

## ЭКОНОМИКА, ИННОВАЦИИ И МЕНЕДЖМЕНТ

УДК 330.322.2

Ю.В. Трифонов<sup>1</sup>, С.Н. Яшин<sup>2</sup>, Е.В. Кошелев<sup>1</sup>

### ПЛАНИРОВАНИЕ МОДЕРНИЗАЦИИ ОБОРУДОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ КОМПАНИИ МЕТОДОМ РЕАЛЬНЫХ ОПЦИОНОВ

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского<sup>1</sup>,  
Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева<sup>2</sup>

**Цель работы:** Оценка эффективности проекта модернизации оборудования производственной компании.

**Методология:** Достижение указанной цели осуществляется с использованием модели Блэка-Шоулза, уточненной и модифицированной биномиальной модели и модифицированной триномиальной модели.

**Результаты и область их применения:** Результатом исследования является модифицированная триномиальная модель азиатского реального опциона проекта модернизации оборудования с постоянной волатильностью бизнеса.

**Выводы:** Наиболее точную оценку реального опциона и всего проекта модернизации оборудования в целом дает триномиальная модель.

*Ключевые слова:* модернизация оборудования, оценка реального опциона, азиатский опцион, постоянная волатильность, биномиальная модель, триномиальная модель.

В настоящее время технический прогресс во многом обуславливает повышение материального благосостояния общества. Однако при этом важно правильное понимание процессов внедрения технических и технологических инноваций в социальную деятельность человека, прежде всего в сфере экономического развития общества. Таким образом, экономическое внедрение, в первую очередь, технических инноваций в ведущих и развивающихся компаниях во многом предопределяет успешность функционирования экономики страны, что непосредственно влияет на повышение материального уровня жизни населения.

В Стратегии инновационного развития Российской Федерации на период до 2020 года, утвержденной Минэкономразвития России в 2010 г. [10], указывается, что «важным инструментом формирования национальных приоритетов технологического развития и объединения усилий бизнеса, науки, государства по их реализации станут технологические платформы.

Содействие формированию и реализации технологических платформ направлено на решение», в числе прочих, «следующих задач:

- усиление влияния бизнеса и общества на определение и реализацию важнейших направлений научно-технологического развития;
- выявление новых научно-технологических возможностей модернизации существующих секторов и формирование новых секторов российской экономики;
- настройка инструментов государственной политики по стимулированию инноваций, поддержке научно-технической деятельности и процессов модернизации компаний с учетом специфики и вариантов развития отраслей и секторов российской экономики.»

В таком контексте создание соответствующих экономических и финансовых технологий успешного внедрения технических инноваций является одной из первоочередных задач

производственных компаний. Одним из таких направлений является теория и практика реальных опционов, которые уже достаточно давно используются в бизнесе с того момента, когда опционные технологии фондового рынка были впервые адаптированы к потребностям производства. Сам термин «реальный опцион» ввел в финансовую науку Стюарт Майерс [21]. С тех пор понятие «реального опциона» серьезно прогрессировало, развившись как в отдельное глобальное научное направление, так и в достаточно широкую сферу практического приложения в бизнесе.

Несмотря на широкий охват различных направлений бизнеса технологиями реальных опционов, бум этого метода финансового анализа и стратегического планирования прошел еще в 1990-х годах. Сейчас многие сайты, посвященные реальным опционам, такие, как, например, [www.real-options.com](http://www.real-options.com), выглядят откровенно устарелыми, и лишь некоторые из них, такие, как, например, [www.realoptions.org](http://www.realoptions.org), продолжают проводить серьезные исследования в этом направлении, но уже в чисто научной сфере, используя для этого все чаще аппарат стохастической финансовой математики.

В выпуске журнала *The Economist* от 14 августа 1999 г. в рамках традиционной странички *Economics Focus* было приведено мнение: реальные опционы смогут получить широкое распространение на практике только после того, как большинство менеджеров будут иметь докторскую степень по прикладной математике. Однако многим ведущим компаниям мира именно использование реальных опционов помогло серьезно обогнать своих конкурентов в бизнесе, значительно увеличив при этом свою рыночную капитализацию. Пожалуй, наиболее ярким примером здесь является компания *Amazon.com*, которую в свое время даже прозвали «шведским столом из реальных опционов» [4].

Разумное понимание этой проблемы, на наш взгляд, должно предполагать поступательность познания истинных потребностей и задач экономики в целом и бизнеса в частности. Так, уже давно в инструментарий бизнесменов и финансовых аналитиков вошло использование в своей работе компьютерного обеспечения, которое значительно ускоряет процессы принятия управленческих решений. Построить элементарную линейную регрессию для прогнозирования каких-либо экономических показателей сейчас можно почти в любой программе, в том числе и в *MS-Excel*. Другим примером является использование в финансовых расчетах линейного и целочисленного программирования, которые необходимы в ряде инвестиционных задач. Тем не менее, сама теория этих методов подразумевает серьезные познания в области прикладной математики.

Для реальных опционов тоже уже давно существуют соответствующие программные обеспечения, позволяющие достаточно легко ввести исходные данные в программу и быстро получить конечный результат в виде конечной цифры, означающей, например, стоимость реального опциона, которую затем можно прибавить к NPV инвестиционного проекта. Такая процедура уже ни у кого из бизнесменов и аналитиков не вызывает внутреннего неприятия, поскольку она элементарна.

Однако этим вовсе не должно исчерпываться использование реальных опционов в практике ведения бизнеса. Причин для этого, на наш взгляд, две.

1. Многие ученые, например, Джулиан Рош [4], справедливо утверждают, что с реальными опционами связано много чисто технических проблем финансового характера, к числу которых в первую очередь следует отнести то, что значительное число фирм предпочитают иметь в своем арсенале реальные опционы, но при этом их не исполнять. Это приводит к неоправданному завышению ценности инвестиционных и инновационных проектов, которые в реальности могут оказаться даже убыточными. Это негативно влияет на будущую рыночную стоимость такой фирмы.

2. Сам принцип построения и анализа реального опциона должен концентрировать свое внимание прежде всего на постановке финансовой задачи, так как неправильно сформулированные инвестором цели однозначно приведут его к ошибочным, а потому неэффективным управленческим решениям. Правильное понимание инвестором того, что он хочет по-

лучить от бизнеса, гораздо важнее самих математических методов решения во многом стандартных задач. Попросту говоря, правильная постановка задачи – это уже наполовину решенная задача.

Учет указанных причин поможет переместить основное внимание на более адекватное построение реального опциона в целях решения задачи модернизации оборудования компании. И только после этого возможен выбор наиболее оптимального метода оценки опциона.

Реальный опцион на модернизацию оборудования является классическим «опционом на будущее развитие» [3]. При анализе перспектив будущего развития ценность опциона обычно прибавляется к ценности бизнеса или проекта, определенной по традиционной DCF-технологии. В качестве цены исполнения опциона  $K$  используются вложения капитала в развитие (расширение, тиражирование опыта). Текущая стоимость базисного актива  $S_0$  – это приведенная к сегодняшнему дню оценка денежных потоков, которые генерируются бизнесом (довольно часто она меньше, чем цена исполнения). Время  $t$  в моделях применительно к реальным опционам – это срок, в течение которого возможно принять решение о расширении бизнеса.

Реальный опцион модернизации оборудования должен быть азиатским, т. е. иметь переменную цену исполнения, например, в зависимости от инфляции, поскольку деньги, в том числе инвестиции, в разные моменты времени стоят по-разному.

Классический фондовый азиатский опцион – это разновидность опциона, при которой цена исполнения определяется на основе средней стоимости базисного актива за определенный период времени. Азиатский опцион еще называют опционом средней цены или среднечисловым опционом. Как правило, такие опционы заключаются на товары, биржевые индексы, курсы валют и процентные ставки. Азиатские опционы популярны на рынках с высокой волатильностью базисных активов (нефть, цветные металлы и др.) [13].

Отличительная особенность опционов данного типа заключается в том, что цена исполнения (страйк) неизвестна на момент заключения контракта. Один из основных вариантов азиатских опционов подразумевает плавающую цену страйк (она же плавающая ставка) азиатского опциона [13]. В этом случае цена колл-опциона:

$$C(T) = \max \{S(T) - kA(0, T), 0\}, \quad (1)$$

где  $A(0, T)$  – среднее значение стоимости базисного актива;  $k$  – взвешивание (обычно 1 исключается из описаний).

Обычно  $A(0, T)$  – это среднее арифметическое. При постоянном мониторинге его вычисляют следующим образом:

$$A(0, T) = \frac{1}{T} \int_0^T S(t) dt. \quad (2)$$

При дискретном мониторинге в моменты  $t_1, t_2, \dots, t_n$ :

$$A(0, T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S(t_i). \quad (3)$$

Существуют также азиатские опционы, где среднее значение вычисляется как среднее геометрическое. При постоянном мониторинге его вычисляют по формуле:

$$A(0, T) = \exp \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T \ln S(t) dt \right\}. \quad (4)$$

Азиатские опционы – это инвестиционные инструменты с умеренным уровнем риска. Так как цена опциона базируется на данных о цене на базисный актив за определенный период, то инвестор имеет возможность сделать рациональное суждение о целесообразности вложений.

В качестве примера рациональной постановки задачи оценки стоимости реального опциона (задачи ROV) будем рассматривать проект замены оборудования на гидрогеологи-

ческом бурении скважин [3]. Этот же пример будем рассматривать в дальнейшем для сравнения различных методов решения задачи ROV.

Итак, ООО «Водяной» оказывает услуги садовым товариществам Подмоскovie по бурению скважин на воду. Всего на балансе ООО «Водяной» десять буровых установок, работающих на различных объектах и в различных районах области. Директор фирмы рассматривает возможность существенной модернизации буровых агрегатов, которая позволит сократить текущие издержки, повысить производительность установок и соответственно получать больше заказов от потенциальных клиентов. Для решения поставленной задачи руководством фирмы решено провести обоснование модернизации.

Приведем исходные данные для расчетов по наиболее вероятному сценарию развития событий в расчете на один буровой агрегат (табл. 1).

Таблица 1

## Исходные экономические данные для расчетов на один буровой агрегат

Наименование показателя	Значение показателя	
	Базовый вариант	Новая техника
Производительность, м/станко-смену	8,1	12,2
Коэффициент использования оборудования по времени	0,5	0,5
Среднее число смен в году	304	304
Средняя цена одного пробуренного метра, долл.	22	22
Средние текущие затраты на одну станко-смену, долл.	123,4	96,1
Чистые капитальные затраты, включая приобретение новых агрегатов за минусом чистой ликвидационной ценности старых, долл.	-	20000

Никаких дополнительных затрат и выгод, связанных с приростом рабочего капитала, в проекте нет. Норма амортизации техники составляет 20%, по истечении пятилетнего срока чистая ценность от ликвидации оборудования равна нулю.

Все расчеты проводились на реальной основе – в постоянном масштабе цен. Исходные финансовые данные для расчетов представлены в табл. 2.

Таблица 2

## Исходные финансовые данные для расчетов на один буровой агрегат

Наименование показателя	Значение показателя (% в год)
WACC компании в реальном выражении	12
Безрисковая ставка	4
Ставка налога на прибыль в РФ	20

Таблица 3

## Расчет денежного потока замены одного бурового агрегата

Наименование показателя	Значение показателя по годам					
	0	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5	6	7
1. Производительность, м/станко-смену:						
1.1. Новой техники		12,2	12,2	12,2	12,2	12,2
1.2. Базы сравнения		8,1	8,1	8,1	8,1	8,1
2. Коэффициент использования оборудования		0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
3. Среднее число смен в году		304	304	304	304	304
4. Дополнительный объем, м/год ((1.1 – 1.2) × 2 × 3)		623,2	623,2	623,2	623,2	623,2
5. Средняя цена одного метра, долл.		22	22	22	22	22

Окончание табл. 3

1	2	3	4	5	6	7
6. Дополнительная выручка в год, долл. ( $4 \times 5$ )		13710,4	13710,4	13710,4	13710,4	13710,4
7. Средние текущие затраты на 1 станко-смену, долл.:						
7.1. Новой техники						
7.2. Базы сравнения		123,4	123,4	123,4	123,4	123,4
8. Среднее число смен в году		96,1 304	96,1 304	96,1 304	96,1 304	96,1 304
9. Дополнительные текущие затраты, долл. в год ( $(7.1 - 7.2) \times 8$ )		8299,2	8299,2	8299,2	8299,2	8299,2
10. Дополнительные капитальные затраты, долл.	-20000					
11. Норма амортизации, %		20	20	20	20	20
12. Амортизация дополнительных капитальных вложений, долл.		4000	4000	4000	4000	4000
13. Дополнительная прибыль в год, долл. ( $6 - 9 - 12$ )		1411,2	1411,2	1411,2	1411,2	1411,2
14. Налог на прибыль (20%), долл.		282,24	282,24	282,24	282,24	282,24
15. Чистый денежный поток проекта (CF), долл. ( $13 - 14 + 12$ )	-20000	5128,96	5128,96	5128,96	5128,96	5128,96
16. WACC, %		12	12	12	12	12
17. NPV проекта, долл.	-1511,25	Результат дисконтирования CF по ставке 12%				

Расчеты, проведенные финансовым директором по традиционной технологии, показывают невыгодность осуществления модернизации ни на одной, ни тем более на десяти буровых установках (табл. 3).

Каждый из проектов снижает богатство владельцев на 1511,25 долл., что по меркам данной компании немалая сумма.

Вместе с тем у директора возникли большие сомнения в результатах расчетов, связанные с точностью предсказания денежных потоков. Дело в той неопределенности, которую несут в себе исходные допущения относительно:

а) количества заказов и связанных с этим текущих затрат на один пробуренный метр (возможна экономия на условно-постоянных расходах) и коэффициента использования оборудования;

б) безотказности работы новой техники и периодичности ремонта;

в) средней глубины пробуриваемых скважин (оплата происходит не по метражу, а по результату бурения – количеству продуктивных скважин) и др.

В результате точность расчета эффекта имеет средне-квадратическое отклонение  $\sigma = 40\%$  (средне-статистическое  $\sigma$  (%) в долл. США для отрасли «Машиностроение»).

Чтобы не рисковать всем бизнесом в целом и получить более точную информацию о результатах проекта, директор ООО «Водяной» решает провести эксперимент: несмотря на негативные результаты расчетов, осуществить модернизацию на одном из буровых агрегатов. Если результат окажется удачным (что будет ясно в течение года), можно будет тиражировать опыт на прочих девяти установках. Этот подход вызвал умеренно-негативную реакцию со стороны финансового директора – он расценил данное решение как недоверие к качеству проведенных им расчетов. Чтобы его успокоить, пришлось выписать ему премию и

отправить в краткосрочный отпуск. Однако остался вопрос: чья позиция в данной ситуации оказалась более обоснованной – директора или его заместителя по финансам?

Итак, пилотный проект дает нам информацию о том, что может произойти с последующими девятью, и раскрывает неопределенность. Фактически он дает право в течение года вложить деньги еще в девять таких проектов при благоприятных для этого обстоятельствах (положительным результате пилотного проекта). Это право представляет собой колл-опцион на 9 проектов (или 9 опционов, каждый на 1 проект).

Кроме всего прочего следует учесть, что со временем деньги обесцениваются, даже за срок в один год. Эта проблема особенно актуальна для развивающихся рынков, каковым является Россия. Однако поскольку финансовые расчеты производятся в долл. США, в дальнейших расчетах необходимо учитывать ставку инфляции именно долл. США, которая в среднем за последние годы составляет 3% в год. С учетом этого фактора цена исполнения опциона через год составит величину  $K = 20600$  долл. Таким образом, мы приходим к модели азиатского опциона, т. е. опциона с изменяющейся ценой исполнения (в данном случае по ставке инфляции).

Также важно отметить, что при вычислении стоимости опциона мы будем использовать риск-нейтральный подход, поскольку он не предполагает вычисление WACC в каждом отдельном году и не нуждается в расчете реальных вероятностей переходов в пространстве событий.

### ***Решение задачи ROV модернизации оборудования с использованием модели Блэка-Шоулза***

К основным проблемам использования модели Блэка-Шоулза (OPM) для оценки реальных опционов необходимо отнести следующие [5, 8, 20, 25]:

1. В OPM входит  $\sigma$  доходности контракта, которое точно спрогнозировать не представляется возможным.
2. Если  $\sigma$  прогнозируется экспертами, то возникает проблема достоверности прогноза.
3. OPM применима только для европейских опционов.
4. OPM создавалась для условий и ограничений фондового рынка.

Первая проблема особенно актуальна для развивающегося рынка, каковым является Россия. Ее мы решаем, переходя к финансовым расчетам в долл. США. Таким образом, мы можем использовать, как уже указывалось нами ранее, средне-статистическое  $\sigma$  (%) в долл. США для отрасли «Машиностроение». В целях еще большего уточнения расчетов мы можем его еще скорректировать для условий реализации проекта в России. Однако сама по себе такая корректировка также обладает своей неопределенностью, которую опять же точно оценить проблематично. В данном случае действует один из основных принципов оценки волатильности, который используется в стохастической финансовой математике, а именно, принцип «волатильность сама по себе волатильна» [7].

Вторая проблема также обусловлена условиями реализации проекта в России. Здесь оценки экспертов тоже значительно волатильны.

Третья проблема накладывает уже более серьезный отпечаток на достоверность оценки стоимости реального опциона, поскольку в реальности мы подразумеваем, что можем его исполнить, когда заходим (в пределах анализируемого срока опциона). Таким образом, разумнее анализировать американский опцион. Однако, как указывают многие авторы, например, М.А. Лимитовский [3], в этом случае OPM может быть применена для консервативной оценки американского реального опциона, т. е. цена европейского опциона является нижним пределом для цены американского опциона с такими же условиями выпуска.

Четвертая проблема, пожалуй, наиболее серьезная, однако приближенно ее можно решить тем же методом, что и третью.

Формальная запись OPM, выведенной для оценки премии по европейскому колл-опциону [11], выглядит следующим образом:

$$C_0 = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2); \quad (5)$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S_0}{K} + \left( r + \frac{\sigma^2}{2} \right) T}{\sigma \sqrt{T}}; \tag{6}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}, \tag{7}$$

где  $C_0$  – текущая цена колл-опциона;  $S_0$  – текущая цена базисного актива (предполагается, что актив не приносит текущего дохода, т. е. дивиденда или купона);  $K$  – цена исполнения опциона (цена “strike”);  $r$  – непрерывная годовая ставка безрисковой доходности (сила роста);  $T$  – время до исполнения опциона (в годах);  $\sigma$  – средне-квадратическое отклонение цены базисного актива за год;  $N(d)$  – кумулятивная функция нормального распределения.

Заметим, что  $\sigma$  в рассматриваемом примере не меняется по причине короткого срока реального опциона – один год. Таким образом, оцениваем азиатский реальный опцион с постоянной волатильностью бизнеса. Проведем это в табл. 4 по формулам (5)-(7).

Таблица 4

Оценка азиатского реального опциона с постоянной волатильностью бизнеса с использованием ОРМ

Параметры и показатели	Значения параметров и показателей
Количество опционов в проекте	9
$S_0$ по каждому опциону, долл.	18488,75 (PV денежных притоков проекта)
$K$ по каждому опциону, долл.	20600 (инвестиции)
$r$	0,04 (безрисковая непрерывная ставка)
$T$	1 (срок опционов – 1 год)
$\sigma$	0,4
$d_1$	0,103575
$d_2$	-0,296425
$N(d_1)$	0,54123
$N(d_2)$	0,38346
$C_0$ , долл.	2417,15
NPV проекта с опционами, долл.	20243,14 ( 2417,15 × 9 – 1511,25 )

Таким образом, прав оказался директор ООО «Водяной»: несмотря на кажущуюся невыгодность модернизации, эксперимент вполне оправдан.

**Решение задачи ROV модернизации оборудования с использованием биномиальной модели**

В целях уточнения расчетов ROV в нашем примере необходимо решить оставшиеся две проблемы, которые мы имели в модели Блэка-Шоулза (ОРМ):

1. ОРМ применима только для европейских опционов.
2. ОРМ создавалась для условий и ограничений фондового рынка.

Их можно решить, используя в расчетах, например, биномиальную модель, несколько модифицированную нами [5, 8, 20, 25]. Первая модификация заключается в изменении цены исполнения реального опциона через определенный период времени в зависимости от инфляции за соответствующее число прошедших периодов. Вторая модификация заключается в практической возможности отследить моменты времени, выгодные для досрочного исполнения реального опциона, т. е. в определении узлов биномиального дерева, где цена «мертвого» (исполненного) опциона выше цены «живого» (не исполненного) опциона.

Применим данную модифицированную биномиальную модель к решению задачи ROV модернизации оборудования. Главной особенностью ее применения является адекватный переход от непрерывного процесса к дискретному с использованием известной нам постоянной волатильности  $\sigma$ .

Классический подход Кокса, Росса и Рубинштейна [14] (CRR-модель) предполагает переход согласно уравнениям:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}; \quad (8)$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}; \quad (9)$$

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}, \quad (10)$$

где  $u$  – темп повышения стоимости базисного актива;  $d$  – темп понижения стоимости базисного актива;  $p$  – псевдовероятность события  $u$ ;  $1 - p$  – псевдовероятность события  $d$ ;  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение цены базисного актива за год;  $\Delta t$  – временной шаг между узлами биномиальной решетки (в годах);  $r$  – непрерывная годовая ставка безрисковой доходности (сила роста).

Крупнейшим недостатком CRR-модели является то, что она теряет устойчивость, если  $\Delta t > \sigma^2 / r^2$ , и, как следствие, в расчетах могут возникнуть отрицательные псевдовероятности [23].

В целях более точного моделирования с более длительным временным шагом  $\Delta t$  биномиальное дерево согласно точке зрения Ябура, Крамина, Янга [19] и Халла [18] может быть построено в соответствии с уравнениями:

$$u = e^{\sqrt{e^{\sigma^2\Delta t} - 1} + r\Delta t}; \quad (11)$$

$$d = e^{-\sqrt{e^{\sigma^2\Delta t} - 1} + r\Delta t}; \quad (12)$$

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}. \quad (13)$$

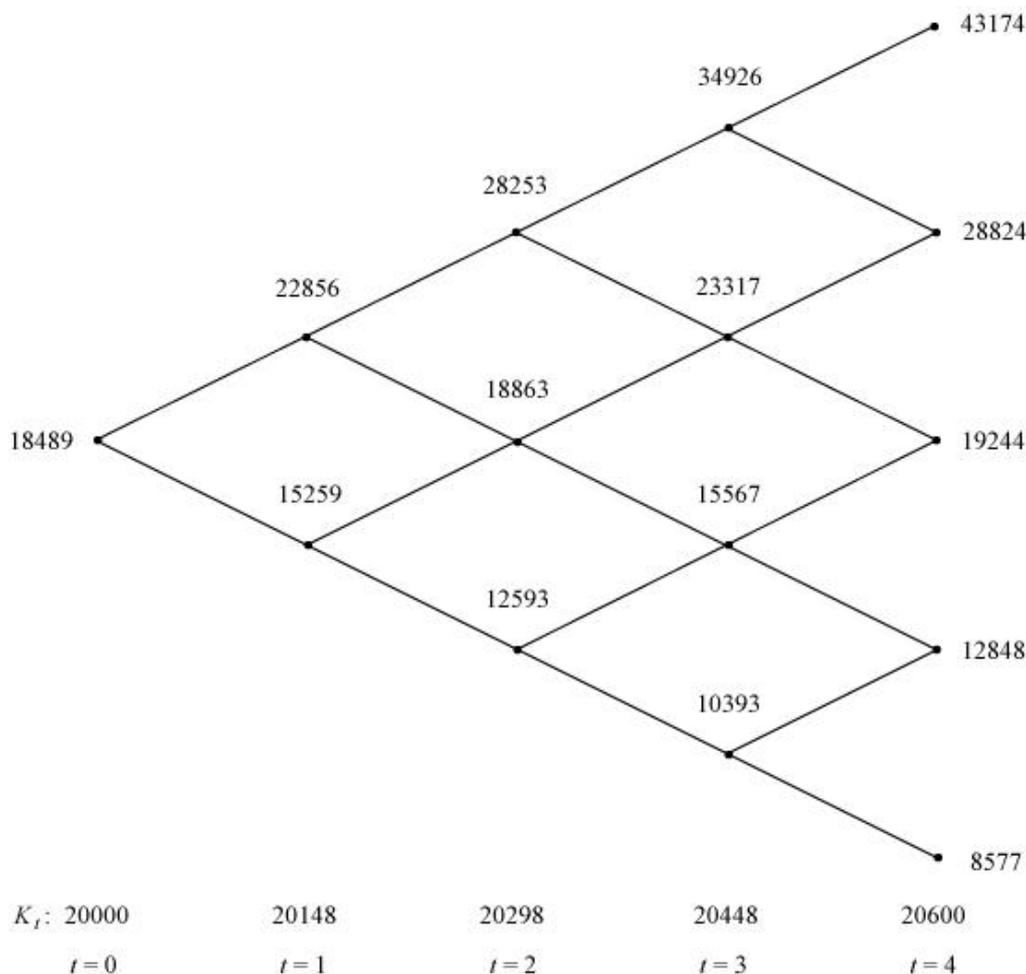


Рис. 1. Биномиальное дерево изменения цены базисного актива (долл.)

Это дерево можно рассматривать в качестве дополнения к CRR-параметризации. В этом случае, оба скачка – вверх ( $u$ ) и вниз ( $d$ ) – немного изменяются. В результате центральная линия дерева следует безрисковой ставке. Еще одним преимуществом является то, что эта параметризация также всегда стабильна независимо от длины временного шага  $\Delta t$  [17]. Используя модель (11)–(13) для  $\Delta t = 0,25$  года, получаем следующую параметризацию в рассматриваемом нами примере:

$$u = 1,236169; \quad d = 0,825293; \quad p = 0,449666; \quad 1 - p = 0,550334.$$

В результате согласно значениям  $u$  и  $d$  получаем биномиальное дерево для изменения стоимости  $S_t$  базисного актива (PV денежных притоков пилотного проекта) в долл. (рис. 1). На этом же рисунке отобразим изменение цены исполнения опциона ( $K_t$ ) по квартальной ставке инфляции  $i = \sqrt[4]{1,03} - 1 = 0,007417$ .

В биномиальной CRR-модели цену «живого» опциона [1, 2] можно рассчитать по формуле

$$C_t^N = \frac{pC_{t+1,u} + (1-p)C_{t+1,d}}{e^{r\Delta t}}. \quad (14)$$

Таким образом, можно оценить стоимость опциона в любом периоде  $t$ , если известны  $C_{t+1,u}$  и  $C_{t+1,d}$  в следующем периоде  $t + 1$ .

Поскольку мы рассматриваем колл-опцион, то в каждом периоде  $t$  цена «мертвого» опциона [1, 2] вычисляется по формуле

$$C_t^A = \max\{S_t - K_t, 0\}. \quad (15)$$

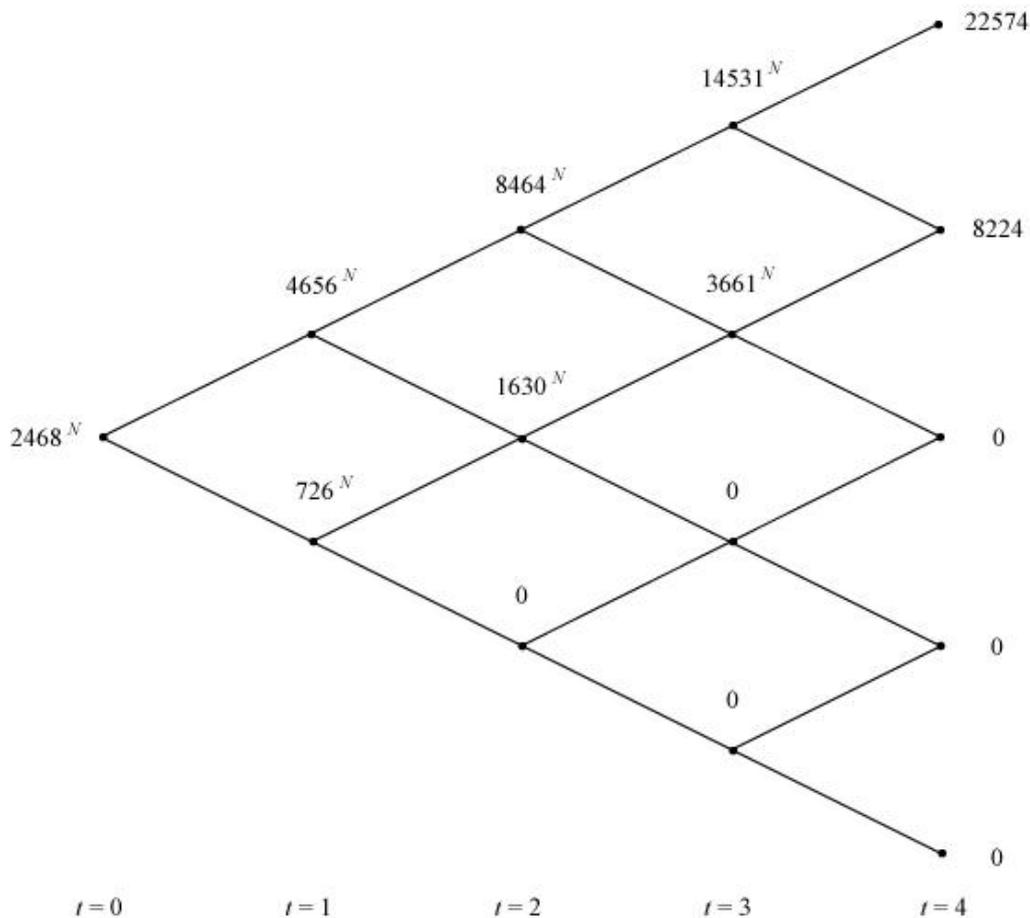


Рис. 2. Биномиальное дерево изменения цены реального опциона (долл.)

Используя формулы (14) и (15), можно последовательно рассчитать цены опциона,

начиная с четвертого квартала и заканчивая настоящим моментом времени (рис. 2). При этом в каждом узле биномиального дерева в целях последовательного расчета из цен  $C_t^N$  и  $C_t^A$  выбирается максимальная.

Например, в 3-м квартале ( $t = 3$ ) в самом верхнем узле цена опциона вычисляется следующим образом. Сначала по формуле (14) рассчитывается цена «живого» опциона:

$$C_{3,u^3}^N = \frac{0,449666 \cdot (43174 - 20600) + 0,550334 \cdot (28824 - 20600)}{e^{0,04 \cdot 0,25}} = 14531 \text{ (долл.)}.$$

Затем по формуле (15) вычисляется цена «мертвого» опциона:

$$C_{3,u^3}^A = 34926 - 20448 = 14478 \text{ (долл.)}.$$

Дороже получился «живой» опцион, поэтому его цена выбирается с целью вычисления более ранней цены опциона.

По этому принципу строится все биномиальное дерево на рис. 2. При этом в нашем примере получилось, что везде выгоднее для инвестора «живой» опцион. Однако на практике может возникнуть и другая ситуация, т. е. в каких-то узлах дерева может быть дороже «мертвый» опцион, что свидетельствует о необходимости его досрочного исполнения в данном узле. На это может повлиять ставка инфляции  $i$ , которая изменит цены исполнения опциона  $K_t$ . Также подобный эффект может дать изменение параметров  $u$  и  $d$ .

В результате, работая по дереву от его конца к началу, мы можем получить цену данного опциона пилотного проекта в нуле. Она составит величину  $C_0 = 2468$  долл. Тогда NPV проекта модернизации оборудования с 9-ю опционами составит

$$\text{NPV} = 2468 \cdot 9 - 1511,25 = 20700,75 \text{ (долл.)},$$

что несколько больше результата расчета согласно OPM. Это уточненная оценка эффекта проекта.

### ***Решение задачи ROV модернизации оборудования с использованием триномиальной модели***

Применение биномиальной CRR-модели, пусть даже и уточненной с помощью уравнений (11)–(13), обладает определенным набором недостатков, связанных прежде всего с ситуацией изменения волатильности бизнеса во времени [17]. Однако есть также существенный недостаток, заключающийся в том, что в случае очень малой или даже несуществующей волатильности в течение некоторого периода времени любое движение отклонения цены базисного актива вверх или вниз от ожидаемого значения в будущем, т. е. увеличения по безрисковой ставке ( $S_{t+1,m} = S_{t,m} e^{r\Delta t}$ ), сделает построения биномиального дерева невозможным [17].

Триномиальное дерево построено при одновременном выборе таких параметров, которые устанавливают разумное пространство состояний, имея в виду разумные вероятности перехода между узлами дерева. Кроме того, рекомбинация дерева установлена так, что  $ud = du = m^2 = e^{2r\Delta t}$ , потому что в противном случае повышение дискретности системы не будет приводить к небольшой или даже нулевой волатильности. Триномиальное дерево всегда стабильно независимо от длины шага во времени. Уравнения для описания стохастических процессов движений вверх и вниз являются более точными, даже с более длинными шагами во времени. Это необходимо потому, что временные шаги для оценки реального опциона выбираются, исходя из управленческой практичности, так, чтобы они были длиннее, чем это обычно бывает в финансовых опционах.

Триномиальные деревья являются другим дискретным представлением движения цены базисного актива, аналогичным биномиальным деревьям. Триномиальные решетки имеют три параметра скачков  $u$ ,  $m$  и  $d$  и три соответствующие им вероятности  $p_u$ ,  $p_m$  и  $p_d$ . В течение этого времени шаг цены актива может перейти к одному из трех узлов: с вероятностью  $p_u$  в верхний узел до значения  $S_u$ , с вероятностью  $p_m$  к середине узла до значения  $S_m$  и в ниж-

ний узел до значения  $S_d$  с вероятностью  $p_d$ . Мы предполагаем, что сумма вероятностей равна единице, поэтому мы устанавливаем  $p_m = 1 - p_u - p_d$ . В конце каждого шага во времени есть пять неизвестных параметров: две вероятности  $p_u$  и  $p_d$  и три узла цены  $S_u$ ,  $S_m$  и  $S_d$ .

При этом небольшая модификация, предложенная Ябуром, Крамином, Янгом [19] и Халлом [18], заключается в использовании более точной оценки отклонения в соответствии с уравнением

$$\sqrt{e^{\sigma^2 \Delta t} - 1} \approx \sigma \sqrt{\Delta t} \tag{16}$$

вместо  $\sigma \sqrt{\Delta t}$ . После этих изменений согласно точке зрения Хаатела [17] построение параметра триномиальной решетки приводит к улучшенной общей форме параметризации для всех вероятностей переходов и размеров скачков  $u$ ,  $m$  и  $d$  в соответствии со следующими уравнениями:

$$p_u = \frac{m^2(V - 1)}{u^2 + md - um - ud}; \tag{17}$$

$$p_d = p_u \frac{m - u}{d - m}; \tag{18}$$

$$p_m = 1 - p_u - p_d; \tag{19}$$

$$u = e^{r\Delta t + \sqrt{e^{(\lambda\sigma)^2 \Delta t} - 1}}; \tag{20}$$

$$d = e^{r\Delta t - \sqrt{e^{(\lambda\sigma)^2 \Delta t} - 1}}; \tag{21}$$

$$m = e^{r\Delta t}; \tag{22}$$

$$V = e^{\sigma^2 \Delta t}, \tag{23}$$

где оправданное значение дисперсионного параметра  $\lambda$  составляет 1,12 [17]. Это делает пространство состояний плотным и обеспечивает достаточно хорошие вероятности переходов между узлами триномиальной решетки (дерева).

Движения вверх (20) и вниз (21), которые определяют пространство состояний, рассчитываются в соответствии с наибольшей волатильностью в течение инвестиций так, что  $\sigma = \max \sigma_t$ . Эти значения  $u$  и  $d$  используются для всего пространства состояний в течение всех периодов времени независимо от изменения волатильности. Тем не менее, вероятности перехода, вычисленные в соответствии с (17)–(19), справедливы только для периода времени с наивысшей волатильностью. В нашем примере предполагается постоянная во времени волатильность бизнеса, что существенно упрощает наши расчеты.

Таблица 5

Триномиальная решетка изменения цены базисного актива (долл.)

	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$
$S_t$					47681
				37626	28004
			29691	29989	30291
		23430	23665	23903	24144
	18489	18675	18862	19052	19244
		14885	15035	15186	15338
			11983	12103	12225
				9647	9744
				7766	
$K_t$	20000	20148	20298	20448	20600

Используя модель (17)–(23) для  $\Delta t = 0,25$  года, получаем следующую параметризацию в рассматриваемом нами примере:

$$u = 1,236169; \quad d = 0,825293; \quad m = 1,01005; \quad V = 1,040811;$$

$$p_u = 0,350268; \quad p_d = 0,439457; \quad p_m = 0,210275.$$

В результате согласно значениям  $u$ ,  $m$  и  $d$  получаем триномиальное дерево для изменения стоимости  $S_t$  базисного актива (PV денежных притоков пилотного проекта) в долл. (табл. 5). В этой же таблице покажем изменение цены исполнения опциона ( $K_t$ ) по квартальной ставке инфляции  $i = \sqrt[4]{1,03} - 1 = 0,007417$ .

В триномиальной модели цену «живого» опциона [17] можно рассчитать по формуле

$$C_t^N = \frac{P_u C_{t+1,u} + P_m C_{t+1,m} + P_d C_{t+1,d}}{e^{r\Delta t}}. \quad (24)$$

Таким образом, можно оценить стоимость опциона в любом периоде  $t$ , если известны  $C_{t+1,u}$ ,  $C_{t+1,m}$  и  $C_{t+1,d}$  в следующем периоде  $t + 1$ . Поскольку мы рассматриваем колл-опцион, то в каждом периоде  $t$  цена «мертвого» опциона ( $C_t^A$ ) вычисляется так же, как и в случае биномиальной модели, т. е. по формуле (15).

Используя формулы (24) и (15), можно последовательно рассчитать цены опциона, начиная с четвертого квартала и заканчивая настоящим моментом времени (табл. 6). При этом в каждом узле триномиальной решетки, как и биномиальной, в целях последовательного расчета из цен  $C_t^N$  и  $C_t^A$  выбирается максимальная.

Таблица 6

Триномиальная решетка изменения цены реального опциона (долл.)

	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$
$C_t$					27081
				17231 <sup>N</sup>	17404
			9756 <sup>N</sup>	9595 <sup>N</sup>	9691
		5094 <sup>N</sup>	4715 <sup>N</sup>	4098 <sup>N</sup>	3544
	2510 <sup>N</sup>	2170 <sup>N</sup>	1677 <sup>N</sup>	1229 <sup>N</sup>	0
		670 <sup>N</sup>	426 <sup>N</sup>	0	0
			0	0	0
				0	0

Например, в 3-м квартале ( $t = 3$ ) в самом верхнем узле цена опциона вычисляется следующим образом. Сначала по формуле (24) рассчитывается цена «живого» опциона:

$$C_{3,u^3}^N = \frac{0,350268 \cdot (47681 - 20600) + 0,210275 \cdot (38004 - 20600) + 0,439457 \cdot (30291 - 20600)}{e^{0,04 \cdot 0,25}} =$$

$$= 17231 \text{ (долл.)}.$$

Затем по формуле (15) вычисляется цена «мертвого» опциона:

$$C_{3,u^3}^A = 37626 - 20448 = 17178 \text{ (долл.)}.$$

Дороже получился «живой» опцион, поэтому его цена выбирается с целью вычисления более ранней цены опциона.

По этому принципу строится все триномиальное дерево в табл. 6. При этом в нашем примере снова получилось, что везде выгоднее для инвестора «живой» опцион. Возможность возникновения другой ситуации описана нами ранее для биномиального дерева.

В результате, работая по дереву от его конца к началу, мы можем получить цену данного опциона пилотного проекта в нуле. Она составит величину  $C_0 = 2510$  долл. Тогда NPV проекта модернизации оборудования с 9-ю опционами составит

$$NPV = 2510 \cdot 9 - 1511,25 = 21078,75 \text{ (долл.)},$$

что даже больше результата расчета согласно биномиальной модели. Это еще более точная оценка эффекта проекта.

В заключение проведем сравнение результатов трех описанных моделей оценки азиатского реального опциона модернизации оборудования компании с постоянной волатильностью бизнеса. Напомним, что в целях анализа использовались три модели:

1. Модель Блэка-Шоулза (ОПМ).
2. Уточненная биномиальная модель (ВТМ).
3. Триномиальная модель (ТТМ).

Сравнение цен опциона в исследуемом примере дает следующие результаты:

$$C_0 = \left\{ \underbrace{2417}_{\text{ОПМ}} < \underbrace{2468}_{\text{ВТМ}} < \underbrace{2510}_{\text{ТТМ}} \right\}.$$

Тогда NPV проекта модернизации оборудования компании с 9-ю опционами составит:

$$\text{NPV} = \left\{ \underbrace{20243}_{\text{ОПМ}} < \underbrace{20701}_{\text{ВТМ}} < \underbrace{21079}_{\text{ТТМ}} \right\}.$$

Данные результаты позволяют сделать следующие выводы:

1. Модель Блэка-Шоулза является нижним пределом для цены американского опциона с такими же условиями выпуска, как и европейский.

2. Реальный опцион модернизации оборудования должен быть азиатским, т. е. иметь переменную цену исполнения, например, в зависимости от инфляции, поскольку деньги, в том числе инвестиции, в разные моменты времени стоят по-разному.

3. В промежуточных расчетах в узлах деревьев всегда необходимо сравнивать цену «живого» и «мертвого» опциона и выбирать тот, который дороже. Это позволяет кроме всего прочего отследить возможности досрочной реализации опциона.

4. Наиболее важным практическим выводом является то, что наиболее точную оценку азиатского реального опциона с постоянной волатильностью бизнеса позволяет получить триномиальная модель. В исследуемом примере денежный выигрыш за счет этого незначителен, однако на практике могут возникнуть ситуации, в которых выигрыш может быть большим вплоть до того, что разные модели могут привести как к положительным, так и к отрицательным NPV с опционами. А это, в свою очередь, существенно повлияет на принятие управленческого решения в отношении инвестиций.

Полученные в статье результаты могут способствовать модернизации программного обеспечения, позволяющего составлять и оценивать реальные опционы. А главное, они могут быть полезны бизнесменам, менеджерам и финансовым аналитикам прежде всего производственных компаний в целях разработки и обоснования стратегических решений в инновационном развитии бизнеса.

#### Библиографический список

1. **Крушвиц, Л.** Финансирование и инвестиции / Л. Крушвиц. – СПб.: Питер, 2000. – 400 с.
2. **Крушвиц, Л.** Финансирование и инвестиции. Сборник задач и решений / Л. Крушвиц, Д. Шефер, М. Шваке. – СПб.: Питер, 2001. – 320 с.
3. **Лимитовский, М.А.** Инвестиционные проекты и реальные опционы на развивающихся рынках: учеб.-практич. пособие / М.А. Лимитовский. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: «Издательство Юрайт», 2008. – 464 с.
4. **Рош, Дж.** Стоимость компании: От желаемого к действительному / Дж. Рош. – Минск: Гревцов Паблишер, 2008. – 352 с.
5. **Трифонов, Ю.В.** Применение реальных опционов для инвестирования инноваций в условиях ограниченности информации / Ю.В. Трифонов, С.Н. Яшин, Е.В. Кошелев // Финансы и кредит. 2011. № 30(462). С. 2–9.
6. **Туккель, И.Л.** Экономика и финансовое обеспечение инновационной деятельности: учеб. пособие / И.Л. Туккель [и др.]. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 238 с.

7. **Ширяев, А.Н.** Основы стохастической финансовой математики / А.Н.Ширяев. – М.: ФАЗИС, 1998. – 1056 с.
8. **Яшин, С.Н.** Разработка и реализация инновационно-инвестиционной стратегии предприятия: монография / С.Н. Яшин, Е.В. Кошелев, А.В. Купцов; НГТУ. – Н.Новгород, 2011. – 269 с.
9. Инновационная Россия – 2020 (Стратегия инновационного развития Российской Федерации на период до 2020 года), утверждена Минэкономразвития России в 2010 г. – 105 с.
10. **Black, F.,** and M. Scholes (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journ. Polit. Econ., May-June, pp. 637-657.
11. **Boyle, P.** (1988). A lattice framework for option pricing with two state variables, Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 23, pp. 1–12.
12. **Chance, D.M.** (2001). An Introduction to Derivatives and Risk Management, Fort Worth, TX: Harcourt College Publishers.
13. **Cox, J.,** S. Ross and M. Rubinstein (1979). Option Pricing: A Simplified Approach, Journal of Financial Economics, No. 7, pp. 229-263.
14. **Godinho, P.** (2006). Monte Carlo Estimation of Project Volatility for Real Options Analysis, Journal of Applied Finance, Vol. 16, No. 1, Spring/Summer 2006.
15. **Guthrie, G.** (2009). Learning Options and Binomial Trees, Working paper, Feb. 15, 2009.
16. **Hahtela, T.** (2010). Recombining Trinomial Tree for Real Option Valuation with Changing Volatility, Real Options: Theory Meets Practice, 14th Annual International Conference, June 16-19, 2010, Rome, Italy, <http://www.realoptions.org/papers2010/241.pdf>.
17. **Hull, J.** (2006). Options, futures and other derivatives, Prentice-Hall, 6th edn.
18. **Jabbour, G.,** M. Kramin and S. Young (2001). Two-state Option Pricing: Binomial Models Revisited, Journal of Futures Markets, Nov 2001, Vol. 21, pp. 987-1001.
19. **Koshelev, E.,** Y. Trifonov and S. Yashin (2012). Corporate Innovative Strategy: Development and Financing, Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG.
20. **Myers, S.C.** (1977). Determinants of Capital Borrowing, Journal of Financial Economics, Vol. 5.
21. **Tian, Y.** (1993). A modified lattice approach to option pricing, The Journal of Futures Markets, Vol. 13, No. 5, pp. 563-577.
22. **Trigeorgis, L.** (1991). A Log-Transformed Binomial Numerical Analysis Method for Valuing Complex Multi-Option Investments, Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 26, No. 3, pp. 309-326.
24. **Trigeorgis, L.** (1996). Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation. MIT Press.
25. **Trifonov, Yu. V.,** S.N. Yashin and E.V. Koshelev (2012). Modified Real Options Valuation for Developing Product-Type Innovation Strategies, International Journal of Business and Social Science, Vol. 3, No. 12 [Special Issue - June 2012], pp. 22-32.

*Дата поступления  
в редакцию 26.03.2013*

**Yu.V. Trifonov<sup>1</sup>, S.N. Yashin<sup>2</sup>, E.V. Koshelev<sup>1</sup>**

## **PLANNING FOR UPGRADING EQUIPMENT OF MANUFACTURING COMPANY USING REAL OPTIONS**

Lobachevsky state university of Nizhni Novgorod<sup>1</sup>,  
Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alexeev<sup>2</sup>

**Purpose:** Evaluating the effects of projected upgrading equipment of a manufacturing company.

**Methodology:** Achievement of the objectives is to work using the Black-Scholes model, a refined and modified binomial model and a modified trinomial model.

**The results and their application area:** The result of research is the modified trinomial Asian real option model of the upgrading equipment project with constant business volatility.

**Conclusions:** The most accurate valuation of the real option and the entire upgrading equipment project in general is provided by the trinomial model.

*Key words:* upgrading equipment, real option valuation, asian option, constant volatility, binomial model, trinomial model.