

## ПРОБЛЕМЫ КОРАБЛЕСТРОЕНИЯ И ОКЕАНОТЕХНИКИ

УДК 624.042: 629.5.024

В.И. Сутырин<sup>1</sup>, Е.И. Короткая<sup>2</sup>

### ПРОГРАММА ДЛЯ РАСЧЕТА АМПЛИТУД УСТАНОВИВШИХСЯ КОЛЕБАНИЙ КОРПУСНОЙ КОНСТРУКЦИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ СТРУКТУРИЗАЦИИ КВАЗИСТАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, г. Калининград<sup>1</sup>,  
Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота, г. Калининград<sup>2</sup>

Исследованы возможности повышения эффективности построения и анализа квазистатической модели сложной колебательной системы. Результаты исследования учтены при разработке программы ПАРУС-2000. В основу разработки положен метод структуризации, заключающийся в построении преобразованной расчетной схемы, объединяющей ограниченное число расчетных узлов исходного конечно-элементного разбиения анализируемого объекта. Приводятся и анализируются результаты решения тестовых задач. В частности, в статье определяются результаты расчета собственных частот колебаний стержневых конструкций. Полученные частоты сравниваются с частотами, определенными с помощью программ ANSYS и NASTRAN. В статье анализируются погрешности вычислений в зависимости от количества расчетных перемещений.

*Ключевые слова:* анализ колебаний, корпусные конструкции, метод конечных элементов, квазистатическая модель, прием конденсации.

#### Введение

Как известно, преимущества квазистатической модели связаны с возможностью эффективного определения амплитуд установившихся вынужденных колебаний сложной колебательной системы. В указанной модели массы конструкции интерпретируются как дополнительные безинерционные линейные упругие связи, обладающие отрицательными жесткостями со значениями, пропорциональными квадрату частоты вынужденных колебаний [1]. В случае применения метода конечных элементов (МКЭ) система разрешающих линейных алгебраических уравнений, учитывающая силы инерции и позволяющая определять амплитудные значения колебаний, приобретает следующий вид:

$$\|C - \omega^2 M\| \{Q\} = \{P\}, \quad (1)$$

где  $\|C\|$  и  $\|M\|$  – матрицы коэффициентов жесткости и массы конечных элементов модели конструкции;  $\{Q\}$  – амплитудные значения узловых перемещений модели;  $\{P\}$  – вектор внешней нагрузки;  $\omega$  – частота изменения внешней нагрузки. Основная сложность в построении и расчете разрешающей системы уравнений (1) при расчетах корпусных конструкций связана с большим порядком матрицы коэффициентов (МК).

#### Метод исследования и программная реализация

Одним из эффективных путей решения задачи является структуризация, под которой понимается приведение МК к ограниченному числу взаимосвязанных узлов исходного конечно-элементного разбиения расчетной модели (расчетных узлов) [2]. Подобный прием (называемый также конденсацией, «уплотнением» жесткостей и масс) позволяет значительно

сокращать порядок решаемой задачи, сохраняя при этом преимущества густых сеток конечных элементов.

Средством структуризации могут служить следующие матрично - векторные равенства:

$$\|C_{np} - \omega^2 M_{np}\| = \|C_{pp} - \omega^2 M_{pp}\| - \|C_{pn} - \omega^2 M_{pn}\| \times \|C_{nn} - \omega^2 M_{nn}\|^{-1} \times \|C_{pn} - \omega^2 M_{pn}\|^T, \quad (2)$$

где  $\|C_{np}\|$ ,  $\|M_{np}\|$  - матрицы приведенных коэффициентов жесткости и массы;  $p$  и  $n$  обозначают соответственно сохраняемые и исключаемые степени свободы ( $p \ll n$ );  $T$  - знак транспонирования.

Целью проводимых исследований является эффективная программная реализация преобразований (2), а также, на их основе, алгоритмов анализа динамики конструкций с применением многопроцессорного кластера БФУ им. И. Канта [3]. В докладе рассматривается один из тестовых вариантов разработанной расчетной программы ПАРУС-2000, предназначенной для определения амплитуд и частот собственных колебаний корпусных конструкций.

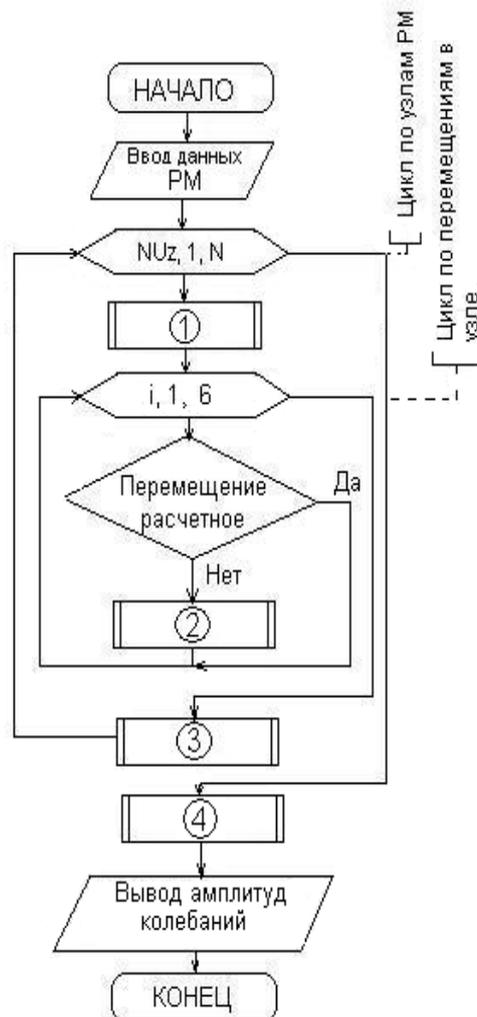


Рис. 1. Блок-схема программы ПАРУС-200

Функциональное назначение блоков программы:

- 1 – формирует матрицу динамической жесткости ансамбля конечных элементов, стыкуемых в рассматриваемом узле; 2 – выполняет исключение перемещения (редукцию) системы;
- 3 – производит вычеркивание исключенных строк (столбцов) матрицы коэффициентов;
- 4 – выполняет решение системы уравнений с приведенной матрицей коэффициентов динамической жесткости, соответствующей расчетным узлам (перемещениям)

В разработанной программе указанные частоты фиксируются в ходе пошагового изменения частоты  $\omega$  при пиковом возрастании амплитуд вынужденных гармонических колебаний конструкции, определяемых путем решения системы уравнений сравнительно небольшого порядка:

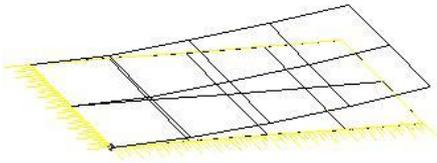
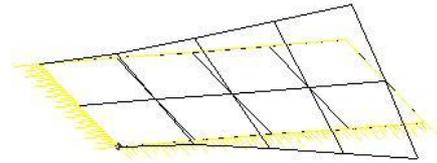
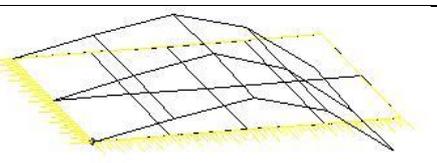
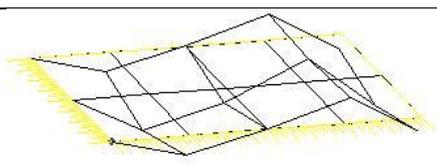
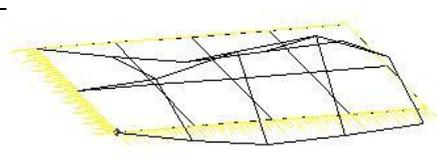
$$\|D_{np}\| \{Q_p\} = \{P_p\}, \quad (3)$$

где  $\|D_{np}\| = \|C_{np} - \omega^2 M_{np}\|$  - матрица динамической жесткости расчетных перемещений;  $Q_p$  и  $P_p$  - подвекторы сохраняемых (расчетных) и исключаемых перемещений, входящие соответственно в векторы  $\{Q\} = \{Q_p, Q_n\}^T$  и  $\{P\} = \{P_p, 0\}^T$ . Блок-схема программы приводится на рис. 1.

Программа реализует фронтальный метод решения системы уравнений, благодаря которому глобальная матрица системы не формируется целиком, а выстраивается и редуцируется фрагментарно [3]. В результате локальный массив коэффициентов динамической жесткости содержит на каждом этапе обработки лишь те коэффициенты, на которые непосредственно распространяется влияние исключаемых компонент системы, что эффективно в программной реализации. Построчная обработка массивов обеспечивает возможности распараллеливания вычислительных операций. Реализовать программу на многопроцессорном кластере планируется на следующем этапе работы.

Таблица 1

Собственные частоты вертикальных колебаний перекрытия

Мода №	Формы собственных колебаний FEMAP	Hz, ANSYS (Ланцоша, Lanczos)	Hz, ПАРУС
1		9,16	9,16
3		25,77	25,97
5		56,60	56,83
9		152,54	154,82
10		156,66	157,29

### Результаты и их обсуждение

Тестирование программы проводилось на моделях ряда стержневых систем. В качестве примера представлена модель перекрытия, жестко закрепленного с одной стороны и состоящего из 20 стержней, длиной 0,4м каждый, моментами инерции стержней относительно координатных осей:  $I_z = 3,33E-9 \text{ м}^4$ ,  $I_x = 5,33E-8 \text{ м}^4$ ,  $I_y = 5,33E-8 \text{ м}^4$ . Материал – сталь с модулем Юнга  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ , коэффициентом Пуассона  $\mu = 0,3$ . Предварительно выявлялся спектр собственных частот перекрытия, совершающего свободные колебания. С этой целью использовалась программа ANSYS [4]. Затем перекрытие нагружалось сосредоточенной силой, изменяющейся по гармоническому закону. Сохраняя в узловых точках конструкции (порядок рассматриваемых уравнений был сокращен более чем в четыре раза) лишь вертикальные перемещения и варьируя частоту нагружения можно, решая систему уравнений (3), отследить резонансные частоты вертикальных колебаний перекрытия. С этой целью использовалась специализированная программа ПАРУС. Сопоставление полученных частот приводится в табл. 1.

На рис. 2 представлен график гармонического отклика перекрытия по произвольно выбранным 12 вертикальным перемещениям при действии гармонической вынуждающей силы в диапазоне частот 5–200 Гц. Результаты сопоставления собственных, резонансных частот и гармонических откликов конструкции демонстрируют высокую степень совпадения.

Модель более сложной стержневой системы приведена в табл. 2. Габаритные размеры конструкции составляли 17,5м x 4м x 1м. Материал – сталь с  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ ,  $\mu = 0,3$ .

Конструкция включала 25 шпангоутных рамок и устанавливалась горизонтальной опорной плоскостью на податливые опоры (дискретное упругое основание с малой жесткостью, имитирующее силовое воздействие жидкости) с коэффициентом жесткости по вертикальному перемещению ( $z$ ) равным 6,5 кН/м. Главные центральные моменты инерции поперечных сечений стержневых КЭ конструкции, обозначенных в табл. 2, приводятся в табл. 3. Матрицы жесткости и массы стержневых элементов принимались согласно [5].

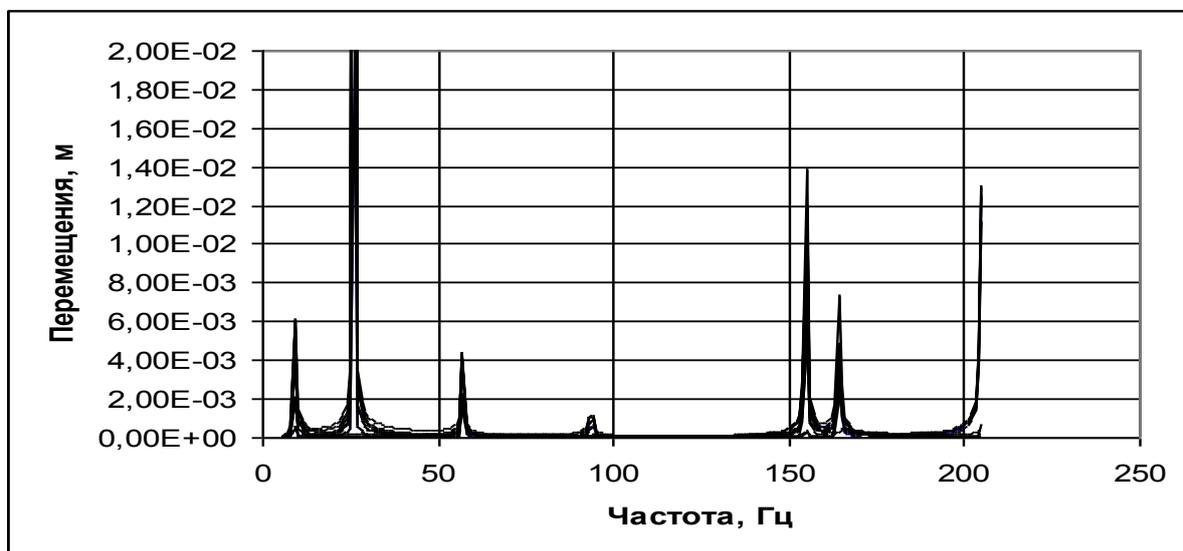


Рис. 2. Гармонический отклик перекрытия по вертикальным перемещениям

Предварительным расчетом коэффициенты динамической жесткости системы приводились к девяти расчетным узлам конструкции (см. табл. 2), равномерно расставленным по опорной плоскости вдоль продольной оси симметрии конструкции. В расчетных узлах сохранялись лишь вертикальные перемещения. Внешняя сосредоточенная сила, прикладывалась по первому вертикальному расчетному перемещению конструкции. В табл. 3 даются результаты расчета четырех первых частот собственных колебаний

стержневой системы. Для сравнения, в табл. 3 приводятся также результаты расчета исходной системы КЭ, полученные по программе FEMAP (NASTRAN) [6].

Таблица 2

Сопоставление собственных частот колебаний пространственной стержневой системы, рассчитанных по программе FEMAP (NASTRAN) и по программе ПАРУС

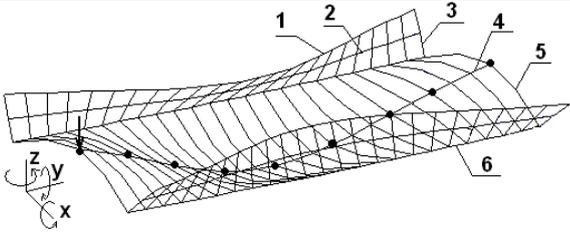
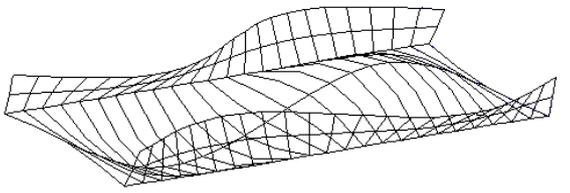
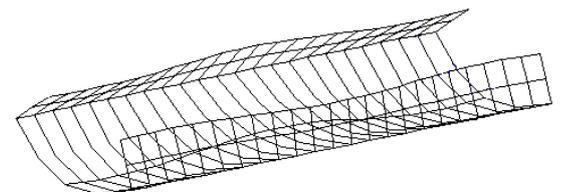
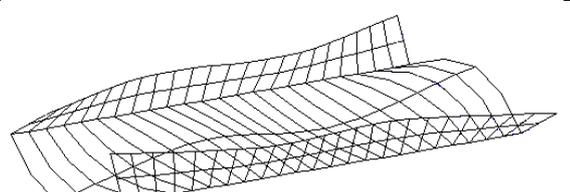
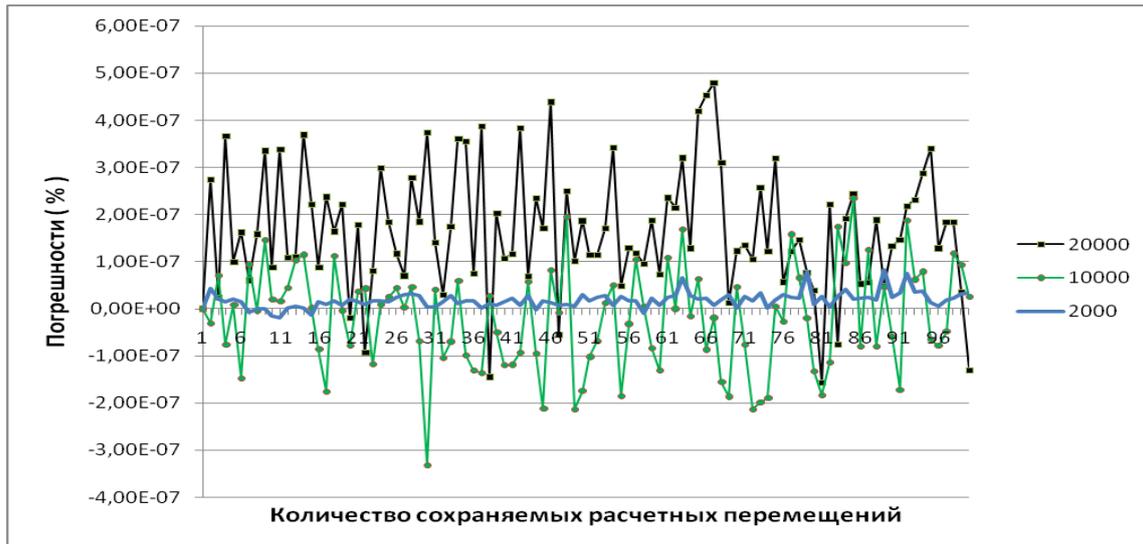
Формы собственных колебаний FEMAP	Hz, FEMAP (Ланцоша, Lanczos)	Hz, ПАРУС
	6,22	6,52
	6,72	6,79
	6,89	7,01
	7,25	7,15

Таблица 3

Моменты инерции сечений КЭ конструкции

№ КЭ (табл. 1)	$J_x(y), \text{м}^4$	$J_y(z), \text{м}^4$
1	$9,34 \cdot 10^{-5}$	$2,44 \cdot 10^{-6}$
2	$3,14 \cdot 10^{-6}$	$4,17 \cdot 10^{-4}$
3	$1,63 \cdot 10^{-6}$	$1,43 \cdot 10^{-4}$
4	$0,33 \cdot 10^{-2}$	$3,36 \cdot 10^{-6}$
5	$1,43 \cdot 10^{-4}$	$1,63 \cdot 10^{-6}$
6	$8,26 \cdot 10^{-4}$	$1,54 \cdot 10^{-4}$

Погрешности вычислений расчетных узловых перемещений (%) анализировались в сравнении с расчетами по традиционной схеме МКЭ, для которой, как известно, расчетными являются все перемещения стержневой системы. Результаты анализа погрешностей для различных порядков исходной и преобразованной расчетной схемы приводятся на рис. 3 и 4. Общий порядок стержневой системы наращивался путем увеличения числа шпангоутных рамок при постоянной длине конструкции. Номера сохраняемых расчетных перемещений преобразованной расчетной схемы выбирались путем генерации случайных чисел.

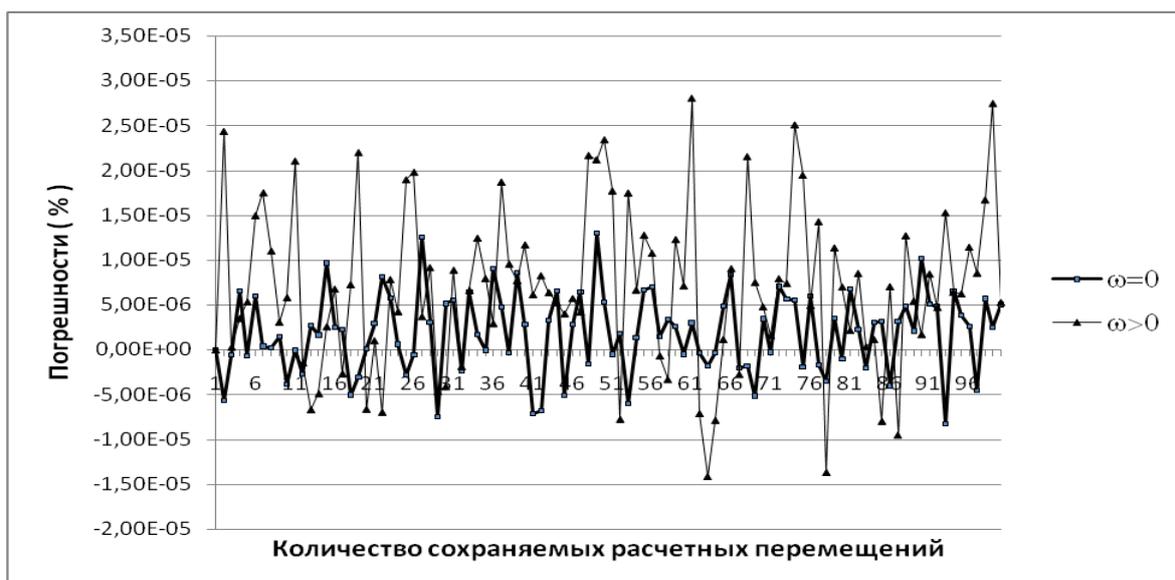


**Рис. 3. Зависимость погрешностей вычислений (% к расчету по традиционной схеме МКЭ) при частоте изменения внешней силы  $\omega = 6$  Гц в зависимости от порядка исходной системы уравнений (2000 – 20000) и количества сохраняемых расчетных перемещений (1 – 100)**

### Выводы

Метод приведения, применяемый в решении квазистатической задачи, является эффективным средством сокращения порядка разрешающей системы уравнений. Получаемая при его использовании преобразованная расчетная схема может служить инструментом фильтрации собственных частот и перемещений при анализе сложной колебательной системы. Метод реализован в расчетной программе, назначение которой состоит в формировании и анализе преобразованной расчетной схемы пространственной конечно-элементной модели конструкции.

Проведенные исследования подтвердили возможности сохранения высокой точности получаемого результата, что позволяет рекомендовать изложенную расчетную методику для использования в целях проектирования и прогнозирования поведения судовых конструкций под действием нагрузок, меняющихся во времени.



**Рис. 4. Сравнение погрешностей вычислений (% к МКЭ) при частоте изменения внешней силы  $\omega = 6$  Гц и  $\omega = 0$  (без учета матрицы масс); порядок исходной системы уравнений  $4 \times 10^4$**

**Библиографический список**

1. **Чувиковский, В.С.** Численные методы расчетов в строительной механике корабля / В.С. Чувиковский. – Л.: Судостроение, 1976. – 222 с.
2. **Шиманский, Ю.А.** Динамический расчет судовых конструкций / Ю.А. Шиманский. – Л.: Судпрогиз, 1948. – 407 с.
3. **Сутырин, В.И.** Методология конечно-элементного анализа судовых корпусных конструкций при их проектировании // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2010. №2 (81). С. 171–178.
4. **Чигарев, А.В.** ANSYS для инженеров: справ. пособие / А.В. Чигарев, А.С. Кравчук, А.Ф. Смалюк. – М.: Машиностроение – 1, 2004. – 512 с.
5. **Постнов, В.А.** Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций / В.А. Постнов, И.Я. Хархурим. – Л.: Судостроение, 1974. – 340 с.
6. **Шимкович, Д.Г.** Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows / Д.Г. Шимкович. – М.: ДМК Пресс, 2001. – 448 с.

*Дата поступления  
в редакцию 18.06.2013*

**V.I. Sutyryn<sup>1</sup>, E.I. Korotkaya<sup>2</sup>**

**THE PROGRAM FOR CALCULATING OF THE STEADY VIBRATIONS AMPLITUDE OF SHIP HULL STRUCTURES USING STRUCTURIZATION QUASISTATIC MODEL**

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad<sup>1</sup>,  
Baltic State Academy of Fishing Fleet, Kaliningrad<sup>2</sup>

In paper possibilities of increase of effective construction and analysis of quasistatic model of difficult oscillatory system were investigated. Results of research are considered in developed program the SAIL-2000. The structurization method is in a basis of development, it consists in construction of the transformed settlement scheme and unites limited number of checkouts of initial final-element splitting in analyzed object. Also results of the solution test tasks are presented and analyzed in paper. In particular, the calculation results of own frequencies fluctuations of rod designs are defined in paper. The received frequencies are compared to the frequencies which are determined by the ANSYS and NASTRAN programs. The inaccuracies of calculations depend on the number of settlement movements and are analyzed in paper.

*Key words:* Fluctuation analysis, ship hull structures, finite elements method, quasistatic model, condensation reception.