УДК 621.396.96

А.Н. Ковалев, Ф.Н. Ковалев

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ЦЕЛИ В ПРОСВЕТНОМ РАДИОЛОКАТОРЕ С РАЗНЕСЕННЫМ ПРИЕМОМ

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Цель: Разработка алгоритма определения координат цели в просветном радиолокаторе с одним передатчиком и двумя синхронизованными по времени приемниками. Сопутствующей целью является разработка методики определения координат неманеврирующего объекта по предварительно найденным параметрам его траектории. Методология / подход: Используемые в алгоритме соотношения получены исходя из геометрических особенностей просветной радиолокационной системы и характера движения типичных целей. Работоспособность алгоритма и основные выводы подтверждены численными экспериментами.

Результаты: Предложен алгоритм определения траекторных параметров и координат цели по измерениям доплеровских частот в двух разнесенных приемниках просветной радиолокационной системы. Основой алгоритма являются аппроксимация измерений доплеровских частот, расчет угловой скорости по разности частот, вычисление моментов времени пресечения целью отрезков между передатчиком и приемниками по аппроксимированным зависимостям и приближенные геометрические соотношения, полученные для схемы просветного радиолокатора. Проведено исследование точности определения координат на математической модели.

На предлагаемом алгоритме опробована новая методика оценки координат в просветных системах с предварительным вычислением траекторных параметров.

Применение: Просветная радиолокация.

Оригинальность / значение: Предложенный алгоритм упрощает местоопределение в просветных многопозиционных радиолокаторах с измерениями доплеровских частот рассеянного сигнала в разнесенных приемниках. Последовательность основных действий алгоритма можно рекомендовать для обработки измерений в других типах просветных систем с монохроматическим излучением, в том числе в бистатических радиолокаторах.

Ключевые слова: просветная радиолокация, многопозиционная радиолокационная система, доплеровская частота, аппроксимация измерений доплеровской частоты, угловая скорость, момент пересечения объектом отрезка между приемником и передатчиком, параметры траектории.

Просветные радиолокационные системы (РЛС) основаны на повышенной интенсивности излучения, рассеянного на цели в область ее тени, и являются эффективным средством обнаружения малоразмерных, а также низколетящих объектов [1–4].

В просветных РЛС с монохроматическим передатчиком оценку координат цели можно произвести по измерениям доплеровских частот в синхронизованных по времени разнесенных приемниках [5]. Задача местоопределения упрощается, если по частотным измерениям предварительно находить угловые координаты либо угловую скорость цели [6–9].

В настоящей работе предлагается и исследуется алгоритм определения траекторных параметров и координат цели в просветных РЛС с предварительным вычислением угловой скорости по разности доплеровских частот сигнала в разнесенных приемниках и оценкой моментов времени пересечения целью отрезков между передатчиком и приемниками.

На рис. 1 изображена схема простейшей просветной двухкоординатной многопозиционной радиолокационной системы, состоящей из одного передатчика и двух приемников. Элементы РЛС расположены в плоскости xOy: приемники размещены на оси Oy на равном удалении b/2 от начала системы координат (точки O), передатчик (П) находится на оси Oxна расстоянии a от точки O, a >> b. Цель движется со скоростью \vec{v} в плоскости xOy, пересекая ось Ox под углом ψ в точке (s,0) в момент времени τ . На рис. 1 обозначено: r_{Π} – расстояние от передатчика до цели, $r_{\Pi p1}$, $r_{\Pi p2}$ – расстояния от приемников Пр₁, Пр₂ до цели, φ – угол, характеризующий направление на цель из начала системы координат относительно оси Ox, β – угол между направлениями на приемники из пункта расположения передатчика, h –

[©] Ковалев А.Н., Ковалев Ф.Н., 2014.

длина проекции на ось *Oy* участка траектории цели между отрезками [П,Пр₁] и [П,Пр₂], соединяющими пункты расположения передатчика и приемников. Определение координат цели осуществляется при ее одновременном наблюдении в приемниках и на небольших удалениях от оси *Ox*: |y| << s, |y| << (a-s) – зона действия системы представляет собой узкую, вытянутую вдоль оси*Ox*, область.



Рис. 1. Схема просветной РЛС с разнесенным приемом

Доплеровские частоты рассеянного на лоцируемом объекте сигнала в приемных пунктах Пр₁, Пр₂ выражаются в виде

$$f_1(t) = -\frac{1}{\lambda} \frac{dl_1(t)}{dt},\tag{1}$$

$$f_2(t) = -\frac{1}{\lambda} \frac{dl_2(t)}{dt},$$
(2)

где $l_1(t) = r_n(t) + r_{np1}(t)$, $l_2(t) = r_n(t) + r_{np2}(t)$; t – время; λ – длина волны излучения передатчика.

Если расстояния r_{np1} , r_{np2} намного превосходят величину *b* разнесения приемников, то разность доплеровских частот (1), (2) пропорциональна угловой скорости объекта [8,9]:

$$\Delta f(t) = f_1(t) - f_2(t) = -\frac{1}{\lambda} \frac{d\Delta r(t)}{dt} \approx -\frac{b}{\lambda} \omega(t), \qquad (3)$$

где $\Delta r(t) = r_{\text{пр1}}(t) - r_{\text{пр2}}(t), \ \omega(t) = d\varphi(t)/dt$ – угловая скорость.

Вследствие узости зоны действия, в просветных системах обычно рассматривают движение цели с постоянной скоростью \vec{v} . Более того, в основе расчетов характеристик сигнала и координат лежит модель движения с углами ψ , близкими к 90° [4,10]. При равномерном прямолинейном движении текущие координаты цели можно представить следующим образом:

$$x(t) = s + v_x(t - \tau), \qquad (4)$$

$$y(t) = v_{y}(t - \tau), \qquad (5)$$

где $v_x = v \cos \psi$, $v_y = v \sin \psi$, $v = |\vec{v}|$ – величина скорости. То есть координаты выражаются через параметры траектории τ , *s*, *v*, ψ или, что равнозначно, τ , *s*, v_y , v_x . Это позволяет задачу нахождения координат перевести в плоскость поиска траекторных параметров: определение параметров ведет и к определению текущих координат цели (4), (5).

В случае $\psi \approx 90^{\circ}$ компонента скорости $v_x \approx 0$, и основными параметрами задающими изменение координат являются τ , *s*, v_y , при этом

$$x(t) \approx s \,. \tag{6}$$

При равномерном движении цели ортогонально оси Ox проявляются важные свойства доплеровских частот $f_1(t), f_2(t)$ и их разности $\Delta f(t)$ (3).

Во-первых, зависимости $f_1(t)$ и $f_2(t)$ становятся близкими к линейным [5,6]. Это дает возможность аппроксимировать их полиномами первой степени:

$$f_1^{a}(t) = c_{01} + c_{11}t, \quad f_2^{a}(t) = c_{02} + c_{12}t.$$
 (7)

Коэффициенты c_{0j} , c_{1j} , $j = \overline{1,2}$ рассчитываются по критерию наименьших квадратов по нескольким последовательным оценкам доплеровской частоты в каждом из приемников. Коэффициенты c_{11} и c_{12} имеют смысл скорости изменения соответствующей доплеровской частоты.

Аппроксимирующие полиномы (7) можно использовать для повышения точности оценок частоты. Также с их помощью удобно определять моменты пересечения целью отрезков [П,Пр₁] и [П,Пр₂] [11]. В эти моменты

$$f_1(\tau_1) = 0, \quad f_2(\tau_2) = 0,$$

и их можно оценить из (7) по формулам

$$\tau_1 = -\frac{c_{01}}{c_{11}}, \quad \tau_2 = -\frac{c_{02}}{c_{12}}, \tag{8}$$

где τ_1 – момент пресечения целью отрезка [П,Пр₁]; τ_2 – отрезка [П,Пр₂].

Во-вторых, зависимости $\Delta f(t)$ и $\omega(t)$ меняются во времени слабо. Действительно, поскольку

$$\varphi(t) = \operatorname{arctg} \frac{y(t)}{x(t)} \approx \frac{v_y(t-\tau)}{s}$$

является квазилинейной функцией времени, то

$$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt} \approx \frac{v_y}{s} = \text{const}, \qquad (9)$$

и, согласно (3),

 $\Delta f(t) \approx \text{const}$.

Полагая Δf неизменной, оценку ω можно вычислять уже вначале наблюдения. Для снижения погрешностей измерений угловую скорость ω целесообразно находить по разности полиномов (7) либо аппроксимировать непосредственно разность частот $\Delta f(t)$. В последнем случае достаточно взять полином нулевого порядка, т.е. аппроксимированное значение Δf находить как среднее арифметическое нескольких оценок разности частот.

Полученные значения τ_1 , τ_2 и ω позволяют определить искомые траекторные параметры τ , *s*, v_y . Величину τ удобно вычислять как среднее арифметическое от τ_1 и τ_2 :

$$\tau = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2}.\tag{10}$$

Два других параметра находятся из системы уравнений

$$\omega = \frac{v_y}{s},\tag{11}$$

$$v_y = \frac{h}{(\tau_2 - \tau_1)},\tag{12}$$

$$h = 2(a-s)\operatorname{tg}(\beta/2). \tag{13}$$

Уравнения (11), (12) отражают кинематику принятой модели движения; уравнение (13) является свойством прямоугольного треугольника с катетами, имеющими длины h/2 и (a-s) (см. рис. 1). Решение системы (11) – (13) приводит к следующим формулам расчета траекторных параметров:

$$s = \frac{2a \operatorname{tg}(\beta/2)}{\omega(\tau_2 - \tau_1) + 2\operatorname{tg}(\beta/2)} = \frac{b}{\omega(\tau_2 - \tau_1) + 2\operatorname{tg}(\beta/2)},$$
(14)

$$v_y = \omega s$$
 или $v_y = \frac{\omega b}{\omega(\tau_2 - \tau_1) + 2 \operatorname{tg}(\beta/2)}.$ (15)

Возможность оценивания траекторных параметров и координат цели по изложенному алгоритму (7)–(15) исследовалась методом математического моделирования. Рассматривалась модель одновременных измерений доплеровских частот в приемниках, выполняемых с интервалом времени *T*. Ошибки измерений – независимые, распределенные по нормальному закону, дисперсия ошибок σ_f^2 со временем не меняется, смещение оценок частот отсутствует.

На рис. 2 и рис. 3 в качестве примера представлены вычисленные по результатам 1000 независимых численных экспериментов математическое ожидание m_s (штриховые линии) и среднеквадратичное отклонение σ_s (пунктирные линии) ошибки определения траекторного параметра *s* в зависимости от времени *t* наблюдения за целью. Штрихпунктирными линиями показаны графики полной ошибки $\varepsilon_s = \sqrt{m_s^2 + \sigma_s^2}$.

Были приняты следующие параметры системы: a = 40 км, b = 300 м, $\lambda = 1$ м, $\sigma_f = 0,2$ Гц, T = 1 с. Цель двигалась со скоростью v = 200 м/с под углом $\psi = 90^\circ$ и пресекала ось Ox в точке с абсциссой s = 15 км (рис. 2), s = 30 км (рис. 3). Обе траектории показаны на рис. 4 штрихом. Зона действия РЛС имела условные границы $y = \pm 3$ км. Наблюдение за целью начиналось в момент t = 0, когда ее ордината принимала значение y = -3 км, так что момент пересечения целью оси Ox составлял $\tau = 15$ с.

Момент начала наблюдения совпадал с моментом первого измерения доплеровских частот в приемниках. Время наблюдения и число *n* пар измерений связаны равенством t = (n-1)T или n = 1 + t/T.



Рис. 2. Зависимость точности определения параметра *s* от времени наблюдения *t* для траектории с $\psi = 90^\circ$, s = 15 км



Рис. 3. Зависимость точности определения параметра *s* от времени наблюдения *t* для траектории с $\psi = 90^\circ$, s = 30 км



Рис. 4. Результаты экспериментов по определению местоположения цели

Для расчета коэффициентов c_{0j} , c_{1j} полиномов (7) по критерию наименьших квадратов использовалось по N = 10 последних на текущий момент t измерений доплеровской частоты в каждом из приемников ($j = \overline{1,2}$). В начале наблюдения до момента t < (N-1)T, то есть когда n < N, аппроксимация проводилась по всем имеющимся измерениям.

Моменты τ_1 , τ_2 определялись по (8). После пересечения целью отрезков [П,Пр₁] и [П,Пр₂] их значения фиксировались и далее были неизменны. Величина угловой скорости определялась по разности аппроксимированных функций (7) на протяжении всего времени наблюдения в центре интервала аппроксимации – в момент (t - (N-1)T/2).

Использование для аппроксимации большего, чем 10 числа N измерений, приводило к снижению дисперсии σ_s и полной ошибки ε_s . Так, при использовании всех поступивших измерений частоты ошибка ε_s в конце наблюдения уменьшалась примерно на 10 ÷ 20 %, по сравнению со значениями, изображенными на рис. 2 и рис. 3. Однако большое N вряд ли оправдано, поскольку может приводить к значительному росту систематической ошибки m_s при движении цели с курсами ψ , отличными от 90°.

На рис. 4 сплошными линями показаны результаты двух экспериментов по определению координат цели (5), (6) по вычисленным параметрам (10), (14), (15) для рассмотренных примеров. Эксперименты показали, что разработанный алгоритм обладает достаточно высокой для рассматриваемого класса систем точностью. Для сравнения на рис. 2 и рис. 3 сплошными линиями показаны графики потенциально достижимого среднеквадратичного отклонения ошибки определения величины *s* методом максимального правдоподобия в системе с заданными параметрами и для рассматриваемых траекторий. Расчет потенциальной точности произведен по матрице Фишера [11] для параметров τ , *s*, *v*_v ортогональной оси *Ox* траектории.

Следует отметить, что в экспериментах алгоритм (7) – (15) сохранял работоспособность при отклонении курса ψ от 90° (в диапазоне от 60° до 120°). В таких случаях уточнение значений траекторных параметров τ , *s*, *v*, и угла ψ относительно постулированного в алгоритме значения $\psi = 90^{\circ}$ нетрудно произвести на следующем этапе обработки методом максимального правдоподобия. Этим же методом можно уточнить и координаты наклонной траектории [9, 12].

Применимость алгоритма исследовалась и для целей с нелинейным во времени изменением координат и для маловысотных целей. Было установлено, что при движении с незначительными ускорениями ортогонально оси Ox работоспособность алгоритма также сохранялась: увеличение погрешностей координат происходило, главным образом, до пересечения целью оси Ox. В случае же движения цели на небольшой высоте (до 2 км) над плоскостью xOy точность оценки параметров изменялась незначительно.

Разновидность формул (14), (15) может быть получена, если выразить $\Delta f(t)$ и далее $\omega(t)$ через коэффициенты c_{11} и c_{12} (7), например,

$$f_1^{a}(t) - f_2^{a}(t) = c_{01} + c_{11}t - c_{02} - c_{12}t \approx c_{12}\tau_2 - c_{11}\tau_1, \quad \omega(t) \approx -\frac{\lambda}{b}(c_{12}\tau_2 - c_{11}\tau_1), \quad (16)$$

или

$$f_1^{a}(t) - f_2^{a}(t) \approx \frac{c_{11} + c_{12}}{2} (\tau_2 - \tau_1), \quad \omega(t) \approx -\frac{\lambda}{b} \frac{c_{11} + c_{12}}{2} (\tau_2 - \tau_1).$$

Тогда

S

$$=\frac{2ab \operatorname{tg}(\beta/2)}{-\lambda(c_{12}\tau_2 - c_{11}\tau_1)(\tau_2 - \tau_1) + 2b \operatorname{tg}(\beta/2)} = \frac{b^2}{-\lambda(c_{12}\tau_2 - c_{11}\tau_1)(\tau_2 - \tau_1) + 2b \operatorname{tg}(\beta/2)}, \quad (17)$$

или

$$s = \frac{4a \operatorname{tg}(\beta/2)b}{-\lambda(c_{11} + c_{12})(\tau_2 - \tau_1)^2 + 4\operatorname{tg}(\beta/2)b} = \frac{2b^2}{-\lambda(c_{11} + c_{12})(\tau_2 - \tau_1)^2 + 4\operatorname{tg}(\beta/2)b}.$$
 (18)

Коэффициенты c_{01} и c_{02} в (16) выражены через моменты τ_1 и τ_2 (8): $c_{01} = -c_{11}\tau_1$, $c_{02} = -c_{12}\tau_2$. В рассматриваемых условиях алгоритмы на основе (14) и (17), (18) приводили к примерно одинаковым результатам. Выражение ω через c_{11} , c_{12} и формулы (17), (18) могут быть полезны при использовании первичной обработки с многоканальностью по девиации частоты.

На основе понятия угловой скорости можно получить и другие выражения для расчета траекторных параметров в просветных системах. В качестве примера приведем еще одну формулу для параметра *s* [8,9]:

$$s = \frac{a\lambda\gamma}{\lambda\gamma - a\omega^2},\tag{19}$$

где γ – скорость изменения доплеровской частоты сигнала, принимаемого в точке O с координатами (0, 0) (рис. 1), которая при использовании приемников Пр₁ и Пр₂ находится как среднее арифметическое коэффициентов c_{11} , c_{12} :

$$\gamma = \frac{c_{11} + c_{12}}{2}$$

По (19) можно рассчитать параметр *s* и в бистатических просветных системах, когда вместо двух приемников используется один в точке *O*, но с измерениями угла $\varphi(t)$ в дополнение к измерениям доплеровской частоты *f*(*t*) [3,10]. В этом случае γ следует определять путем аппроксимации измерений доплеровской частоты, а ω – аппроксимацией угловых измерений.

В бистатических системах с большой относительной ошибкой измерений угла

$$\sigma_{\varphi} / \varphi(t) >> \sigma_f / f(t)$$

(σ_φ – среднеквадратичное отклонение ошибки измерения угла) точность будет выше при вычислении скорости изменения угла по формуле

$$\omega(t) = \frac{\varphi^{a}(t)}{t - \tau}$$
(20)

с привлечением частотных измерений для оценки момента τ пересечения целью оси *Ox* ($f(\tau) = 0$). И если оценку τ целесообразно производить по измерениям доплеровской частоты f(t) при движении цели в непосредственной близости от оси *Ox*, то аппроксимированное значение угла $\phi^{a}(t)$ лучше определять по измерениям угла на максимальном удалении цели от оси *Ox* (при условии $\sigma_{\phi} = \text{const}$ [10]). На конечных участках траектории величину γ можно также определить по формуле, аналогичной (20), с оценкой τ , полученной в окрестности оси *Ox*.

В трехкоординатных бистатических РЛС поиск траекторных параметров следует осуществлять сначала в горизонтальной плоскости (τ , *s*, v_y), а затем отдельно производить расчет высоты уже с привлечением измерений угла места [10].

Выводы

Таким образом, алгоритм, состоящий из аппроксимации измерений доплеровских частот (7), вычисления моментов τ_1 , τ_2 (8) и угловой скорости ω (3), определения по (10), (14), (15) траекторных параметров цели, позволяет получать оценки параметров с приемлемой для просветных систем точностью. Текущие координаты цели после определения траекторных параметров рассчитываются по (4), (5) и далее при необходимости могут быть уточнены методом максимального правдоподобия. В системах с несколькими передатчиками для расчета параметров траектории следует вычислять угловую скорость относительно системы передатчиков [8].

Аналогичные алгоритмы с оцениванием угловой скорости и моментов пересечения целью отрезков между передатчиками и приемниками и последующим расчетом на основе приближенных формул параметров траектории и далее координат можно использовать в просветных радиолокаторах других типов, например в бистатических, с одним передатчиком и одним приемником.

Библиографический список

- 1. Ваганов, Р.Б. Основы теории дифракции / Р.Б. Ваганов, Б.З. Каценеленбаум. М.: Наука, 1982. 272 с.
- 2. Уфимцев, П.Я. Основы физической теории дифракции / П.Я. Уфимцев. М.: БИНОМ, 2011. 351 с.
- 3. Бляхман, А.Б. Бистатическая эффективная площадь рассеяния и обнаружение объектов при радиолокации "на просвет" / А.Б. Бляхман, И.А. Рунова // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46. № 4. С. 424–432.
- 4. **Чапурский, В.В.** Синтезированная теневая радиоголография в бистатической радиолокации // Радиотехника. 2009. № 3. С. 52–69.
- 5. Ковалев, Ф.Н. Определение координат движущихся целей по измерениям доплеровской ча-

стоты в радиолокационных системах с обнаружением "на просвет" // Радиотехника и электроника. 2007. Т. 52. № 3. С. 331–339.

- 6. Ковалев, А.Н. Измерение угловых координат движущейся цели в просветных радиолокаторах с разнесенным приемом / А.Н. Ковалев, Ф.Н. Ковалев // Труды Нижегород. гос. техн. у-та. 2013. № 4(101). С. 134–139.
- 7. Ковалев, Ф.Н. Интегральный доплеровский метод измерения угловых координат объекта в системах радиолокации на просвет // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2013. № 12. URL: http://jre.cplire.ru/jre/dec13/13/text.pdf.
- 8. Ковалев, А.Н. Определение координат движущейся цели в просветной многопозиционной радиолокационной системе / А.Н. Ковалев, Ф.Н. Ковалев // Вестник Рязан. гос. радио-тех. у-та. 2013. № 4. Вып. 46. Ч. 1. С. 46–49.
- 9. Ковалев, Ф.Н. Определение координат цели методом максимального правдоподобия в просветной многопозиционной радиолокационной системе // Системы управления и информационные технологии. 2013. № 2.1(52). С. 128–132.
- 10. **Ковалев, Ф.Н.** Определение параметров траектории цели в просветных бистатических радиолокационных системах // Системы управления и информационные технологии. 2013. № 4(54). С. 86–90.
- 11. Ковалев, А.Н. Определение момента пересечения объектом отрезка между приемником и передатчиком в системах радиолокации на просвет / А.Н. Ковалев, Ф.Н. Ковалев // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2013. № 4(12). С. 30–36.
- 12. Черняк, В.С. Многопозиционная радиолокация / В.С. Черняк. М.: Радио и связь, 1993. 416 с.

Дата поступления в редакцию 04.02.2014

A.N. Kovalev, F.N. Kovalev

ALGORITHM OF ESTIMATING THE TARGET COORDINATES IN FORWARD-SCATTERING MULTISTATIC RADAR SYSTEM

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alexeev

Purpose: The design of algorithm of estimating the target coordinates in forward-scattering radar system with one transmitter and two synchronized receivers. A companion purpose is to develop methodology for determining the coordinates of the moving object by estimation its trajectory parameters.

Methodology / approach: The algorithm is based on geometrical features of forward-scattering radar system and features of motion of typical targets. The main results are confirmed by a simulations experiment.

Findings: Algorithm of estimating the trajectory parameters and target coordinates by measuring the Doppler frequencies in the two spaced apart receivers of forward-scattering radar system is proposed. Basis for the algorithm is approximation Doppler measurements, calculation of the angular velocity by difference Doppler frequencies, estimating moments the location of target between the transmitter and each receiver by approximating polynomials, geometrical relations of forward-scattering radar systems. The investigation of the algorithm was performed on a mathematical model.

New methodology of calculation the coordinates by the value of trajectory parameters is tested on the proposed algorithm.

Research limitations/implications: Forward-scattering radar.

Originality/value: The proposed algorithm simplifies finding a location of targets in forward-scattering radar systems with measurements of Doppler frequency in spaced apart receivers. Sequence of basic operations of the algorithm may be used for processing of measurements in other types of forward-scattering radar systems with monochromatic radiation, including a bistatic radar.

Key words: forward-scattering radar, multistatic radar system, Doppler frequency, approximation of measurements Doppler frequency, angular velocity, moment the location of target between the transmitter and receiver, trajectory parameters.