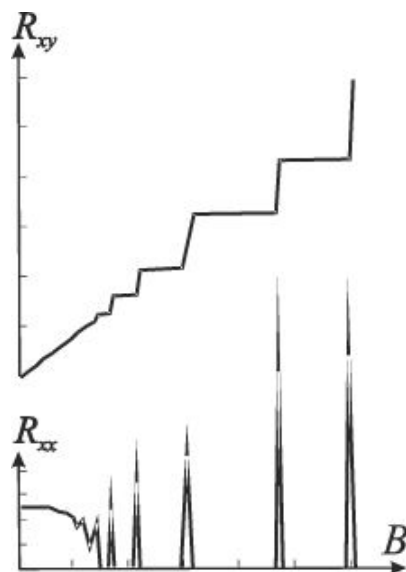


Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Нижегородский государственный
технический университет им. Р.Е.Алексеева
Кафедра физики и техники оптической связи

ЭФФЕКТ ХОЛЛА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Лабораторная работа по физике твердого тела для студентов специальности 071700 – физика и техника оптической связи



Составители: В.И. Голубев, Т.С.Рыжакова, А. Б. Федотов, Т.С.Царевская.

УДК 621. 315. 592

Эффект Холла в полупроводниках: лабораторная работа по физике твердого тела для студентов специальности 071700 – физика и техника оптической связи, дневная форма обучения. Н.Новгород, 2009. – 22с

Ответственный редактор С.Б.Раевский

Редактор Э.Б.Абросимова

Подп. . Формат 60×84 1/16 . Бумага газетная. Печать офсетная.

Печ.л. 1,5 . Уч.-изд.л 1. Тираж 500 экз. Заказ .

Нижегородский государственный технический университет

Типография НГТУ, 603950, Нижний Новгород, ул. Минина, 24.

©	Нижегородский государственный технический университет, 2009
---	--

1. ВВЕДЕНИЕ

Электрофизические явления в проводниках и полупроводниках, находящихся в магнитном поле, называются гальваномагнитными эффектами. К ним относятся эффекты Холла, Эттинсгаузена, Нернста, Риги - Ледюка и др. В данной работе исследуется эффект Холла в полупроводниках.

Цель работы: определение концентрации, подвижности и знака свободных носителей заряда в полупроводниковой пластине методом измерения ЭДС Холла и удельного сопротивления.

2. КИНЕТИКА СВОБОДНЫХ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В КРИСТАЛЛАХ

2.1. Метод эффективной массы

Потенциальная энергия каждого электрона проводимости в идеальной кристаллической решетке является трехмерной периодической функцией его координат: $V(\vec{r}) = V(\vec{r} + \vec{a})$, где $\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$ – радиус-вектор, определяющий положение электрона, $\vec{e}_{1,2,3}$ – орты системы координат, $\vec{a} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3$ – векторный период решетки, a_i , где $i \in [1,2,3]$ – ее пространственные периоды в направлениях главных кристаллических осей.

Можно показать [1], что: а) модуль волновой функции электронов в кристаллах является периодической функцией координат с периодами a_i ; б) энергетические уровни W_n являются периодическими функциями волнового вектора \vec{k} . Для произвольного кристаллографического направления $W(k_i) = W(k_i + 2\pi/a_i)$ – см. рис.1. Область в \vec{k} -пространстве, ограниченная по всем кристаллографическим направлениям в интервалах $[-\pi/a_i, \pi/a_i]$, называется **зоной Бриллюэна**.

Таким образом, энергетические уровни электронов в кристаллах трансформируются в зоны разрешенных значений энергии. Энергетический зазор ΔW_g между соседними зонами разрешенных значений энергии называется **запрещенной зоной**.

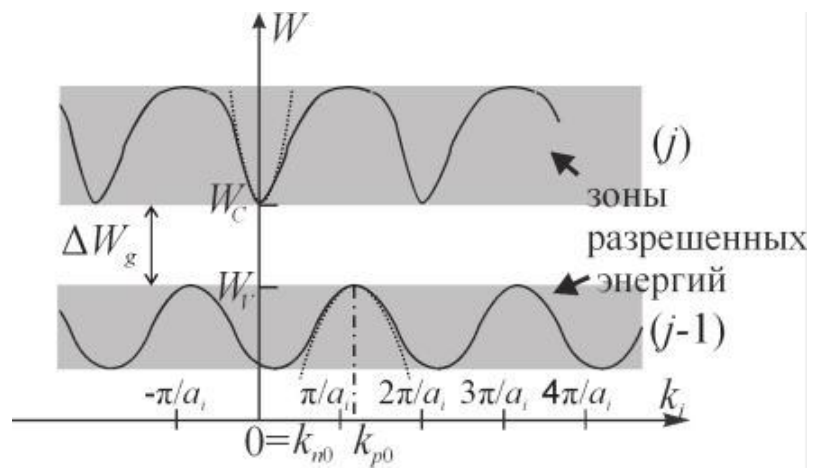


Рис.1

На рис.1 представлено условное изображение двух соседних зон разрешенных энергий с номерами j и $j-1$. В кристаллах кубической симметрии, к которым, в частности, относятся полупроводники **Ge, Si, GaAs**, пространственные периоды $a_1 = a_2 = a_3$; в таких кристаллах вблизи дна разрешенной зоны закон

дисперсии $W = W(\vec{k})$ для j -го уровня можно аппроксимировать параболической зависимостью:

$$W_j = W_j(k_{n0}) + \frac{\hbar^2(k - k_{n0})^2}{2m_n}, \quad (2.1)$$

(пунктирная кривая на рис.1, где $W_j(k_{n0}) = W_C$ – энергия дна зоны проводимости, $k_{n0} = 0$ – волновое число электрона с энергией W_C). Скалярный параметр m_n называется *эффективной массой* электрона.

Из (2.1) следует, что электрон в кубическом кристалле ведет себя подобно свободному электрону в вакууме, закон дисперсии для которого, как известно имеет вид $W = \vec{p}^2/2m = \hbar^2\vec{k}^2/2m_e$. Таким образом, для электронов проводимости с энергией $W \cong W_C$ влияние кристаллической решетки сводится:

А) – к замене массы электрона m_e на соответствующую данному минимуму функции $W_j(k)$ эффективную массу m_n ;

Б) – к замене диэлектрической проницаемости вакуума $\epsilon = 1$ на диэлектрическую проницаемость кристалла.

Метод эффективной массы правомерно использовать и для электронов, расположенных на энергетической диаграмме (рис.1) вблизи потолка $W_{j-1}(k_{p0}) = W_V$ разрешенной зоны с номером $j-1$. Для этих электронов закон дисперсии принимает вид, изображенный на рис.1 пунктирной параболой, обращенной ветвями вниз:

$$W_{j-1} = W_{j-1}(k_{p0}) - \frac{\hbar^2(k - k_{p0})^2}{2m_p}. \quad (2.2)$$

Такие электроны называют *дырками*; во внешнем электрическом поле они дрейфуют в сторону уменьшения потенциала, то - есть ведут себя как свободные частицы с положительным зарядом $q = +e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Их масса m_p (эффективная масса дырок) определяется крутизной соответствующей дисперсионной параболы.

Табл.1. Эффективные массы носителей заряда в полупроводниковых кристаллах

	Ge	Si	GaAs
m_n	$1,58m_e$	$0,97m_e$	$0,068m_e$
m_p	$0,3m_e$	$0,5m_e$	$0,5m_e$

Эффективные массы электронов и дырок для полупроводников **Ge, Si** и **GaAs** приведены в таблице 1, где $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг – масса покоя электрона.

2.2. Рассеяние носителей заряда в полупроводниках

Будем предполагать, что условия применимости метода эффективной массы (см. п.2.1) для носителей заряда выполнены. Если внешние электрическое и магнитное поля отсутствуют, то электроны проводимости и дырки в *идеальном* кри-

сталле должны двигаться не испытывая сопротивления – равномерно и прямолинейно (подобно свободным электронам в вакууме – см. п.2.1).

Идеальных кристаллических решеток в природе не существует. **Реальные** кристаллы содержат неустранимые дефекты периодичности. Эти дефекты являются рассеивающими центрами для носителей заряда. Электроны движутся равномерно и прямолинейно лишь в течение времени между двумя столкновениями с рассеивающими центрами. В результате траектория электронов представляет собой ломаную линию (рис. 2,а). Электроны проводимости ведут себя как молекулы идеального газа в равновесном состоянии; направление их скорости меняется случайным образом. Средняя скорость и плотность тока носителей заряда равны нулю.

Для количественной оценки процесса рассеяния вводится параметр σ_n – **эффективное сечение рассеяния**; σ_n определяется как отношение числа электронов $n_{\text{расс}}$, рассеянных за единицу времени на одном центре, к плотности потока электронов. Введем обозначения: $n_{\text{пад}}$ – число свободных электронов, движущихся в некотором направлении, N – концентрация рассеивающих центров. Временно предположим, что энергии всех электронов одинаковы и скорость v_{0n} каждого из них равна средней квадратичной скорости теплового движения $\sqrt{3k_B T/m_n}$. Тогда, в принятых обозначениях:

$$\sigma_n = n_{\text{расс}} / N n_{\text{пад}} v_{0n}. \quad (2.3)$$

Далее определим вероятность столкновения электрона с дефектом за 1с как

$$w_n = n_{\text{расс}} / n_{\text{пад}} = 1/\tau_n, \quad (2.4)$$

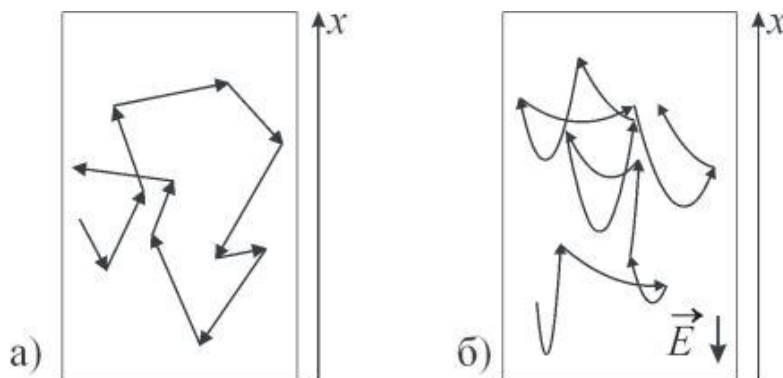


Рис.2

где $\tau_n = \tau_n(v_{0n})$ – время свободного пробега или **время релаксации** электронов с энергией $W_{0n} = m_n v_{0n}^2 / 2$. Тогда **длина свободного пробега**

$$\lambda_n = \tau_n v_{0n} = 1/\sigma_n N. \quad (2.5)$$

Величина $1/\lambda_n$ есть вероятность рассеяния на единичном интервале пути.

В реальном электронном газе энергии электронов могут принимать различные значения. Равновесное распределение электронов по энергиям задается так называемой функцией Ферми – Дирака [1]:

$f(W_n) = \left[1 + \exp\left(\frac{W_n - F}{k_B T}\right) \right]^{-1}$. Здесь $f(W_n)$ – вероятность того, что состояние с энергией W_n занято электроном, параметр F называется **уровнем Ферми**, а энергия электронов отсчитывается от дна зоны проводимости:

$$W_n = W_j - W_C = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n} = m_n v_n^2 / 2 \quad (\text{см. формулу 2.1 и рис.1}).$$

Поэтому $\tau_n = \tau_n(W_n)$ не является универсальным параметром для всех электронов и в формулах 2.4, 2.5; вместо τ_n следует оперировать **средним временем релаксации**:

$$\langle \tau_n \rangle = \int_0^\infty \tau_n(W_n) f(W_n) Z(W) dW_n, \quad (2.6)$$

где $Z(W)$ – плотность состояний вблизи дна зоны проводимости.

При вычислении $\langle \tau_n \rangle$ следует учитывать, что зависимость $\tau_n(W_n)$ определяется преобладающим типом рассеяния [2]. Например, в случае рассеяния электронов на ионизированных точечных дефектах $\tau_n \sim W_n^{1,5}$, а в случае рассеяния на акустических и оптических фононах – $\tau_{\text{ак}} \sim W_n^{-0,5}$ и $\tau_{\text{оп}} \sim W_n^{0,5}$ соответственно.

Рассмотрим случай, когда имеются центры рассеяния различной физической природы. Тогда полная вероятность рассеяния на единичном интервале пути $1/\lambda_n = \sum_i 1/\lambda_i$, где λ_i – парциальные длины свободного пробега. Очевидно величина λ_n всегда меньше самой малой парциальной длины свободного пробега.

Длина свободного пробега определяется преобладающим типом рассеяния.

В полупроводниках центрами рассеяния могут быть тепловые колебания решетки (фононы), и статические дефекты – атомы и ионы примеси, вакансии, дислокации и т.д. При температурах близких к комнатной ($T = 300\text{К}$) преобладает рассеяние на фононах. Несмотря на то, что сечение рассеяния на фононах составляет всего $\approx 10^{-16} \text{см}^2$, за счет большого числа колеблющихся атомов ($N_\phi \approx 10^{22} \text{см}^{-3}$) соответствующая длина пробега $\lambda_\phi = (\sigma_\phi N_\phi)^{-1} \approx 10 \text{нм}$. В области низких температур ($T < 100\text{К}$) вклад фононов в рассеяние уменьшается вместе с уменьшением энергии тепловых колебаний кристаллической решетки. Соответственно повышается роль рассеяния на ионизированных ($\lambda_n \in [10^{-6} \div 10^{-2}] \text{см}$) и электрически нейтральных точечных дефектах ($\lambda_n \in [10^{-3} \div 5 \cdot 10^{-2}] \text{см}$).

Все определения и формулы данного раздела применимы для вычисления параметров рассеяния дырок при соответствующей замене индексов (и пределов интегрирования в формуле 2.6).

2.3. Подвижность и дрейф носителей заряда в полупроводниках

При наличии внешнего электрического поля напряженностью \vec{E} на электроны проводимости действует сила $\vec{F} = -e\vec{E}$. Электронный газ находится в неравновесном состоянии. В течение времени между двумя последовательными актами рассеяния электроны движутся по параболическим траекториям с ускорением $\vec{a}_n = -e\vec{E}/m_n$, направленным против поля (см. рис.2.2,б). Аналогично, ускорение дырок $\vec{a}_p = e\vec{E}/m_p$. В этих условиях возникает дрейф, то есть направленное движение носителей заряда. Средняя скорость дрейфа электронов и дырок выражается через соответствующие времена свободного пробега:

$$\left. \begin{aligned} \vec{V}_n &= \vec{a}_n \langle \tau_n \rangle = -e \langle \tau_n \rangle \vec{E} / m_n = -\mu_n \vec{E} \\ \vec{V}_p &= \vec{a}_p \langle \tau_p \rangle = +e \langle \tau_p \rangle \vec{E} / m_p = +\mu_p \vec{E} \end{aligned} \right\}, \quad (2.7)$$

где $\mu_n = e \langle \tau_n \rangle / m_n$ и $\mu_p = e \langle \tau_p \rangle / m_p$ – подвижность электронов и дырок в полупроводниковых кристаллах, $\langle \tau_{n,p} \rangle$ – усредненные по энергиям времена релаксации электронов и дырок, соответственно. Плотность тока определяется скоростью дрейфа основных носителей заряда:

$$\vec{j}_n = -en\vec{V}_n \text{ или } \vec{j}_p = ep\vec{V}_p, \quad (2.8)$$

где n и p – концентрации электронов и дырок. С учетом (2.7) получаем для плотности тока в полупроводниках

$$\vec{j}_{n,p} = \vec{E} / \rho_{n,p}, \quad (2.9)$$

где $1/\rho_n = en\mu_n$ или $1/\rho_p = ep\mu_p$ – удельная проводимость полупроводника.

Значения подвижностей электронов и дырок для полупроводников **Ge**, **Si** и **GaAs** приведены в табл. 2.

Табл.2. Подвижность носителей заряда в полупроводниковых кристаллах

		Ge	Si	GaAs
μ_n ($\text{м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$)	300К	0,39	0,15	0,85
	77К	3,71	4,55	2,10
μ_p ($\text{м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$)	300К	0,19	0,060	0,042
	77К	4,37	1,16	0,42

3. ЭФФЕКТ ХОЛЛА

3.1. Общие положения

На электрон проводимости (и дырку) в магнитном поле действует сила Лоренца:

$$\vec{F}_L = \mp e[\vec{v}\vec{B}], \quad (3.1)$$

где $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл – элементарный заряд, \vec{v} – скорость заряженной частицы, \vec{B} – индукция магнитного поля. Знак (-) в (3.1) относится к электрону, знак (+) – к дырке.

В результате действия силы Лоренца траектория частицы в однородном поле $\vec{B} \perp \vec{v}$, как известно [3], является окружностью радиусом $m_{n,p}v/eB$ и периодом вращения

$$T = 2\pi m_{n,p}/eB. \quad (3.2)$$

В теории гальваномагнитных явлений различают случаи слабого и сильного магнитных полей. Поле считают слабым, если период вращения T во много раз больше времени релаксации $\langle \tau \rangle$. Из определения подвижности носителей заряда в (2.7) следует, что $\tau_{n,p} = \mu_{n,p} m_{n,p}/e$. Поэтому с учетом (3.2) **условие слабости магнитного поля** формулируется в виде

$$\mu_{n,p} B \ll 2\pi. \quad (3.3)$$

В лабораторных условиях в распоряжении экспериментатора обычно имеются поля с индукцией $B \leq 0,5$ Тл. В соответствии с критерием (3.3) при $T = 300$ К такие поля можно считать слабыми для обоих типов проводимости и всех материалов, представленных в табл. 2.

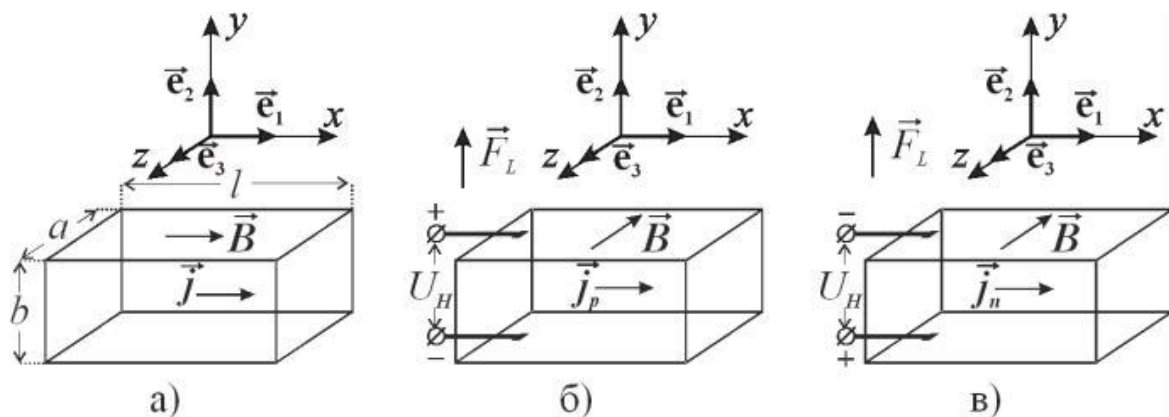


Рис.3

Пусть в полупроводниковой пластине со сторонами l, b, a (рис.3) под действием внешнего электрического поля $\vec{E} = E \vec{e}_1$, направленного вдоль оси «x», течет ток. Отвлечемся в этом разделе от зависимости $\tau = \tau(W)$. Тогда

$\langle \tau_{n,p} \rangle = \tau_{n,p}$, скорость каждого носителя заряда равна дрейфовой скорости ($\vec{v}_{n,p} = \vec{V}_{n,p} = \mp \mu_{n,p} \vec{E}$) в соответствии с (2.7).

Поэтому, если индукция \vec{B} внешнего магнитного поля параллельна плотности тока $\vec{j} = \vec{E}/\rho$ (рис.3,а), то сила Лоренца $\vec{F}_L = 0$ и не влияет на дрейф носителей заряда.

Если индукция внешнего поля $\vec{B} \perp \vec{j}$ и направлена против оси «z» (рис.3,б и рис.3,в), то сила Лоренца направлена вдоль оси «y» независимо от типа проводимости: $\vec{F}_{Ln,p} = \mp e [\vec{V}_{n,p} \vec{B}] = \mp [\mp \mu_{n,p} \vec{E} \vec{B}] = e \mu_{n,p} [\vec{E} \vec{B}]$. Носители заряда – дырки или электроны – отклоняются в одну сторону (верхняя грань на рис.3).

В случае проводимости p – типа верхняя грань приобретает избыточный положительный заряд, а нижняя грань заряжается отрицательно.

В результате возникает поперечное электрическое поле – **поле Холла** \vec{E}_H ; в случае дырочной проводимости оно направлено против оси «y». Величина холловского поля определяется условием $j_y = 0$, откуда следует:

$$e \vec{E}_H + \vec{F}_{Lp} = 0 \text{ и } \vec{E}_H = -e^{-1} \vec{F}_{Lp} = -\mu_p [\vec{E} \vec{B}]. \quad (3.4)$$

Величина **холловской ЭДС** или **холловского напряжения** $U_H = E_H b$ с учетом (2.7, 2.8, 3.4):

$$U_H = \mu_p E B b = j B b / e p = I B / e p a, \quad (3.5)$$

где $I = j a b$ – сила тока, a и b – поперечные размеры пластины (рис.3). Измерив на опыте величины U_H, I, B , входящие в формулу (3.5), можно вычислить **коэффициент Холла** $R_p = (e p)^{-1}$ и концентрацию p дырок в исследуемом полупроводнике:

$$\left. \begin{aligned} R_p &= U_H a / I B \\ p &= (e R_p)^{-1} \end{aligned} \right\}. \quad (3.6)$$

В полупроводнике n – типа холловское поле направлено параллельно оси «y» и орту \vec{e}_2 : $\vec{E}_H = \mu_n [\vec{E} \vec{B}]$. Соответственно вместо (3.5) и (3.6) получаем:

$$\left. \begin{aligned} U_H &= -I B / e n a \text{ и } R_n = -U_H a / I B \\ n &= -(e R_n)^{-1} \end{aligned} \right\}. \quad (3.7)$$

3.2. Учет зависимости $\tau(W)$

Для корректного учета зависимости времени релаксации от энергии носителей заряда недостаточно произвести замену τ_p на усредненную по энергиям величину $\langle \tau_p \rangle$ (см. п.2.2 и формулу 2.6).

Дело в том, что вектор электрического поля $\vec{E} = E_x \vec{e}_1 + E_y \vec{e}_2$ в эксперименте по измерению U_H не совпадает по направлению с плотностью тока \vec{j} (рис.4,а для дырочной проводимости и 4,б для электронной проводимости).

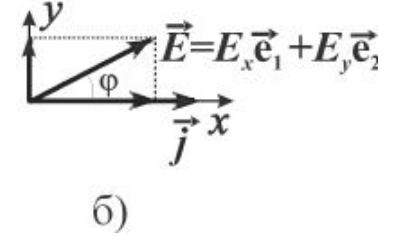
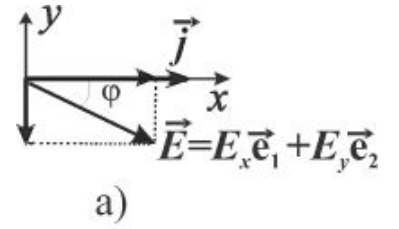


Рис.4

Угол φ между этими векторами называется *углом Холла*. Его величина в слабом (т.е., удовлетворяющем условию 3.3) магнитном поле равна

$\varphi = \text{arctg}(E_y/E_x) \cong E_y/E_x \ll 1$. Выше, в пункте 3.1, мы молчаливо пренебрегли этим обстоятельством при вычислении силы Лоренца. Между тем, наличие угла $\varphi \neq 0$ приводит к тому, что плотность тока и холлов-

ское напряжение зависят не только от времени релаксации

τ , но и от его квадрата τ^2 . Действительно, в дырочном полупроводнике имеем (2.8, 2.9, 3.4):

$$\vec{j} = e^2 p \tau_p (\vec{E} + \vec{E}_H) / m_p = e^2 p \tau_p \vec{E} / m_p - e^3 p \tau_p^2 [\vec{E} \vec{B}] / m_p^2. \quad (3.8)$$

Усредняя (3.8) по энергиям дырочных состояний, получим

$$\vec{j} = e p \mu_p \vec{E} - r_p e p \mu_p^2 [\vec{E} \vec{B}], \quad (3.9)$$

где $\mu_p = e \langle \tau_p \rangle / m_p$, а безразмерный параметр *дырочный Холл-фактор*

$r_p = \langle \tau_p^2 \rangle / \langle \tau_p \rangle^2$ определяется механизмом рассеяния носителей заряда.

С учетом того, что $B_z = -B$ (рис.3), $j_x = j$, $j_y = 0$ (рис.4), уравнение (3.9) в проекциях на оси координат принимает вид

$$\left. \begin{aligned} x: \quad j &= e p \mu_p E_x + r_p e p \mu_p^2 B E_y \\ y: \quad 0 &= e p \mu_p E_y - r_p e p \mu_p^2 B E_x \end{aligned} \right\}. \quad (3.10)$$

Решение системы (3.10) имеет вид¹

$$\left. \begin{aligned} j &= e p E_y / r_p B \\ E_y &= r_p \mu_p B E_x \end{aligned} \right\}. \quad (3.11)$$

Из первого выражения в (3.11) следует, что в отличие от (3.5)

$$U_H = E_y b = r_p IB / e p a. \quad (3.12)$$

Поэтому формулу (3.6) для вычисления концентрации дырок следует скорректировать:

$$\left. \begin{aligned} R_p &= U_H a / IB \\ p &= r_p (e R_p)^{-1} \end{aligned} \right\}. \quad (3.13)$$

Аналогично в случае проводимости n – типа:

$$U_H = -r_n IB / e n a. \quad (3.14)$$

¹ Без учета слагаемых, содержащих квадратичный по малому параметру множитель $(\mu_p B)^2 \ll (\mu_p B)$.

и

$$\left. \begin{aligned} R_n &= -U_H a / IB \\ n &= -r_n (eR_n)^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

где электронный Холл-фактор $r_n = \langle \tau_n^2 \rangle / \langle \tau_n \rangle^2$.

Полученные результаты позволяют вычислить угол Холла (рис.4). Например, в случае дырочной проводимости из второй формулы в (3.11) следует:

$$\varphi \cong E_y / E_x = r_p \mu_p B. \quad (3.16)$$

Параметр $\mu_H = r\mu$, определяющий угол Холла, называется *холловской подвижностью*.

3.3. Сопутствующие гальваномагнитные эффекты

Показания вольтметра, соединенного с клеммами на рис 3,б,в, как правило, существенно отличаются от ЭДС Холла.

Остановимся на некоторых источниках побочных эффектов, влияющих на результаты измерений. К ним относятся:

1. ЭДС асимметрии холловских контактов U_A . Обусловлена падением напряжения при протекании первичного тока $I = jab$ через участок образца, заключенный между сдвинутыми на расстояние Δx контактами.

2. термо-ЭДС U_T . Возникает в холловской цепи при различии температур в поперечном направлении между холловскими контактами.

3. ЭДС Эттинсгаузена U_E . Термо-ЭДС в цепи холловских контактов, обусловленная тем, что носители, скорость которых в скрещенных полях E_x и B_z отличается от средней, отклоняются к холловским граням.

При этом «быстрые» носители отдают энергию решетке образца и нагревают одну холловскую грань образца, а «медленные» пополняют свою энергию за счет охлаждения решетки на другой холловской грани.

4. ЭДС Нернста-Эттинсгаузена U_{NE} . Отличается от U_E тем, что поток носителей обусловлен не электрическим полем E_x , а температурным градиентом dT/dx . При этом носители, движущиеся от «горячего» токового электрода к «холодному», имеют большую энергию по сравнению с носителями, движущимися в обратном направлении.

5. ЭДС Пельтье-Нернста-Эттинсгаузена U_{PNE} . Отличается от U_{NE} тем, что температурный градиент dT/dx обусловлен эффектом Пельтье – выделением или поглощением теплоты при прохождении тока через контакт токового электрода с образцом;

6. ЭДС Риги-Ледюка U_{RL} . Отличается от U_{NE} тем, что в данном случае подразумевается термомагнитный эффект – аналог эффекта Холла, в котором продольная составляющая dT/dx приводит к появлению поперечной составляющей температурного градиента dT/dy в скрещенном магнитном поле B_z ;

7. ЭДС Пельтье-Риги-Ледюка U_{PRL} . Отличается от U_{RL} тем, что продольная составляющая температурного градиента dT/dx обусловлена эффектом Пельтье.

Оценка влияния ЭДС перечисленных сопутствующих явлений на ЭДС Холла показывает, что самый большой вклад в измеряемую поперечную ЭДС вносят ЭДС асимметрии U_A и термо ЭДС U_T .

Детальный анализ показывает, что при изменении направления \vec{E} или \vec{B} на противоположное меняются знаки всех сопутствующих ЭДС, кроме трех: U_E , U_{PNE} и U_{PRL} .

В связи с этим обычно применяется методика исследования эффекта Холла, предусматривающая различные комбинации направлений магнитного поля B_z и плотности тока j_x . Четырем возможным комбинациям указанных направлений соответствуют четыре значения поперечного напряжения: $(+B_z, +I) \rightarrow U_1 > 0$, $(-B_z, +I) \rightarrow U_2 < 0$, $(+B_z, -I) \rightarrow U_3 < 0$, $(-B_z, -I) \rightarrow U_4 > 0$.

С учетом знаков U_2 и U_3 среднюю величину поперечного напряжения вычисляют по формуле $\langle U \rangle = \frac{U_1 - U_2 - U_3 + U_4}{4}$. Она уже не зависит от большинства вышеперечисленных сопутствующих эффектов, хотя все еще отличается от U_H :

$$\langle U \rangle = U_H + U_E + U_{PNE} + U_{PRL}. \quad (3.17)$$

Специальные исследования показали, что U_E , U_{PNE} и U_{PRL} в сумме могут составлять несколько процентов от ЭДС Холла. Для уменьшения влияния этих термомагнитных эффектов необходимо принимать тщательные меры для соблюдения изотермических условий эксперимента.

3.4. Гальваномагнитные эффекты в сильном поле

1. К перечню факторов, сопутствующих эффекту Холла, следует отнести и **магниторезистивный эффект** – увеличение омического сопротивления образца, связанное с искривлением траекторий носителей заряда под действием силы Лоренца [3]. На рис 5 без соблюдения масштаба изображена зависимость относительного изменения удельного сопротивления полупроводника $\Delta\rho/\rho$ от безразмерного параметра μB .

В слабом поле ($\mu B \ll 2\pi$) этот эффект квадратичен по малому параметру μB (участок «а» на рис.5).

Независимо от типа проводимости

$$\Delta\rho/\rho = 1,5r(1 - \pi/4)(\mu B)^2 \sin^2 \alpha, \text{ где } r \text{ – Холл-фактор,}$$

α – угол между направлениями тока \vec{j} и магнитного поля \vec{B} .

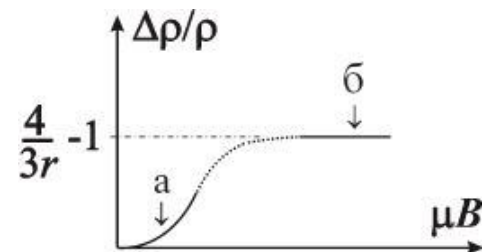


Рис.5

Расчет показывает, что величина эффекта даже в случае $\vec{B} \perp \vec{j}$ не превышает сотых долей процента. Этого следовало ожидать, поскольку в слабом поле искривление траектории носителей заряда в течение времени релаксации невелико.

В сильном поле ($\mu B \sim 2\pi$) магниторезистивный эффект вносит существенный вклад в удельное сопротивление. В пределе $\mu B \rightarrow \infty$ величина $\Delta\rho/\rho$ стремится к постоянному значению. В случае рассеяния на тепловых колебаниях решетки $\lim_{\mu B \rightarrow \infty} \Delta\rho/\rho = \frac{4}{3r} - 1 = 0,13$ (рис.5, участок «б»).

2. **Квантовый эффект Холла (КЭХ)** состоит в том, что в сильных магнитных полях на зависимости поперечного сопротивления $R_{xy} = U_H/I$ вырожденного двумерного электронного газа от величины $B = B_z$ наблюдаются участки с неизменным поперечным сопротивлением или «плато». Одновременно продольное сопротивление R_{xx} обращается в нуль (рис.6).

В эксперименте фон Клитцинга [4], результат которого частично отображен на рис.6, двумерный (2D)-электронный газ был сформирован в инверсном слое кремниевого МОП транзистора. Измерения эффекта Холла проводились при температурах $T \sim 1$ К и в сильных магнитных полях ($B > 1$ Тл), перпендикулярных инверсному слою.

Величина поперечного сопротивления на участках плато равна комбинации фундаментальных констант \hbar и e , деленной на целое число ν , называемое **фактором заполнения уровней Ландау**: $R_{xy} = 2\pi\hbar/\nu e^2$. На рис.6 отмечены три участка с факторами заполнения $\nu = 3, 4$ и 5 .

Прецизионные измерения показали, что на точности квантования R_{xy} не сказываются такие существенные для слабых полей параметры эксперимента, как размеры образцов, влияние границ и сопутствующие эффекты, перечисленные выше в п.3.3. Также не имеет значение степень совершенства структур и тип материала, в котором находится 2D-электронный газ.

Экспериментальная точность квантования так высока, что появились возможности метрологических применений КЭХ; в частности, речь может идти о проверке формул квантовой электродинамики с помощью прецизионного определения постоянной тонкой структуры:

$$\alpha = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \right)^2.$$

Начиная с 1990 года, калибровки сопротивлений основаны на КЭХ с фиксированным значением эталонного сопротивления $R_3 = 25812,807$ Ом.

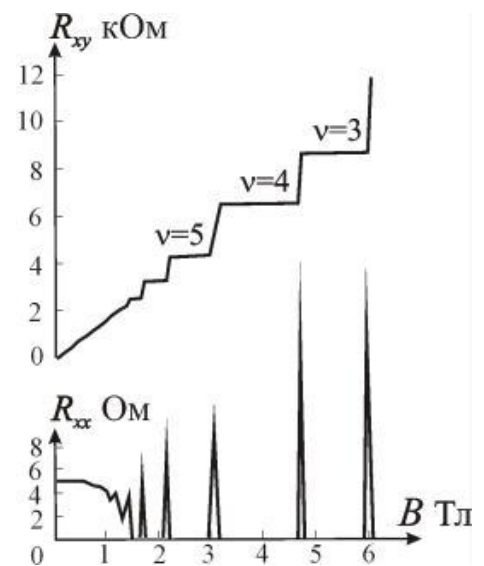


Рис.6

4. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

4.1 Описание экспериментальной установки и метода измерений

Электрическая схема для измерения эффекта Холла представлена на рис.7,а,б. Используются две схемы, электрически не связанные между собой.

Образец – черный прямоугольник на рис 7,а,б – представляет собой полупроводниковую пластину с размерами: $a = 1\text{ мм}$, $b = 5\text{ мм}$, $l = 8\text{ мм}$ (см. рис.3,а).

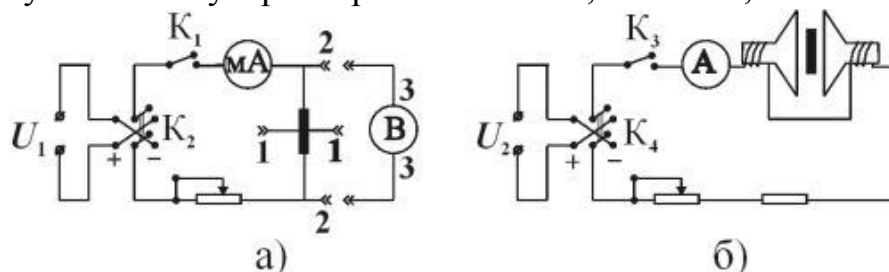


Рис.7

Миллиамперметр на рис.7,а предназначен для измерения продольного тока I . Цифровой вольтметр В7-27 с помощью встроенного переключателя (не изображенного на рисунке) можно соединять с контактами 1-1 для измерения поперечного напряжения либо с контактами 2-2.

На рис.7,б показана схема питания электромагнита, между полюсами которого помещен исследуемый образец. Ток питания обмоток электромагнита $I_{\text{эм}}$ измеряется амперметром; сила тока $I_{\text{эм}}$ задается преподавателем. Калибровочный график (рис.8) позволяет по силе тока определить величину индукции магнитного поля, пронизывающего образец.

Задание 1. Определение типа проводимости полупроводника

- 1) Ключи K_2 и K_4 перевести в позицию (+).
- 2) Замкнуть ключи K_1 и K_3 .

ВНИМАНИЕ! ВО ИЗБЕЖАНИЕ ВЫГОРАНИЯ КОНТАКТОВ МЕНЯТЬ ПОЗИЦИЮ КЛЮЧА 4 МОЖНО ТОЛЬКО ПРИ ОТСУТСТВИИ ТОКА $I_{\text{эм}}$ В ЦЕПИ РИС.7,б!

- 3) Установить значения токов: $I = 1\text{ мА}$, $I_{\text{эм}} = 1,5\text{ А}$.
- 4) Клеммы вольтметра соединить с контактами 1-1.
- 5) Знак (+) или (-), который высвечивается слева от цифровых показаний вольтметра, совпадает со знаком носителей заряда.

ВНИМАНИЕ! НЕ МЕНЯТЬ ПОДКЛЮЧЕНИЕ КОНТАКТОВ 3-3 К КЛЕММАМ ВОЛЬТМЕТРА!

Задание 2. Измерение холловской ЭДС

- 1) установить силу тока через образец $I = 1\text{ мА}$;

2) по указанию преподавателя установить ток питания электромагнита $I_{эм1}$; с помощью калибровочного графика (рис.8) определить соответствующую величину магнитной индукции B_1 .

3) переводя (в соответствии с определением напряжений $U_1 \div U_4$ в формуле 3.17) ключи K_2 и K_4 в позиции $\begin{pmatrix} + & + & - & - \\ + & - & + & - \end{pmatrix}$, выполнить измерение четырех значений поперечного напряжения. Результаты измерений внести в табл. 3;

4) пренебрегая в (3.17) вкладом термомагнитных ЭДС U_E , U_{PNE} и U_{PRL} , вычислить холловское напряжение:

$$U_{H1} = \frac{U_1 - U_2 - U_3 + U_4}{4} \quad (4.1)$$

и внести полученный результат в табл. 3.

5) повторить эксперимент при других значениях силы тока в цепи обмоток электромагнита $I_{эм} = I_{эм2}$, и $I_{эм3}$.

Задание 3. Измерение продольного напряжения

1) ключ K_2 перевести в положение (+), а ключ K_4 перевести в нейтральное положение, выключив тем самым магнитное поле;

2) клеммы вольтметра соединить с контактами 2-2;

3) измерить продольное напряжение $U_{2,2}$ при трех значениях тока через образец: $I = 0,5 \text{ мА}$, $0,75 \text{ мА}$ и $1,0 \text{ мА}$. Результаты внести в табл. 4.

4.2 Вычисление концентрации и подвижности носителей заряда

Задание 4. Определение концентрации носителей заряда

1) На данном этапе обработки результатов измерений уже известен тип носителей заряда. В зависимости от результата **задания 1** коэффициент Холла и концентрация носителей заряда вычисляются по формулам 3.13 (проводимость p – типа) или по формулам 3.15 (проводимость n – типа).

2) Есть основания полагать, что основным механизмом рассеяния носителей

Табл.3. Измерение поперечного напряжения (U_{1-1})

		$U_1 \begin{pmatrix} +I \\ +B_z \end{pmatrix}_M$	$U_2 \begin{pmatrix} +I \\ -B_z \end{pmatrix}_M$	$U_3 \begin{pmatrix} -I \\ +B_z \end{pmatrix}_M$	$U_4 \begin{pmatrix} -I \\ -B_z \end{pmatrix}_M$
		В	В	В	мВ
$I_{эм1} =$	$B_1 =$				
$I_{эм2} =$	$B_2 =$				
$I_{эм3} =$	$B_3 =$				
$U_{H1}, мВ$					
$U_{H2}, мВ$					
$U_{H3}, мВ$					
$R_{n,p1}, м^3/Кл$					
n_1 (или p_1), $м^{-3}$					
$R_{n,p2}, м^3/Кл$					
n_2 (или p_2), $м^{-3}$					
$R_{n,p3}, м^3/Кл$					
n_3 (или p_3), $м^{-3}$					
$\langle n \rangle$ или $\langle p \rangle$, $м^{-3}$					

заряда в условиях эксперимента является упругое рассеяние на акустических фоновых. Поэтому независимо от типа проводимости в (3.13, 3.15) следует использовать величину Холл-фактора $r = 1,18$.

Исходя из вышесказанного:

3) вычислить три значения концентрации носителей заряда по каждой паре величин U_{Hj} , B_j , где $j \in [1,2,3]$ из табл. 3, а также среднюю концентрацию:

$$\langle n \rangle = \frac{n_1 + n_2 + n_3}{3} \quad (\text{или } \langle p \rangle = \frac{p_1 + p_2 + p_3}{3}). \quad (4.2)$$

4) Результаты вычислений внести в табл. 3.

Задание 5. Определение подвижности носителей заряда

1) Как известно [3], зависимость электрического сопротивления проводящего прямого образца с постоянной площадью поперечного сечения от размеров образца и его удельного сопротивления ρ имеет вид $R = U_{2-2}/I = \rho l/S$.

Здесь l – длина образца, $S = ab$ – площадь его поперечного сечения (см. рис.3,а). Поэтому удельное сопротивление вычисляется как

$$\rho = \frac{abU_{2-2}}{Il}, \quad (4.3)$$

где $a = 1\text{мм}$, $b = 5\text{мм}$, $l = 8\text{мм}$.

2) имеющиеся в табл.4 три пары значений U_{2-2} и I позволяют с помощью (4.3) вычислить три значения ρ , а также

$$\langle \rho \rangle = \frac{\rho_1 + \rho_2 + \rho_3}{3}. \quad (4.4)$$

Результаты вычислений внести в табл 4.

3) удельное сопротивление полупроводника, концентрация и подвижность носителей заряда связаны соотношением (2.9).

Из (2.9) следует, что в зависимости от преобладающего типа проводимости подвижность вычисляется как

Табл.4. Измерение продольного напряжения (U_{2-2})

$I, \text{мА}$	$U_{2-2}, \text{мВ}$	$\rho, \text{Ом}\cdot\text{м}$	$\langle \rho \rangle, \text{Ом}\cdot\text{м}$	$\mu_{n,p} \text{Тл}^{-1}$	$\mu_H \text{Тл}^{-1}$
0,5					
0,75					
1,0					

$$\mu_n = (e \langle \rho \rangle \langle n \rangle)^{-1} \text{ или } \mu_p = (e \langle \rho \rangle \langle p \rangle)^{-1}. \quad (4.5)$$

Вычисленное значение подвижности внести в табл 4.

4) сопоставить полученный результат с приведенными в табл. 2 данными по подвижности полупроводниковых кристаллов **Ge, Si** и **GaAs** при температуре $T = 300\text{К}$.

5) на основе этого сопоставления определить материал образца, исследуемого в работе.

6) вычислить и внести в табл. 4 холловскую подвижность

$$\mu_H = r \mu_{n,p}. \quad (4.6)$$

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Условие применимости метода эффективной массы.
2. Рассеяния носителей заряда в твердых кристаллических телах. Эффективное сечение рассеяния.
3. Механизмы рассеяния носителей заряда. Время релаксации и длина свободного пробега.
4. Подвижность и дрейф носителей заряда. Эффект Холла в слабых полях. Критерий слабости магнитного поля.
5. Методика определения концентрации носителей заряда.
6. Учет статистического распределения носителей заряда по энергиям. Фактор Холла.
7. Угол Холла. Холловская подвижность.
8. Влияние асимметрии холловских контактов и термо – ЭДС на величину поперечного напряжения. Как устраняется это влияние?
9. Краткая характеристика гальваномагнитных эффектов, сопутствующих эффекту Холла. Влияние каких эффектов неустранимо в используемой методике?
10. Эффект Холла в сильных полях. Магниторезистивный эффект.

11. Квантовый эффект Холла; его применение для уточнения значений мировых констант и прецизионной калибровки резисторов.

12. Схема экспериментальной установки.

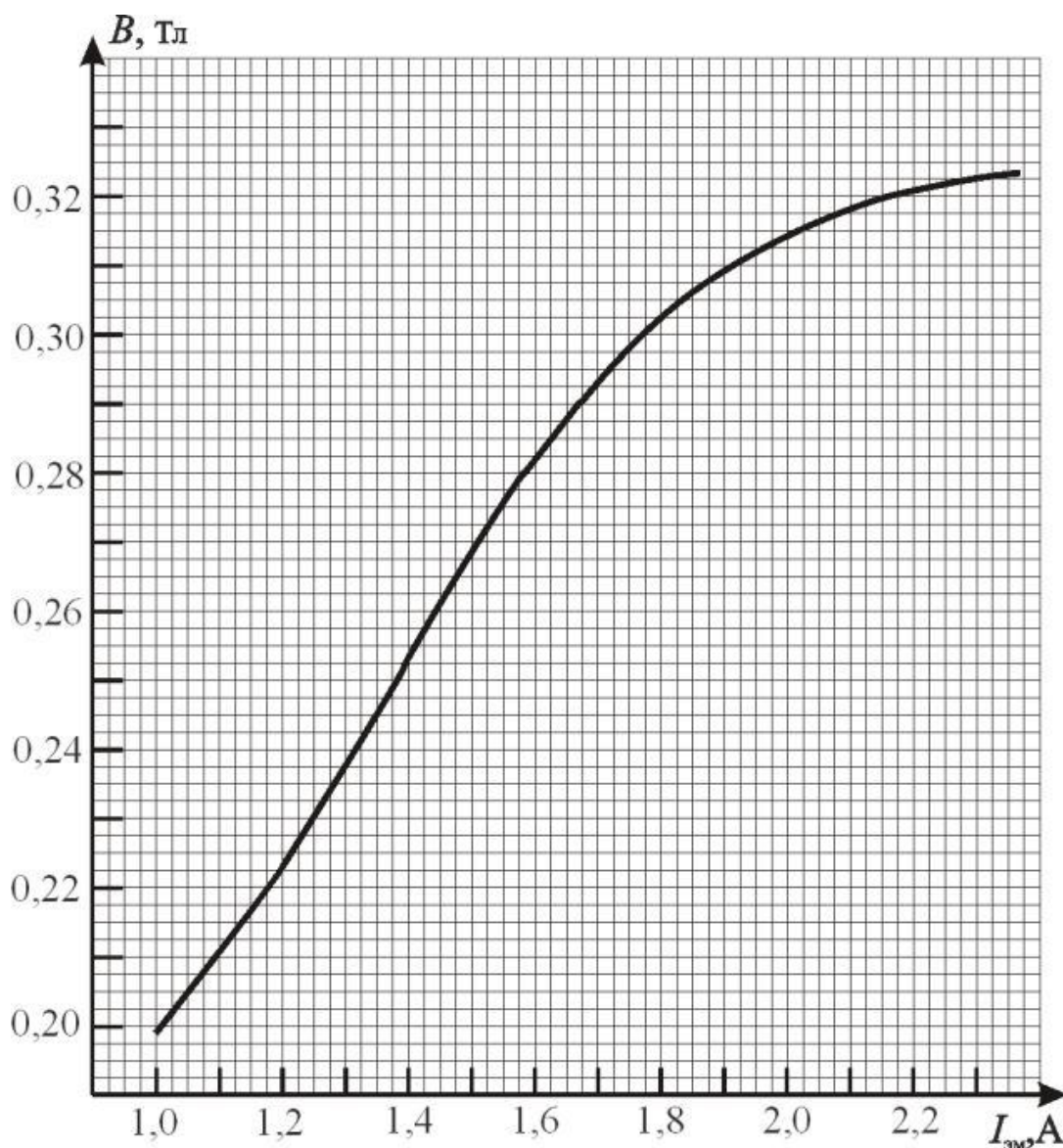


Рис.8 Калибровочный график

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Основы физики полупроводников /Ю.Питер, М.Кардона – М.: Физматлит, 2002г.
2. Физика полупроводников /В.Л.Бонч-Бруевич, С.Г.Калашников – М.: Наука, 1990г.
3. Электричество /С.Г.Калашников – М.: Физматлит, 2003г.
4. v. Klitzing, G. Dorda, M. Pepper /New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance/ – Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980г).