МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЕСТЕСТВЕННЫХ, ТЕХНИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ НАУКАХ

УДК 338.27.015

Ю.Ф. Орлов, Е.С. Митяков

АЛГОРИТМ АНАЛИЗА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ИНДИКАТОРОВ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ РОССИИ

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Предложен алгоритм для анализа и прогнозирования динамики индикаторов экономической безопасности России, основанный на расчете интегральных индексов по различным проекциям экономической безопасности, с последующим составлением системы дифференциальных уравнений, описывающей совместную динамику этих индексов. Произведена верификация прогноза экономической безопасности на основе предложенного алгоритма.

Ключевые слова: экономическая безопасность, интегральные индексы экономической безопасности, анализ и прогнозирование экономической динамики, идентификация системы дифференциальных уравнений.

Происходящие изменения в международной ситуации обусловливают необходимость разработки новых подходов к анализу и прогнозированию уровня экономической безопасности России. Актуальность этого подтверждается рядом обстоятельств экзогенного и эндогенного характера. Поэтому экономическая безопасность в настоящее время является одним из наиболее динамично развивающихся разделов экономики. Разработка единого подхода к анализу и прогнозированию экономической безопасности регионов России довольно сложная процедура. Это обусловлено несколькими факторами. *Во-первых*, индикаторы взаимодействуют между собой и со временем меняются не только количественные параметры взаимодействий между индикаторами, но и сам характер этих взаимодействий. *Во-вторых*, система индикаторов экономической безопасности меняется со временем.

В статье предложен алгоритм для анализа и прогнозирования динамики индикаторов экономической безопасности России, основанный на расчете интегральных индексов по различным проекциям экономической безопасности, с последующим составлением системы дифференциальных уравнений, описывающей совместную динамику этих индексов.

Реализация предложенного алгоритма предполагает следующие этапы:

1) определение цели и задач исследования;
2) выбор системы индикаторов;
3) сбор данных;
4) нормировка индикаторов;
5) агрегирование информации;
6) анализ и прогнозирование.

Процесс анализа и прогнозирования начинается с определения объекта, целей и задач исследования. На следующем этапе производится формирование системы индикаторов. В статье была выбрана система индикаторов экономической безопасности России, предложенная в работе [1]. Индикаторы внутри данной системы сгруппированы по четырем проекциям: «Реальная экономика», «Социальная сфера», «Денежно-финансовая сфера» и «Внешнеэкономическая сфера».

На этапе сбора данных очень важны источник и единая периодичность поступления информации. На этапе нормировки все индикаторы становятся безразмерными. В общем случае можно выделить «эффектные» и «затратные» показатели. Рост первых ведет к увеличению, а рост вторых – к снижению уровня экономической безопасности. Поскольку пределы изменения большинства индикаторов определить достаточно трудно, для нормировки «эффектных» показателей использовалась нелинейная функция вида [2]:

$$y = \begin{cases} 2^{\left(1-\frac{a}{x}\right)/\ln\frac{10}{3}}, & \text{если } \dfrac{x}{a} > 1; \\ 2^{-\log_{10/3}\frac{a}{x}}, & \text{если } \dfrac{x}{a} \le 1, \end{cases} \tag{1}$$

где x – реальное значение индикатора, a – его пороговое значение. Значение $x = a$ ($y = 1$) соответствует случаю равенства индикатора и его порогового значения; при $x > a$ ($y > 1$) индикатор превысил пороговый уровень; при $x < a$ ($y < 1$) индикатор находится ниже порога. Применительно к «затратным» показателям использовалась обратная нормировка. В результате нормировки индикаторы отображаются на ограниченную область L. В нашем случае областью L является отрезок [0;1,67].

Отметим, что функция (1) непрерывна и монотонна (в точке $x = a$ обеспечивается равенство, как самих функций, так и их производных). Графический вид функции (1) приведен на рис. 1.

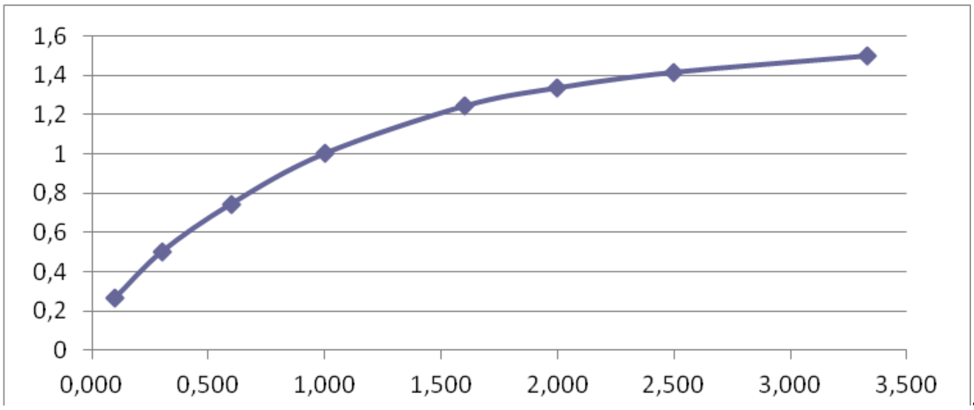

Рис. 1. Нелинейная функция (1).
Аргументом является *a*/*x*. Асимптота *y* = 1,67

Использование функции (1) дает возможность расширить динамический диапазон визуализации результатов. Так, логарифмическая зависимость позволяет исследовать тонкую структуру индикаторов внутри сектора $y < 1$, в то время как, менее плавная, степенная зависимость позволяет игнорировать несущественные детали при значительном превышении индикаторами своих пороговых значений.

При агрегировании индикаторов в интегральные индексы по каждой из составляющих системы экономической безопасности вычисляются обобщенные индексы как сумма соответствующих нормированных по формуле (1) показателей с учетом их значимости:

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} v_j y_{ij}; \sum_{j=1}^{n} v_j = 1, \tag{2}$$

где y_{ij} – j-й безразмерный индикатор i-й проекции, v_i – его вес, Для обработки методики индикаторы вошли в интегральный индекс с одинаковыми весами.

Заключительный этап реализации предложенного подхода заключается в решении задачи прогнозирования. Эта задача решена путем составления системы дифференциальных уравнений (СДУ), в которых переменными являются обобщенные индексы по различным проекциям системы экономической безопасности. Использование аппарата дифференциальных уравнений обусловлено тем, что, в отличие от традиционных методов прогнозирования, основанных на корреляционно-регрессионном анализе, в данном случае устанавливается взаимосвязь между переменными. Это дает возможность анализировать совместную динамику индексов.

В математической постановке рассматривается задача Коши для системы однородных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = F(t,x), x(0) = x_0, \tag{3}$$

где x – вектор координат размерности n. Необходимо определить вид функции $F(x,t)$ по статистическим данным за фиксированный период времени.

Поставленная задача принадлежит к классу задач идентификации (обратных задач [3]), которые, как правило, являются некорректными. По определению, обратная задача поставлена условно корректно, если ее решение принадлежит некоторому подпространству гильбертова пространства (в нашем случае пространством является совокупность величин, изменяющихся во времени, а подпространством – отрезок L), на элементах которого справедлива априорная оценка [4]:

$$\|\varphi\|_L \le M\|f\|_L, \tag{4}$$

где φ – решение задачи; f – правая часть; M – константа, $\|f\|_L < \infty$.

Предположим, что в (3) F – слабо нелинейная функция. Это допущение может быть оправдано тем, что в задачах идентификации (3) «погрешность оказывается минимальной для наиболее длинных волн возмущений и быстро растет в направлении высоких гармоник, как правило, описывающих мелкомасштабные особенности решений» [4] и на малых временных отрезках решения близки к линейным.

Пусть x^* – известный дискретный вектор системы (3), а $\bar{x}$ – сглаженный непрерывный вектор в области L. Тогда в предположении о слабой нелинейности правой части, справедливо следующее соотношение:

$$F(t,\bar{x}) = A_t\bar{x} + \alpha(t,\bar{x}), \tag{5}$$

где $\|\alpha\|_L = o(\|A\|_L)$, A_t – некоторый линейный оператор. В этом случае задача сводится к построению линейного оператора A_t.

На первом этапе вычисляются коэффициенты корреляции между исходными векторами переменных. Это необходимо для того, чтобы определить направления взаимного влияния между параметрами системы.

На следующем этапе вычисляются аппроксимирующие сплайн-функции, их первые производные и уточняются периоды колебания обобщенных индексов. В данном алгоритме использован один из возможных подходов, основанный на аппроксимации статистических данных кубическими сплайнами по точкам и сглаживающими сплайнами. Использование кубического сплайна для анализа статистических данных позволяет оценить периодический характер переменных в задаче (3). Для решения задачи идентификации длиннопериодических решений использовалась кусочно-кубическая интерполяция со сглаживанием. В случае ярко выраженного колебательного характера процессов, коэффициенты c_{ij} матрицы A_t должны быть выбраны в форме первых членов тригонометрического ряда Фурье, а строка матрицы A_t принимает вид:

$$c_{1i}x_1 + c_{2i}x_2 + \ldots + c_{ii}\cos\left(\frac{\pi t}{T_{2i}} + \theta_i\right)x_i + \ldots + c_{in}x_n + c_{ii}\cos\left(\frac{\pi t}{T_{1i}}\right), \tag{6}$$

где T_{2i} и θ_i период изменений и фаза измеренного вектора x_i^* соответственно; T_{1i} – период изменений, близкий к периоду цикла Жугляра (7-12 лет).

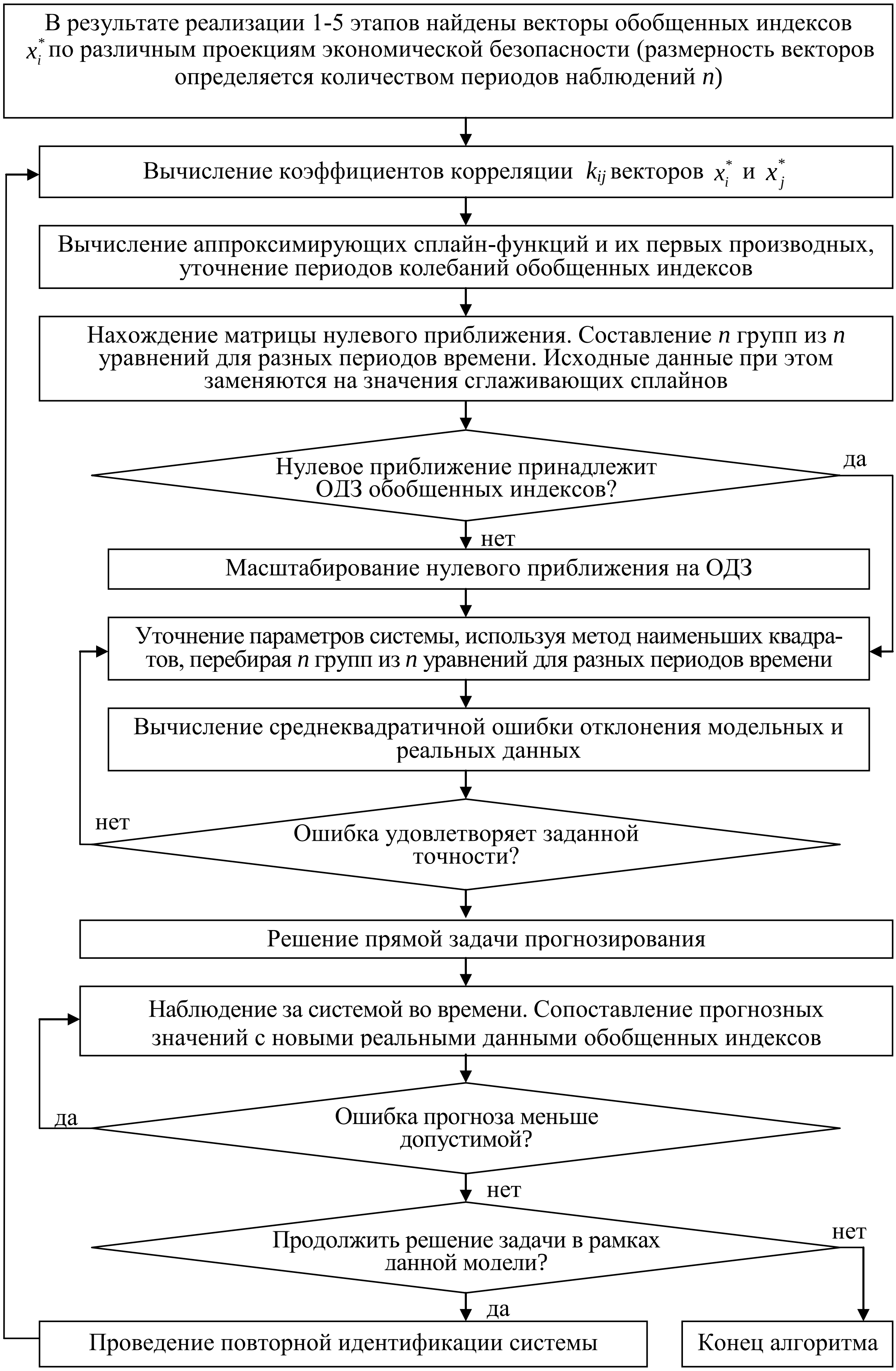

Рис. 2. Блок-схема адаптивного алгоритма идентификации параметров системы дифференциальных уравнений

На следующем шаге алгоритма находится матрица нулевого приближения. Для этого используется итерационный процесс подбора коэффициентов. Этот процесс будет сходиться, если нулевое приближение A_0 имеет решение на отрезке L, которое определяется значением векторов.

Далее в алгоритме проверяется условие принадлежности нулевого приближения области допустимых значений (ОДЗ) обобщенных индексов. Если полученная область L_0 шире области L допустимых значений x^*, то матрицу A_0 масштабируем и, повторно решая задачу, уточняем область L_0.

На следующем шаге алгоритма методом наименьших квадратов уточняются периоды T_{2i}, T_{1i} и поправочные коэффициенты d_{ij}. Для этого используется метод дихотомии, позволяющий найти коэффициенты исходной системы уравнений. Далее вычисляется среднеквадратичная ошибка расхождения модельных и исходных данных. Если изменение коэффициента привело к уменьшению среднеквадратичной ошибки, то вычислительный эксперимент повторяется с тем же шагом в ту же сторону до тех пор, пока дисперсия не начнет расти. В итоге получается явный вид функции $F(x,t)$ в задаче (3) в виде матрицы A_t.

Следующим этапом алгоритма является решение прямой задачи, которая заключается в интегрировании системы дифференциальных уравнений и использовании полученного решения для прогнозирования поведения обобщенных индексов развития социально-экономической системы.

Поскольку данных статистики мало, в процессе наблюдения за системой в случае недопустимого расхождения исходных и модельных данных можно провести повторную идентификацию системы. Как только появляются новые данные, целесообразно сопоставление полученных по методике прогнозных значений с реальными данными обобщенных индексов. На рис. 2 представлена блок-схема алгоритма.

Для оценки достоверности прогноза необходимо провести процедуру верификации. На рис. 3–6 приведены результаты моделирования. При решении задачи идентификации использовались ряды данных интегральных индексов за 2000-2009 гг. Эти данные отложены на рисунках круглыми маркерами. Результаты моделирования, включая прогноз, отображены сплошными линиями (модель). После опубликования в начале 2013 года статистических данных, позволивших рассчитать обобщенные индексы по проекциям экономической безопасности, появилась возможность верификации модели прогнозирования путем сопоставления результатов прогнозных значений с фактическими характеристиками объекта прогнозирования за 2010-2011 год. На рисунках соответствующие данные отражены с помощью символа «×».

Рис. 3. Пример моделирования и верификации прогноза экономической безопасности России для проекции «Реальная экономика»

Рис. 4. Пример моделирования и верификации прогноза экономической безопасности России для проекции «Социальная сфера»

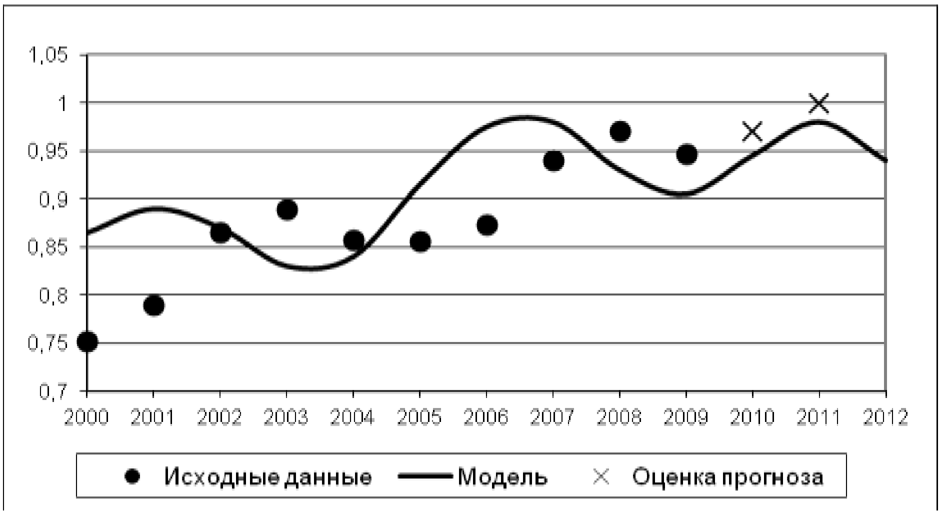

Рис. 5. Пример моделирования и верификации прогноза экономической безопасности России для проекции «Денежно-финансовая сфера»

Рис. 6. Пример моделирования и верификации прогноза экономической безопасности России для проекции «Внешнеэкономическая сфера»

По результатам моделирования можно сделать следующие выводы:

1. Данные за 2010-2011 год в целом удовлетворительно соответствуют прогнозным значениям.

2. Наиболее устойчиво развиваются две сферы – внешнеэкономическая и социальная. При этом индекс внешнеэкономической сферы достигает порогового значения уже к 2011 году. Индекс социальной сферы от порога еще далек, хотя и демонстрирует медленный рост.

3. Сфера реальной экономики и денежно-финансовая сфера демонстрируют большую дисперсию и волнообразные изменения с периодом 1,5-3 года, причем в последние годы они развиваются в противофазе. В этих же сферах наблюдаются более значительные ошибки прогнозирования. Экономический кризис особенно сильно повлиял на показатели реальной экономики. Наиболее значимым было резкое изменение индикатора «Среднегодовые темпы прироста ВВП», который в 2009 году изменил знак, а в 2010-2011 – вновь восстановил прежнюю динамику. Такие резкие изменения повлияли и на качество прогноза.

4. В целом верификация показала вполне удовлетворительное совпадение реальных и прогнозируемых значений обобщенных индексов, что позволяет сделать вывод о возможности применения разработанного инструментария для прогнозирования состояния системы экономической безопасности страны. Для увеличения точности прогнозов следует использовать адаптивный алгоритм идентификации параметров.

Дальнейшее развитие математического аппарата может быть связано с введением в систему уравнений запаздывания и управления. Это приблизит к решению задачи выработки оптимальных управляющих воздействий с целью достижения и поддержания необходимых уровней экономической безопасности, определяемых пороговыми значениями соответствующих показателей.

Таким образом, в статье предложен метод моделирования динамики индикаторов экономической безопасности. Разработан алгоритм идентификации параметров системы дифференциальных уравнений, основанный на сплайн-аппроксимации, позволяющий выявлять взаимосвязи между обобщенными индексами и делать среднесрочные прогнозы динамики социально-экономических систем. Данный алгоритм был апробирован в задачах стратегического анализа и прогнозирования поведения системы индикаторов экономической безопасности России.

Библиографический список

1. **Сенчагов, В.К.** Экономическая безопасность России: общий курс: учебник / В.К. Сенчагов. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. – 815 с.
2. **Сенчагов, В.К.** Экономическая безопасность регионов России / В.К. Сенчагов [и др.]. – Н.Новгород: Растр-НН, 2012.
3. **Ружников, Г.М.** Идентификация линейных нестационарных систем // Асимптотические методы в теории систем. – Иркутск, 1973. Вып. 5. С. 175–180.
4. **Марчук Г.И.** Методы вычислительной математики / Г.И. Марчук. – М.: Наука, 1977. – 456 с.

Дата поступления
в редакцию 05.06.2013

Y. F. Orlov, E. S. Mityakov

ALGORITHM FOR ANALYSIS AND FORECASTING OF THE BEHAVIOR OF RUSSIA'S ECONOMIC SECURITY INDICATORS

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alexeev

The article proposes an algorithm for analysis and forecasting of the behavior of Russia's economic security indicators based on the computation of integral indices by various economic security projections with further generation of a differential equation system that would describe the common behavior of such indices. The proposed algorithm was used as a basis for the economic security forecast verification.

Key words: economic security, economic security integral indices, analysis and forecasting of economic dynamics, differential equation system identification.