

УДК 621.396.96

А.Н. Ковалев, Ф.Н. Ковалев

## ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ТРАЕКТОРИИ ЦЕЛИ В ПРОСВЕТНОМ БИСТАТИЧЕСКОМ РАДИОЛОКАТОРЕ

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

**Цель:** Оценка точности определения траекторных параметров цели методом максимального правдоподобия в просветном радиолокаторе с измерениями доплеровской частоты рассеянного сигнала. В приемнике радиолокатора напряжение доплеровской частоты выделяется амплитудным детектированием суммарного колебания, образуемого в результате интерференции рассеянной на цели радиоволны и более мощной прямой радиоволны от передатчика.

**Методология / подход:** Расчет точности произведен для нормально распределенных ошибок измерения доплеровской частоты путем обращения информационной матрицы Фишера.

**Результаты:** Получены формулы расчета потенциальной точности определения параметров траектории цели в бистатическом радиолокаторе с измерениями доплеровской частоты рассеянного сигнала. Приведен пример расчета потенциальной точности для просветного радиолокатора с конкретными характеристиками.

**Применение:** Просветная радиолокация, фазовые устройства измерения дальности и измерения азимута.

**Оригинальность / значение:** Представленная методика расчета точности позволяет на этапе проектирования выявить возможности просветной радиолокационной системы и определить ее параметры, исходя из требуемой точности. Оценка точности определения момента пересечения целью отрезка, соединяющего передатчик с приемником, позволяет определить параметры угломерных и дальномерных устройств более сложных просветных радиолокационных комплексов.

*Ключевые слова:* просветная радиолокация, бистатическая радиолокационная система, доплеровская частота, информационная матрица Фишера, параметры траектории.

В просветных радиолокационных системах (РЛС) обнаружение цели осуществляется в окрестности линии базы, соединяющей передатчик и приемник, где наблюдается повышенная интенсивность рассеянного вперед поля [1]. В просветных РЛС используют передатчики с монохроматическим излучением и приемники с амплитудным детектированием суммарного колебания, образуемого в результате интерференции прямой радиоволны от передатчика и рассеянной на цели радиоволны [2-5].

В настоящей работе оценивается точность определения координат цели по результатам измерений доплеровской частоты в просветном бистатическом радиолокаторе (состоит из одного передатчика и одного приемника).

На рис. 1 показана схема просветной бистатической двухкоординатной РЛС. Элементы системы размещены в плоскости  $xOy$ : приемник (Пр) – в начале системы координат (в точке  $O$ ), передатчик (П) – на оси  $Ox$  на расстоянии  $a$  от приемника, называемого базой. Цель движется со скоростью  $v$  в плоскости  $xOy$ , пересекая линию базы под углом  $\psi$  в точке  $(s, 0)$ ,  $0 < s < a$ . Расстояния  $r_n$  и  $r_{np}$  являются дальностями цели до передатчика и до приемника. Доплеровская частота принимаемого сигнала определяется скоростью изменения дальностей [5]:

$$f(t) = -\frac{1}{\lambda} \frac{d(r_n(t) + r_{np}(t))}{dt}, \quad (1)$$

$\lambda$  – длина волны излучения передатчика;  $t$  – время.

Измерения доплеровской частоты выполняются с одинаковым интервалом  $T$  и независимо друг от друга. Ошибки измерений распределены по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и неизменной во времени дисперсией  $\sigma_f^2$ .

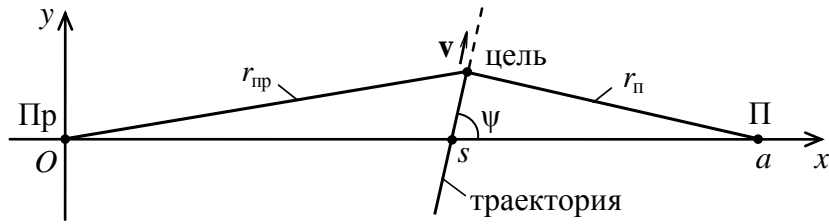


Рис. 1. Схема просветной бистатической РЛС

Поскольку обнаружение цели осуществляется на небольших удалениях от линии базы  $|y| \ll s$ ,  $|y| \ll (a-s)$ , то в качестве модели движения цели рассматривают ее равномерное прямолинейное движение с углами  $\psi$  близкими к  $90^\circ$  [3-6]:

$$x(t) = s + v_x(t - \tau), \quad (2)$$

$$y(t) = v_y(t - \tau), \quad (3)$$

где  $x(t)$ ,  $y(t)$  – координаты цели,  $v_x = |\mathbf{v}| \cos \psi$ ;  $v_y = |\mathbf{v}| \sin \psi$ ;  $|v_x| \ll |v_y|$ ;  $\tau$  – момент пересечения целью оси  $Ox$ .

Параметры траектории, через которые выражаются координаты (2), (3), удобно объединить в вектор [7]

$$\boldsymbol{\chi}_4 = [\tau, s, v_y, v_x]^T. \quad (4)$$

Индекс в обозначении вектора показывает число параметров, которые описывают траекторию (вектор  $\boldsymbol{\chi}_4$  состоит из четырех элементов),  $^T$  – знак транспонирования.

Связь параметров траектории (4) с доплеровской частотой (1) задается уравнениями [4, 5]

$$f_i(\boldsymbol{\chi}_4) = -\frac{1}{\lambda} \left\{ \frac{(x_i - a)v_x + y_i v_y}{\sqrt{(x_i - a)^2 + y_i^2}} + \frac{x_i v_x + y_i v_y}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} \right\}, \quad (5)$$

Здесь  $x_i = x(t_i)$ ,  $y_i = y(t_i)$  – значения координат цели (2), (3) в моменты измерений  $t_i = t_1 + (i-1)T$ ,  $i = \overline{1, n}$ , ( $n$  – число измерений на текущий момент времени  $t = t_n$ );  $t_1$  – момент первого измерения (совпадает с моментом вхождения цели в зону действия системы).

Все поступившие к текущему моменту времени  $t = t_n$  оценки доплеровской частоты объединяются в один вектор  $\mathbf{z}$ , а соответствующие им функции (5) для тех же моментов времени – в вектор  $\mathbf{h}$ :

$$\mathbf{z} = [\hat{f}_1, \dots, \hat{f}_i, \dots, \hat{f}_n]^T,$$

$$\mathbf{h} = [f_1, \dots, f_i, \dots, f_n]^T,$$

где  $\hat{f}_i$  – оценка доплеровской частоты в момент времени  $t_i$ ,  $\hat{f}_i = \hat{f}(t_i)$ . Размерности векторов  $\mathbf{z}$  и  $\mathbf{h}$  составляют величину  $n$ , увеличивающуюся со временем.

Корреляционная матрица, характеризующая потенциальную точность определения вектора  $\boldsymbol{\chi}_4$ , находится обращением информационной матрицы Фишера [7] и имеет вид

$$\mathbf{Q}_4 = [\mathbf{H}_4^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_4]^{-1}. \quad (6)$$

Здесь  $\mathbf{H}_4$  – матрица размером  $n \times 4$  с элементами, представляющими собой производные функций (5) по всем составляющим вектора  $\boldsymbol{\chi}_4$ , вычисленным для заданной траектории:

$$H_{i,1} = \frac{\partial f_i(\boldsymbol{\chi}_4)}{\partial \tau}, \quad H_{i,2} = \frac{\partial f_i(\boldsymbol{\chi}_4)}{\partial s}, \quad H_{i,3} = \frac{\partial f_i(\boldsymbol{\chi}_4)}{\partial v_y}, \quad H_{i,4} = \frac{\partial f_i(\boldsymbol{\chi}_4)}{\partial v_x};$$

$\mathbf{R}$  – корреляционная матрица ошибок измерений. Для рассматриваемой модели измерений

$$\mathbf{R} = \sigma_f^2 \mathbf{I},$$

$\mathbf{I}$  – единичная матрица размером  $n \times n$ .

Диагональные элементы матрицы  $\mathbf{Q}_4$  представляют собой минимальные значения дисперсий ошибок определения траекторных параметров  $\sigma_\tau^2$ ,  $\sigma_s^2$ ,  $\sigma_{v_y}^2$  и  $\sigma_{v_x}^2$ , которые достигаются в рассматриваемой системе для заданной траектории.

В качестве примера на рис. 2 сплошными линиями показаны графики среднеквадратичных отклонений  $\sigma_\tau$ ,  $\sigma_s$  и  $\sigma_{v_y}$  ошибок определения момента  $\tau$ , абсциссы  $s$  и компоненты скорости  $v_y$  в зависимости от времени наблюдения  $t_n$  (числа  $n$  измерений доплеровской частоты) для траектории с параметрами  $s = 10$  км,  $\tau = 20$  с,  $v = 200$  м/с и  $\psi = 90^\circ$ . Параметры системы имели значения:  $a = 40$  км,  $\lambda = 1$  м,  $T = 1$  с,  $\sigma_f = 0,2$  Гц. Зона действия системы условно задавалась границами  $y = \pm 4$  км. На графике начало отсчета времени совпадает с моментом первого измерения:  $t_1 = 0$ . Время наблюдения и число измерений связаны равенством  $t_n = (n - 1)T$  или  $n = 1 + t_n/T$ .

Другой вариант расчета точности, предназначенный для движения цели строго перпендикулярно линии базы ( $\psi = 90^\circ$ ,  $v_x = 0$ ), предусматривает оценку вектора

$$\chi_3 = [\tau, s, v_y]^T. \quad (7)$$

В этом случае расчет можно произвести по формуле, аналогичной (6),

$$\mathbf{Q}_3 = [\mathbf{H}_3^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_3]^{-1}. \quad (8)$$

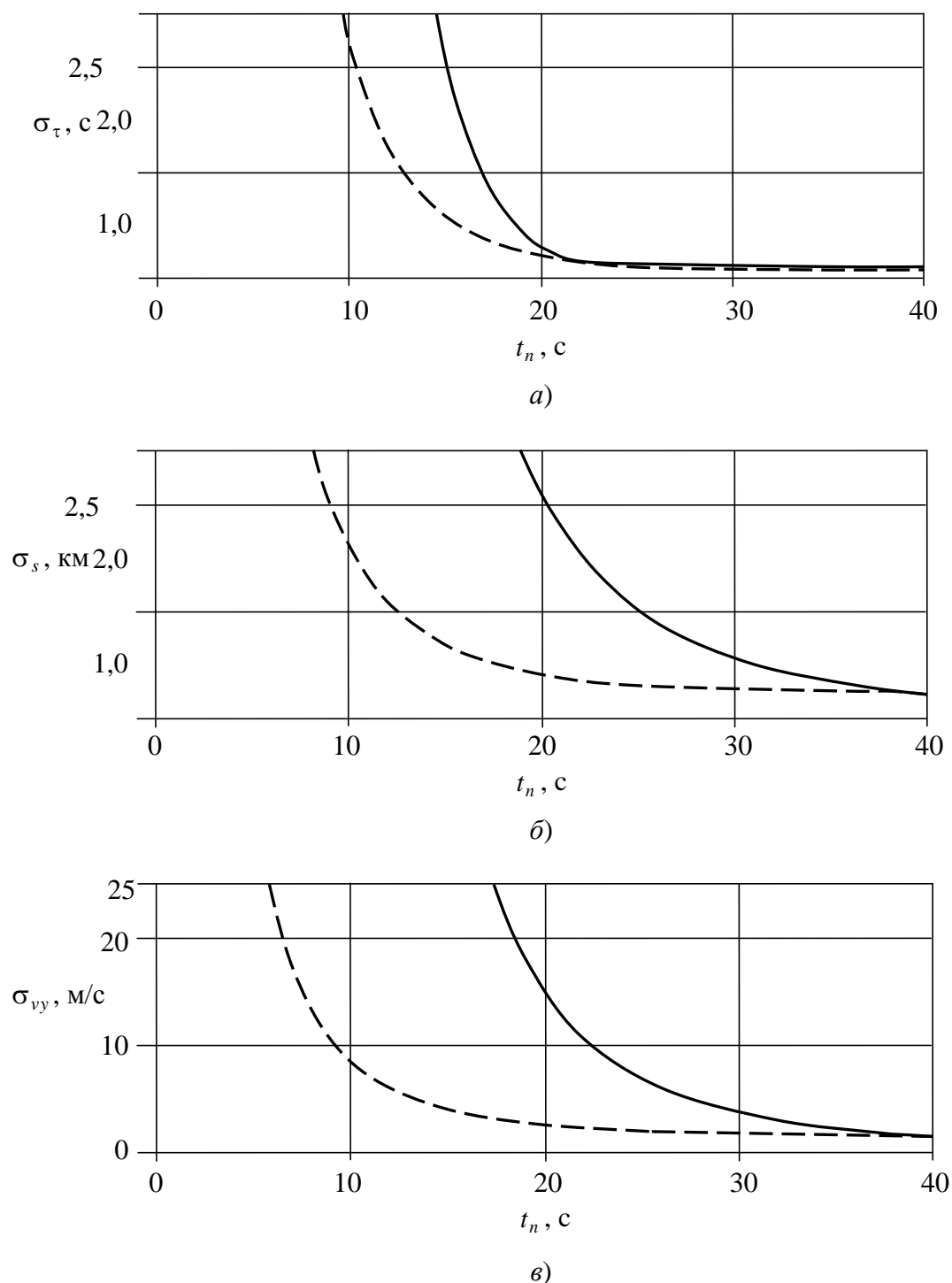
Матрица производных  $\mathbf{H}_3$  имеет размер  $n \times 3$  и содержит производные доплеровской частоты (5) только по параметрам  $\tau$ ,  $s$ ,  $v_y$  ( $\mathbf{H}_3$  получается из  $\mathbf{H}_4$  исключением четвертого столбца).

Результаты расчета по (8) для рассмотренного примера представлены штриховой линией на рис. 2.

Из приведенных графиков видно, что наилучшая точность определения параметров траектории достигается на выходе цели из зоны действия; при этом  $\sigma_\tau$  после пересечения целью линии базы меняется незначительно. На начальных участках траектории ошибки определения параметров велики, что связано с малым числом поступивших измерений. Точность оценки параметров неполного вектора  $\chi_3$  на начальных участках намного лучше, чем полного вектора  $\chi_4$ . Поэтому поиск координат цели в системе целесообразно начинать, исходя из предположения о движении цели ортогонально линии базы [7, 8].

Лучшая точность элементов вектора  $\chi_3$  в сравнении с  $\chi_4$  обусловлена меньшим количеством оцениваемых параметров при том же числе измерений доплеровской частоты [7, 9].

На практике не представляется возможным определить однозначно все траекторные параметры. Так, известно (см., например, [5]), что траектории с параметрами  $s$  и  $(a - s)$  порождают одинаковую зависимость  $f(t)$  (1). То же относится и к скорости цели – знак скорости  $v_y$  ( $v_y > 0$  или  $v_y < 0$ ) не влияет на вид функции  $f(t)$ . Оценить однозначно удастся параметр  $\tau$ , причем с точностью, близкой к потенциальной, если измерения доплеровской частоты аппроксимировать полиномами первой или второй степени [8]. Оценка  $\tau$  важна как для определения суммарной дальности  $(r_n(t) + r_{\text{тр}}(t))$ , которая, согласно (1), может находиться интегрированием частоты  $f$  от момента  $\tau$  до текущего времени  $t$  [10], так и для определения направления прихода рассеянного сигнала интерферометрическими угломерными устройствами [11].



**Рис. 2. Зависимость точности определения момента  $\tau$  (а), абсциссы  $s$  (б) и компоненты скорости  $v_y$  (в) от времени наблюдения  $t_n$**

Неоднозначность измерения координат цели в рассматриваемой на рис. 1 системе устраняется добавлением еще одного приемника. В полученной таким образом РЛС (рис. 3) становится возможным определять направление на цель (угол  $\theta$ ) по разности фаз  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  колебаний в приемниках Пр<sub>2</sub> и Пр<sub>1</sub>:

$$\sin \theta = \frac{\Delta\varphi \lambda}{2\pi b}, \quad (9)$$

где  $b$  – расстояние между приемниками,  $b < \lambda/2$ .

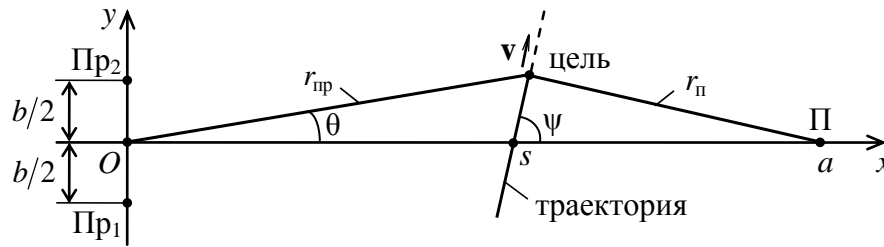


Рис. 3. Схема просветной РЛС с двумя приемниками

Если в (9) использовать разность фаз  $\Delta\varphi_d = \varphi_{d2} - \varphi_{d1}$  напряжений доплеровской частоты (напряжений на выходе детекторов), то возникает неопределенность в знаке угла  $\theta$ , связанная с потерей знака доплеровской частоты при амплитудном детектировании. В этом случае правильный знак угла  $\theta$  можно определить по приращению разности фаз  $\Delta\varphi_d$  протектированных колебаний: цель находится в нижней полуплоскости ( $\theta < 0$ ), если  $d\Delta\varphi_d(t)/dt > 0$ ; и наоборот,  $\theta > 0$ , если  $d\Delta\varphi_d(t)/dt < 0$ . На практике знак приращения  $d\Delta\varphi_d(t)/dt$  можно найти по нескольким последовательным измерениям  $\Delta\varphi_d$ .

Такой подход к определению знака угла  $\theta$  справедлив и при расстоянии между приемниками превышающими половину длины волны ( $b > \lambda/2$ ). Неоднозначность, связанная с цикличностью разности фаз  $\Delta\varphi$  колебаний, преодолевается путем измерения момента  $\tau$  пересечения целью оси  $Ox$  и слежением за изменением этой разности во времени [11].

После измерения угла  $\theta$  и доплеровской частоты  $f$  оценку координат можно найти угломерно-дальномерным методом [10, 12].

### Выводы

Таким образом, используя выражения (6), (8), можно оценить точность определения траекторных параметров цели в бистатическом радиолокаторе с измерениями доплеровской частоты рассеянного сигнала. В рассмотренном случае равномерного движения цели ортогонально линии базы точность определения элементов вектора  $\chi_3$  (7) выше, чем элементов полного вектора  $\chi_4$  (4), особенно на начальных участках траектории. Это дает основание строить алгоритмы начальной оценки координат, исходя из движения цели поперек линии базы.

Оценки точности траекторных параметров, и прежде всего момента  $\tau$ , важны для проектирования устройств измерения угла и измерения дальности, входящих составными частями в более сложные просветные радиолокационные комплексы. Примером такого устройства является фазовый пеленгатор интерференционного типа (рис. 3): оценка момента  $\tau$  позволяет устранить неоднозначность, связанную с цикличностью разности фаз  $\Delta\varphi$  колебаний в разнесенных приемниках.

Считаем своим приятным долгом поблагодарить члена-корреспондента РАН В.В. Кондратьева за поддержку работы.

### Библиографический список

1. Уфимцев, П.Я. Основы физической теории дифракции / П.Я. Уфимцев. – М.: БИНОМ, 2011. – 351 с.
2. Чапурский, В.В. Синтезированная теневая радиолокация в бистатической радиолокации // Радиотехника. 2009. № 3. С. 52 – 69.
3. Бляхман, А.Б. Бистатическая эффективная площадь рассеяния и обнаружение объектов при радиолокации "на просвет" / А.Б. Бляхман, И.А. Рунова // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46. № 4. С. 424 – 432.
4. Точность определения координат методом максимального правдоподобия при локации «на просвет» / А.Г. Рындык [и др.] // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44. № 12. С. 1436 – 1440.

5. **Ковалев, Ф.Н.** Определение координат движущихся целей по измерениям доплеровской частоты в радиолокационных системах с обнаружением "на просвет" // Радиотехника и электроника. 2007. Т. 52. № 3. С. 331–339.
6. **Ковалев, Ф.Н.** Определение параметров траектории цели в просветных бистатических радиолокационных системах // Системы управления и информационные технологии. 2013. № 4(54). С. 86–90.
7. **Ковалев, А.Н.** Точность определения параметров траектории цели в просветной бистатической радиолокационной системе / А.Н. Ковалев, Ф.Н. Ковалев // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2014. № 47. С. 58–62.
8. **Ковалев, А.Н.** Определение момента пересечения объектом отрезка между приемником и передатчиком в системах радиолокации на просвет / А.Н. Ковалев, Ф.Н. Ковалев // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2013. № 4(12). С. 30–35.
9. **Ковалев, Ф.Н.** Потенциальная точность определения координат цели при локации «на просвет» с учетом нелинейного характера движения цели // Труды Нижегородского государственного технического университета. 2007. Т. 65. Вып. 14. С. 75–79.
10. Пат. 2133480 Рос. Федерация: МПК<sup>6</sup> G01S3/72, G01S7/42. Радиолокационный способ определения параметров движения объекта / Бляхман А.Б., Самарин А.В.; заявитель и патентообладатель Нижегород. науч.-исслед. ин-т радиотехники. – № 98101955/09; заявл. 02.02.98; опубл. 20.07.99.
11. **Ковалев, Ф.Н.** Фазовая пеленгация в системах радиолокации на просвет / Ф.Н. Ковалев, В.В. Кондратьев // Доклады Академии наук. 2014. Т. 455. № 4. С. 401–403.
12. **Ковалев, А.Н.** Статистические характеристики ошибок местоопределения цели в бистатической радиолокационной системе просветного типа / А.Н. Ковалев, Ф.Н. Ковалев // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2014. Т. 57. № 3. С. 3–9.

*Дата поступления  
в редакцию 22.04.2014*

**A.N. Kovalev, F.N. Kovalev**

## **POTENCIAL ACCURACY OF THE DETERMINATION OF TARGET TRAJECTORY PARAMETERS IN FORWARD-SCATTERING BISTATIC RADAR SYSTEM**

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alexeev

**Purpose:** Calculation accuracy of the determination of target trajectory parameters by method of maximum likelihood from the Doppler data measured in forward-scattering bistatic radar system. The Doppler-frequency signal is separated by the amplitude detection of the sum signal in receiver. The sum signal consist of direct signal from the transmitter and signal reflected from the target.

**Methodology / approach:** Calculation of accuracy produced for Doppler frequency measurement errors with normal probability distribution. Inversion of Fisher information matrix is used.

**Findings:** Formulas of calculation the potential accuracy of the determination of target trajectory parameters from the Doppler data measured in forward-scattering bistatic radar system are obtained. An example of calculating the potential accuracy for forward-scattering radar with specific characteristics is described.

**Research limitations/implications:** Forward-scattering radar, range-finders and direction-finders with using phase method.

**Originality/value:** The presented methodology of calculation of accuracy allows to identify opportunities of forward-scattering radar system on design phase. It also allows to choose the parameters of the radar according with the required accuracy. So evaluation of the accuracy of determining the moment the location of an object between the transmitter and receiver allows to determine the parameters of range-finder and direction-finder of radar system.

*Key words:* forward-scattering radar, bistatic radar system, Doppler frequency, Fisher information matrix, trajectory parameters.