колёс должны удовлетворять условиям, указанным в **табл.1,** при нарезании **долбяком.**

Таблица 1. Условия правильного зацепления

Внешнее зацепление		Внутреннее зацепление			
Z_1	Z_2	Z_1	Z_2	Z_1	Z_2
13	≤17	17	∞	23	≥41
14	≤27	18	≥144	24	≥38
15	≤48	19	≥81	25	≥36
16	≤122	20	≥60	26	≥35
17 и выше	Любое	21	≥50	27-79	$\geq Z_1+8$
		22	≥44	80 и выше	$\geq Z_1+7$

Существует несколько методов подбора чисел зубьев планетарных передач. Рассмотрим наиболее простой из них, в котором подбор производится по **двум условиям: заданному** передаточному отношению и **условию соосности.** Затем выполняется **проверка** по следующим **трём условиям: сборки, соседства, правильного зацепления.**

Пример. Подобрать числа зубьев колес планетарного механизма, изображенного на рис.129 так, чтобы обеспечить передаточное отношение от первого звена к водилу, равное 15; $i_{1B}^{(4)} = 15$.

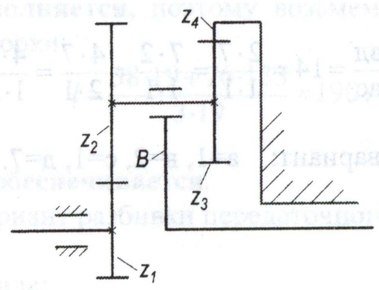


Рис. 129. Планетарный механизм

Для заданной схемы выражение **передаточного** отношения имеет вид:

$$i_{1B}^{(4)} = 1 - i_{14}^{(B)} = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}.$$

Условие **соосности** при одинаковом модуле зубчатых колес выражается следующим образом:

$$z_1 + z_2 = z_4 - z_3.$$

Из схемы ясно, что z_4 должно быть больше z_3. Соотношение $\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$ **заменяем отношением** сомножителей **а, в, с, д,** каждый из которых соответственно **пропорционален** числу **зубьев,** то есть

$$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{\text{вд}}{\text{ас}} = i_{1B}^{(4)} - 1 = 15 - 1 = 14.$$

Условие **соосности:** а + в = д – с.

Чтобы **условие соосности** выполнялось в **любом случае,** умножаем правую часть равенства на левую, а левую - на правую: (а + в)(д - с) = (д - с)(а + в).

Так как сомножители а, в, с, д пропорциональны числам зубьев, то для определения последних требуется умножить каждый сомножитель на коэффициент **пропорциональности** γ. Очевидно, что γ – любое положительное число. Таким образом, получим:

$$\gamma(\text{а} + \text{в})(\text{д} - \text{с}) = \gamma(\text{д} - \text{с})(\text{а} + \text{в}).$$

Преобразуем равенство к виду: $\text{а}(\text{д} - \text{с})\gamma + \text{в}(\text{д} - \text{с})\gamma = \text{д}(\text{а} + \text{в})\gamma - \text{с}(\text{а} + \text{в})\gamma$. Теперь, учитывая условие **соосности**, можно принять:

$$z_1 = \text{а}(\text{д} - \text{с})\gamma, \qquad z_2 = \text{в}(\text{д} - \text{с})\gamma,$$
$$z_3 = \text{с}(\text{а} + \text{в})\gamma, \qquad z_4 = \text{д}(\text{а} + \text{в})\gamma.$$

Разобьём передаточное отношение $i_{1B}^{(4)} = 14$ на четыре сомножителя, которые должны быть целыми числами. Это можно выполнить различным образом:

$$\frac{\text{вд}}{\text{ас}} = 14 = \frac{2 \cdot 7}{1 \cdot 1} = \frac{7 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{4 \cdot 7}{2 \cdot 1} = \frac{4 \cdot 7}{1 \cdot 2} \quad \text{и т.п.}$$

Рассмотрим первый вариант: а=1, в=2, с=1, д=7. Решение ищем в ранее полученном виде:

$$z_1 = \text{а}(\text{д} - \text{с})\gamma = 1 \cdot 6\gamma = 6\gamma,$$
$$z_2 = \text{в}(\text{д} - \text{с})\gamma = 2 \cdot 6\gamma, = 12\gamma,$$
$$z_3 = \text{с}(\text{а} = \text{в})\gamma = 1 \cdot 3\gamma = 3\gamma,$$
$$z_4 = \text{д}(\text{а} + \text{в})\gamma = 7 \cdot 3\gamma = 21\gamma.$$

Разделим правые части на 3: $z_1 = 2\gamma$, $z_2 = 4\gamma$, $z_3 = \gamma$, $z_4 = 7\gamma$.

Наименьшим должно быть зубчатое колесо z_3. Число зубьев колеса z_3 определяется из условия **отсутствия интерференции** зубьев при зацеплении с колесом z_4; z_3 должно быть более 17, так как при 17 зубьях правильное зацепление возможно лишь с зубчатой рейкой. При z_3 =18, z_4 =7· z_3= =7·18=126. Согласно табл.1, при 18 зубьях колеса z_3, z_4 должно быть более 144, то есть условие правильного внутреннего зацепления **не** удовлетворяется. Принимаем z_3 =19, тогда z_4 =133; для обеспечения правильного зацепления z_4, согласно табл.1, должно быть более 81. То есть теперь соблюдаются условия правильного зацепления в обоих случаях – при **внутреннем** и при **внешнем** зацеплении зубчатых колес планетарного механизма, поскольку числа зубьев колес **1** и **2** равны: z_1=38, z_2 =76, так как $z_3 = \gamma$, $z_1 = 2\gamma$, $z_2 = 4\gamma$.

Найдем возможное число сателлитов по **внешнему** зацеплению:

$$\kappa < \frac{\pi}{\arcsin\frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}} = \frac{3{,}14}{\arcsin\frac{76 + 2}{38 + 76}} = 4{,}19.$$

По **внутреннему** зацеплению:

$$\kappa < \frac{\pi}{\arcsin\frac{z_3 + 2}{z_4 - z_3}} = \frac{3{,}14}{\arcsin\frac{19 + 2}{133 - 19}} = 16{,}53.$$

Проверим **условие сборки** при **четырёх** сателлитах:

$$l = \frac{z_1 \cdot z_3 + z_2 \cdot z_4}{\kappa \cdot z_3} = \frac{38 \cdot 19 + 76 \cdot 133}{4 \cdot 19} = 142{,}5.$$

Условие сборки **не выполняется,** поэтому возьмем **три** сателлита и снова проверим условие сборки:

$$l = \frac{38 \cdot 19 + 76 \cdot 133}{3 \cdot 19} = 190.$$

Теперь условие сборки **обеспечивается**.

Рассмотрим четвертый вариант разбивки передаточного отношения: а=1, в=4, с=2, д=7.

Числа зубьев имеем в виде:

$$z_1 = а(д-с)\gamma = 1{\cdot}5\gamma = 5\gamma,$$
$$z_2 = в(д-с)\gamma = 4{\cdot}5\gamma = 20\gamma,$$
$$z_3 = с(а+в)\gamma = 2{\cdot}5\gamma = 10\gamma,$$
$$z_4 = д(а+в)\gamma = 7{\cdot}5\gamma = 35\gamma.$$

Примем z_1=18, тогда z_2=72, z_3 =36, z_4=126 зубьев. Условия правильного зацепления **выполняются**, так как для внешнего зацепления исходили из этого условия, приняв z_1>17. Правильность **внутреннего** зацепления обеспечивается, поскольку при z_3 =36, согласно таблице $z_4 > z_3 + 8$. У нас z_4=126; 126 >36+8.

Определим возможное число сателлитов по **внешнему** зацеплению:

$$\kappa < \frac{\pi}{\arcsin\frac{z_2+2}{z_1+z_2}} = \frac{3{,}14}{\arcsin\frac{72+2}{18+72}} = 3{,}27.$$

По **внутреннему** зацеплению: $\kappa < \dfrac{\pi}{\arcsin\dfrac{z_3+2}{z_4-z_3}} = \dfrac{3{,}14}{\arcsin\dfrac{36+2}{126-36}} = 7{,}3.$

Число сателлитов может быть **не более трёх.** Проверим условие сборки при **трёх** сателлитах:

$$l = \frac{z_1 \cdot z_3 + z_2 \cdot z_4}{\kappa \cdot z_3} = \frac{18{\cdot}36 + 72{\cdot}126}{3{\cdot}36} = 90.$$

Условие сборки **выполняется**.

Сравнивая два рассмотренных варианта, находим, что во втором случае **габариты** получаются **меньшими**.

Глава 6. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Кулачковый механизм служит для **преобразования движений: вращательного** движения кулачка в **поступательное** или **вращательное** движения **толкателя**. Это простейший механизм для преобразования движений. **Закон движения** толкателя зависит от **формы профиля** кулачка.

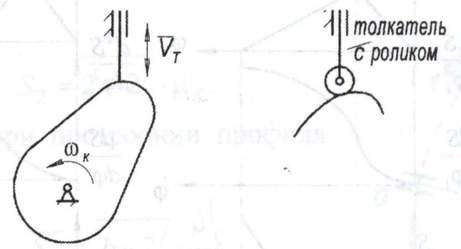
Задача проектирования: по известному **закону движения** толкателя – спроектировать **профиль** кулачка.

Закон движения задается не **перемещениями,** а **ускорениями** толкателя. Ускорение задается в **функции угла поворота кулачка,** поэтому оно называется **аналогом ускорения.**

$\dfrac{d_2S}{d\varphi^2}$ – **аналог** ускорения толкателя; $\dfrac{d_2S}{dt^2}$ – **ускорение** толкателя.

Применяются **2** основных **типа** кулачковых механизмов.

1. Механизм с **поступательно** движущимся **толкателем**.



Ролик служит для уменьшения трения и износа элементов механизма.

Рис.130. Схема механизма с поступательным толкателем

2. Механизм с **качающимся толкателем**.

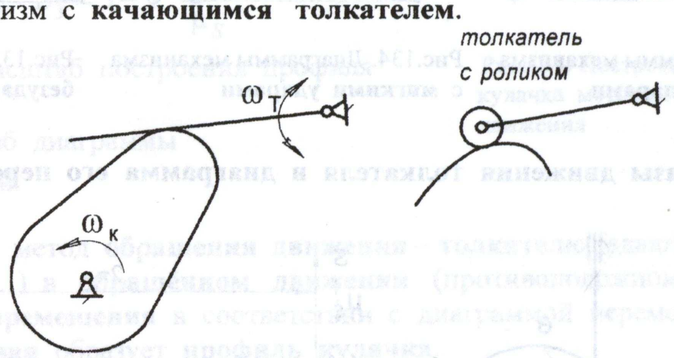


Рис.131. Схема механизма с качающимся толкателем

Для проектирования задаются диаграммы **аналогов ускорений** толкателя (**3 типа**).

Разрыв диаграммы (механизм с **жесткими** ударами)

Излом диаграммы (механизм с **мягкими** ударами)

Плавная кривая (**безударный** механизм)

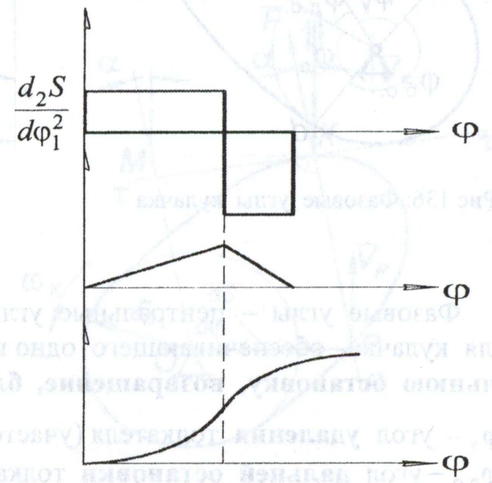


Рис.132. **Три типа** кулачковых механизмов

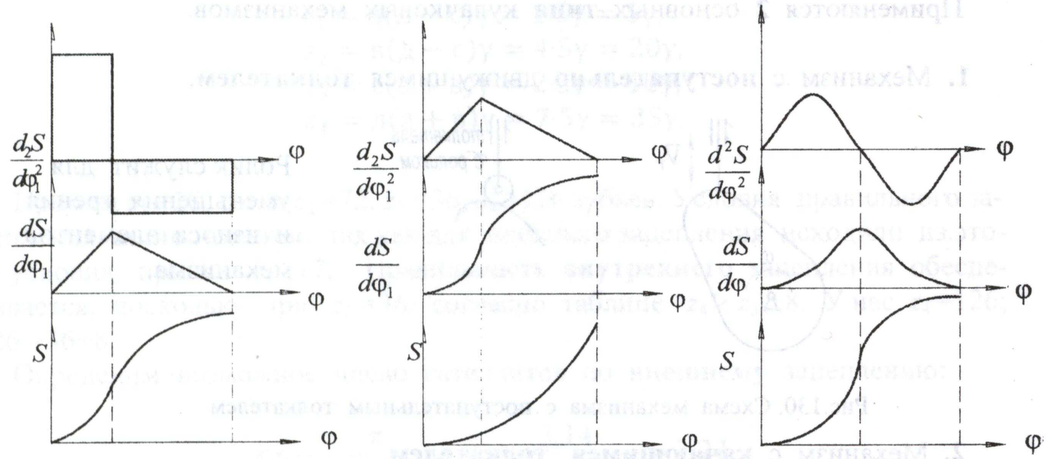


Рис.133. Диаграммы механизма **с жесткими ударами**

Рис.134. Диаграммы механизма **с мягкими ударами**

Рис.135. Диаграммы **безударного** механизма

6.1. Фазы движения толкателя и диаграмма его перемещений

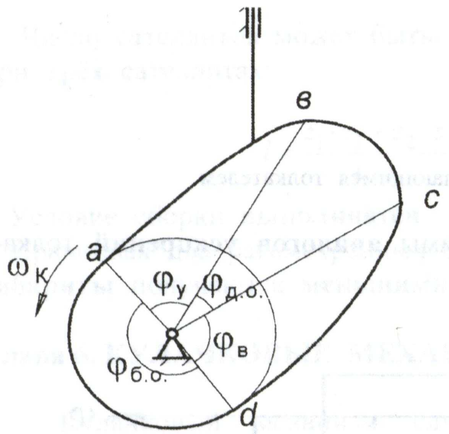


Рис.136. Фазовые углы кулачка

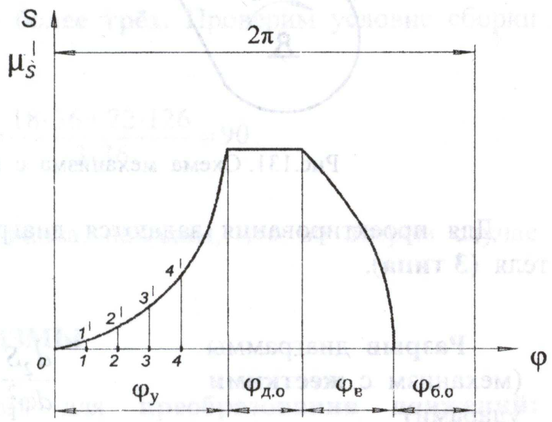


Рис.137. Диаграмма перемещения толкателя

Фазовые углы – центральные углы, соответствующие участкам профиля кулачка, обеспечивающего одно из состояний толкателя: **удаление, дальнюю остановку, возвращение, ближнюю остановку:**

$\varphi_у$ – угол **удаления** толкателя (участок профиля *ав*),

$\varphi_{д.о}$ – угол **дальней остановки** толкателя (участок *вс*),

$\varphi_в$ – угол **возвращения** толкателя (участок *cd*),

$\varphi_{б.о}$ – угол **ближней остановки** толкателя, (участок *da*).

6.2. Построение профиля кулачка по диаграмме перемещений

Ход толкателя в положении 2 (S_2) равен:

$$S_2 = \overline{2-2'} \cdot \mu_S^l.$$

Отрезок $\overline{S_2}$ при построении профиля кулачка:

$$\overline{S_2} = \overline{2-2'} \cdot \frac{\mu_S^l}{\mu_S},$$

аналогично: $\overline{S_3} = \overline{3-3'} \cdot \frac{\mu_S^l}{\mu_S}$,

где μ_S – масштаб построения профиля кулачка;

μ_S^l – масштаб диаграммы перемещений.

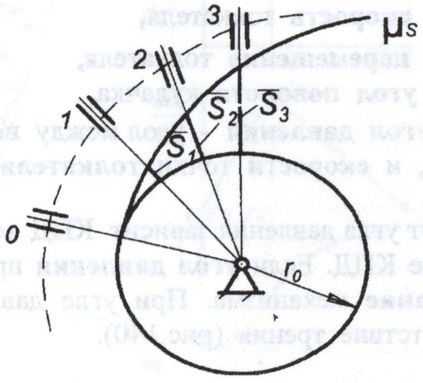


Рис.138. Построение профиля кулачка методом обращения движения

Используется метод **обращения движения** – **толкателю** задаются **положения** (1,2,3,…) в **обращённом движении** (противоположном движению кулачка) и **перемещения** в соответствии с диаграммой перемещений. **Огибающая кривая** образует **профиль кулачка**.

6.3. Понятие об углах давления (α)

Углом **давления** называют **угол** между направлениями **силы** и **скорости** той точки толкателя, к которой эта сила приложена.

P – полюс или **мгновенный центр** относительных скоростей.

Из рис.139 следует:

$$V_P = \omega_K OP = \frac{d\varphi}{dt} OP,$$

$$V_P = V_T = \frac{dS}{d\varphi},$$

$$\frac{d\varphi}{dt} OP = \frac{dS}{dt}, \text{ откуда}$$

$$OP = \frac{dS}{d\varphi},$$

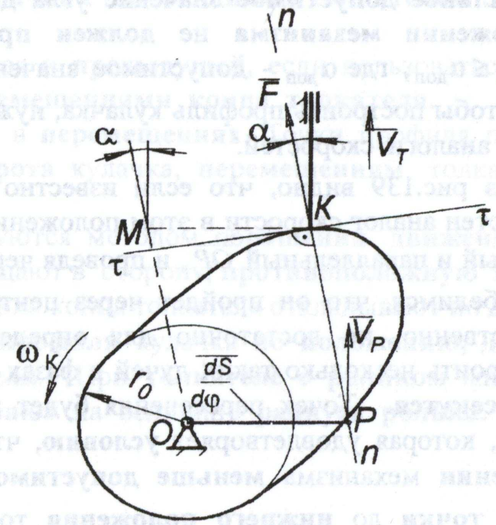


Рис.139. К определению аналогов скоростей

где OP – **аналог скорости** толкателя,
V_P – **скорость** полюса,
V_T – **скорость** толкателя,
dS – **перемещение** толкателя,
$d\varphi$ – **угол поворота** кулачка,
α – **угол давления** - угол между **векторами силы,** действующей на толкатель, и **скорости** точки **толкателя,** на которую эта **сила действует.**

От угла давления зависит КПД механизма. Чем меньше угол давления, тем выше КПД. Если **угол давления** превысит **угол трения,** произойдёт **заклинивание** механизма. При угле давления 90^0 заклинивание произойдёт и в отсутствие трения (рис.140).

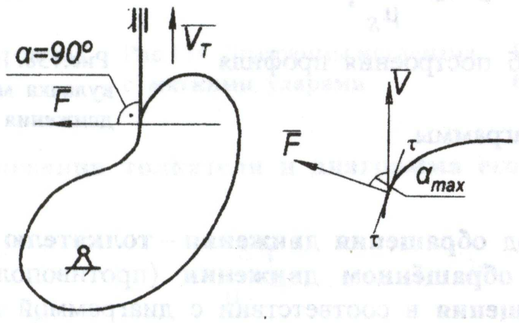


Рис.140. Углы давления

При проектировании кулачкового механизма ориентируются на **максимальное допустимое** значение угла давления. **Угол давления** в **любом положении механизма** не **должен превышать допустимого значения** $\alpha_{max} \le \alpha_{доп}$, где $\alpha_{доп}$ - допустимое значение угла давления.

Чтобы построить профиль кулачка, нужно знать его минимальный радиус - r_0 и аналоги скоростей.

Из рис.139 видно, что если известно положение толкателя (точка K) и известен аналог скорости в этом положении ($\overline{OP}$), то, построив отрезок $\overline{KM}$, равный и параллельный $\overline{OP}$, и проведя через точку M луч под углом давления α, убедимся, что он пройдет через центр вращения кулачка. Одного луча, естественно, не достаточно для определения центра вращения, но если построить несколько таких лучей в фазах удаления и возвращения, то **лучи пересекутся.** Точек пересечения будет несколько, из них нужно **выбрать** одну, которая удовлетворяет **условию,** что **угол давления** α **в любом положении** механизма **меньше допустимого значения** $\alpha_{доп.}$. Расстояние от этой **точки** до **нижнего положения** толкателя – **минимальный радиус.** Обычно это точка, наиболее удаленная от нижнего положения толкателя – точки K_0.

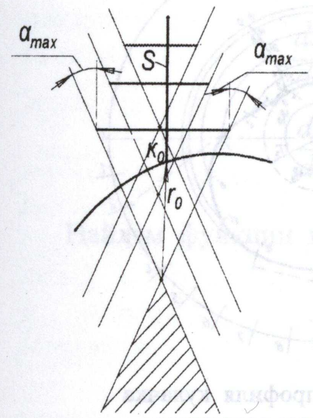


Рис.141. К определению минимального радиуса кулачка

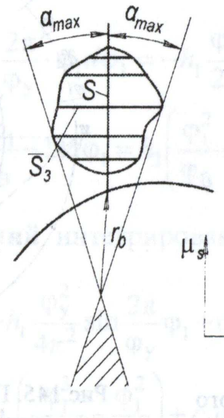


Рис.142. К определению минимального радиуса кулачка с поступательным толкателем

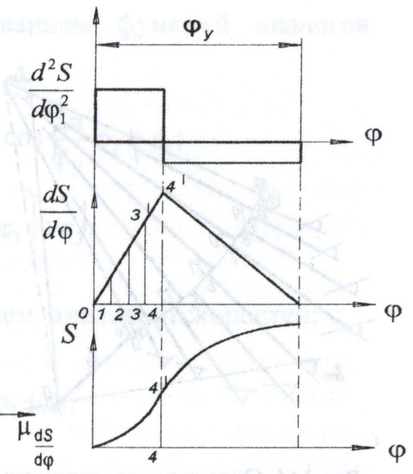


Рис.143. Диаграммы аналогов ускорений, скоростей и перемещений

Аналоги скоростей берут из диаграммы **аналогов** приводят их к **масштабу перемещений**, так как **аналог** скорости – **отрезок:** $\overline{S}_3 = \overline{3-3'} \cdot \frac{\mu_{\frac{dS}{d\varphi_1}}}{\mu_S}$.

6.4. Построения профиля кулачка с качающимся толкателем

В этом случае **задача** сводится к **предыдущей**, если пользоваться **не углами** поворота толкателя, а **перемещениями конца толкателя.**

Все диаграммы строятся также в **перемещениях**. Точки профиля получаются по известным **углам поворота** кулачка, **перемещениям** толкателя и известной **длине** толкателя.

Для построения профиля пользуются методом **обращения движения** – центр вращения **толкателя** перемещают в сторону, **противоположную** вращению кулачка (рис.145). Перемещения конца толкателя откладывают по **дуге** в виде **хорд**. Затем находят **точки профиля** кулачка по **положению, длине** и **перемещению** конца **толкателя**. При **толкателе** с **роликом** минимальный **радиус** кулачка **увеличивают** на величину **радиуса ролика.**

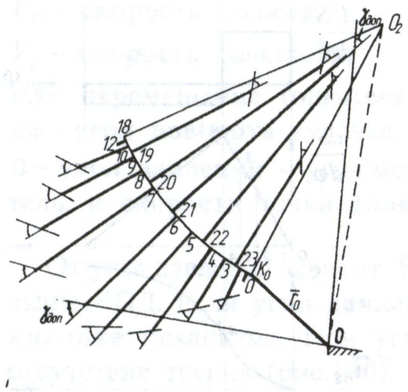


Рис.144. Определение минимального радиуса кулачка с качающимся толкателем

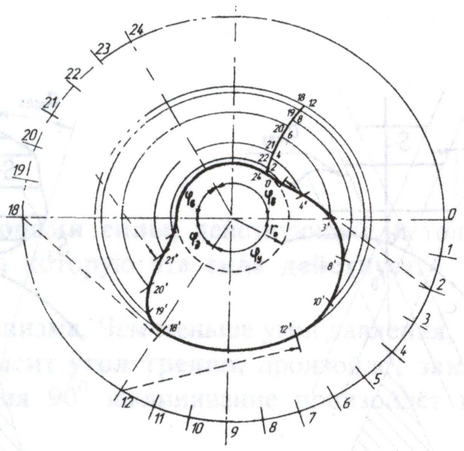


Рис.145. Построение профиля кулачка механизма с качающимся толкателем

Исходная диаграмма аналогов ускорения дается **без масштаба**, поэтому её можно использовать **двумя** способами.

Первый способ

Записывают геометрические функции, которыми задается диаграмма. Обозначают максимальные ординаты буквами. Затем **дважды** интегрируют записанные выражения. Находят произвольные **постоянные** из **начальных** условий и определяют **максимальные** значения функций исходных диаграмм. Диаграмма аналогов ускорений строится по полученным максимальным значениям **ординат**, затем графически **дважды** интегрируется. Получаются аналоги перемещений и сами перемещения.

В примере (рис.146) диаграммы аналогов ускорений в фазах удаления и возвращения заданы в виде разных функций. Эти функции **произвольно** задавать **нельзя**, так как требуется выполнить следующие условия. Ввиду того, что ход удаления S_y равен ходу возвращения $S_в$, это требует **равенства площадей** диаграмм в фазах **удаления** и **возвращения**: $A_1=A_2$.

Рассуждая аналогично, придём к выводу, что должны быть равны площади: $A_{y1}=A_{y2}$ и $A_{в1}=A_{в2}$. Чтобы вышеуказанные условия выполнялись, подберем соотношение ординат $\overline{h_1}$ и $\overline{h_2}$ таким образом, чтобы после двукратного интегрирования ход удаления S_y равнялся бы ходу возвращения $S_в$.

Обозначим максимальное значение аналога ускорений в фазе **удаления** $\overline{h_1}$, а в фазе **возвращения** $\overline{h_2}$. Запишем аналитические выражения функций аналогов ускорений в обеих фазах: $\frac{d^2S_Y}{d\varphi_1^2}=h_1\sin\frac{2\pi}{\varphi_y}\varphi_1$; $\frac{d^2S_B}{d\varphi_1^2}=h_2(\frac{2\varphi_1}{\varphi_B}-1)$.

Определим **аналоги скоростей** интегрированием функций аналогов ускорений:

$$\frac{dS_y}{d\varphi_1}=\int h_1\sin\frac{2\pi}{\varphi_y}\cdot\varphi_1 d\varphi_1=-h_1\frac{\varphi_y}{2\pi}\cos\frac{2\pi}{\varphi_y}\varphi_1+c_1;$$

$$\frac{dS_B}{d\varphi_1}=\int h_2(\frac{2\varphi_1}{\varphi_B}-1)d\varphi_1=h_2\left(\frac{\varphi_1^2}{\varphi_B}-\varphi_1\right)+c_3.$$

Найдем функции **перемещений** интегрированием аналогов скоростей:

$$S(\varphi_1)_y=-h_1\frac{\varphi_y^2}{4\pi^2}\sin\frac{2\pi}{\varphi_y}\varphi_1+c_1\varphi_1+c_2;$$

$$S(\varphi_1)_B=h_2\left(\frac{\varphi_1^3}{3\varphi_B}-\frac{\varphi_1^2}{2}\right)+c_3\varphi_1+c_4.$$

Определим произвольные постоянные c_1, c_2, c_3, c_4 из начальных условий: при $\varphi_1=0$; $\frac{dS}{d\varphi_1}=0$; $S(\varphi_1)=0$;

$$c_1=h_1\frac{\varphi_y}{2\pi};\quad c_2=c_3=c_4=0.$$

Определим отношение ординат h_1 и h_2 из условия, что перемещения $S(\varphi_1)_y$ и $S(\varphi_1)_B$ равны ходу толкателя в конце каждой из фаз – удаления и возвращения:

$$\varphi_1=\varphi_y;\ S(\varphi_1)_y=S_{max};\ h_1\cdot\frac{\varphi_y^2}{2\pi}=S_{max};$$

$$\varphi_1=\varphi_в;\ S(\varphi_1)_B=S_{max};\ h_2\cdot\frac{\varphi_B^2}{6}=S_{max}.$$

Приравнивая левые части уравнений, получим $\frac{h_1}{h_2}=\frac{\pi\varphi_B^2}{3\varphi_y^2}$.

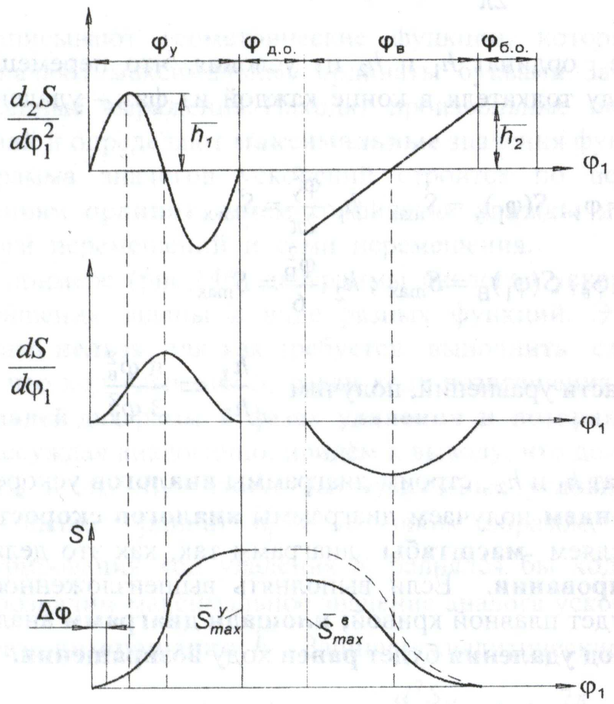
Зная **соотношение** ординат h_1 и h_2, строим диаграммы **аналогов** ускорений. Графическим **интегрированием** получаем диаграммы **аналогов скоростей** и перемещений. Затем вычисляем **масштабы** диаграмм так, как это делается **при** графическом **интегрировании.** Если выполнять вышеизложенное, то диаграмма перемещений будет плавной кривой**; площади диаграмм** аналогов скоростей будут **равны,** а **ход удаления** будет **равен** ходу **возвращения.**

Второй способ

Исходные диаграммы аналогов ускорений изображаются в **произвольном масштабе:** ординаты h_1 и h_2 **не вычисляются,** а изображаются **произвольно.** Затем диаграммы **дважды графически интегрируются.** Получаются диаграммы аналогов **скоростей** и **перемещений.**

Масштабы диаграмм определяются после построения **диаграммы перемещений** по заданному **ходу толкателя,** имея в виду, что ход удаления равен ходу возвращения. **Масштабы** диаграмм будут **разными** вследствие **произвольного** назначения **максимальных ординат** функций в фазах удаления и возвращения, что абсолютно не усложняет вычисления и построения. **Масштабы** диаграмм определяются **начиная** с **диаграммы перемещений,** так как ход толкателя S_{max} – задан.

Диаграмма перемещений будет со **ступенькой,** так как **ход удаления не равен ходу возвращения**, ввиду разных масштабов, но их истинные значения равны, поэтому масштабы диаграмм в фазах удаления и возвращения определяются при условии **равного хода** толкателя. При непрерывном интегрировании слева направо ступенька появится в конце хода возвращения толкателя. В нашем примере интегрирование диаграммы в фазе возвращения проводилось **справа налево.**



$$S_{max} = \overline{S^{Y}_{max}}\,\mu^{Y}_{S} = \overline{S^{B}_{max}}\,\mu^{Y}_{S},$$

поэтому:

$$\mu^{Y}_{S} = \frac{S_{max}}{S^{Y}_{max}};$$

$$\mu^{B}_{S} = \frac{S_{max}}{S^{B}_{max}};$$

$$\mu_{\frac{dS}{d\varphi}} = \frac{\mu_S}{\mu_\varphi \cdot \overline{\Delta\varphi}}.$$

Рис. 146. Диаграммы аналогов ускорений, скоростей и перемещений толкателя при **втором** способе расчёта

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фролов К.В. Теория механизмов и машин / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов. – М.: Высшая школа, 2001.
2. Фролов К.В. Теория механизмов и машин и механика машин / К.В. Фролов и др. – М.: Высшая школа, 2003.
3. Фролов К.В. Теория механизмов и машин и механика машин / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.
4. Головин А.А. Динамика механизмов: учеб. пособие / А.А. Головин, Ю.В. Костиков, А.Б. Красовский. – М.: МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2001.
5. Смелягин А.И. Структура механизмов и машин: учеб. пособие / А.И. Смелягин. – Новосибирск: изд-во НГТУ, 2003.
6. Дворников Л.Т. Теория кинематических пар и соединений: учеб. пособие /Л.Т. Дворников, Э.Я. Живаго. Новокузнецк: Сиб. индустриальный ун-т, - 2001.
7. Гущин А.Н. Теория механизмов и машин: комплекс учебно-методических материалов. Ч. 1 / А.Н. Гущин, И.В.Воробьёва; Нижегород. гос. техн. ун-т. – Н.Новгород, 2007. – 167 с.
8. Гущин А.Н., Теория механизмов и машин: комплекс учебно-методических материалов. Ч. 2 / А.Н.Гущин, И.В. Воробьёва, Б.Ф. Балеев; Нижегород. гос. техн. ун-т. – Н.Новгород, 2007. – 177 с.
9. Балеев Б.Ф. Зубчатые механизмы: метод. указания по дисциплине «Теория механизмов и машин» для студентов машиностроительных специальностей всех форм обучения / НГТУ; сост.: Б.Ф. Балеев – Н.Новгород, 2008. – 12 с.
10. Балеев Б.Ф. Теория механизмов и машин: методические указания к контрольным и лабораторным работам, экзаменам и курсовому проекту для студентов заочной формы обучения / НГТУ; сост.: Б.Ф. Балеев – Н.Новгород, 2010.
11. Балеев Б.Ф. Маховик: методические указания по дисциплине «Теория механизмов и машин» для студентов машиностроительных специальностей всех форм обучения / НГТУ; сост.: Б.Ф.Балеев – Н.Новгород. 2012. – 23 с.

Приложение О ПОНИМАНИИ

После изучения курса ТММ студент способен **самостоятельно** выполнять **курсовой** проект и **лабораторные** работы, решать **задачи, с пониманием отвечать** на любые вопросы, связанные с ТММ, хотя **понимание** и его **уровни** до сих пор **не определены.**

Термин **понимание** связан с **сознанием,** поэтому далее будет использоваться наиболее применяемый термин – **сознание.**

Понимание начинается с **обобщений** и **классификации фактов,** запоминание которых **не** есть **понимание. Целое** всегда **больше** составляющих его **частей,** так как приобретает **системные свойства,** поэтому **знаний** об **элементах системы недостаточно** для **понимания** всей **системы.**

Утверждения о якобы **понимании,** но **невозможности** его выражения в **словах, схемах, символах** — абсурд, так как **ясное изложение** и есть свидетельство **понимания.**

Различают **семь** уровней сознания: **1) обыденное** (мерцающее), от него **три** уровня вниз: **2) подсознание** (бессознательное), **3) коллективное** бессознательное, **4) космическое** бессознательное; и **три** уровня вверх: **5) сверхсознание, 6) коллективное** сверхсознание, **7) космическое** сверхсознание.

Расширение **сознания** происходит при уделении ему **осознанного внимания.** При **бессознательном** отношении в лучшем случае ничего не происходит; обычно — **деградация.** Слушание, записывание, запоминание — это **восприятия,** требующие минимального **осознания,** часто происходящие на **подсознательном** уровне, как дыхание, ходьба, поэтому для **интенсивного развития** с целью **«не отстать** от **природы»** требуется **осознанное** слежение за **сознанием** через **намерение, внимание, восприятие.** Достигнутый **уровень понимания** определяется по **качеству формулировок** (краткости и чёткости) в виде **понятий, методов, принципов.**

Автоматически **сознание** включается только в **экстремальных** ситуациях; обычно оно **мерцает:** включается на **короткое** время от **страха** и **любопытства,** а в **обыденных ситуациях** управляет **подсознание** и вместо **высших** уровней — **понятий** и **принципов** — **низшие** — бессознательное **видение, слышание, записывание** путём **сужения внимания** на **фактах,** не требующих осмысления: **звуках, буквах, словах.** Для удержания **сознательного состояния** необходимо стать **«наблюдателем»** и находиться в **настоящем моменте;** по **Ошо** — **«здесь** и **сейчас»,** в **«центре циклона»;** по **Г.Гурджиеву** — в моменте **«самовоспоминания».** Ниже даны **определения** для **оценки** собственного **уровня сознания,** в основе которых— термин **состояние.**

1. **СОСТОЯНИЕ** — способ **существования системы.**

2. **СИСТЕМА** — **элементы,** связанные функционально.
3. **ЭЛЕМЕНТ** — **система** с **несущественными внутренними** связями.
4. **ЭЛЕМЕНТАРНОЕ СОЗНАНИЕ** — различение **двух** состояний.
5. **СОЗНАНИЕ** — **различение** и **реализация** допустимых **состояний.**
6. **ДОПУСТИМОЕ СОСТОЯНИЕ** — состояние, ограниченное **связями.**
7. **МЕРА СОЗНАНИЯ** — **количество** допустимых **состояний.**
8. **ВНИМАНИЕ** — способность **выделять классы** состояний.
9. **КЛАСС СОСТОЯНИЙ** — состояние в заданных **размерностях.**
10. **УРОВЕНЬ СОЗНАНИЯ** — **класс** состояний, выделяемый **вниманием.**
11. **СТЕПЕНЬ РАЗВИТИЯ СОЗНАНИЯ** — **количество классов** состояний, **выделяемых вниманием.**
12. **ВОЛЯ** — **количество реализованных** состояний.
13. **САМОСОЗНАНИЕ** — **возможности** на **верхнем уровне** сознания.
14. **ИНФОРМАЦИЯ** — описание **состояний** системы.
15. **ВОСПРИЯТИЕ** — получение **информации.**
16. **НАМЕРЕНИЕ** — описание **будущего состояния** системы.
17. **ЭНТРОПИЯ** — логарифм **числа допустимых состояний** системы.
18. **ЭНЕРГИЯ** — характеристика **разности состояний** системы.
19. **СИЛА** — **градиент** энергии.
20. **ЗНАНИЕ** — реализованное **понимание.**
21. **СОБЫТИЕ** — **изменение** состояния.
22. **РЕАЛЬНОСТЬ** — события **с изменением энергии** и **информации.**
23. **ИЛЛЮЗИЯ** — события **без изменения энергии** и **информации.**
24. **ВРЕМЯ** и **ПРОСТРАНСТВО** — **иллюзии** ограниченного восприятия.

Уровни понимания можно представить в виде **пирамиды: нижняя** часть — **факты** — результаты **восприятия, выше** — **понятия** разного **уровня;** вверху — **принципы** — **наиболее широкие понятия.**

1. **ПРИНЦИПЫ** — обобщения **методов.**
2. **МЕТОДЫ** — обобщения **понятий.**
3. **ПОНЯТИЯ** — обобщения **фактов.**
4. **СИНТЕЗ** — **реализация** состояний систем.
5. **АНАЛИЗ** — **исследования** состояний систем.
6. **КЛАССИФИКАЦИЯ** — определение **классов** состояний.
7. **ВОСПРИЯТИЕ** — **сумма элементарных** осознаний.
8. **ЭЛЕМЕНТАРНОЕ сознание** — **различение двух** состояний.
9. **ФАКТЫ** — **состояния систем** и **элементов.**

Для **механизмов** «пирамида» **уровней** ПОНИМАНИЯ может **выглядеть** так:

1. **ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ.**
2. **МЕТОДЫ анализа** и **синтеза** механизмов.
3. **СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ** — построение **схем** механизмов.
4. **АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ** — определение **параметров** механизмов.

5. МЕХАНИЗМЫ — системы **звеньев**, связанных кинематическими парами. Степень свободы минимальна. Энтропия системы при одной степени свободы равна **нулю.** Упорядоченность максимальна.

6. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПАРЫ — подвижные соединения **звеньев.**

7. ЗВЕНЬЯ — **элементы** механизмов в несвязанном виде -- **нижний** уровень; число **степеней свободы** и **энтропия** максимальны.

Направление **исследований** — от **фактов** к **принципам** (от **частного** — к **общему**); направление **обучения** обратное — от **принципов** к **фактам** (от **общего** — к **частному**).

Аналогичная пирамида уровней **понимания** может быть представлена для любых систем. Например, для понимания **своего состояния** и **управления** им пирамида содержит **семь** основных уровней, **нижний** из которых **физический,** а **верхний** — **духовный. Подавляющее** большинство людей пользуются лишь физическим уровнем, **понимание** на котором **самое низкое,** и такие же **слабые эффекты** от взаимодействий. Гораздо больше эффект от **второго уровня** — энергетического и еще больше от **четвертого** — ментального. Развитый **духовный** уровень, управление с которого самое **эффективное**,— большая редкость. Как связано изложенное с механикой? **Всё** связано со **всем.** Существуют принципы, например, **фрактальность** (самоподобие), применимые **ко всему,** что известно. **Сознание** и **понимание** универсальны, а механика — **наиболее простой** и наглядный способ **наблюдения** за **сознанием** и **влиянием** на него.

Оценка уровня понимания определяется по **ответам** на вопросы разного уровня, а также по **уровням** собственных **вопросов** и **ясности** их **формулировок.** Задача **обучения** — освоение **всех уровней** знаний и **связей** между ними. **Образование** по сути — **мировоззрение** — **целостное** представление о **реальности.** Кроме **наук,** в основном изучающих **материю,** сюда входят **религии, искусства** (музыка, живопись, литература, архитектура), **эзотерика, мистицизм** — системы знаний, являющихся **мостом** между **материей** и **духом,** не имеющих физических и математических **моделей**, количественного **описания** и **приборных** исследований.

Образование не может быть законченным вследствие развития и изменения всех способов отражения реальности. Как правило, это — результат **собственных усилий** и **намерения** иметь **целостное** представление о **реальности.** Уровень образования оценивается по степени **развития сознания.**

Сознанием в разной **степени** и **форме** обладают **все** элементы **реальности.** Без него невозможно **взаимодействие** — обмен **энергиями** и **информацией. Элементарное сознание** человека может проявляться на разных уровнях восприятия: **1)** на **физическом** — тепло/холодно; **2)** на **эмоциональном** — радостно/грустно; **3)** на **ментальном** — хорошо/плохо; много/мало. Состояние этого уровня сознания **многих** вполне **устраивает,** так как

они либо **не знают** о других уровнях, либо **не хотят знать.** О **творчестве** на **элементарном** уровне **сознания** не может быть и речи; это — всего лишь уровень **биовыживания.**

Быстрое и эффективное **объяснение** возможно лишь с уровней **понятий** и **принципов**. Для этого необходимы **основы** — школьные **знания.**

Чем выше уровень сознания, тем больше **состояний** и **классов состояний** оно различает. Это одна сторона, по сути — **анализ**. Другая сторона — **реализация состояний,** по сути — **синтез** (творчество) — **тайна** на высших уровнях сознания и **ремесло** — на низших уровнях.

С определенного **уровня сознания** возможно **сознательное** управление **намерением, вниманием, восприятием**, собственным **состоянием,** то есть выходом на уровень **сознательной** (человеческой) **эволюции,** когда развитие **сознания** опережает **темпы** развития **науки** и **техники,** лишая их **непредсказуемости.**

Решение простых **механических задач** — один из способов **повышения осознанности,** где могут быть использованы разные **уровни восприятия: ментальный, эмоциональный, физический** и разные **уровни осознания:** от фактов — **наблюдения** состояний элементов до **формулировки условий, изображения схем** и т. п., заканчивая **принципами,** обобщающими целые **классы задач.**

Ниже приведены уровни **понимания** и **непонимания.** Разные **уровни** определяют степень возможного **созидания** или **разрушения** и полезны для **оценки** собственного **уровня понимания** в любой области знаний.

УРОВНИ ПОНИМАНИЯ и НЕПОНИМАНИЯ

+7. ГАРМОНИЯ. Осознание **органического единства целого** и его **частей.** Способность к **анализу** и **синтезу** высокого уровня и **лёгкого** выражения мыслей **словами, символами, графикой.**

+6. ЧАСТИЧНАЯ ГАРМОНИЯ. Трудности **анализа** и **синтеза,** формулировок и **интерпретации: словесной, символьной, графической.**

+5. ПОНИМАНИЕ соотношений **частей** и **целого.**

+4. ПОНИМАНИЕ смысла изложенной **темы.**

+3. ПОНИМАНИЕ смысла **предложений.**

+2. СПОСОБНОСТЬ объединять **элементарные состояния** в более **сложные:** звуки – в слова, слова – в предложения, предложения – в **смысл.**

+1. ЭЛЕМЕНТАРНОЕ ОСОЗНАВАНИЕ — различение ДВУХ состояний: много/мало, светло/темно, тепло/холодно, да/нет.

0. НЕВЕЖЕСТВО — неразличение состояний.

-1. НЕАДЕКВАТНАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ восприятий; **искажение информации** (зрительной, слуховой, смысловой).

-2. ЭКЛЕКТИКА — механическое смешение разнородных элементов и понятий.

-3. АБСУРД — попытка **совместить несовместимое.**

-4. УРОДСТВО — невообразимые алогичные и анекдотичные **сочетания.**

-5. «ВЫПАДЕНИЕ» из **материальной РЕАЛЬНОСТИ,** — **неадекватное** её **отражение.**

-6. НЕВОЗМОЖНОСТЬ осмысленной интерпретации. **«Точка сборки»** плавает.

-7. НЕВОЗМОЖНОСТЬ интерпретации. **Нет «точки сборки».**

Указаны по **семь** уровней **понимания** и **непонимания**. Практически различают лишь **два** состояния – **понял/не понял,** что соответствует **элементарному сознанию.** Обсуждения большинства вопросов ведётся в **«двоичном коде»** – хорошо/плохо, много/мало – всё это **элементарные** уровни **сознания,** свойственные **всему живому,** и для человека старше **5** лет этот уровень безусловно **позорный.** Переход от **невежества** к **пониманию естественен,** а **переход** от **непонимания** к **пониманию** труден, так как **замена привычек** и **убеждений** – сложный процесс. Привычки **ослабляются** (не исчезают), и в **эклектической «каше»** из **обрывков** информации **тонет** всё разумное.

Учиться нужно **правильно** и **сразу** без **«черновых»** вариантов. **Переучивание** практически **бесполезно.** Например, Моцарт никогда не брал учеников ранее обучавшихся.

Чтобы не угодить в области **непонимания**, необходимо **намерение** жить в полном **сознании**, внутренней и внешней **гармонии.** Падение в **дисгармонию** лёгкое и естественное, затраты энергии – **минимальные.**

Человеческий путь – **сознательная эволюция**, сознательные **усилия** и это мало кого устраивает. Полагают, что **эволюция** возможна по принципу **растений** и **животных**, не имеющих **свободы воли** и выбора, но природа **ведёт** их от рождения до смерти, поэтому они **всегда** в **гармонии.** Человека **природа ведёт** до **12** лет, а далее – **свобода** воли и выбора: либо — **эволюция,** либо — **инволюция.**

Большинство, по причине **полного отсутствия** какого-либо **мировоззрения** и **смысла жизни,** живут **«просто так»** с сознанием детей до **12** лет, хотя **смысл жизни** для всех сознательных существ известен – привнесение **красоты** в **существование.**