

УДК 621.039.533; 621.81-25.001.4

И.В. Друмов, А.В. Ходыкин

**РАСЧЕТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РАЗГОНА РОТОРА ТУРБОМАШИНЫ
В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОДШИПНИКАХ**

ОАО «Опытное конструкторское бюро машиностроения им. И.И. Африкантова»

В работе приведены результаты расчетных исследований разгона ротора турбомашин в электромагнитных подшипниках. При этом оценивается величина дифференциального коэффициента регулятора, при которой обеспечивается отсутствие касания ротором страховочного подшипника. Кроме того, показывается возможность за счет изменения дифференциального коэффициента регулятора исключить нелинейные эффекты системы.

Ключевые слова: электромагнитный подшипник, турбомашин, ротор, дифференциальный коэффициент, разгон.

Введение

В рамках проекта высокотемпературного гелиевого реактора с прямым газотурбинным циклом ГТ-МГР ОАО «ОКБМ Африкантов» [1] проводятся исследования движения ротора турбомашин на электромагнитном подвесе. Вертикальный ротор турбомашин общей массой 65 тонн состоит из роторов генератора и турбокомпрессора, соединенных между собой диафрагменной муфтой. Каждый из роторов имеет по две собственные изгибные резонансные частоты. Наличие изгибных частот, большая масса (вес ротора генератора составляет 35 тонн) при частоте вращения до 73 с^{-1} , высокие требования надежности, гелиевое охлаждение существенно отличают конструкцию турбомашин от других известных машин, в которых достаточно широко применяются ЭМП. Необходимость снижения степени риска изготовления подобной турбомашин предопределяет необходимость всесторонних исследований динамики ротора на электромагнитном подвесе - аналитическими методами, расчетами и экспериментами на моделях различного масштаба и в составе полномасштабного турбокомпрессора.

В методическом плане исследования ведутся от наиболее простых к постепенно усложняющимся расчетным моделям. При этом исследования динамики ротора на электромагнитных подшипниках целесообразно проводить по моделям, учитывающим основные нелинейности. Из литературных источников [2-4] известно, что основными нелинейностями, приводящими к неоднозначности зависимости амплитуды вынужденных колебаний от частоты гармонической вынуждающей силы (т.е. качественное изменение динамики ротора), являются нелинейная зависимость силы электромагнита от управляющего тока. При этом наличие неоднозначности амплитуды колебаний ротора может приводить к значительному повышению данной амплитуды, вызывающее касание ротором страховочного подшипника.

Данные, полученные расчетным путем, сопоставляются с экспериментальными данными, проводится верификация расчетных программ, а наиболее важные части уточняются на более сложных физических моделях.

С целью верификации расчетных программ созданы два исследовательских стенда: маломасштабная модель ротора турбомашин, имитирующая некоторые условия его эксплуатации; масштабная модель ротора турбомашин массой 1100 кг, которая позволяет расширить возможности получения экспериментальных данных по электромагнитному подвесу.

Главной задачей расчетных исследований на сегодня является определение возможности разгона ротора до номинальных оборотов без касания страховочных подшипников и условий, при которых это реализуется. При этом исследуется зависимость амплитуды вынужденных колебаний ротора под воздействием вынуждающей силы (при разных настроечных параметрах регуляторов). Определяются величины настроечных коэффициентов регуляторов, при которых отсутствует неоднозначность зависимости амплитуды колебаний от частоты.

1. Нелинейная математическая модель ротора и системы управления электромагнитным подшипником

Модель одно-массового ротора без токов смещения и с учетом выражения для пропорционально-дифференциального регулятора имеет вид [1,5]:

$$m\ddot{x} = \frac{L_0 S_0}{2} \cdot \begin{cases} -\frac{(\kappa_n x + \kappa_d \dot{x})^2}{(S_0 + x)^2}, & \text{если } \kappa_n x + \kappa_d \dot{x} > 0 \\ \frac{(\kappa_n x + \kappa_d \dot{x})^2}{(S_0 - x)^2}, & \text{если } \kappa_n x + \kappa_d \dot{x} < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где m - масса ротора; S_0 - номинальный воздушный зазор при центральном положении ротора; L_0 - индуктивность электромагнитов при центральном положении ротора; x - смещение ротора из центрального положения; κ_n - пропорциональный коэффициент пропорционально-дифференциального регулятора; κ_d - дифференциальный коэффициент пропорционально-дифференциального регулятора.

Исходное уравнение (1) динамики ротора исследуется при воздействии сил дисбаланса. Уравнение (1), с учетом предположения: $(S_0 \pm x)^2 \approx S_0^2$ (данное предположение справедливо для смещений ротора в пределах всего воздушного зазора, поскольку, характеристика «сила-смещение» при воздушном зазоре больше S_0 имеет пологий вид), преобразуется к виду

$$m\ddot{x} = -\frac{L_0}{2S_0} \cdot [|\kappa_n x + \kappa_d \dot{x}|(\kappa_n x + \kappa_d \dot{x})] + A_g \cdot e^{-j\omega t}, \quad (2)$$

где A_g - амплитуда внешнего воздействия; ω - частота вращения ротора.

Таким образом, в уравнении системы (2) отсутствует линейный член. Для исследований в данной работе используется метод гармонической линеаризации [2], поскольку он не требует малого значения нелинейности, но требует, чтобы колебания ротора были бы близки к гармоническим. Это имеет место при гармоническом возмущении – дисбалансе.

2. Исследование исходного уравнения методом гармонической линеаризации

Метод гармонической линеаризации позволяет исследовать вынужденные колебания ротора. Структурная схема неавтономной системы представлена на рис. 1.

Передаточную характеристику замкнутой цепи можно записать следующим образом:

$$1 + W(p)W_h(A)x(t) = W(p)g(t), \quad (3)$$

где $W_h(p)$ - передаточная характеристика гармонически линеаризованной отрицательной обратной связи.

Гармонически линеаризованное уравнение (3) может быть переписано следующим образом:

$$\frac{x(t)}{g(t)} = \frac{W(p)}{1 + W(p)W_h(A)}. \quad (4)$$

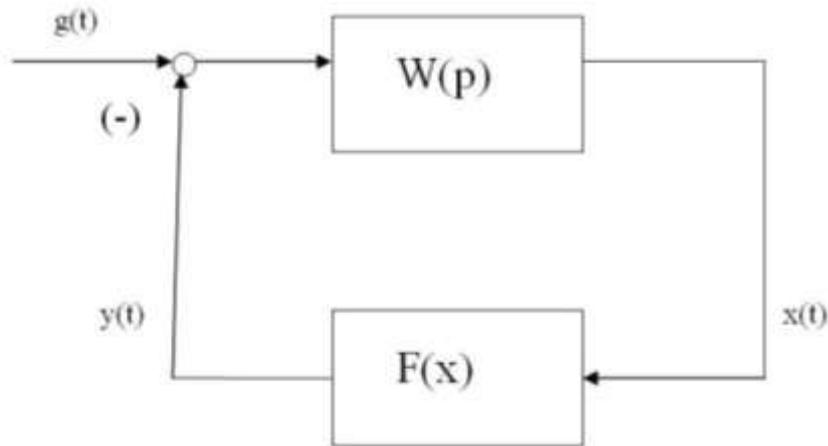


Рис. 1. Блок-диаграмма неавтономной системы с отрицательной обратной связью:

$W(p)$ - передаточная функция объекта управления; $x(t)$ - перемещение ротора;
 $g(t)$ - внешняя периодическая сила (например, дисбалансная периодическая сила);
 $F(x)$ - нелинейная зависимость между силой и перемещением в цепи обратной связи регулятора; p - параметр преобразования ($p = j\omega$)

Примем входной и выходной сигналы в комплексной форме:

$$g(t) = A_g e^{-j\omega t}, \quad (5)$$

$$x(t) = A e^{-j(\omega t + \phi)}. \quad (6)$$

Тогда уравнение (4) дает

$$\frac{A_g}{A} e^{-j\phi} = W^{-1}(j\omega) + W_h(A) \quad (7)$$

или

$$\frac{A_g}{A} = |W^{-1}(j\omega) + W_h(A)|. \quad (8)$$

В соответствии с методом гармонической линейризации решение ищем в виде $x=A\sin(\omega t)$, где A - амплитуда периодического решения; ω - частота периодического решения; t - текущее время.

Разложим нелинейный член в уравнении (2) в ряд Фурье и ограничимся только первым членом разложения. Это справедливо, так как ротор представляет собой фильтр низких частот. При этом коэффициенты гармонической линейризации равны:

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{k}{\pi A} \int_0^{2\pi} |k_n x + k_d \dot{x}| (k_n x + k_d \dot{x}) \sin u du = \\ &= \frac{Ak}{\pi} \int_0^{2\pi} |k_n \sin \tau + k_d \omega \cos \tau| (k_n \sin \tau + k_d \omega \cos \tau) \sin u du = \\ &= \frac{Ak}{\pi} \int_0^{2\pi} (k_n^2 + \omega^2 k_d^2) |\sin u| \sin^2 u du = \frac{8Ak}{3\pi} (k_n^2 + \omega^2 k_d^2), \end{aligned} \quad (9)$$

$$q_1' = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} |k_n x + k_d \dot{x}| (k_n x + k_d \dot{x}) \cos u du = 0, \quad (10)$$

где $\tau = \omega t$, $u = \tau + \Delta\tau$, $\arcsin \Delta\tau = \frac{k_d \omega}{\sqrt{k_n^2 + k_d^2 \omega^2}}$, $\arccos \Delta\tau = \frac{k_n}{\sqrt{k_n^2 + k_d^2 \omega^2}}$, $k = L_0 / 2S_0$.

Передаточная функция гармонически линеаризованной обратной связи

$$W_h(j\omega) = \frac{(k_n^2 + k_d^2 \omega^2) \frac{8Ak}{3\pi} \sin u}{\sin \tau} = \frac{\sqrt{(k_n^2 + k_d^2 \omega^2)} \frac{8Ak}{3\pi} (k_n \sin \tau + k_d \omega \cos \tau)}{\sin \tau} = \quad (11)$$

$$= \sqrt{(k_n^2 + k_d^2 \omega^2)} \frac{8Ak}{3\pi} (k_n + k_d p) = \sqrt{(k_n^2 + k_d^2 \omega^2)} \frac{8Ak}{3\pi} (k_n + k_d j\omega).$$

В соответствии с уравнением (2) передаточная функция объекта управления

$$W^{-1}(j\omega) = -m\omega^2. \quad (12)$$

Таким образом, при $A_g = m\omega^2$ уравнение (8) может быть представлено в следующей форме:

$$\frac{m\omega^2}{A} = \left| -m\omega^2 + \sqrt{(k_n^2 + k_d^2 \omega^2)} \frac{8Ak}{3\pi} (k_n + k_d j\omega) \right|, \quad (13)$$

где me - величина дисбаланса.

$$\begin{aligned} (m\omega^2)^2 &= A^2 m^2 \omega^4 - 2m\omega^2 \sqrt{(k_n^2 + k_d^2 \omega^2)} \frac{8A^3 k}{3\pi} k_n + (k_n^2 + k_d^2 \omega^2) \left(\frac{8k}{3\pi} k_n\right)^2 A^4 + \\ &+ (k_d^2 (k_n^2 + k_d^2 \omega^2) \left(\frac{8k}{3\pi} \omega\right)^2 A^4. \end{aligned}$$

Исходное уравнение для анализа имеет вид

$$[(k_n^2 + k_d^2 \omega^2)^2 \left(\frac{8k}{3\pi}\right)^2] A^4 - 2m\omega^2 \sqrt{(k_n^2 + k_d^2 \omega^2)} \frac{8k}{3\pi} k_n A^3 + m^2 \omega^4 A^2 - (m\omega^2)^2 = 0. \quad (14)$$

Исследования исходного уравнения проводились с помощью прикладного математического пакета MATHCAD (так как уравнение (14) не разрешается относительно амплитуды периодического решения A) численным образом для параметров модели ротора турбомашин (при вариации ω и дифференциального коэффициента k_d): $me = 2.5 \cdot 10^{-3}$ кгм (величина дисбаланса).

На рис. 2 приведена зависимость амплитуды (A) периодического решения от частоты вынуждающей силы (ω) при варьировании дифференциального коэффициента.

Как видно из рис. 2:

- при малом (в рамках проведенного исследования) значении дифференциального коэффициента 0.01 А·с/м на средних частотах, начиная с 30 Гц, резонансная кривая имеет неоднозначный вид и существуют устойчивое и неустойчивое периодические решения;
- при большом (в рамках проведенного исследования) значении дифференциального коэффициента 5 А·с/м резонансная кривая имеет однозначный вид и существуют только устойчивые периодические решения;
- значение дифференциального коэффициента, равное 1 А·с/м, является найденным в процессе исследования граничным значением, при котором резонансная кривая имеет неоднозначный вид, ниже которого существуют только устойчивые периодические решения, а выше - устойчивое и неустойчивое периодические решения.

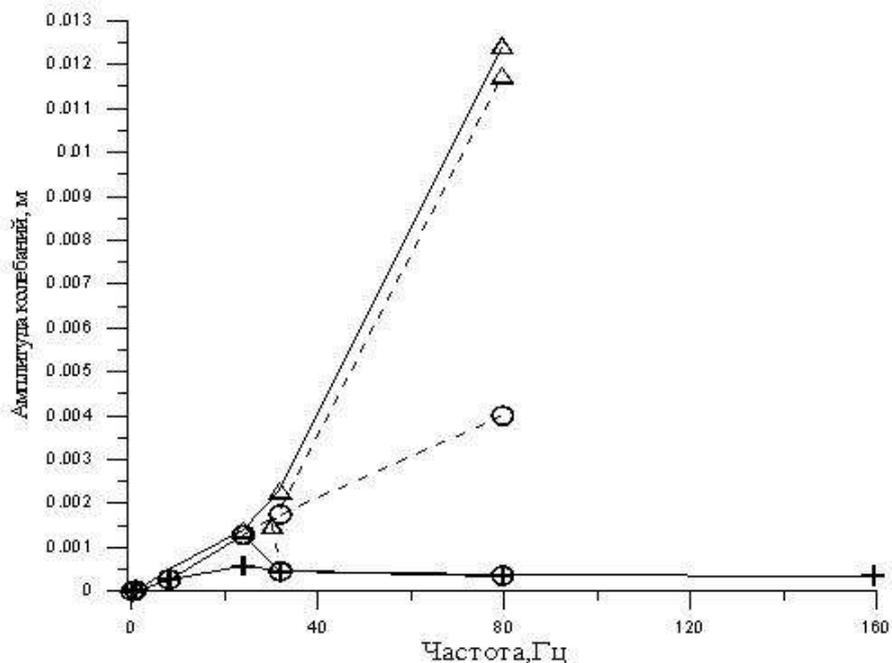


Рис. 2. Зависимость амплитуды периодического решения от частоты возбуждающей силы при различных k_d :

- \oplus - устойчивое периодическое решение при большом значении дифференциального коэффициента (5 А·с/м);
- \ominus - устойчивое периодическое решение при среднем значении дифференциального коэффициента (1 А·с/м);
- \circ - неустойчивое периодическое решение при среднем значении дифференциального коэффициента (1 А·с/м);
- \triangle - устойчивое периодическое решение при малом значении дифференциального коэффициента (0,01 А·с/м);
- \triangle - устойчивое периодическое решение при малом значении дифференциального коэффициента (0,01 А·с/м)

Выводы

Активный магнитный подшипник имеет несколько нелинейностей, которые должны быть учтены при математическом моделировании. Основная из них, квадратичная зависимость силы электромагнита от тока. Представленная математическая модель включает данную нелинейность. Анализ математической модели проводился методом гармонической линеаризации и позволил определить как устойчивые периодические решения, так и неустойчивые. В результате анализа получено следующее:

- 1) на частоте вынуждающей силы выше 30 Гц и при k_d менее 1 А·с/м наблюдается неоднозначность амплитуды колебаний ротора, появление двух устойчивых периодических решений и одного неустойчивого периодического решения;
- 2) при любых параметрах системы до 30 Гц наблюдается только одно устойчивое периодическое решение;
- 3) когда частота вынуждающей силы превышает 30 Гц, наблюдаются явления скачков;
- 4) наличие неоднозначности амплитуды и величина амплитуды зависят от k_d ;
- 5) при частоте выше 30 Гц и $k_d < 1$ А·с/м из-за наличия эффектов скачков возможно касание ротором страховочного подшипника;
- 6) при $k_d > 1$ А·с/м отсутствуют неоднозначность амплитуды и, следовательно, явления скачков.

Библиографический список

1. Расчетно-аналитические исследования процессов в электромагнитных подшипниках при вывешивании ротора турбомшины / Ф.М. Митенков [и др.] // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2008. № 1. С. 87–90
2. **Горяченко, В.Д.** Элементы теории колебаний / В.Д. Горяченко. – М.: Высш. шк., 2001. – 395 с.
3. **Попов, Е.П.** Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах / Е.П. Попов. – М.: Наука, 1973. – 584 с.
4. Вибрации в технике: справочник: в 2 т. Т. 2. Колебания нелинейных механических систем / И.И. Блехман [и др.]; под ред. И.И. Блехмана. – М.: Машиностроение, 1979. – 351 с.
5. Обоснование устойчивости полного электромагнитного подвеса / В.С. Востоков [и др.] // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2008. №2. С. 28-32

*Дата поступления
в редакцию 17.06.2010*

I.V. Drumov, A.V. Hodykin

ANALYTICAL STUDIES OF TM ROTOR ACCELERATION IN ELECTROMAGNETIC BEARINGS

The paper contains the results of analytical studies of turbomachine (TM) rotor acceleration on electromagnetic bearings (EMB). The controller differential coefficient value which prevents the rotor touchdown on catcher bearings is estimated. Besides, the possibility of excluding system non-linear effects by changing controller differential coefficient is shown.

Key words: electromagnetic bearing, turbomachine, rotor, differential coefficient, acceleration.