

**Демонстрационный вариант работы по предмету «Математика профильная» для лиц, поступающих на обучение на базе профессионального образования на технические направления и специальности Университета**

**Задание 1.** (15 баллов) Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где

$T_1$  — температура нагревателя (в градусах Кельвина),

$T_2$  — температура холодильника (в градусах Кельвина).

При какой минимальной температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника  $T_2 = 340\text{K}$ ?

Ответ выразите в градусах Кельвина.

**Задание 2.** (15 баллов) Тело массой 2 кг под действием силы  $\vec{F}$  перемещается вверх по наклонной плоскости на расстояние  $L = 5$  м. Расстояние тела от поверхности Земли при этом увеличивается на 3 метра. Вектор силы  $\vec{F}$  направлен параллельно наклонной плоскости, модуль силы  $\vec{F}$  равен 30 Н. Какую работу при этом перемещении в системе отсчета, связанной с наклонной плоскостью, совершила сила  $\vec{F}$ ?

**Задание 3.** (15 баллов) Угол поворота тела вокруг оси изменяется в зависимости от времени  $t$  по закону  $\varphi(t) = 0.1t^2 - 0.5t + 0.2$ . Найдите угловую скорость (рад/с) вращения тела в момент времени  $t = 20$  с

**Задание 4.** (15 баллов)

Решите уравнение:

$$5 \cdot 25^x - 6 \cdot 5^x + 1,2 = \left( \sqrt{0,2 - x^2} \right)^2 + x^2$$

**Задание 5.** (20 баллов) В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  боковое ребро равно  $\sqrt{6}$ , сторона основания 4.

а) постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через прямую  $C_1K$  и перпендикулярную плоскости  $BCC_1$ , где  $K$  — середина стороны  $AC$ .

б) найдите косинус угла между прямой  $C_1K$  и плоскостью боковой грани  $BB_1C_1C$ .

**Задание 6.** (20 баллов) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых

функция  $f(x) = \frac{4\cos x + a}{2a - \cos x}$  принимает все значения из отрезка  $[0;1]$

**Демонстрационный вариант работы по предмету «Математика профильная» для лиц, поступающих на обучение на базе профессионального образования на направление 38.03.02 «Менеджмент»**

**Задание 1.** (15 баллов) Два месяца подряд количество туристов, направляющихся в опасные регионы, уменьшалось на 40% ежемесячно. На сколько процентов уменьшилось количество туристов за эти два месяца?

**Задание 2.** (15 баллов) За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

**Задание 3.** (15 баллов) Компания продает товар по цене 200 рублей, если объем партии не превышает 10000 единиц. При большем объеме предоставляется скидка в размере 15 рублей на каждую последующую тысячу, превышающую уровень 10000. При каком объеме заказа компания получает наибольший доход?

**Задание 4.** (15 баллов) Решите неравенство:

$$\log_{x+2}(x^2 - 8x + 7) \geq \log_{\frac{x-5}{x-6}} 1$$

**Задание 5.** (20 баллов) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 8 \end{cases}$$

**Задание 6.** (20 баллов) Найдите положительные значения  $a$ , при каждом из которых наименьшее из двух чисел  $b = 6a^2(2a^{-2} - a) - a^6$  и  $c = a^{-6} - 6a^{-3} + 1$  не меньше (-4).