

УДК 523

О.Б. Щуко¹, С.Д. Щуко²

ЗАВИСИМОСТЬ СТРУКТУРЫ ВЕЩЕСТВА ТРАНСНЕПТУНОВОГО НЕБЕСНОГО ТЕЛА ОТ СОДЕРЖАНИЯ РАДИОНУКЛИДОВ

Научно-исследовательский радиофизический институт¹,
Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева²

Для "ледяного" тела Пояса Койпера методами математического моделирования определено предельное содержание радионуклидов в аккреционном материале, обеспечивающее возможность существования тела в настоящее время и возможность образования в его недрах жидкого ядра H_2O .

Ключевые слова: математическое моделирование, Солнечная система, транснептуновые тела, радионуклиды, уравнение теплопроводности, фазовые переходы H_2O .

Постановка задачи

Для определения возможности существования в настоящее время жидкой воды в веществе транснептунового небесного тела исследуется методами математического моделирования процесс распространения тепла в неоднородном веществе сложной структуры.

В настоящей работе рассматривается сферически симметричное небесное тело в процессе его формирования за время θ и дальнейшего существования до настоящего времени τ .

На этапе формирования радиус тела $R(t)$ растет от радиуса R_0 , так называемого "зародыша", до современного его радиуса R_f за счет аккреции на поверхность вещества прото-солнечной туманности, состоящего из мелких пылевых частиц и тонко фракционированного конденсата H_2O в виде аморфного льда. В дальнейшем, в течение времени $(\tau - \theta)$, радиус тела не меняется.

Заметим при этом, что процесс распространения тепла в рассматриваемом теле определяется не только изменяющимися размерами тела, но и изменяющейся во времени интенсивностью внутренних источников тепла, а также зависящими от температуры физическими характеристиками вещества. Наличие льда H_2O в первичном веществе небесного тела может приводить к его структурным изменениям, определяемым различными фазовыми переходами H_2O .

Распространение тепла в веществе небесного тела

Постоянно действующим внешним источником тепла является инсоляция. Не умаляя общности рассуждений и выводов, можно положить, что параметры орбиты рассматриваемого небесного тела сохранялись постоянными с момента формирования до настоящего времени. В таком случае солнечная постоянная Q_{sun} и равновесная температура T_{eq} оставались также постоянными, определяющими температуру аккреционного вещества и тем самым температуру приповерхностных слоев формирующегося тела.

Постоянно действующим источником внутреннего тепла небесного тела являются радионуклиды ^{26}Al , ^{40}K , ^{232}Th , ^{235}U и ^{238}U , содержащиеся в пылевых частицах аккреционного вещества.

Скорость генерации тепла $V_n(t)$ n -м радионуклидом ($n = \overline{1,5}$), распределенным в одном килограмме твердого пылевого вещества, определяется соотношением

$$V_n(t) = E_n \xi_n 2^{-t/\tau_n},$$

где τ_n – период полураспада n -го радионуклида, ξ_n – начальное ($t=0$) содержание его в одном килограмме пылевого вещества, E_n – генерация тепла одним килограммом нуклида за один год.

Тогда выражение для удельной мощности n -го радионуклида имеет вид

$$W_n(t) = V_n m_1,$$

где m_1 – удельная масса вещества твердых частиц, а общая удельная мощность радионуклидов

$$W(t) = \delta \sum_{n=1}^5 W_n(t), \tag{1}$$

где δ – параметр, определяющий моделируемое содержание нуклидов в твердом веществе аккреционного материала ($0 \leq \delta \leq 1$).

Это тепло являлось основной причиной изменения структуры вещества небесного тела за счет фазовых переходов H_2O вплоть до образования жидкой воды и ее нагрева.

Перенос тепла в сферически симметричном теле описывается дифференциальным уравнением относительно температуры небесного тела, $T = T(r, t)$. Здесь r – пространственная координата, отсчитываемая вдоль радиуса от центра тела $r = 0$, а t – временная координата, отсчитываемая от момента начала формирования тела $t = 0$.

Температура T тогда является решением нелинейной краевой задачи теплопроводности:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c T) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 k \frac{\partial T}{\partial r} \right) + W(t) - Q(r, T), \tag{2}$$

$$k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} = (1 - A) Q_{sun} - \varepsilon_{IR} \sigma T^4, \tag{3}$$

$$k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \tag{4}$$

$$T(r, 0) = T_{eq}. \tag{5}$$

Здесь $0 \leq r \leq R$, $R_0 \leq R \leq R_f$, $0 \leq t \leq \tau$, ρ – плотность, c – эффективная теплоемкость, k – эффективная теплопроводность вещества, $W(t)$ – суммарная объемная мощность источников радиогенного тепла, $Q(r, T)$ – количество тепловой энергии, расходуемой на фазовые переходы H_2O в единице объема вещества за единицу времени, A – среднее оптическое альbedo поверхности тела, Q_{sun} – усредненный по поверхности и периоду вращения поток солнечной радиации, ε_{IR} – излучательная способность вещества поверхности в IR диапазоне, σ – постоянная Стефана-Больцмана.

Заметим при этом, что физические характеристики вещества, определяющие решение T краевой задачи (2) – (5), не только являются функциями времени t , но и существенно зависят от самой температуры T .

Такая задача не имеет аналитического решения и поэтому решается численно методом конечных разностей с итерациями [1 – 5].

Структура вещества небесного тела и его физические характеристики

Вещество небесного тела представляет собой пористую дисперсную систему, формирующуюся из твердых пылевых частиц и аморфного льда H_2O . В процессе тепловой эволюции аморфный лед H_2O в результате фазовых переходов преобразуется в кристаллический

лед, жидкую воду и пар, возможно сосуществующие в одном и том же локальном объеме. При этом объемные доли H_2O в разных состояниях различны при сохранении общей массы в единице объема. Таким образом, вещество небесного тела в единице объема может содержать неизменную удельную массу m_1 твердого пылевого вещества и изменяющиеся во времени массы H_2O в различных фазовых состояниях: $m_2(t)$ – аморфный лед, $m_3(t)$ – кристаллический лед, $m_4(t)$ – жидкая вода, $m_5(t)$ – пар. Тогда плотность (удельная масса) ρ вещества тела может быть представлена в виде

$$\rho(t) = m_1 + \sum_{j=2}^5 m_j(t).$$

Эффективная удельная теплоемкость c и теплопроводность k вещества рассматриваемого тела определяются соответствующими значениями c_j и k_j этих параметров для его компонент:

$$c = \sum_{j=1}^5 d_j c_j, \quad k = \sum_{j=1}^5 d_j k_j,$$

где d_j – удельная массовая доля j -ой компоненты вещества.

При этом заметим, что теплоемкость и теплопроводность компонент вещества зависят от локальной температуры тела T : $c_j = c_j(T)$, $k_j = k_j(T)$ (таб.).

Таблица 1

Зависимость теплоемкости и теплопроводности компонент вещества от температуры T [6–9]

	Теплоемкость $c(T)$ ($J kg^{-1} K$)	Теплопроводность $k(T)$ ($J m^{-1} K^{-1} s^{-1}$)
Пыль	$\alpha_0 + \alpha_1\sqrt{T} + \alpha_2 T + \alpha_3 T\sqrt{T} + \alpha_4 T^2$	2.4
Аморфный лед	$90. + 7.49 T$	$0.028 + 0.00234 T \quad (T < 150 K)$
Кристаллич. лед	$90. + 7.49 T$	$567/T \quad (150 K < T < 273 K)$
Жидкая вода	$0.028 + 0.00234 T + 800. T^2$	$0.5524 + 0.0166 T$
Пар	$1690. + 0.00053 T + 800. T^2$	22.

При температурах и давлениях, характерных для рассматриваемых небесных тел, часть тепловой энергии расходуется на фазовые переходы H_2O , содержащейся в веществе небесного тела.

Так в одном и том же объеме вещества при нагревании происходит сублимация аморфного льда, его кристаллизация, сублимация кристаллического льда и его плавление, нагрев образовавшейся воды, сопровождающийся ее испарением, то есть происходит изменение локальных удельных масс m_2, m_3, m_4 и m_5 компонент вещества в зависимости от температуры T .

Изменение удельной массы $m_2(t, T)$ аморфного льда при локальной температуре T определяется уравнением

$$\frac{dm_2}{dt} + \lambda_c(T)m_2 = 0$$

где $m_2(0, T_{eq}) = m_{20}$, $\lambda_c(T) = 0.333 \cdot 10^{21} \cdot \exp\left(-\frac{5370}{T}\right) year^{-1}$ [10],

а m_{20} – первоначальная удельная масса аморфного льда в веществе небесного тела.

Поскольку при температурах кристаллизации $m_2(t) + m_3(t) = m_{20}$, то тем самым определяется удельная масса кристаллического льда m_3 .

Отсюда следует, что ледяная компонента вещества небесного тела при температурах ниже 80 K представлена только аморфным льдом, при температурах выше 130 K – только кристаллическим льдом, при $80\text{ K} \leq T \leq 130\text{ K}$ в одном и том же объеме существуют оба типа льда.

Отметим, что из-за различия плотностей аморфного и кристаллического льда различны и занимаемые ими объемы при одной и той же массе.

При этом удельный расход тепла $q_{cr}(t, T)$ на кристаллизацию льда определяется соотношением

$$q_{cr} = H_{cr} \lambda_c(T) m_2,$$

где $H_{cr} = 0.9 \cdot 10^5\text{ J kg}^{-1}$ [11].

Процесс плавления кристаллического льда в локальном объеме начинается с момента времени t_m , когда локальная температура достигает значения температуры плавления T_m ($\sim 273\text{ K}$). При этом вся энергия расходуется на процесс плавления, локальная же температура остается неизменной, равной T_m . Если в процессе тепловой эволюции поступающего тепла достаточно для полного расплавления кристаллического льда, то в этом объеме с течением времени создается новая структура вещества, состоящая из жидкой воды и взвешенных в ней твердых пылевых частиц. Если же энергии недостаточно, то процесс плавления прекращается и компонента H_2O представлена в объеме как кристаллическим льдом, так и жидкой водой с локальными удельными массами $m_3(t, T)$ и $m_4(t, T)$ соответственно. Изменение массы льда определяется уравнением:

$$\frac{dm_3}{dt} + \frac{W(t)}{H_m} = 0,$$

при $m_3(t_m, T_m) = m_{20}$.

Здесь $W(t)$ – удельная мощность радиогенных источников тепла, $H_m = 0.332 \cdot 10^6\text{ J kg}^{-1}$ – скрытая теплота плавления кристаллического льда [9]. Удельная масса жидкой воды определяется тогда соотношением

$$m_4(t, T_m) = m_{20} - m_3(t, T_m).$$

Процесс сублимации льда (аморфного и кристаллического), а так же испарения жидкой воды происходит при любых температурах и давлениях. Образующийся при этом пар заполняет долю локального объема, свободную от негазовых компонент вещества.

Изменение удельной массы водяного пара $m_5(t, T)$ в процессе сублимации (испарения) описывается уравнением

$$\frac{dm_5}{dt} + S_p \sqrt{\frac{\mu}{2\pi R_g T}} (P_v(m_5, T) - P_w(m_3, m_4, T)) = 0,$$

при $m_5(0, T_{eq}) = 0$.

Здесь S_p – отношение удельной площади контактов негазовой компоненты H_2O и водяного пара к ее удельному объему; μ – молярная масса H_2O ; R_g – универсальная газовая постоянная; $P_v(m_5, T)$ – удельное давление водяного пара массой m_5 при температуре T , определяемое уравнением Клапейрона-Клаузиуса; $P_w(T)$ – давление насыщенного пара над ледяной и водной поверхностью в одном и том же объеме, определяемое соотношением

$$P_w(m_3, m_4, T) = \frac{m_3}{m_3 + m_4} A_c \exp\left(-\frac{B_c}{T}\right) + \frac{m_4}{m_3 + m_4} A_\ell \exp\left(-\frac{B_\ell}{T}\right),$$

где $A_c = 3.56 \cdot 10^{12}\text{ Pa}$, $A_\ell = 4.7 \cdot 10^{10}\text{ Pa}$, $B_c = 6142\text{ K}$, $B_\ell = 4960\text{ K}$ [12].

Отметим, что как только в локальном объеме давление пара P_v достигнет значения P_w , так сейчас же процесс сублимации прекращается и все поступающее тепло идет на нагрева-

ние вещества или на плавление льда.

Удельный расход тепла $q_{sub}(t, T)$ на сублимацию (испарение) H_2O определяется соотношением

$$q_{sub} = H_{sub} \frac{dm_5}{dt},$$

где $H_{sub}(T) = (2.888 \cdot 10^6 - 1.116 \cdot 10^3 T) \text{ Jkg}^{-1}$ [13].

Поскольку рассмотренные фазовые переходы H_2O происходят при разной температуре, то в различные моменты времени t расход энергии на эти переходы также различен. Тогда количество тепловой энергии $Q(t, T)$, расходуемой на фазовые переходы H_2O в единице объема вещества за единицу времени, определяется соотношениями:

$$Q(t, T) = \begin{cases} q_{sub}(t, T) & \text{при } T \leq 80 \text{ K} \\ q_{cr}(t, T) + q_{sub}(t, T) & \text{при } 80 \text{ K} < T \leq 130 \text{ K} \\ q_{sub}(t, T) & \text{при } 130 \text{ K} < T < 273 \text{ K} \\ W(t) & \text{при } T = 273 \text{ K} \\ q_{sub}(t, T) & \text{при } 273 \text{ K} < T. \end{cases}$$

Модели процессов формирования и тепловой эволюции небесного тела

Процессы формирования, тепловой эволюции и динамические изменения структуры недр КВО с момента его образования вплоть до настоящего времени рассматриваются здесь, для определенности, на примере транснептунового тела КВО (20000) Varuna. Для этого тела с достаточной точностью экспериментально определены средние астрофизические параметры: гелиоцентрическое расстояние $a = 42.95 \text{ AU}$, эксцентриситет орбиты $e = 0.074$, орбитальный период $P_{var} = 282 \text{ years}$, диаметр $D_{var} = 900 \text{ km}$, плотность вещества $d = 1100 \text{ kg/m}^3$, red albedo поверхности $A = 0.07$ [14, 15].

Здесь принято, что в каждой единице объема первичного вещества тела содержится 11% вещества твердых пылевых частиц (284 kg) и 68% аморфного льда (816 kg), что обеспечивает среднюю плотность d тела.

Рассматривается динамика структуры внутренних областей небесного тела в зависимости от количественного содержания радионуклидов ^{26}Al , ^{40}K , ^{232}Th , ^{235}U и ^{238}U в пылевой компоненте аккреционного вещества. В качестве исходных значений этого содержания приняты их значения для земных горных пород и метеоритов [16–20], пересчитанные на момент начала формирования Солнечной системы. Заметим при этом, что общая интенсивность радиогенных источников тепла зависит от моделируемого параметра δ (формула (1)). При этом допустимыми считались только те модели, при которых температура внутренних областей не превышала 370 K , что гарантировало возможность существования тела в настоящее время. Это допущение ограничивает значения параметра δ промежутком $0.005 < \delta < 0.5$.

На рис. 1 приведена зависимость от параметра δ температуры T_{max} центральной части небесного тела в настоящее время при $\theta = 4.5 \text{ Myr}$ для двух моделей. Кривая (1) соответствует модели аккреционного вещества, содержащего все рассматриваемые здесь нуклиды, а кривая (2) – все нуклиды, кроме ^{26}Al . Начальная восходящая часть кривых показывает, что при соответствующих параметрах модели вещество КВО в настоящее время содержит H_2O только в виде льда. Горизонтальная часть указывает, что в центральной области тела существует лед и жидкая вода. Следующая же часть кривых соответствует моделям, при которых КВО имеет жидкое ядро.

На рис. 2 приведены распределения по глубине границ областей вещества различной структуры в настоящее время в зависимости от параметра δ при наличии всех рассматриваемых

мых нуклидов. Кривая *I* – граница приповерхностной области (а) аморфного льда; кривая *II* – граница области (b) кристаллического льда кубической сингонии; кривая *III* – граница области (c) кристаллического льда гексогональной сингонии; кривая *IV* отделяет область (d) – смесь кристаллического льда и жидкой воды, от области (e) – области жидкой воды со взвешенными в ней частицами твердого пылевого вещества.

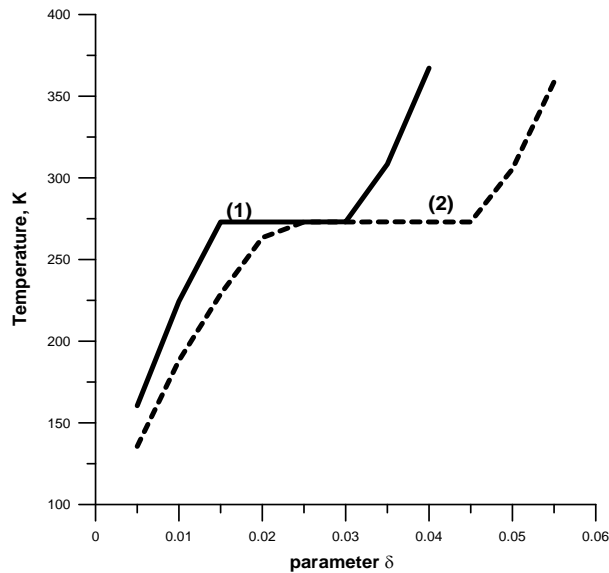


Рис. 1. Зависимость от параметра δ температуры T_{\max} центральной части небесного тела в настоящее время при $\theta = 4.5$ Муг для двух моделей

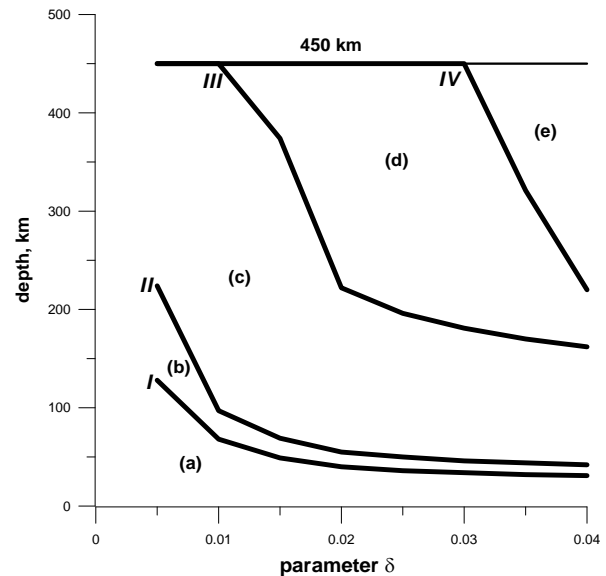


Рис. 2. Распределение по глубине границ областей вещества различной структуры в настоящее время в зависимости от параметра δ при наличии всех рассматриваемых нуклидов для времени формирования $\theta = 4.5$ Муг

Выводы

Методами теоретического моделирования проведены исследования воздействия радиогенных источников тепла на динамику внутренней структуры “ледяного” небесного тела Пояса Койпера с момента его формирования до настоящего времени. Определены значения моделируемого параметра, при которых небесное тело может содержать в настоящее время обширные области, в которых H_2O находится в различных фазовых состояниях.

Библиографический список

1. Самарский, А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. – М.: Наука, 1977. – 426 с.
2. Самарский, А.А. Методы решения сеточных уравнений / А.А. Самарский, Е.С. Николаев. – М.: Наука, 1978. – 592 с.
3. Shchuko, O.B. Martian underground water detection / O.B. Shchuko [et all.] // GEOMARS 2001, LPI Contrib., LPI, Houston, USA. P. 91–95.
4. Shchuko, O.B. Mercury: can any ice exist at subpolar regions? Adv. Space Res., 2004, 33/12, 2156–2160.
5. Shchuko, O.B., Coradini, A., Orosei, R., Shchuko, S.D. Varuna: thermal evolution.. Adv. Space Res., 2006, 38, 1946–1951.
6. Troitsky, V.S. Influence of the temperature dependence of lunar material properties on the spectrum of the Moon’s radio emission / V.S. Troitsky, A.B. Burov, T.N. Alyoshina // Icarus, 1968, 8 (3), 423–433.
7. Klinger, J. Influence of a phase transition of ice on the heat and mass balance of comets. Science, 1980, 209, 271–272.
8. Klinger, J. Some consequences of a phase transition of water ice on the heat balance of comet nuclei. Icarus, 1981, 47, 320–324.

9. **Берч, Ф.** Справочник для геологов по физическим константам / Ф. Берч, Дж. Шерер, Г. Спейсер. – М.: ИЛ, 1949. – 303 с.
10. **Schmitt, B.** Thermal and physico-chemical processes in cometary nuclei, in: Benest, D., Froeschlé, C. (Eds.). Interrelations between Physics and Dynamics for Minor Bodies in the Solar System (Ecole de Goutelas 1991), Editions Frontières, 1992. Pp. 265-307.
11. **Chormley, J.A.** Enthalpy changes and heat capacity changes in the transformation from high surface area amorphous ice to stable hexagonal ice. J. Chem. Phys., 1968, 48, 503-508.
12. **Prialnik, D.** Growth and evolution of small porous icy bodies with an adaptive-grid thermal evolution code / D. Prialnik, R. Merk // Icarus, 2008, 197, 211–220.
13. **Delsemme, A.H.** Physico-chemical phenomena in comets / A.H. Delsemme, D.C. Miller // Planet.Space Sci., 1971, 19, 1229-1257.
14. **Jewitt, D.** The size and albedo of the Kuiper-belt object (20000) Varuna / D. Jewitt, H. Aousel, A.Evans // Nature, 2001, 411, 446-447.
15. **Jewitt, D.** Physical properties of trans-Neptunian object (20000) Varuna / D. Jewitt, S.S. Sheppard // Astron. J., 2002, 123, 2110-2120.
16. Изотопы: Свойства, получение, применение / В.Ю. Баранов. – М.: Физматлит, 2005. – 910 с.
17. **Куликов, И.С.** Изотопы и свойства элементов: справочник / И.С. Куликов. – М.: Metallurgia, 1990. – 120 с.
18. **Хойл, Ф.** Ядерная астрофизика / Ф. Хойл [и др.]. – М.: Мир, 1986. – 519 с.
19. **Мухин, К.Н.** Экспериментальная ядерная физика. В двух томах. Т. 1. Физика атомного ядра. / К.Н. Мухин. – 3-е изд. – М., Атомиздат, 1974. – 584 с.
20. **Wasserburg, G.J., Papanastassiou D.A.** Some short-lived nuclides in the early solar system – a connection with the placental ISM / in: Barnes, C.A., Clayton, D.D., Schramm, D.N. (Eds.), Essays in Nuclear astrophysics., Cambridge University Press, 1982, 77-140.

*Дата поступления
в редакцию 20.10.2011*

O.B. Shchuko, S.D. Shchuko

THE DEPENDENCE TRANS-NEPTUNE CELESTIAL BODY MATTER STRUCTURE ON RADIONUCLIDES ABUNDENCE

Thermal evolution of icy trans-Neptunian body has been studied by mathematical simulation methods. The dependence of the radial temperature distribution on the initial radionuclide content has been determined. The range of the radionuclide content which secures the existence of liquid water in the body's interior has been found.

Key words: mathematical simulation, Solar system, trans-Neptunian body, radioactive nuclide, thermal conductivity equation, phase transition of H₂O.