

УДК 625. 768.5

А.П. Куляшов¹, О.И. Онкин², В.П. Самарин²

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ УПЛОТНЕННОЙ СНЕЖНОЙ ПОЛОСЫ ДВИЖЕНИЯ

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева¹,
Нижегородское Высшее Военно-инженерное училище²

Одним из способов подготовки путей для пропуска транспортных средств является предварительное уплотнение снежного покрова с помощью специальных снегоуплотняющих машин или оборудования [1].

Показано, что достоверная оценка плотности подготавливаемой полосы может быть получена, как на основе статистического моделирования, так и аналитических вероятностных расчетов.

Ключевые слова: Снег, машина, путь, вибрация, уплотнение, бездорожье.

Уплотнение полосы движения образуется в результате движения снегоуплотняющей машины по снежному бездорожью, которое представляет собой твёрдое основание (мёрзлый грунт) и снежный покров. Формирование снежного покрова и уплотнённой снежной полосы движения зависит от большого количества случайных факторов: метеоусловий; условий, сопровождающих процессы формирования снежного покрова и его уплотнения; характеристик снегоуплотняющего оборудования (массы, скорости движения и т.д.); интенсивности и характера неровностей твёрдого основания и других, поэтому физико-механические свойства уплотнённой полосы движения носят статистический характер.

Для определения интенсивности неровностей подготовленной полосы движения и распределения их вдоль трассы достаточно определить коррекционную функцию и энергетический спектр неровностей. Вероятность обеспечения требуемой плотности можно найти, зная функцию распределения плотности вдоль трассы. Указанные характеристики плотности снежного основания могут быть получены следующим образом.

В процессе работы снегоуплотняющая машина преобразует снежный покров первоначальной плотностью ρ_0 в уплотнённый снег плотностью ρ [2]:

$$\rho = 0,7943 - 4,1925(\rho_0/\varepsilon) + 10,525(\rho_0/\varepsilon)^2 - 6,9069(\rho_0/\varepsilon)^3, \quad (1)$$

где ρ_0 – исходная плотность снега; $\varepsilon = (H - h)/H$ – относительная деформация снега; H – толщина снежного покрова; h – глубина уплотнения.

Выражение (1) целесообразно представить в виде $\rho = \rho(H, \rho_0)$, которое можно получить путём перерасчёта экспериментальных данных [3] и их аппроксимации степенным полином (рис. 1)

$$\rho = a_0 + a_1H + a_2H^2 + a_3H^3 = \sum_{n=0}^3 a_n H^n, \quad (2)$$

где a_n – коэффициенты, которые можно определить известными методами или стандартной процедурой пакета Microsoft Excel.

Зависимость $\rho(H)$ является нелинейной, поэтому процесс формирования уплотнённой полосы представляется в виде нелинейного преобразования случайного процесса $H(\ell)$, в качестве которого выступает толщина снежного покрова вдоль трассы (ℓ – координата исследуемой точки трассы). В такой постановке нелинейная система (2), осуществляющая преобразование входного процесса $H(\ell)$, аналогична системе передачи информационных сигналов. Аналогично [4] после ряда преобразований можно получить корреляционные функции про-

цесса $\rho(\ell)$ – плотности снега в подготовленной полосе движения

$$K_\rho(\lambda) = \sqrt{\rho [H(\ell)] \rho [H(\ell + \lambda)]}$$

Введя обозначения $H(\ell) = H$ и $H(\ell + \lambda) = H_\lambda$ и учитывая, что $H(\ell)$ подчиняется нормальному закону распределения вероятностей, получим

$$K_\rho(\lambda) = \frac{1}{2\pi\sigma^2 \sqrt{[1 - R^2(\lambda)]}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(H) \rho(H_\lambda) e^{-\frac{H^2 + H_\lambda^2 - 2R(\lambda)HH_\lambda}{2\sigma^2[1 - R^2(\lambda)]}} dH dH_\lambda.$$

После интегрирования получим, что корреляционная функция плотности подготовленного полотна пути определяется следующим образом:

$$K_\rho(\lambda) = \sum_{n=1}^N n! Z_n^2 K_H^n(\lambda) \tag{3}$$

где $K_H(\lambda)$ – корреляционная функция процесса $H(\ell)$.

Коэффициенты Z_n при $N = 3$ выражаются через коэффициенты аппроксимации a_n функции (2):

$$\begin{aligned} Z_1 &= 1 + 3a_3/a_1^3 K_H(0); \\ Z_2 &= a_2/a_1^2; \\ Z_3 &= a_3/a_1^3. \end{aligned}$$

По корреляционной функции определяется дисперсия плотности снега в подготовленной полосе движения

$$D_\rho = K_\rho(0) = \sum_{n=1}^3 n! Z_n^2 K_H^n(0)$$

Для определения среднего значения M_ρ и вероятности $P(\rho \geq \rho_{зад})$ необходимо знание закона распределения величины $\rho(\ell)$. Существует небольшое число точных решений задачи определения функций распределения на выходе нелинейной системы, полученных при некоторых специальных предположениях о характере нелинейностей и статистических свойствах случайного процесса.

Для упрощения задачи нелинейную зависимость $\rho(H)$ (рис. 1) представим в виде линейно-ломаной (рис. 2). Физический смысл такой зависимости объясняется тем, что плотность уплотнения полотна не может быть меньше исходной плотности $\rho \geq \rho_0$, а $\rho \leq \rho_{max}$, т.е. не может превышать определенного максимального значения ρ_{max} [3].

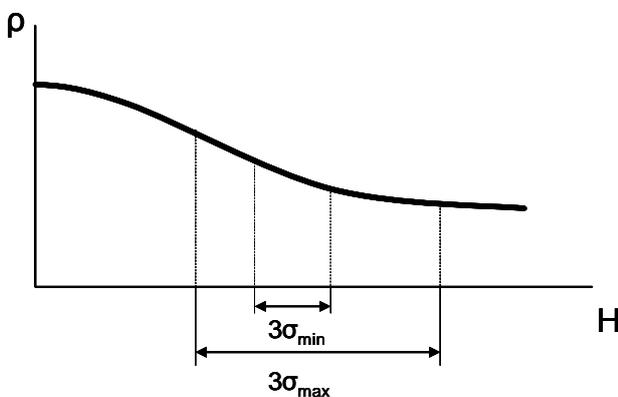


Рис. 1. Аппроксимация зависимости $\rho(H)$

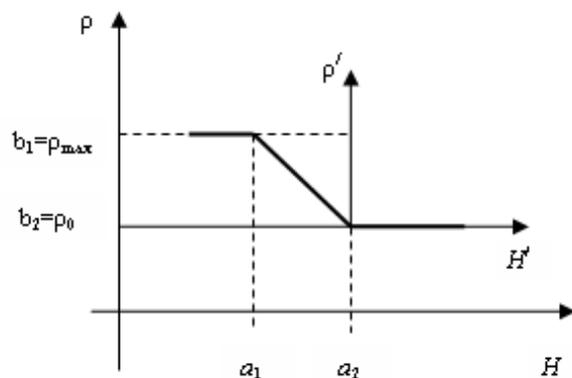


Рис. 2. Линейно-ломаная зависимости $\rho(H)$

Поэтому линейно-ломаная зависимость $\rho(H)$ будет иметь вид

$$\rho = \begin{cases} b_1; & 0 \leq H \leq a_1 \\ \frac{a_2 - a_1}{b_2 - b_1} H - \frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{a_2 - a_1}; & a_1 \leq H \leq a_2 \\ b_2; & H \geq a_2 \end{cases} \quad (4)$$

С учётом однозначности функции $\rho(H)$ и того, что значения плотностей распределения процессов ρ и H – положительные, распределение процесса $\rho(\ell)$ вдоль подготовленной полосы движения можно определить, используя известное преобразование

$$\omega_2(\rho) = \frac{\omega_1(H)}{d\rho/dH}$$

После замены переменных $\rho' = \rho - b_2$ и $H' = H - a_2$ при нормальном распределении $H(\ell)$ и $\omega(H')$ будем иметь

$$\omega_1(H') = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_H}} e^{-\frac{(H' - \bar{H} + a_2)^2}{2\sigma_H^2}}$$

Тогда на линейном участке $a_1 - a_2 < H' < 0$ плотность распределения процесса $\rho'(\ell)$

$$\omega_2(\rho') = \frac{\omega(H' = \rho'/\alpha)}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_H}} e^{-\frac{(-\rho'/\alpha - \bar{H} + a_2)^2}{2(\sigma_H \alpha)^2}}$$

Поскольку на участках $H' < (a_1 - a_2)$ и $H' > 0$ $\omega_2(\rho') = 0$, то с учётом условия полной вероятности

$$\int_{-\infty}^{\infty} \omega_2(\rho') dH = 1$$

общее выражение $\omega_2(\rho')$ будет иметь вид

$$\omega_2(\rho') = \begin{cases} P(H' > 0) \delta(\rho') + \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_H \alpha}} e^{-\frac{(-\rho'/\alpha - \bar{H} + a_2)^2}{2(\sigma_H \alpha)^2}} + \\ + P\{(H' > a_1 - a_2) \delta[\rho' - (b_2 - b_1)]\}; & a_1 - a_2 \leq H' \leq 0; \\ 0; & a_1 - a_2 > H'; \quad H' > 0 \end{cases} \quad (5)$$

Используя выражение (5), можно определить вероятность достижения требуемой плотности

$$P(\rho \geq \rho_{тр}) = P(\rho' \geq \rho_{тр} - \rho_0) = \int_{\rho_{тр} - \rho_0}^{\infty} \omega_2(\rho') d\rho'$$

Другой важной характеристикой подготовленного полотна движения является распределение интенсивности неровностей по их частоте или энергетический спектр $G(\beta)$, который можно определить из соотношения (3)

$$G(\beta) = 4 \int_0^{\infty} K_{\rho}(\lambda) \text{Cos} 2\pi \beta \lambda d\lambda \quad (6)$$

где β – частота неровностей снежного покрова с учётом неровностей основания.

Исходя из формулы (6), можно определить среднюю интенсивность неровностей в ин-

тересуемом диапазоне частот $\Delta\beta = \beta_{\max} - \beta_{\min}$:

$$\bar{G} = \int_{\beta_{\min}}^{\beta} G(\beta) d\beta$$

С помощью последней формулы, в частности, можно оценить степень сглаживания неровностей снежного полотна рабочей поверхностью уплотняющего рабочего органа машины.

Приведенные соотношения получены с учетом линейно-ломаной аппроксимации зависимости $\rho(H)$ (4). Реальная зависимость лишь при большом разбросе H напоминает (4). Оценить применимость полученных выражений можно по результатам натуральных испытаний. Однако ввиду трудоемкости, а главное, практической невозможности получения экспериментальных данных, охватывающих необходимый диапазон изменения H и σ_H , указанную оценку можно получить на основе статистического моделирования [5]. При этом достоверность оценки статистических параметров $\rho(H)$ переносится в область достоверности самой модели $\rho(H)$.

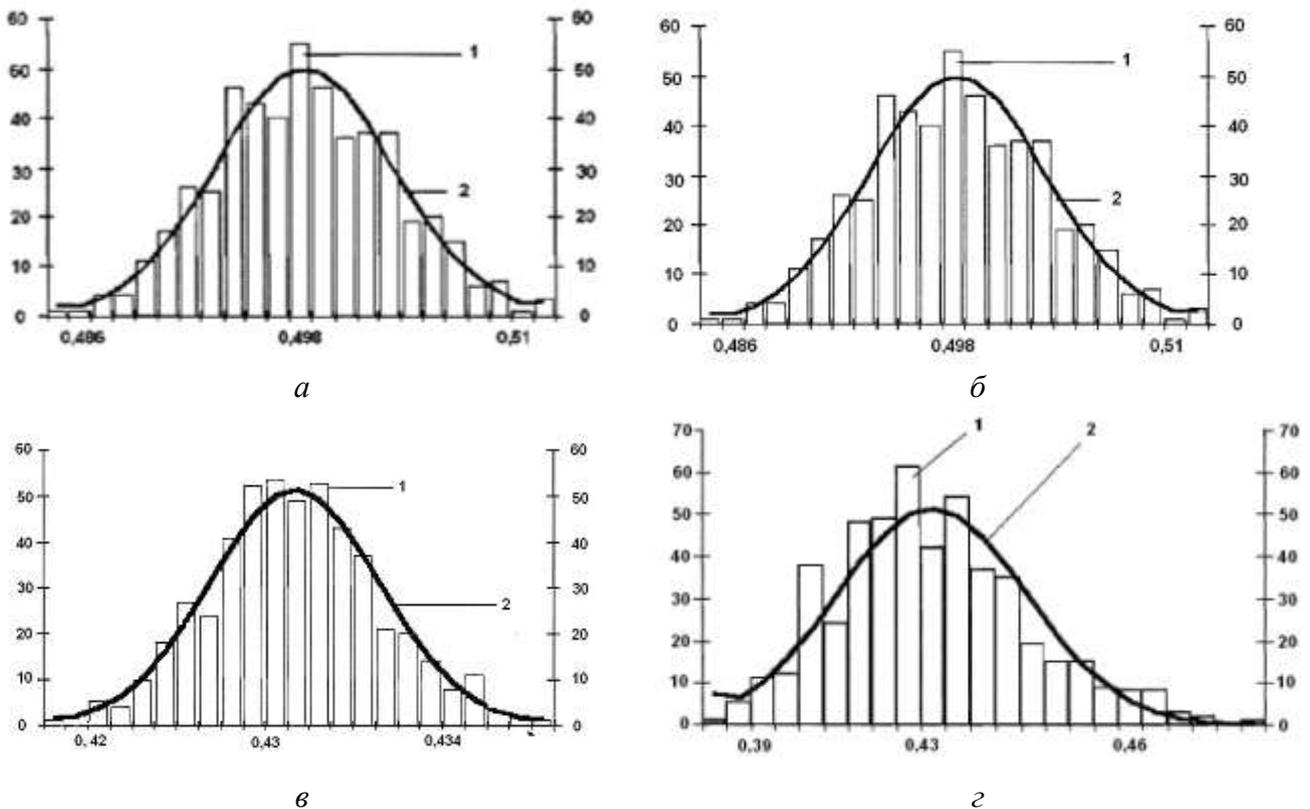


Рис. 3. Гистограмма распределения плотности снега в полосе движения:

1 – эксперимент; 2 – плотность нормального распределения; а – при $H = 0,5$ м; $\sigma_H = 0,01$ м; $\rho_0 = 0,21$ г/см³; $\rho_{y.cp} = 0,498$ г/см³; $\sigma_p = 0,015$ м; $\chi^2 = 0,81$; б – $H = 0,5$ м; $\sigma_H = 0,06$ м; $\rho_0 = 0,21$ г/см³; $\rho_{y.cp} = 0,499$ г/см³; $\sigma_p = 0,0316$ м; $\chi^2 = 0,01$; в – $H = 0,7$ м; $\sigma_H = 0,01$ м; $\rho_0 = 0,21$ г/см³; $\rho_{y.cp} = 0,43$ г/см³; $\sigma_p = 0,0027$ м; $\chi^2 = 0,91$; г – $H = 0,7$ м; $\sigma_H = 0,06$ м; $\rho_0 = 0,21$ г/см³; $\rho_{y.cp} = 0,439$ г/см³; $\sigma_p = 0,0018$ м; $\chi^2 = 0,07$

Приведем результаты оценки статистических характеристик плотности подготавливаемой снежной полосы движения с использованием статистической модели, в основу которой положена кубическая аппроксимация $\rho(H)$ [2, 3].

Вывод о законе распределения ρ в полосе движения осуществляется проверкой справедливости гипотезы по критерию Пирсона χ^2 [5] о нормальном распределении ρ .

В ходе статистического моделирования выборка N случайной величины H составляла пятьсот значений. Генерация случайных чисел нормально распределенной случайной стационарной величины H проведена с применением стандартной программы Microsoft Excel. Результаты распределения плотности снега в полосе движения на моделируемых участках представлены в виде гистограмм (рис. 3).

Обработка результатов статистического моделирования в высокочастотном диапазоне неровностей позволяет сделать следующие выводы: при средней глубине снежного покрова от $H = 0,5$ м до $H = 0,7$ м и среднеквадратичном отклонении от $\sigma_H = 0,01$ м до $\sigma_H = 0,04$ м закон распределения плотности уплотненной полосы снега с достаточной степенью точности соответствует нормальному; при среднеквадратичном отклонении $\sigma_H = 0,04$ м и выше этого частотного диапазона закон распределения не соответствует нормальному, а более близок к нормальному усеченному закону.

Библиографический список

1. **Вайсберг, И.С.** Выбор основных параметров виброплиты снегоуплотняющей машины / И.С. Вайсберг, А.Н. Иванов // Строительные дорожные машины. 1985. № 10. С. 4–7.
2. **Беляков, В.В.** Проходимость автомобиля: учеб. пособие / В.В. Беляков. – Н. Новгород: НГТУ, 1996. – 198 с.
3. **Куляшов, А.П.** Вездеходные транспортно-технологические машины. Основы теории движения / А.П. Куляшов, В.В. Беляков. – Н. Новгород: ТАЛМ, 2004. – 960 с.
4. **Аболиц, И.А.** Дальняя связь / И.А. Аболиц. – М.: Связьиздат, 1962. – 622 с.
5. **Митков, А.Л.** Статистические методы в сельхозмашиностроении / А.Л. Митков, С.В. Кардашевский. – М: Машиностроение, 1978. – 360 с.

*Дата поступления
в редакцию 02.02.2010*

A.P. Kulyayshov, O.I. Onkin, V.P. Samarin

ANALYTICAL ESTIMATION OF STATISTICAL PARAMETERS OF THE THICKENED SNOW ROUTE

The prior thickening of snow is one of the ways of route preparation by means of special vehicles and equipment [1]. It is important to provide the desired thickness of snow bedding along the whole of the route for an estimate of its possible employment.

The authors show that it is possible to estimate the route thickness properly using both statistic modeling and analytic calculus of probability.

Key words: snow, the car, way, vibration, consolidation, impassability.