
МАШИНОСТРОЕНИЕ И АВТОМАТИЗАЦИЯ

УДК 621.833

А.Н. Петровский

К ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Задача оптимизации сформулирована как система условий существования и качества рабочего и станочных зацеплений. Численное решение получено на двумерном массиве возможных чисел зубьев. Оптимизированные параметры обеспечивают предельные показатели нагрузочной способности, регламентируемые стандартами расчета на прочность. Предлагается стандартизация эвольвентных передач с улучшенными свойствами на основе оптимизированных параметров и технологии двухпозиционного обката.

Ключевые слова: эвольвентное зацепление, зубчатые передачи, коробки передач, редукторы, двухпозиционный обкат, оптимизация параметров, нагрузочная способность, надежность, качество, шум, вибрация.

Оптимизации параметров эвольвентного зацепления посвящено много работ, авторы которых сообщают об увеличении нагрузочной способности и надежности зубчатых передач, уменьшении их размеров, массы, вибрации и шума. Лучшие результаты исследователи объясняют исключением из задач оптимизации важного технологического ограничения – положения о стандартном исходном производящем контуре (ИПК). «Такой синтез зацепления и передачи в целом открывает возможности творческого конструирования, разделяя этот процесс на конструирование эвольвентной части зубьев и конструирование переходной кривой. При этом инженера не удовлетворит стандартный производящий исходный контур с единственно возможным сочетанием параметров. В общем случае, потребуется разработка специального инструмента, без которого оптимальное проектирование станет невозможным», – пишет Э. Б. Вулгаков, автор теории эвольвентного зацепления в обобщающих параметрах [1, 2].

С отказом части разработчиков от стандартного ИПК в практике проектирования эвольвентных передач утвердились два подхода: хорошо известный *технологический* и относительно новый *конструктивный*.

Технологический подход предусматривает синтез рабочего зацепления на основе стандартного ИПК, стандартные расчеты геометрии и прочности. Теоретические положения технологического подхода используются высшей школой в качестве методических основ преподавания теории и технологии зубчатых передач. Высокий уровень стандартизации и устойчивые программы подготовки специалистов способствуют сохранению технологического подхода в большинстве отраслей машиностроения. Однако современные требования потребителей к нагрузочной способности зубчатых передач, уровням их вибрации и шума показывают, что нормы технологического подхода не всегда достаточны для достижения конкурентоспособности машин.

Конструктивный подход предусматривает синтез рабочего зацепления на основе анализа показателей нагрузочной способности и качества, которые рассматривают как функции геометрических параметров рабочего зацепления. Сторонники конструктивного подхода отказались от технологических ограничений стандартного ИПК и на основе прямого конструирования (Direct Gear Design) создают зацепления, которые превосходят аналоги, разработанные

ные по нормам технологического подхода. Рост нагрузочной способности, снижение уровней вибрации и шума достигают за счет рациональной формы зубьев и высоких коэффициентов перекрытия [3–7].

Конструктивный подход развивает технические идеи начала XX века, интерес к которым был утрачен в период длительного доминирования технологических норм проектирования. 100 лет назад посредством ручного графического анализа и эмпирического конструирования было создано множество оригинальных зацеплений, включая зацепление несимметричных зубьев. Доктор-инженер профессор Штутгартского высшего технического училища К. Бах в фундаментальном труде «Детали машин, их расчет и конструкция» привел обзор публикаций своих современников, успешно конструировавших зацепления. Труды К. Хента (С.W. Hunt), М. Маага, (Max Maag) и О. Лаше (Oskar Lasche) он выделил как наиболее удачные в области эвольвентного зацепления [8].

Конструктивный подход получил системное применение в авиационной промышленности, где действуют отраслевые стандарты и методики проектирования [9–11]. В автомобильной промышленности возможности этого подхода реализованы не полностью, а в станко-, судостроении, общепромышленном и гражданском машиностроении сохраняется технологический подход. Консерватизм мотивируют дополнительными затратами на специальный инструмент, отсутствием директивных норм проектирования и подготовленных специалистов. Перечисленные проблемы можно снять, применив комплексный конструктивно-технологический подход.

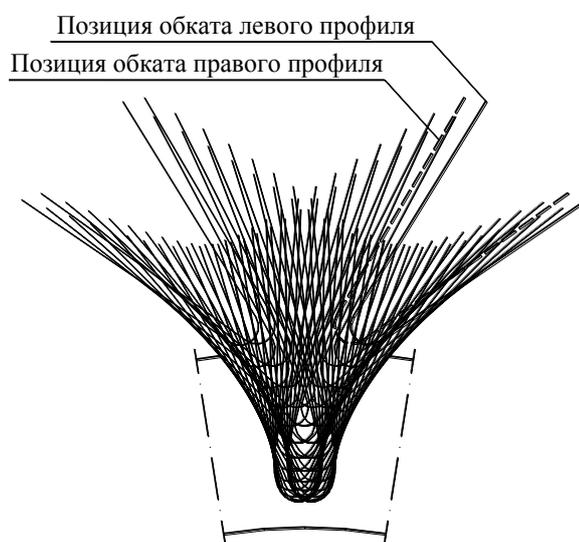


Рис. 1. Двухпозиционный обкат

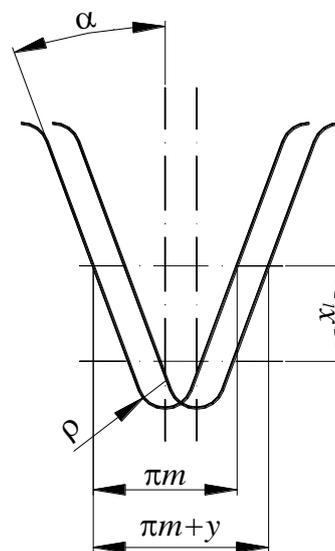


Рис. 2. Универсальный ИПК

Конструктивно-технологический подход предусматривает совместный синтез рабочего и станочных (технологических) зацеплений на основе анализа удельных показателей нагрузочной способности [12–14], условий существования и качества зацеплений. Другая технологическая особенность этого подхода – двухпозиционный обкат заготовок универсальным ИПК с постоянными параметрами [15]. По этой технологии в первой позиции обката образуют боковые профили одной стороны зубьев. Необходимую толщину зубьев обеспечивают настройкой второй позиции обката за счет тангенциального или углового смещения ИПК и заготовки (рис. 1). Обкатом во второй позиции образуют боковые профили противоположной стороны зубьев. Форма универсального ИПК определяется двумя постоянными параметрами: углом профиля α и радиусом округления головки ρ .

Позиции ИПК задают радиальным x_i и тангенциальным y смещениями (рис. 2). Под-

бором смещений исключают эффекты подрезания, заострения, интерференции и сокращения толщины зубьев. По своим результатам двухпозиционный обкат аналогичен обкату ИПК с переменной толщиной выступа. Для улучшения формы переходной кривой можно применить многопозиционный обкат.

Основные положения конструктивно-технологического подхода приведены далее как решение задачи оптимизации геометрических параметров зацепления.

Обобщенным критерием качества зацепления принят показатель удельной нагрузочной способности пары сопряженных зубчатых колес:

$$t = \frac{T_1}{V}, \quad (1)$$

где t – удельная нагрузочная способность, МПа; T_1 – вращающий момент на шестерне, Нм; V – сумма объемов начальных цилиндров сопряженных зубчатых колес на рабочей ширине зубчатых венцов, м³.

Критерий численно равен средней энергии упругой деформации, приходящейся на единицу объема начальных цилиндров, имеет размерность напряжения и применяется для построения целевых функций. Для эвольвентных передач главные целевые функции получены из соотношений ГОСТ 21354-87 в виде

$$t_{H1(2)} = \left(\frac{\sigma_{H \lim 1,2}^2}{Z_E^2 S_{H1,2}^2 K_H} \right) \left(\frac{\varepsilon_\alpha \sin 2\alpha_{tw}}{2 \cos \beta_b} \right) \left(\frac{u}{\pi(u^2 + 1)(u + 1)} \right) = q_{H1,2} \frac{\gamma_H}{v_H}, \quad (2)$$

$$t_{F1(2)} = \left(\frac{\sigma_{F \lim b1,2}^0}{S_{F1,2} K_F} \right) \left(\frac{2\varepsilon_\alpha \cos \alpha_{tw} \cos^3 \beta_b}{z_1 Y_{FS12} Y_\beta \cos \alpha_t} \right) \left(\frac{1}{\pi(u^2 + 1)} \right) = q_{F1,2} \frac{\gamma_{F1,2}}{v_F}, \quad (3)$$

где H – индекс условий контактной прочности; F – индекс условий прочности на изгиб; 1 – индекс шестерни; 2 – индекс колеса; t – индекс торцового сечения; $\sigma_{H \lim}$ – предел контактной выносливости поверхностей зубьев, соответствующий базовому числу циклов напряжений, МПа; Z_E – коэффициент, учитывающий механические свойства материалов колес, МПа^{0.5}; $\sigma_{F \lim b}^0$ – предел выносливости зубьев при изгибе, соответствующий базовому числу циклов напряжений, МПа; $z_{1,2}$ – число зубьев; u – передаточное число; Y_{FS} – коэффициент, учитывающий форму зуба и концентрацию напряжений; Y_β – коэффициент, учитывающий наклон зуба; ε_α – коэффициент перекрытия; α_{tw} – угол зацепления; β_b – угол наклона зубьев в плоскости зацепления; S_H – сводный коэффициент безопасности по напряжениям контакта; S_F – сводный коэффициент безопасности по напряжениям изгиба; для прямозубого зацепления в функцию (2) взамен ε_α подставляют $(Z_\varepsilon)^{-2}$ – коэффициент, учитывающий суммарную длину контактных линий.

В больших скобках главных целевых функций (2), (3) сгруппированы статистические, геометрические и структурные величины. Они образуют автономные целевые функции допускаемых напряжений q_{H12} , q_{F12} , зацепления γ_H , $\gamma_{F1,2}$ и структуры v_H , v_F . Функции γ_H , v_H , v_F общие для шестерни и колеса. Функции структуры пары сопряженных колес содержат один параметр – передаточное число u . Функции зацепления и структуры безразмерные, а их отношение – функция формы – характеризует геометрические свойства зацепления.

Лимитирующая нагрузочная способность зацепления определяется наименьшим из показателей (2), (3):

$$t = \text{MIN}(t_{H1,2}; t_{F1,2}) = q \frac{\gamma}{v}. \quad (4)$$

Обозначения лимитирующих функций применяются без индексов.

Из соотношений (1), (4) следует полезная формула для расчета функции допускаемых напряжений действующих и опытных образцов:

$$q = T_1 \left(\frac{v}{\gamma} \right) \frac{(u + 1)^2}{\pi a_{tw}^2 b_w (u^2 + 1)}, \quad (5)$$

где a_{tw} – межосевое расстояние; b_w – рабочая ширина зубчатых венцов.

Анализ передач известных производителей показал, что каждому из них соответствуют устойчивые значения функций допускаемых напряжений, которые отражают специальные и отраслевые требования к надежности и исполнению передач. Например, для скоростных передач автомобильной коробки скоростей $q_H = 32 \dots 36$ МПа, $q_F = 340 \dots 380$ МПа [14].

Таким образом, для фиксированных значений q предельная нагрузочная способность передач будет достигнута при максимальных значениях целевых функций зацепления:

$$\gamma_H = \frac{\varepsilon_\alpha \sin 2\alpha_{tw}}{2 \cos \beta_b}, \quad (6)$$

$$\gamma_{F1(2)} = \frac{2\varepsilon_\alpha \cos \alpha_{tw} \cos^3 \beta_b}{z_1 Y_{FS1,2} Y_\beta \cos \alpha_t}. \quad (7)$$

Это сложные неявные многопараметрические функции. Массив переменных параметров состоит из координат узловых точек профиля сопряженных зубьев. Профиль симметричного зуба с эвольвентным теоретическим профилем определен на плоскости четырьмя узловыми точками: a, e, l, f – и их восьмью координатами (рис. 3). Если радиус основной окружности шестерни r_{b1} принять равным единице, то радиус основной окружности колеса будет равен передаточному числу, а профиль каждого зуба будет определен в полярной системе координат четырьмя переменными.

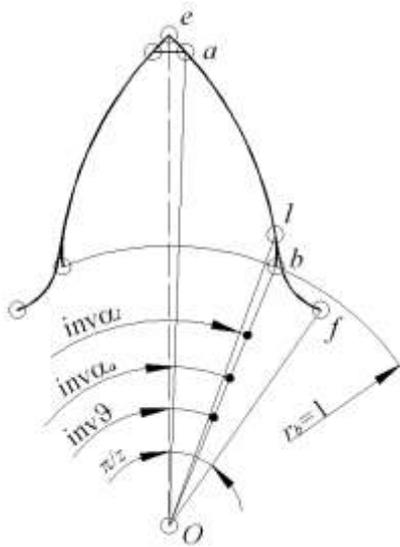


Рис. 3. Профиль симметричного эвольвентного зуба и узловые точки: a, e, l, f

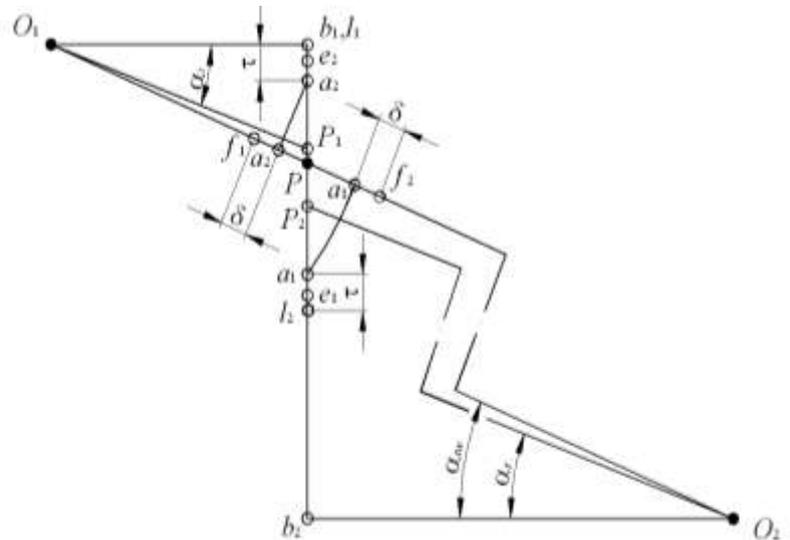


Рис. 4. Положение узловых точек в рабочем и станочных зацеплениях

Положение узловых точек в рабочем и станочных зацеплениях показано на рис. 4, где: $O_{1,2}$ – центры зубчатых колес; P – полюс рабочего зацепления, $P_{1,2}$ – полюса станочных зацеплений.

Числа зубьев z_1, z_2 , углы профиля $\vartheta_{1,2}$ в верхней предельной точке теоретического профиля, углы профиля $\alpha_{a1,2}$ на окружностях вершин, углы профиля $\alpha_{l1,2}$ на граничных окружностях и угол β_b наклона линии зуба в плоскости зацепления образуют массив девяти переменных, определяющих целевые функции (6) и (7). Кроме того, функция (7) содержит параметры ИПК, определяющие форму переходной кривой и коэффициенты формы зуба $Y_{FS1,2}$.

Переменные параметры связаны конструктивно-технологическими условиями суще-

ствования и качества зацеплений. Если условия сформулировать в виде системы совместных уравнений, число которых равно числу оптимизируемых параметров, то задача оптимизации может иметь единственное решение.

Некоторые из условий содержат размерные ограничения в виде конструктивно-технологических норм производства и эксплуатации (табл. 1). Указанные в табл. 1 обозначения δ^* , τ^* и ρ^* выражают размеры в долях нормального модуля, а их применение без знака «*» соответствует линейным размерам.

Представленная далее система конструктивно-технологических условий не является единственной. Численные эксперименты показали, что условия могут быть выражены через другие параметры, другие ограничения и в другом виде, но для целевых функций (6) и (7) приводят к близким результатам.

Таблица 1

Размерные ограничения

Наименование	Ограничения
Коэффициент радиального зазора в зацеплении	$\delta^* \geq 0.15$
Коэффициент запаса от подрезания, интерференции и завышенного скольжения	$\tau^* \geq 0.05$
Отношение центральных углов между точками разноименных теоретических профилей на окружности вершин и основной окружности	$\mu = 1 - \frac{inv\alpha_a}{inv\vartheta} \geq 0.03$
Угол профиля ИПК, см. условие 13	$\alpha = 15 \dots 20^\circ$
Коэффициент округления головки ИПК	$\rho^* \geq 0.25$

1. Условие собираемости – главное уравнение зацепления [1, 2].

На начальных окружностях сумма толщин сопрягаемых зубьев равна шагу

$$\left(\frac{z_2}{z_1} + 1\right) inv\alpha_{nw} = \vartheta_1 + \frac{z_2}{z_1} inv\vartheta_2 - \frac{\pi}{z_1}. \tag{8}$$

2. Условие рационального перекрытия зубьев:

$$1 \leq \varepsilon_\alpha \leq 2,1, \tag{9}$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1}{2\pi} \left[\operatorname{tg}\alpha_{a1} + \frac{z_2}{z_1} \operatorname{tg}\alpha_{a2} - \left(\frac{z_2}{z_1} + 1\right) \operatorname{tg}\alpha_{nw} \right]. \tag{10}$$

Нижний предел коэффициента перекрытия отражает условие существования кинематической связи в прямозубой передаче, а верхний – практику выбора чисел зубьев. Значения ε_α могут быть и выше [14], но реализуются при больших числах зубьев, применение которых требует специального анализа.

3. Условия отсутствия интерференции и недопустимых удельных скольжений в рабочем зацеплении – 1-е ограничение углов профиля на окружности вершин.

$$\alpha_{a\tau 1} \leq \arctg \left[\left(\frac{z_2}{z_1} + 1\right) \operatorname{tg}\alpha_{nw} - \frac{z_2}{z_1} \operatorname{tg}\alpha_{l2} - \frac{2}{z_1 \cos \alpha_\tau} \tau^* \right], \tag{11}$$

$$\alpha_{a\tau 2} \leq \arctg \left[\left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right) \operatorname{tg}\alpha_{nw} - \frac{z_1}{z_2} \operatorname{tg}\alpha_{l1} - \frac{2}{z_2 \cos \alpha_\tau} \tau^* \right], \tag{12}$$

где τ – отличительный индекс условия.

4. Условия гарантированных радиальных зазоров в рабочем зацеплении – 2-е ограничение углов профиля на окружности вершин.

$$\alpha_{a\delta 1} \leq \arccos \left(\left(\frac{1}{\cos \alpha_{nw}} \left(\frac{z_2}{z_1} + 1\right) - \frac{z_2}{z_1 \cos \alpha_{l2}} + \rho^* \frac{2}{z_1 \cos \alpha_\tau} (1 - \sin \alpha_\tau) - \delta^* \frac{2}{z_1 \cos \alpha_\tau} \right)^{-1} \right), \tag{13}$$

$$\alpha_{a\delta 2} \leq \arccos \left(\left(\frac{1}{\cos \alpha_{nv}} \left(\frac{z_2}{z_1} + 1 \right) - \frac{1}{\cos \alpha_{l1}} + \rho^* \frac{2}{z_1 \cos \alpha_t} (1 - \sin \alpha_t) - \delta^* \frac{2}{z_1 \cos \alpha_t} \right)^{-1} \right), \quad (14)$$

где δ – отличительный индекс условия.

5. *Условия минимальной толщины зубьев на окружности вершин – ограничение углов профиля в верхних предельных точках.*

$$\text{inv} \vartheta_{\mu 1} \geq \text{inv} \alpha_{a1} \left(1 + \frac{\mu^*}{2} \right), \quad (15)$$

$$\text{inv} \vartheta_{\mu 2} \geq \text{inv} \alpha_{a2} \left(1 + \frac{z_1}{z_2} \frac{\mu^*}{2} \right), \quad (16)$$

где μ – отличительный индекс условия.

6. *Условие равной нагрузочной способности на изгиб сопрягаемых зубьев.*

Условие следует из равенства целевых функций (7) для шестерни и колеса:

$$\left(\frac{\sigma_{F \text{lim} b1}^0}{S_{F1}} \right) Y_{FS2} = \left(\frac{\sigma_{F \text{lim} b2}^0}{S_{F2}} \right) Y_{FS1}. \quad (17)$$

В качестве первого приближения для решения уравнения (17) используется условие равной толщины сопрягаемых зубьев по граничным окружностям:

$$\frac{(\text{inv} \vartheta_1 - \text{inv} \alpha_{l1})}{\cos \alpha_{l1}} = \frac{z_2 (\text{inv} \vartheta_2 - \text{inv} \alpha_{l2})}{z_1 \cos \alpha_{l2}}. \quad (18)$$

Более точные решения получают методами теории упругости, варьируя отношением толщин зубьев, шестерни и колеса:

$$K_9 = \frac{z_2 \text{inv} \vartheta_2}{z_1 \text{inv} \vartheta_1}.$$

Равенство (17) выполняется при большей толщине зуба шестерни, когда $K_9 < 1$. Для пары одинаковых колес ($z_1 = z_2$), выполненных из одного материала и по одной технологии, уравнения (17), (18) сводятся к равенству углов ϑ_1 и ϑ_2 .

7. *Условие равной нагрузочной способности зубьев по контактной прочности и прочности на изгиб.*

$$\cos^4 \beta_b \leq \frac{\sin \alpha_{nv} \cos \alpha_t \sigma_{H \text{lim}}^2 Z_1 Y_{\beta} Y_{FS1,2} S_{F1,2} u}{2 \sigma_{F \text{lim} b1,2}^0 Z_E^2 S_{H1,2}^2 (u+1)}. \quad (19)$$

Это соотношение следует из равенства функций (2), (3) и позволяет наращивать нагрузочную способность за счет перераспределения напряжений контакта и изгиба. Условие (19) следует рассматривать совместно с условием кратности рабочей ширины зацепления осевому шагу.

$$b_w = \frac{2\pi}{z_1 \sin \beta_b} k, \quad k = 1, 2, 3 \dots$$

8. *Условие отсутствия подрезания зубьев в станочных зацеплениях – ограничение углов профиля на граничной окружности.*

Целевые функции возрастают с увеличением углов профиля на окружности вершин $\alpha_{a1,2}$ и уменьшением углов профиля на граничной окружности $\alpha_{l1,2}$. Очевидно, что для последних целесообразно принимать минимальные значения, не допуская подрезания зубьев. Для увеличения активного участка линии зацепления и коэффициента перекрытия

$$\alpha_{l1} \geq 0. \quad (20)$$

Чтобы обеспечить близкую форму сопрягаемых зубьев, угол α_{l2} колеса принимается так, чтобы высота ножки зуба была не меньше, чем у зуба шестерни:

$$0 \leq \alpha_{l2} \leq \arctg \left[\left(1 + \frac{z_1}{z_2} \right) \operatorname{tg} \alpha_{tw} - \left(1 - \frac{z_1}{z_2} \right) \operatorname{tg} \alpha_t \right]. \quad (21)$$

9. Условие совместности соотношений для углов профиля на окружности вершин.

$$\alpha_{a1,2} = \operatorname{MIN}(\alpha_{a\delta 1,2}, \alpha_{at1,2}). \quad (22)$$

Принимаются меньшие значения из соотношений (11), (12) и (13), (14).

10. Условие совместности соотношений для углов профиля в верхней предельной точке теоретического профиля.

Соотношения (8), (15), (16), (17) для углов профиля в верхней предельной точке $\vartheta_{1,2}$ и угла зацепления α_{tw} будут совместны, если

$$\operatorname{inv} \vartheta_{1,2} = \operatorname{MIN}(\operatorname{inv} \vartheta_{\mu 1,2}; \operatorname{inv} \vartheta_{1,2}), \quad (23)$$

что исключает неопределенность выбора одного из углов $\vartheta_{1,2}$, не нарушая других условий существования и качества зацеплений.

11. Условие совместности соотношений для углов профиля в верхней предельной точке рабочего и станочных зацеплениях.

Из геометрии станочного зацепления следует выражение для углов профиля в верхней предельной точке:

$$\operatorname{inv} \vartheta_{l1,2} = \operatorname{inv} \alpha_t + \frac{\pi}{z_{1,2}} - \frac{2\rho^*}{z_{1,2}} \cos \alpha_t - \sin \alpha_t \left(\frac{1}{\cos \alpha_t} - \frac{\cos(\alpha_t - \alpha_{l1,2})}{\cos \alpha_{l1,2}} \right),$$

где l – отличительный индекс условия.

В общем случае углы $\vartheta_{l1,2}$ и $\vartheta_{1,2}$ не совпадают, и сформировать зубья с параметрами $\alpha_{l1,2}$ и $\vartheta_{1,2}$ в одной позиции обката не удастся. Необходимый угол профиля $\vartheta_{1,2}$ можно получить обкатом заготовки во второй позиции, которую настраивают угловым смещением заготовки или тангенциальным смещением ИПК.

Угловое смещение определяется соотношением

$$\varphi_{1,2} = 2(\operatorname{inv} \vartheta_{1,2} - \operatorname{inv} \vartheta_{l1,2}), \quad (24)$$

а соответствующее тангенциальное смещение определяется коэффициентом

$$y_{1,2}^* = \frac{z_{1,2}}{\cos \beta} (\operatorname{inv} \vartheta_{1,2} - \operatorname{inv} \vartheta_{l1,2}), \quad (25)$$

где β – угол наклона ИПК.

Смещения, рассчитанные по формулам (24), (25), имеют отрицательные значения, что указывает их направление «в тело» заготовки.

Коэффициент радиального смещения определяется соотношением

$$x_{l1,2}^* = \frac{\pi - 4\rho^* \cos \alpha}{4 \operatorname{tg} \alpha} - \frac{z_{1,2} \cos \alpha_t}{2 \cos \beta} \left(\frac{1}{\cos \alpha_t} - \frac{\cos(\alpha_t - \alpha_{l1,2})}{\cos \alpha_{l1,2}} \right).$$

В расчетах размеров для контроля взаимного положения разноименных профилей зубьев, например по формулам ГОСТ 16532-70, удобно воспользоваться приведенным коэффициентом смещения:

$$x_{1,2}^* = x_{l1,2}^* + \frac{y_{1,2}^*}{2 \operatorname{tg} \alpha_t}.$$

12. Условие совместности рабочего и станочных зацеплений по коэффициенту перекрытия и радиальному зазору – ограничение угла профиля ИПК.

В станочных зацеплениях параметры ИПК должны обеспечить гарантированные радиальные зазоры и коэффициенты перекрытия несколько большие, чем в рабочем зацеплении. Из схемы станочного зацепления (рис. 5) следует, что при радиальном зазоре δ_0 параметры ИПК должны удовлетворять соотношениям

$$\varepsilon_a \leq \varepsilon_{a0} = \left(\operatorname{tg} \alpha_{a0} - \operatorname{tg} \alpha_t + \frac{\pi}{z_1 \cos^2 \alpha_t} + \rho^* \frac{2}{z_1 \cos \alpha_t} \right) \frac{z_1}{2\pi},$$

$$\alpha_{a0} = \arccos \left(\left(\frac{1}{\cos \alpha_t} + \left(\frac{\pi}{z_1 \cos \alpha_t} - 4 \frac{\rho^*}{z_1} \right) \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_t} - \left(\frac{\pi}{z_1 \cos \alpha_t} + 2 \frac{\rho^*}{z_1} \right) \operatorname{tg} \alpha_t \right)^{-1} \right),$$

где 0 – индекс станочного зацепления; ε_{a0} – коэффициент перекрытия; α_{a0} – предельный угол профиля на окружности вершин.

На рис. 5 показана зависимость ε_{a0} от числа зубьев, согласно которой ε_{a0} превышает предельное значение $\varepsilon_a = 2,1$ рабочего зацепления при $\alpha_t \leq 20^\circ$. Учитывая изменение угла профиля ИПК в торцовом сечении косозубых колес, рациональные значения α составляют $15 - 20^\circ$ (табл. 1).

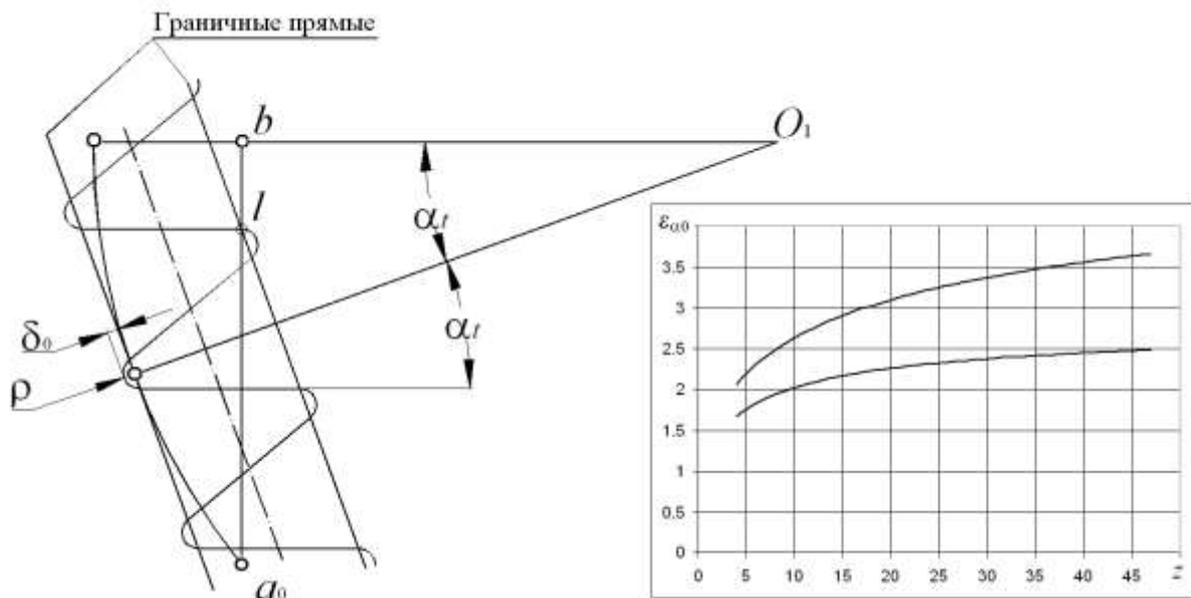


Рис. 5. Схема станочного зацепления при минимальном радиальном зазоре δ_0

Рассмотренные условия сводятся к системе восьми (с учетом индексов) совместных соотношений (8), (15), (19), (20), (21), (22) и (23 – для одного из колес), которые определяют угол зацепления α_{tw} и семь переменных параметров сопрягаемых зубьев: $\vartheta_{1,2}$, $\alpha_{a1,2}$, $\alpha_{l1,2}$, β_b . Общий интервал определения переменных $(0; \pi)$ и равенство числа переменных числу связывающих их соотношений указывают на возможность представления условий системой совместных уравнений, имеющей единственное решение. Отсюда следует важное положение: *синтез оптимизированных зацеплений, расчет их геометрии, показателей качества и нагрузочной способности может быть выполнен для двухмерного массива натуральных независимых переменных $z_1 \cdot z_2$.*

Трансцендентный характер рассмотренных соотношений предполагает применение в расчетах методов итерации и программных средств. Численное решение задачи оптимизации получено в виде трехмерного массива $\{z_1, z_2, N\}$, каждый элемент которого определен целочисленными координатами, где N – номер величины, расположенной в N -м уровне над двумерным массивом натуральных чисел $z_1 \cdot z_2$.

Каждая из расчетных величин может быть представлена в виде условной поверхности, заданной точками с натуральными координатами z_1 и z_2 . Условная поверхность, представляющая произведение $\varepsilon_a \sin 2\alpha_{tw}$ и характеризующая целевую функцию зацепления (6), показана на рис. 6. В этом варианте численного решения условие $\varepsilon_a \leq 2,1$ выполнялось

следующим образом: если при изменении чисел зубьев шестерни от z_1 до z_2 для некоторого z_1' выполнялось неравенство $\varepsilon_\alpha \geq 2,1$, то соответствующее значения угла α_{tw} и $\varepsilon_\alpha = 2,1$ принимались для всех сочетаний, где $z_1' \leq z_1 \leq z_2$. На рис. 6 эти сочетания расположены под плоским участком условной поверхности.

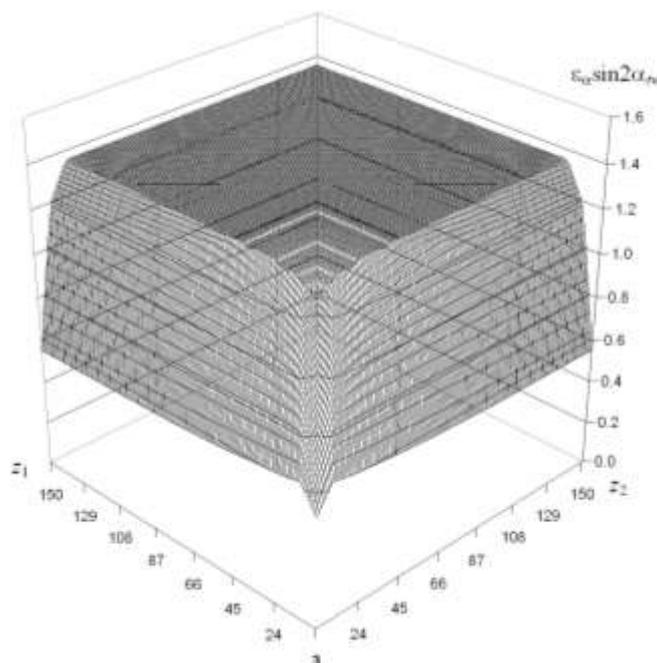


Рис. 6. Условная поверхность, представляющая произведение $\varepsilon_\alpha \sin 2\alpha_{tw}$

Таблица 2

Результаты расчета

№ п/п	Исходные данные					Конструктивно-технологические ограничения					
	Оптимизация		Расчет линейных размеров			Параметры ИПК		Параметры зацеплений			
	z_1	z_2	T_1 , Нм	q_H , МПа	q_F , МПа	a, \circ	ρ^*	δ^*	μ	τ^*	
	10	36	500	42.50	390	20	0.30	0.15	≥ 0.05	≥ 0.05	
Оптимизированные геометрические параметры, показатели качества и нагрузочной способности											
N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
0	ϑ_1	ϑ_2	α_{a1}	α_{a2}	α_{i1}	α_{i2}	β_b	α_{tw}	ε_α	$(Z_\delta)^{-2}$	
	45.633	29.790	44.191	27.371	0.000	9.948	0.000	22.639	1.460	1.181	
1	γ_H	–	v_H	q_H, МПа	–	–	t_{H1}	t_{H2}	–	$V, \text{м}^3$	
	0.42	–	56.04	42.50	–	–	0.32	0.32	–	0.00157	
2	γ_{F1}	γ_{F2}	v_F	–	–	–	t_{F1}	t_{F2}	Y_{FS1}	Y_{FS2}	
	0.050	0.050	43.857	–	–	–	0.44	0.44	4.64	4.82	
3	m, мм	a, мм	a_{tw}, мм	b_w, мм	x_{i1}^*	x_{i2}^*	y_{i1}^*	y_{i2}^*	x_1^*	x_2^*	
	6.00	138.00	140.50	38.40	0.845	0.339	-0.038	-0.231	0.741	-0.296	
4	d_1 , мм	d_2 , мм	d_{a1} , мм	d_{a2} , мм	d_{f1} , мм	d_{f2} , мм	Z_{wr1}	Z_{wr2}	W_1 , мм	W_2 , мм	
	60.00	216.00	78.63	228.56	50.76	200.68	3	4	48.16	63.80	
m_i , мм	5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0
a_i , мм	6	92.0	103.5	115.00	126.50	138.00	161.00	184.00	207.00	230.00	253.00
a_{twi} , мм	7	93.67	105.38	117.09	128.79	140.50	163.92	187.34	210.76	234.17	257.59
b_{twi} , мм	8	86.4	68.3	55.3	45.7	38.4	28.2	21.6	17.1	13.8	11.4

Численное решение задачи оптимизации содержит в безразмерном виде данные для инженерной разработки зацеплений по заданной нагрузке T_1 (или параметрах a_{tw} , b_w) и функции допускаемых напряжений q .

Пример. Разработать прямозубое эвольвентное зацепление: $z_1 = 10$; $z_2 = 36$; $T_1 = 500$ Нм; $q_{F1,2} = 380$ МПа; $q_{H1,2} = 42,5$ МПа – эмпирические значения, рассчитанные по формуле (5) для надежного серийного образца.

Для заданных чисел $z_{1,2}$ из массива $\{z_1, z_2, N\}$ выводим оптимизированные безразмерные параметры: $\mathfrak{S}_{1,2}$, $\alpha_{a1,2}$, $\alpha_{a1,2}$, угол зацепления α_{tw} , коэффициент перекрытия ε_α , коэффициенты смещения: $x_{1,2}$, $y_{1,2}$, $x_{1,2}^*$, коэффициенты формы зубьев $Y_{FS1,2}$, функции зацепления: γ_H , $\gamma_{F1,2}$ и структуры v_H , v_F .

Из соотношений (2)–(4) получаем лимитирующее значение удельной нагрузочной способности $t = t_{H1,2}$ и соответствующее значение $q = q_{H1,2}$.

Для определения линейных размеров стандартному ряду модулей m_i поставлены в соответствие ряды межосевых расстояний: делительных a_i и рабочих a_{twi} :

$$a_{twi} = m_i \frac{z_1 + z_2}{2 \cos \beta} \left(\frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{tw}} \right) = a_i \left(\frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{tw}} \right), i = 1, 2, 3, \dots,$$

а также рабочие ширины зубчатых венцов b_{wi} , полученные из формулы (5).

Результаты расчета представлены в табл. 2. Ряды линейных размеров расположены в 5-й – 8-й строках таблицы. Из условий компоновки передачи принято $a_{tw} = 140,5$ мм, $b_w = 38,5$ мм. Исполнительные размеры, обозначения которых соответствуют ГОСТ 16532-70, приведены в 4-й строке таблицы.

Расчетные значения межосевых расстояний обычно не соответствуют рядам натуральных или предпочтительных чисел, но приводятся к ним без затруднений за счет незначительного изменения параметров колеса с соответствующим изменением угла зацепления.

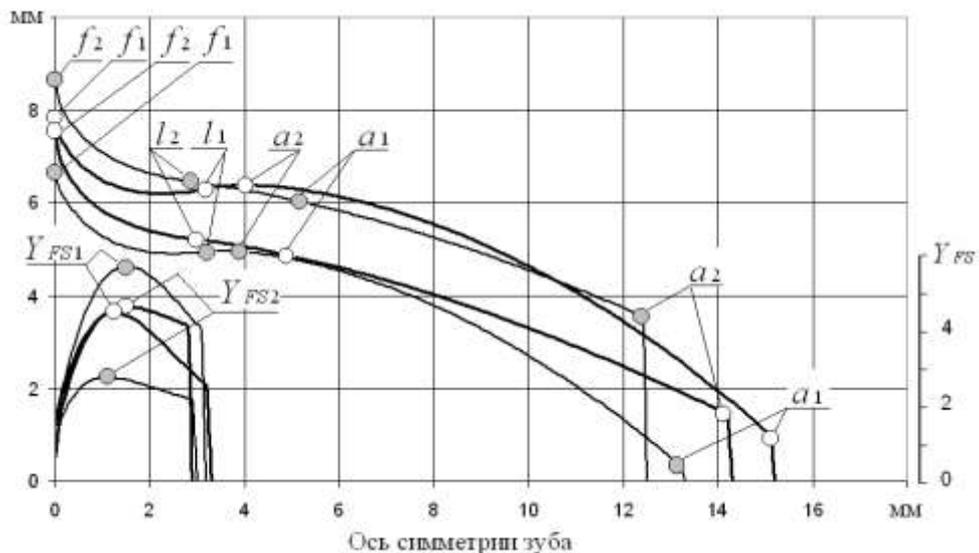


Рис. 7. Профили зубьев и эпюры коэффициентов формы

На рис. 7 показаны профили зубьев и эпюры коэффициентов формы $Y_{FS1,2}$ для рассмотренного примера и его промышленного аналога. Узловые точки на профилях аналога затемнены. У аналога толщина зуба шестерни меньше, а коэффициент формы больше, чем у зуба колеса. Такая форма зубьев ограничивает коэффициент перекрытия $\varepsilon_\alpha = 1,19$ и нагрузочную способность. В оптимизированном варианте $\varepsilon_\alpha = 1,46$ зубья шестерни и колеса

имеют близкие значения коэффициентов формы, расчетная нагрузочная способность увеличена для контактной прочности на 10%, а для прочности на изгиб – на 29%.

Следующим шагом оптимизации зацепления может стать некоторое увеличение чисел зубьев, что приведет к росту коэффициента перекрытия и нагрузочной способности для лимитирующих условий контактной прочности. Но в этом случае последует снижение нагрузочной способности для условий прочности на изгиб, которое потребует анализа перегрузочной способности зацепления и динамических характеристик привода.

На двумерном массиве переменных $z_1 \cdot z_2$, (рис. 8) можно выделить области чисел зубьев, существенно отличающиеся нагрузочной способностью, и поставить им в соответствие серии зацеплений: *тяжелую, среднюю и легкую*.

Тяжелая серия включает зацепления с $5 \leq z_1 \leq 16$ и $1 \leq \varepsilon_\alpha \leq 1,5$, которые отличаются высокой перегрузочной способностью: $t_F/t_H > 2$.

Средняя серия включает зацепления с $10 < z_1 < 23$ и $1,5 < \varepsilon_\alpha \leq 2,1$, у которых перегрузочная способность убывает с ростом z_1 : $1 < t_F/t_H \leq 2$.

Легкая серия включает зацепления с $z_1 \geq 23$; $\varepsilon_\alpha \approx 2.1$ и $t_F/t_H \approx 1$. Накопление опытных данных по сериям позволит оптимизировать и выбор $z_{1,2}$.

Синтез оптимизированных зацеплений и технологические операции двухпозиционного обката апробированы в проектных, консалтинговых, опытно-конструкторских и опытно-технологических работах. Установлено, что эвольвентные передачи большинства производителей имеют существенные резервы повышения расчетной нагрузочной способности.

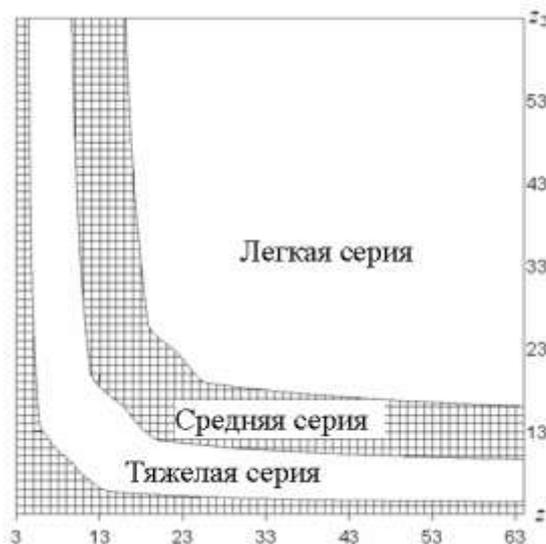


Рис. 8. Серии зацеплений для сочетаний чисел зубьев $z_1 \cdot z_2$

Перспективы конструктивно-технологической оптимизации связаны с типизацией и последующей стандартизацией эвольвентных передач с предельными показателями расчетной нагрузочной способности [16]. Естественным результатом стандартизации будет развитие высокоточных автоматизированных технологий производства зубчатых колес с переходом на новый уровень точности и качества.

Выводы

1. Конструктивно-технологическая оптимизация геометрических параметров эвольвентного зацепления обеспечивает предельные показатели нагрузочной способности, регламентируемые стандартами расчета на прочность.

2. Численное решение задачи оптимизации на массиве возможных сочетаний чисел зубьев сокращает инженерную разработку эвольвентных передач и создает предпосылки типизации и стандартизации зубчатых колес.

3. Зубчатые колеса оптимизированных передач могут быть изготовлены способом двухпозиционного обката универсальным, а в перспективе стандартным инструментом с постоянными параметрами ИПК для всех чисел зубьев.

4. Типизация и стандартизация деталей эвольвентных передач позволит развивать высокоточные автоматизированные технологии их производства, подобные технологиям подшипниковой и инструментальной промышленности.

Библиографический список

1. **Вулгаков, Э.Б.** Зубчатые передачи с улучшенными свойствами. Обобщенная теория и проектирование / Э.Б. Вулгаков. – М.: Машиностроение, 1974. – 264 с.
2. **Вулгаков, Э.Б.** Теория эвольвентных зубчатых передач / Э.Б. Вулгаков. – М.: Машиностроение, 1995. – 320 с.
3. **Вулгаков, Э.Б.** Компьютерное проектирование эвольвентных зубчатых передач в обобщающих параметрах / Э.Б. Вулгаков, В.Л. Дорофеев // Конверсия в машиностроении. 2002. № 6. С. 148-151.
4. **Каргин, П.А.** Синтез эвольвентных зубчатых передач при свободном выборе параметров зуборезного инструмента / П.А. Каргин. – Ростов-на-Дону: РГАСХМ, 1998. – 121 с.
5. **Kapelevich, A.L.** Tooth Fillet Profile Optimization for Gears with Symmetric and Asymmetric Teeth / A.L. Kapelevich, Y.V. Shekhtman // Gear Technology, september/october 2009. P. 73–79.
6. **Алипиев, О.Л.** Геометрический расчет эвольвентных передач обобщенного исходного контура // Теория Механизмов и Машин. 2008. № 2. Т. 6. С. 60–73.
7. **Гольдфарб, В.И.** Новые возможности автоматического проектирования эвольвентных цилиндрических передач с помощью блокирующих контуров / В.И. Гольдфарб, А.А. Ткачев // Машиноведение и детали машин: труды Всеросс. науч.-техн. конф., 10-12 октября 2008. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2008. С. 139–142.
8. **Бах, К.** Детали машин их расчет и конструкция: [пер. немецкого] / Д.М и М.С. Горфинкель, М.А. Гуковского; под ред. и с доп. И.М. Холмогорова, Н.С. Ачеркана.– Л.– М.: Государственное научно-техн. издательство по машиностроению, металлообработке и черной металлургии, 1932. Т. 1. – 720 с.
9. **Дорофеев, В.Л.** Прямой синтез авиационных эвольвентных зубчатых передач. Ч.1. Проектирование зацепления / В.Л. Дорофеев. – М.: ФГУП ММПП «Салют», 2003. – 22 с.
10. Производство зубчатых передач газотурбинных двигателей: произв. – практ. издание / Ю.С. Елисеев [и др.]; под ред. Ю.С. Елисеева. – М.: Высш. шк., 2001. – 493 с.
11. **ОСТ 100480–83.** Передачи зубчатые цилиндрические внешнего зацепления. Расчет геометрии в обобщающих параметрах. – 191 с.
12. **Попов, П.К.** Удельная нагрузочная способность механических передач / П.К. Попов, Л.А. Андриенко, А.Н. Петровский // Современные проблемы механики и автоматизации в машиностроении и на транспорте: труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева; НГТУ. Нижний Новгород. 2008. Т. 67. С. 101–108.
13. **Андриенко, Л. А.** Критерий удельной нагрузочной способности механических передач / Л. А. Андриенко, А.Н. Петровский // Изв. вузов. Машиностроение. 2008. №7. С. 22–32.
14. **Попов, П.К.** Обобщенная оценка совершенства механических передач. Справочник / П.К. Попов, Л.А. Андриенко, А.Н. Петровский // Инженерный журнал. 2009. № 7. С 20–31; №8. С. 6–12.
15. Патент 2412026 РФ, МКП В23F5/14, В23F5/14. Способ образования зубчатых передач двухпозиционным обкатом / А.Н. Петровский // Изобретения. Полезные модели. Официальный бюл. 2011. № 5.

16. **Петровский, А.Н.** Предпосылки стандартизации цилиндрических зубчатых передач с улучшенными свойствами // Актуальные задачи машиноведения, деталей машин и триботехники: труды Международ. науч.- техн. конф. 27-28 апреля 2010 г. СПб.: Балт. гос. техн. ун-т. – 2010. С. 90-94.

*Дата поступления
в редакцию 28.04.2011*

A.N. Petrovskiy

TO THE PROBLEM OF THE INVOLUTES GEAR PARAMETERS OPTIMIZATION

The optimization problem is formulated as existence and quality conditions system to operating gear and machine tool gears. The computational solution is got for two-dimensional array of gear tooth numbers. The optimized parameters maintain high load capacity in compliance with the standard strength calculation. The quality improvement is explained as the result of the optimized parameters standardization and two-position gear train technology.

Key words: involutes gear-tooth form system, parameters optimization, two-position gear train, load capacity, reliability and quality gear, standardization, noise, vibration, wheel gear.