

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ

УДК 551.466.6

А.А. Родин

ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ НАКАТА ОБРУШЕННЫХ ОДИНОЧНЫХ ВОЛН НА ПЛОСКИЙ ОТКОС

Нижегородский государственный технический университет им. Р.А. Алексеева,
Институт кибернетики, Таллиннский технологический университет

Численные решения уравнений мелкой воды подтверждают выводы аналитической теории для необрушенных волн малой амплитуды. Новым моментом здесь является изучение процесса обрушения волн при накате на плоский откос. Вычислена зависимость высоты наката волны от высоты начального импульса и дается ее теоретическая интерпретация.

Ключевые слова: накат длинных волн на берег, обрушение, метод конечных объемов, нелинейная теория мелкой воды.

Введение

Расчеты наката морских волн на берег являются основой для оценки разрушительной силы наводнений, вызванных штормовыми нагонами и цунами. Такие оценки необходимы для разработки планов защиты населения от опасных морских явлений и проектирования сооружений в прибрежной зоне. Поскольку вблизи берега длина волны всегда больше глубины, то для описания волновых процессов в этой зоне в качестве первого приближения можно использовать хорошо известную теорию мелкой воды [1]. В ее рамках в случае линейно наклонного дна и фронтального подхода волны удастся получить точное решение нелинейных уравнений мелкой воды с помощью преобразования годографа, сводящего исходные нелинейные уравнения к эквивалентному линейному волновому уравнению [2]. Это решение существует только, если якобиан преобразований годографа отличен от нуля, что эквивалентно существованию однозначных профилей водной поверхности. На физическом языке однозначный профиль водной поверхности означает необрушенную волну. В рамках этой теории найдено большое число аналитических решений, соответствующих накату на берег волн различной формы (солитон, гауссов или лоренцевый импульсы, синусоидальный импульс и т.п.), например, [3-12]. Что же касается наката на берег волн большой амплитуды, когда волна является обрушенной, то здесь аналитические результаты получены только для случая полностью развитого бора [13-14]. Именно поэтому актуально исследование наката одиночных волн на берег в широком диапазоне изменения их высоты, когда волна опрокидывается еще до подхода к берегу, при этом ее форма не может быть аппроксимирована полностью развитым бором. Здесь пока сделаны еще первые шаги [15-16]. Такая задача и решается в данной работе численно в рамках нелинейных уравнений мелкой воды, записанных в дивергентной форме.

1. Математическая модель

Нелинейные уравнения мелкой воды, допускающие существование ударных профилей в волне, могут быть записаны в дивергентной форме

$$\frac{\partial(Hu)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[Hu^2 + \frac{1}{2} gH^2 \right] = gh \frac{dh}{dx}, \quad \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [Hu] = 0, \quad (1)$$

где $H(x,t) = h(x) + \eta(x,t)$ – глубина водного потока; $\eta(x,t)$ – возвышение водной поверхности над средним уровнем $z = 0$; u – усредненная горизонтальная скорость водного потока; g – ускорение силы тяжести; $h(x)$ – невозмущенная глубина бассейна. Для моделирования наката волн на берег мы предполагаем невозмущенную глубину бассейна постоянной в области ($0 < x < 250$ м) и равной 1 м, а в области ($x > 250$ м) линейно убывающей с наклоном 1:6, которая продолжается на берег с тем же наклоном.

Система уравнений (1) решается численно с помощью программного пакета CLAWPACK (www.amath.washington.edu/~claw/), использующего метод конечных объемов [17]. Граничные условия на левой границе расчетной области ($x = 0$) соответствуют свободному уходу волны через границу, однако фактически счет останавливался, когда волна, отраженная от берега, подходила к границе. На правой границе расположен пологий откос, выходящий за пределы уровня спокойной воды. Граничным условием на движущейся кромке воды является обращение в нуль полной глубины $H(x,t) = 0$, что и определяет локальное положение уреза $x(t)$. Размер пространственного шага – 0,1 м, временного – 0,5 с.

Начальные условия соответствовали волне, двигающейся в сторону берега, на ровном дне ($x < 250$ м). При отсутствии правой части в левом уравнении системы (1), она решается точно и описывает так называемую волну Римана [1, 18-20]:

$$H(x,t) = H_0[x - V(H)t], \quad V = 3\sqrt{gH} - 2\sqrt{gh}, \quad (2)$$

где $H_0(x)$ – начальная форма волны, которую мы предполагаем достаточно гладкой. В последующих расчетах мы фиксировали начальную форму волны в виде Гауссова импульса:

$$H_0(x) = Ae^{(-\beta(x-x_0)^2)}, \quad (3)$$

где A – амплитуда волны (менялась от 0,1 м до 2,5 м), расстояние x_0 – в расчетах мы используем равным 210 м, параметр $\beta=0,005 \text{ м}^{-2}$ подбирался так, чтобы изначально заданный импульс находится в непосредственной близости к откосу.

2. Результаты численных расчетов

В первой серии расчетов высота волны задана относительно небольшой (0,1 м). Процесс наката на берег и отражения от него показан на рис. 1. Волна достигает максимума наката на берег за время 14,5 с, максимум высоты наката при этом равен 0,27 м над уровнем спокойной воды. Таким образом, высота наката превышает начальную высоту в 2,7 раза. Величина отката ничтожна (0,0005 м ниже невозмущенного уровня). Отраженная волна остается гладкой вплоть до конца численного эксперимента, лишь укрупнившись на переднем фронте к моменту времени 50 с. Изменения высот волн при накате и откате примерно одинаковы (рис. 2).

Во второй серии расчетов высота волны составила 0,5 м. Процесс наката волны на берег и отражения от него показан на рис. 3. Волна накатывается на берег за время 12,5 с и вздымается на высоту 1,65 м над уровнем моря, оставаясь гладкой. Высота наката более чем в три раза превышает начальную высоту волны. Большее усиление высоты волны по сравнению с первым вариантом связано с нелинейным укрупнением волны еще до подхода к откосу, и этот эффект подробно изучался в [4, 7]. Затем волна скатывается с откоса до отметки -0,016 м ниже уровня спокойной воды. В волне, которая распространяется от откоса по ровному дну, появляется ударный фронт и волна затухает. Отметим, что за головной волной при отражении появляется слабая вторая волна, связанная с отражением от кромки шельфа. Этот эффект отсутствует в аналитических решениях наката волны на наклоненный берег малого откоса, но возникал при численных расчетах наката волн на берег не малого уклона [3].

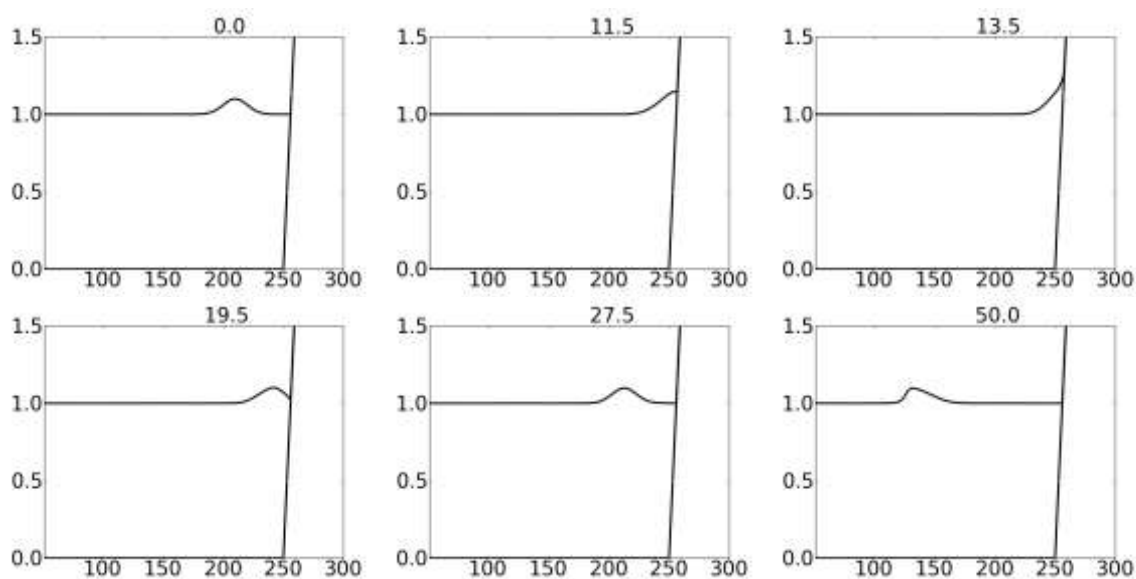


Рис. 1. Накат десятисантиметровой одиночной волны на берег с наклоном 1/6 в различные моменты времени

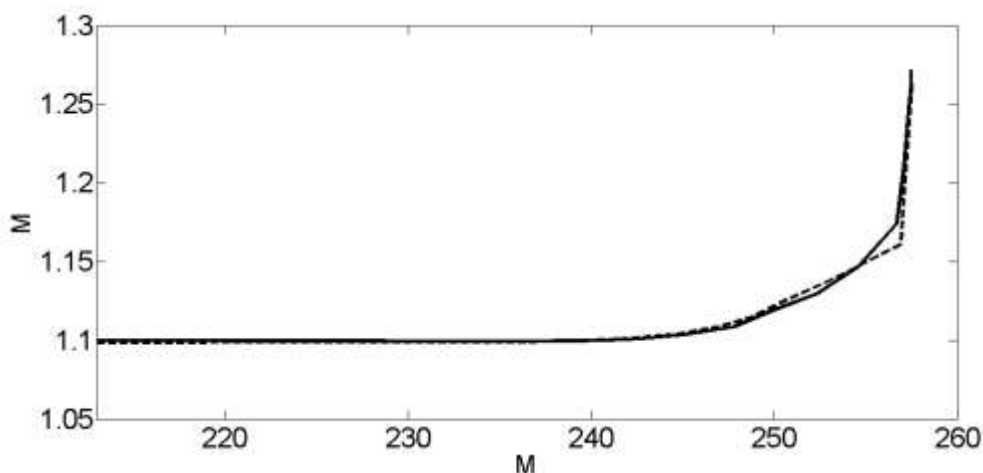


Рис. 2. Изменение высоты волны в процессе наката волны на берег и отражения от него. Начальная высота равна 0.1 м (сплошная линия соответствует накату волны; пунктирная – откату)

Более детально изменение высоты волны при накате волны на берег и отражения от него показано на рис. 4. При откате максимальное значение поля находится на откосе, в то время как при накате гребень волны отстоит от откоса. В силу опрокидывания высота отраженной волны меньше высоты падающей волны, поэтому кривые для наката и отката различаются между собой.

В следующей серии расчетов начальная высота волны увеличена до 1,5 м, и такая волна является сильно нелинейной (напомним, что глубина бассейна 1 м). Волна обрушивается еще на кромке шельфа (рис. 5) и после трансформации на кромке, приводящей к появлению пичка на гребне, накатывается на берег на высоту 5 м за 12 с. Уменьшение времени добегания волны до берега связано с образованием ударного фронта, поскольку скорость ударной волны всегда больше скорости римановой волны. Отношение высоты наката к начальной высоте составляет 3,33 (чуть больше, чем в предыдущем случае), что опять же связано с укрупнением переднего склона волны; такие волны дальше накатываются на побе-

режье, как уже отмечалось ранее. Отраженная ударная волна быстро затухает из-за диссипации на ударном фронте, так что вторая волна за ней становится более видимой. Разница в кривых изменения высот накатывающейся и откатывающейся волн еще более заметна (рис. 6).

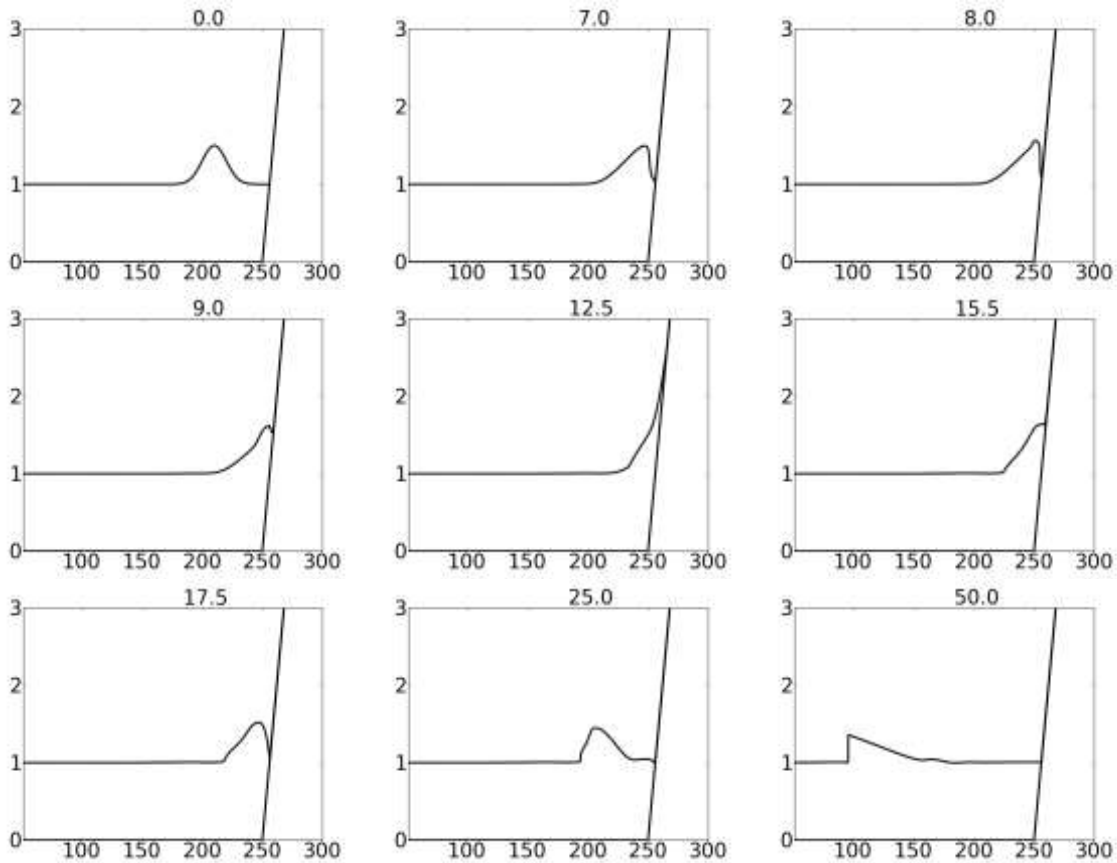


Рис. 3. Накат полуметровой одиночной волны на берег с наклоном 1/6 в различные моменты времени

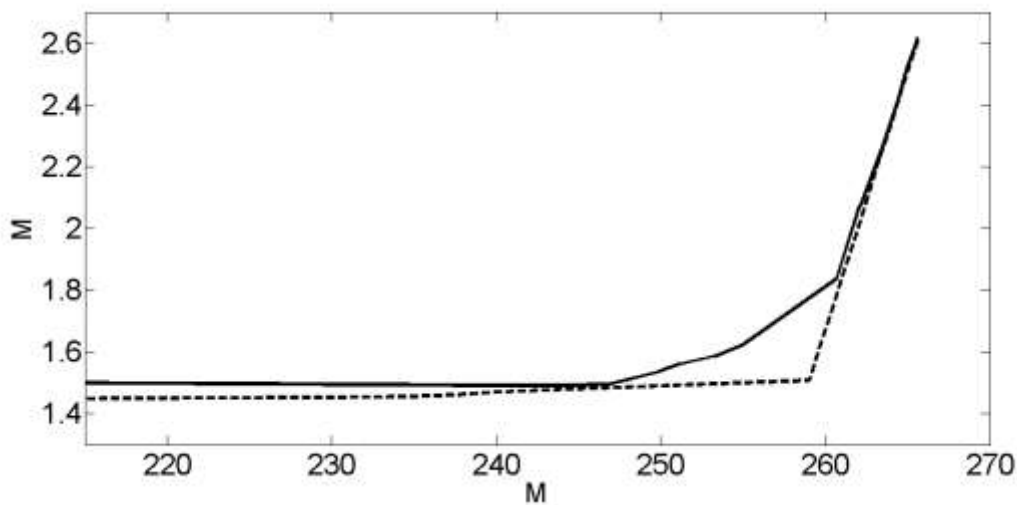


Рис. 4. Изменение высоты волны в процессе наката волны на берег и отражения от него. Начальная высота равна 0.5 м

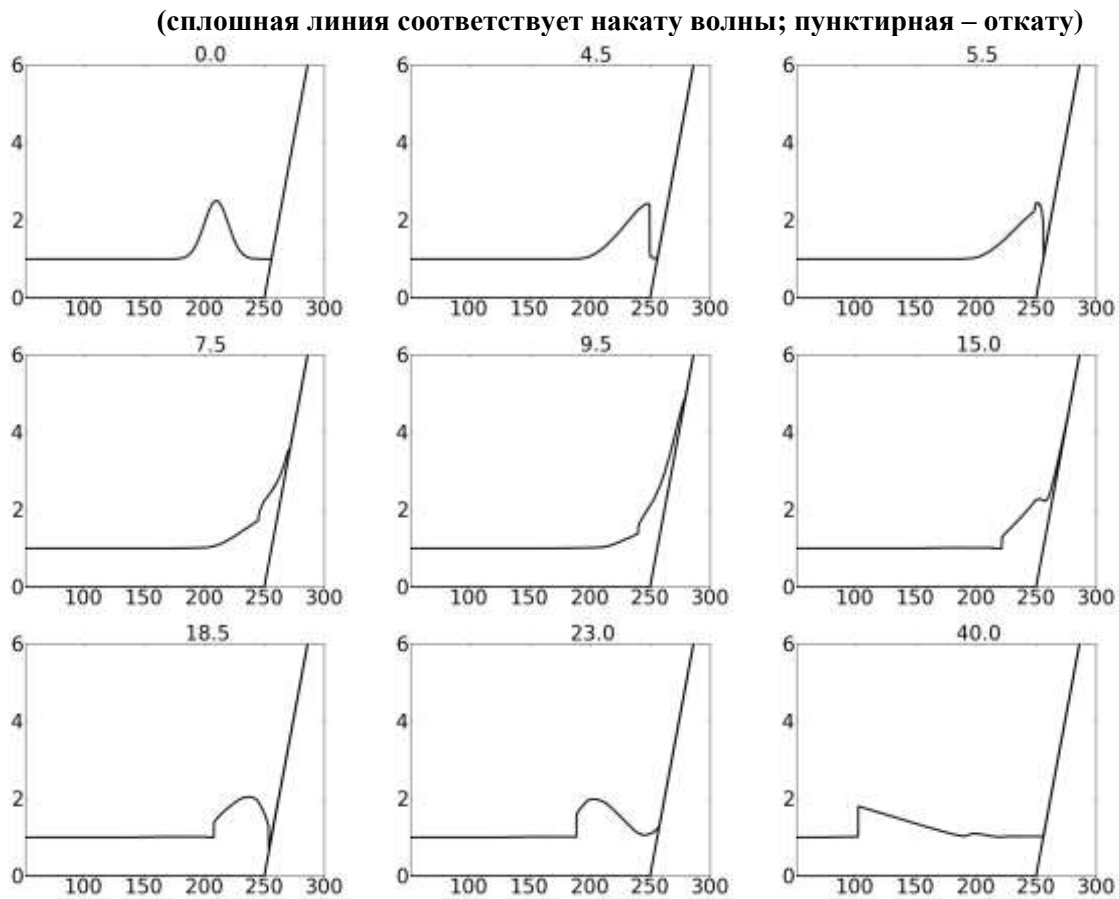


Рис. 5. Накат полторамеретровой одиночной волны на берег с наклоном 1/6 в различные моменты времени

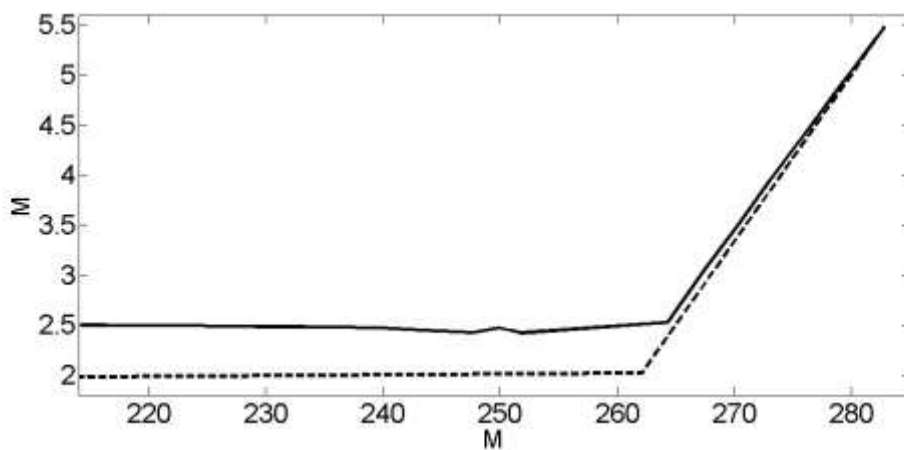


Рис. 6. Изменение высоты волны в процессе наката волны на берег и отражения от него. Начальная высота волны равна 1,5 м (сплошная линия соответствует накату волны, пунктирная – откату)

В последнем варианте начальная высота волны экстремально велика – 2,5 м (рис. 7). Обрушение происходит практически мгновенно, и вода поднимается на высоту 8,2 м за 12 с. Величина отката при этом составила 0,3 м. Отношение высоты наката к начальной высоте начинает уменьшаться по сравнению с предыдущими случаями из-за большого затухания на

фронте ударной волны. Разница в амплитудах накатывающейся и отраженной волн ясно видна на рис. 8.

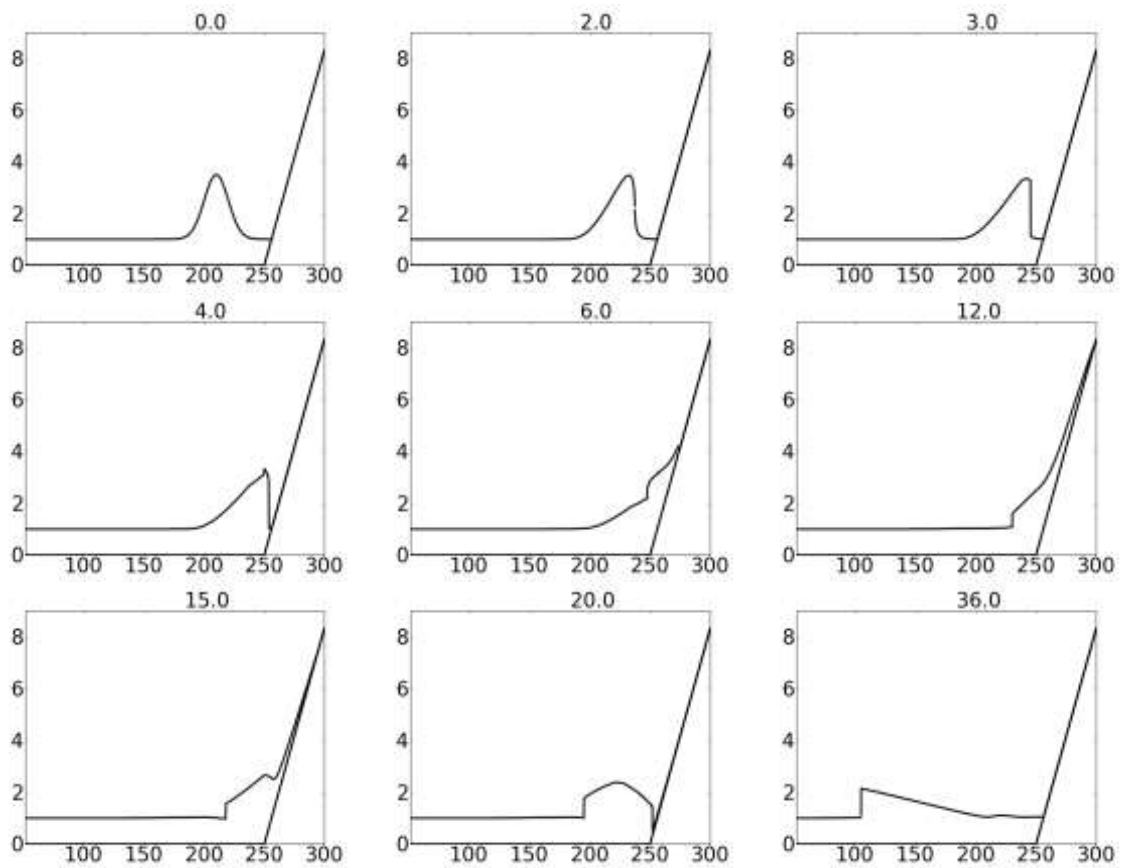


Рис. 7. Накат одиночной волны 2,5 м на берег с наклоном 1/6 в различные моменты времени

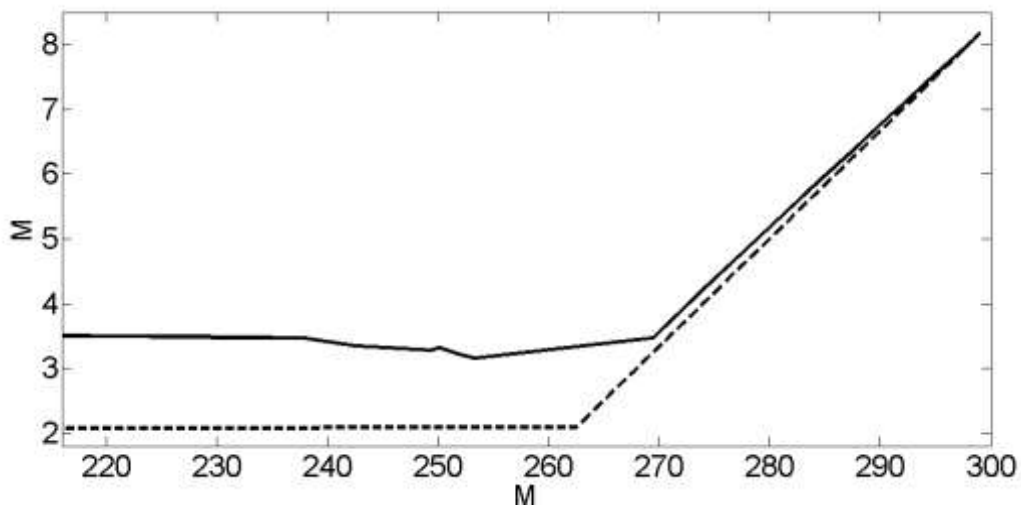


Рис. 8. Изменение высоты волны в процессе наката волны на берег и отражения от него. Начальная высота волны равна 2,5 м (сплошная линия соответствует накату волны, пунктирная – откату)

Выводы

В работе показано, что обрушение волны влияет как на высоту наката, так и на время накатывания волны на берег. Нелинейно деформированная или обрушенная одиночная волна движется быстрее, чем волна с гладким профилем. Высота наката возрастает, если к откосу подходит нелинейно деформированная волна или ударная. Однако если волна большой амплитуды, то потери энергии на ее гребне становятся преобладающими и отношение высоты наката к начальной амплитуде импульса начинает убывать.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 - 2013 годы, а также грантов РФФИ (11-05-00216, 12-05-33087), МК-1440.2012.5, ЕТФ-8870 и SF0140007s11.

Библиографический список

1. **Вольцингер, Н.Е.** Длинноволновая динамика прибрежной зоны / Н.Е. Вольцингер, К.А. Клеванный, Е.Н. Пелиновский. – Л.: Гидрометеиздат, 1989.
2. **Carrier, G.F.** Water waves of finite amplitude on a sloping beach / G.F. Carrier, H.P. Greenspan // *J. Fluid Mech.* 1958. Vol. 4. – P. 97 - 109.
3. **Пелиновский, Е.Н.** Гидродинамика волн цунами / Е.Н. Пелиновский. – Нижний Новгород, ИПФ РАН, 1996. – 276 с.
4. **Didenkulova, I.** New trends in the analytical theory of long sea wave runup // *Applied Wave Mathematics*, Springer, 2009. – P. 265-296.
5. **Carrier, G.F.** Tsunami run-up and draw-down on a plane beach / G.F. Carrier, T.T. Wu, H. Yeh // *J. Fluid Mech.* 2003. Vol. 475. – P. 79-99.
6. **Диденкулова, И.И.** Накат длинных волн на берег: влияние формы подходящей волны / И.И. Диденкулова, Е.Н. Пелиновский // *Океанология.* 2008. Т. 48. № 1. С. 5-10.
7. **Диденкулова, И.И.** Накат нелинейно деформированных волн на берег / И.И. Диденкулова [и др.] // *ДАН.* 2006. Т. 410. № 5. С. 676-678.
8. **Kânoğlu, U.** Nonlinear evolution and run-up-rundown of long waves over a sloping beach // *J. Fluid Mech.* 2004. 513. – P. 363-372.
9. **Pelinovsky, E.** Exact analytical solutions of nonlinear problems of tsunami wave run-up on slopes with different profiles / E. Pelinovsky, R. Mazova // *Natural Hazards.* 1992. Vol. 6. – P. 227 - 249.
10. **Synolakis, C.E.** The runup of solitary waves // *J. Fluid Mech.* 1987. Vol. 185. – P. 523-545.
11. **Synolakis, C.E.** The anomalous behavior of the run-up of cnoidal waves / C.E. Synolakis, M.K. Deb, J.E. Skjelbreia // *Phys. Fluids.* 1988. Vol. 31. № 1. – P. 3-5.
12. **Tinti, S.** Analytical evolution of tsunamis induced by near-shore earthquakes on a constant-slope ocean / S. Tinti, R. Tonini // *J. Fluid Mech.* 2005. Vol. 535. – P. 33-64.
13. **Shen, M.C.** Climb of a bore on a beach. Part 3. Run-up / M.C. Shen, R.E. Meyer // *J. Fluid Mech.* 1963. Vol. 16. №1. – P. 113-125.
14. **Sachdev, P.L.** Motion of a bore over a sloping beach: an approximate analytical approach / P.L. Sachdev, V.S. Seshadri // *J. Fluid Mech.* 1976. Vol.78. №3. – P. 481-487.
15. **Li, Y.** Non-breaking and breaking solitary wave run-up / Y. Li, F. Raichlen // *J. Fluid Mech.* 2002. Vol. 456. – P. 295-318.
16. **Madsen, P.A.** Run-up of tsunamis and long waves in terms of surf-similarity / P.A. Madsen, D.R. Fuhrman // *Coastal Engineering*, 2008. Vol. 55. – P. 209-223.
17. **LeVeque, R.J.** Finite volume methods for hyperbolic problems // Cambridge, Cambridge University Press, 2004. – 558 p.
18. **Пелиновский, Е.Н.** Нелинейная деформация волны большой амплитуды на мелководье / Е.Н. Пелиновский, А.А. Родин // *Доклады РАН.* 2011. Т. 438. № 3. С. 337-340.
19. **Диденкулова, И.И.** Формирование экстремальных волн на мелкой воде с учетом обрушения /

- И.И. Диденкулова, Е.Н. Пелиновский, А.А. Родин // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2012. Т. 5. № 1. С. 89-98.
20. **Пелиновский, Е.Н.** Трансформация сильно нелинейной волны в мелководном бассейне / Е.Н. Пелиновский, А.А. Родин // Изв. РАН Физика атмосферы и океана. 2012. Т. 48. № 3. С. 343-349.

*Дата поступления
в редакцию* 22.01.2013

A.A. Rodin

NUMERICAL CALCULATIONS OF RUN-UP OF SOLITARY BREAKING WAVES ON A PLANE BEACH

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.Y. Alexeev,
Institute of Cybernetics, Tallinn university of technology

Purpose: The goal of this study is to determine impact of wave breaking on the wave run-up on a plane beach.

Approach: Numerical experiments are carried out in the framework of nonlinear shallow water theory. CLAWPACK software package which uses finite volume methods was chosen for this purpose.

Findings: Numerical solutions of the nonlinear shallow-water equations confirm findings of the analytic theory for small amplitude waves without breaking. A new feature here is the study of the process of wave breaking. The dependence between the wave run-up height and the height of the initial pulse is calculated and its theoretical interpretation is given.

Key words: long wave run-up on the beach, breaking, finite volume method, nonlinear shallow water theory.