ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 62.50

Р.Н. Жучков

СТАБИЛИЗАЦИЯ СЕТЕВЫХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ ПОТЕРИ ПАКЕТОВ И ПРИНЦИПОВ ПРОГНОЗИРУЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ

Арзамасский политехнический институт (филиал) НГТУ им. Р.Е. Алексеева

Проводится сравнение двух методов построения стабилизирующего управления в сетевых объектах, где канал обмена данными вносит возмущения в контур управления. В качестве возмущений рассматриваются потери пакетов данных при пересылке от объекта управления регулятору и обратно. Проведено сравнение двух подходов: первый основан на идее представления процесса потери пакетов данных как стационарной Марковской цепи с известной матрицей вероятности переходов; второй использует идеи прогнозирующего управления.

Ключевые слова: сетевые системы управления, потери пакетов данных, стабилизирующее управление, линейные матричные неравенства, прогнозирующее управления, стационарные цепи Маркова.

Многие системы в современном обществе можно описать как сети с огромным количеством взаимодействующих элементов. Примеры, идущие из промышленности, включают транспортные, электрические, водопроводные сети, Интернет.

Основными выигрышными особенностями сетевых систем управления являются: низкая стоимость, гибкость, робастность. В силу этих причин можно ожидать, что влияние сетевого подхода в теории управления в ближайшие годы будет увеличиваться.

Основной особенностью систем сетевого управления является то, что исходная система управления, состоящая из сенсоров, регуляторов, объекта управления, дополняется новым объектом - сетью, который описывает соединения и взаимодействия традиционных объектов. Сеть становится важным фактором, так как передача данных может происходить не мгновенно, а сопровождаться запаздыванием или потерями пакетов данных, кроме того, сеть обладает ограниченной пропускной способностью.

Теория сетевого управления находится на пересечении теории управления и теории связи [1]: теория управления изучает динамические системы, соединенные идеальными каналами связи; в то время как теория связи изучает каналы данных. Для моделирования сетевых систем управления необходимо комбинировать методы из обеих областей. В данной работе рассмотрены методы синтеза стабилизирующего управления в условиях потерь пакетов данных в канале обмена данными.

Модель потери пакетов данных

Прежде чем решать задачу нахождения стабилизирующего управления для сетевых систем, необходимо определить модель обмена данными и потери данных в такой системе.

Говоря о сетевых системах с потерями пакетов данных, при определении канала обмена данными часто используются цепи Маркова с двумя структурными состояниями: пакет успешно передан; пакет потерян. Комбинацию модели состояния системы и такого типа канала обмена данными можно рассматривать как дискретную Марковскую систему [2].

Таким образом, предлагаемая система состоит из следующих компонентов:

- объект управления и регулятор, описываемые линейной дискретной системой уравнений;
- канал обмена данными с известной вероятностью потери пакета данных. Процесс потери пакетов данных рассматривается как стационарная Марковская цепь;
- в качестве сетевого протокола предполагается использование UDP как более быстрого, но менее надежного.

Схематично процесс переключений может быть представлен следующим образом:

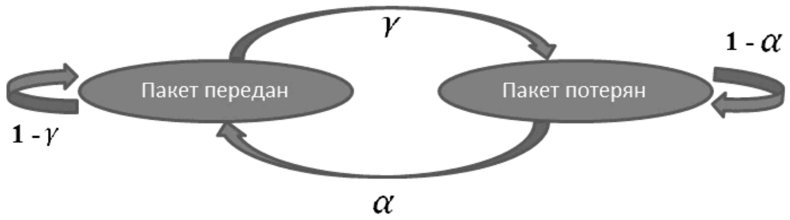

Рис. 1. Схема переключения сетевой системы управления:
γ - вероятность потери пакета данных; α - вероятность того, что система вернется к функционированию в штатном режиме

Считается, что для выбранного сетевого канала известна вероятность потери пакетов данных, и она не зависит от времени. Таким образом, для моделирования потерь пакетов данных используется стационарная Марковская цепь.

Синтез стабилизирующего управления для сетевых систем с переключениями

Рассмотрим линейную дискретную систему, описываемую разностными уравнениями:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k, \quad y_k = Cx_k, \tag{1}$$

где x_k - n-мерный вектор состояния; u_k - m-мерный вектор управления; y_k - l-мерный вектор измерений; k – дискретное время; $A \in R^{n\times n}$, $B \in R^{n\times m}$, $C \in R^{l\times n}$ - матрицы перехода вектора состояния, управления и измерений соответственно. Закон управления формируется в виде обратной связи по оценке вектора измерений:

$$u_k = -G\hat{x}_k. \tag{2}$$

Оценку вектора состояния будем искать в следующем виде:

$$\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k + K(y_k - C\hat{x}_k). \tag{3}$$

Как уже было отмечено, обмен информацией между объектом (1) и регулятором (2) осуществляется через сетевой канал связи, в котором может происходить потеря пакетов данных (рис. 2). Предполагается, что потерянный пакет не может позднее поступить ни на сторону объекта, ни на сторону регулятора, т.е. происходит абсолютная потеря. Задача состоит в нахождении такой матрицы усиления G, при которой управление в (2) обеспечивает устойчивость замкнутой системы при указанных условиях потери пакетов данных.

При сделанных предположениях в каждый дискретный момент времени рассматриваемая система может находиться в одном из двух структурных состояний. В первом обмен информацией между объектом и регулятором осуществляется нормально, во втором пакет теряется либо при передаче на сторону объекта, либо при передаче на сторону регулятора. Будем считать, что в случае потери пакета данных управление на объект не подается и, что переход из одного структурного состояния в другое описывается Марковской цепью с известной матрицей переходов. Таким образом, модель системы с учетом возможных потерь пакетов можно описать следующими уравнениями:

$$S1:\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ \tilde{x}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A-BG & BG \\ 0 & A-KC \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_k \\ \tilde{x}_k \end{bmatrix}$$
$$S2:\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ \tilde{x}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_k \\ \tilde{x}_k \end{bmatrix} \qquad (4)$$

где $\tilde{x}_k = x_k - \hat{x}_k$.

Структурные состояния S1 и S2 будем рассматривать как возможные состояния Марковской цепи r_k, $k = 0,1,...$ с вероятностями перехода $p_{ij} = P[r_{k+1} = S_j \mid r_k = S_i]$. Поскольку модель (4) является стохастической, необходимо соответствующим образом ввести понятие устойчивости. Достаточно сильным и адекватным рассматриваемой задаче является понятие экспоненциальной устойчивости в среднем квадратическом (ЭУСК) [3].

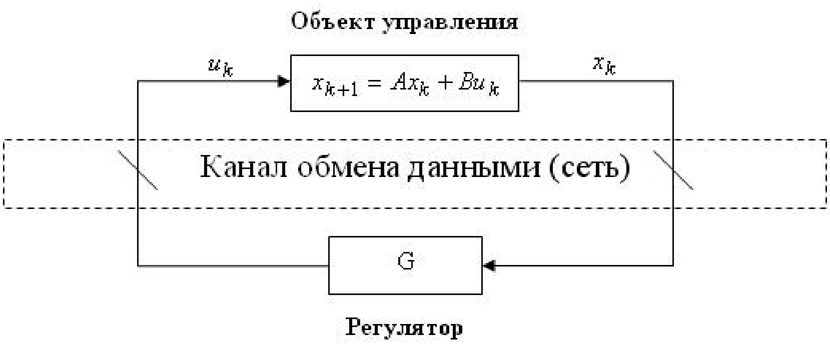

Рис. 2. Схема сетевой системы управления

Применим принцип разделения переменных x и $\hat{x}$ для того, чтобы получить отдельные соотношения для матриц *G* и *K*. Этот принцип, справедливый для линейных систем постоянной структуры, в рассматриваемом случае нуждается в проверке, поскольку устойчивость понимается в стохастическом смысле. После нахождения матриц *K* и *G* необходимо подставить их в (4) и проверить ЭУСК замкнутой системы. Такой подход представляется вполне обоснованным с точки зрения эффективности использования аппарата линейных матричных неравенств.

Можно показать [4], что для нахождения матриц *K* и *G* необходимо решить следующую систему матричных неравенств:

$$\begin{bmatrix} -X_1 & \sqrt{p_{11}}\Gamma(X_1,Y_1)^T & \sqrt{p_{12}}\Gamma(X_1,Y_1)^T \\ \sqrt{p_{11}}\Gamma(X_1,Y_1) & -X_1 & 0 \\ \sqrt{p_{12}}\Gamma(X_1,Y_1) & 0 & -X_2 \end{bmatrix} < 0$$
$$\begin{bmatrix} -X_2 & \sqrt{p_{21}}X_2A^T & \sqrt{p_{22}}X_2A^T \\ \sqrt{p_{21}}X_2A & -X_1 & 0 \\ \sqrt{p_{22}}X_2A & 0 & -X_2 \end{bmatrix} < 0 \qquad (5)$$

$$\begin{bmatrix} -\tilde{H}_1 & \sqrt{p_{11}}\Lambda(\tilde{H}_1,Y)^T & \sqrt{p_{12}}\Lambda(\tilde{H}_1,Y)^T \\ \sqrt{p_{11}}\Lambda(\tilde{H}_1,Y) & -\tilde{H}_1 & 0 \\ \sqrt{p_{12}}\Lambda(\tilde{H}_1,Y) & 0 & -\tilde{H}_2 \end{bmatrix} < 0$$
$$(\tilde{H}_1 p_{21} + \tilde{H}_2 p_{22}) - \tilde{H}_2 < 0 \qquad (6)$$

где $\Gamma(X_1,Y_1) = AX_1 - BY$, $\Lambda(\tilde{H}_1,Y) = \tilde{H}_1 A - YC$, $X_1 = H_1^{-1}$, $X_2 = H_2^{-1}$, $Y = X_1 G$, $Y_1 = \tilde{H}_1 K$,

$Y_2 = \widetilde{H}_2 K$ и H_1, $\widetilde{H}_1$, H_2, $\widetilde{H}_2$ - неизвестные симметричные положительно определенные матрицы.

Разрешимость полученных неравенств зависит от значений p_{ij}. Может оказаться, что при определенных значениях этих вероятностей построение стабилизирующего управления невозможно.

Синтез стабилизирующего управления для сетевых систем с использованием принципов прогнозирующего управления

Модель прогнозирующего управления относится к классу алгоритмов управления, которые используют модели предсказания будущих реакций системы. Изначально подход разрабатывался для удовлетворения специфических потребностей управления электростанций и нефтеперерабатывающих заводов. В настоящее время прогнозирующее управление можно найти в самых различных областях применения: пищевой, автомобильной и аэрокосмической промышленности.

Суть подхода в следующем: на каждом интервале управления алгоритм пытается оптимизировать будущее поведение системы путем вычисления последовательности будущих управлений. Последовательность управлений рассчитывается таким образом, чтобы оптимизировать будущее поведение системы в течение интервала времени, получившего название горизонта предсказаний. Первое управление из полученной последовательности отправляется объекту, и в следующий момент времени задача управления решается заново, используя обновленные измерения.

В предыдущем пункте потеря пакетов данных рассматривалась как одно из структурных состояний сетевой системы управления. Однако, если говорить об объекте управления, то в такие моменты он не переходит в какое-то новое состояние, продолжая функционировать в обычном режиме. Переключение сконструированной системы управления в другое структурное состояние характеризует не сам объект, для которого строится контур управления, но информацию о нем. С этой точки зрения применение принципов прогнозирующего управления очень привлекательно из-за нахождения системы в одном структурном состоянии, когда информация о ней доступна. Хотя нужно помнить, что иногда эта информация будет предсказанной, а не истинной.

Пусть имеется сетевая система управления, изображенная на рис. 3. Работа ее построена следующим образом:

- объект управления формирует измерения в виде текущего измерения и предсказанных измерений на несколько шагов вперед;
- объект управления пересылает сформированный пакет системе управления;
- если потери пакета не произошло, принятый пакет записывается в буфер, если произошла потеря, берутся предсказанные для этого шага измерения из буфера;
- строится наблюдатель;
- формируется пакет из оценки состояния на текущий момент и предсказанные состояния на несколько шагов вперед;
- пакет пересылается объекту управления;
- на стороне объекта управления, если не произошло потери пакета, полученный пакет записывается в буфер;
- управление берется либо с текущего момента, либо используются предсказания с предыдущих шагов.

В работе [5] показано, что система (1) с расширенным вектором состояния может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned} A_+ X_{k+1} &= A_0 X_k + B_0 u_k, \\ Y_k &= C_0 X_k, \end{aligned} \qquad (7)$$

где
$$A_+ = \begin{bmatrix} I & 0 & ... & 0 & 0 \\ -A & I & 0 & ... & 0 \\ 0 & -A & I & ... & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -A & I \end{bmatrix}, \quad A_0 = \begin{bmatrix} A & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ... & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} B & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & B & ... & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B \end{bmatrix},$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} C & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & C & ... & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C \end{bmatrix}, \; X = [x_k \quad x_{k+1} \quad \dots \quad x_{k+N}], \; Y = [y_k \quad y_{k+1} \quad \dots \quad y_{k+N}],$$

N – размер буфера (горизонта предсказаний).

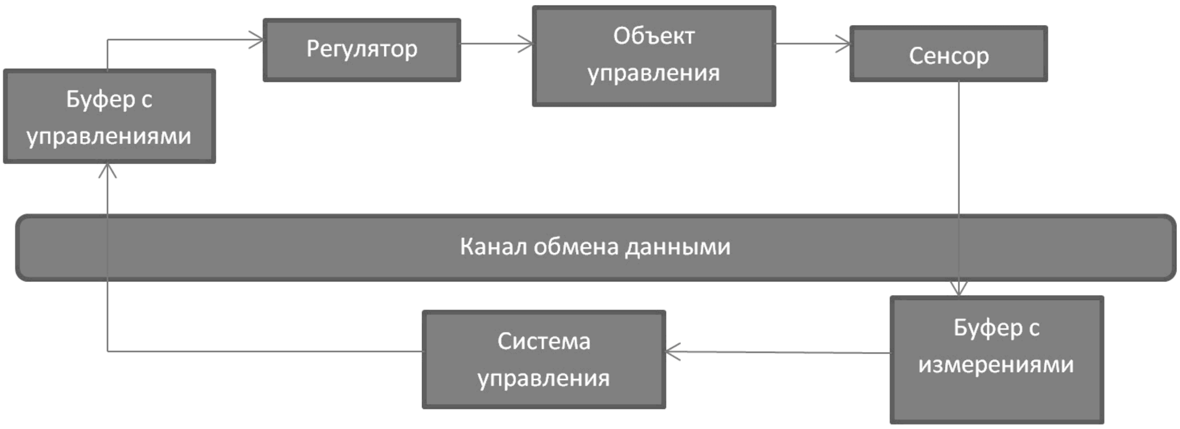

Рис. 3. Сетевая система управления с использованием принципов прогнозирующего управления

Обратим внимание, что в векторе измерений Y только измерения y_k являются действительным выходом системы (1), остальной набор $y_{k+1} \quad \dots \quad y_{k+N}$ - это предсказанные измерения, которые могут быть сформированы из оценки расширенного вектора состояния.Для определения оценки состояния системы (1) будем использовать уравнения линейного фильтра Калмана. Отметим здесь, что внутри горизонта предсказаний прогнозируемые состояния и измерения выбираются для каждой системы индивидуально. Они могут зависеть от таких факторов, как динамика системы и уровень внешнего воздействия. Еще раз напомним здесь основную идею прогнозирующего управления - внутри горизонта предсказаний модель поведения системы выбирается исходя из желаемого поведения системы, поэтому может варьироваться в довольно широких пределах.

Построение стабилизирующего управления полетом квадрокоптера

Рассматривается задача построения стабилизирующего управления полетом квадрокоптера в условиях потери пакетов данных в канале обмена данными между объектом и системой управления. Линейная система, характеризующая малые отклонения от положения равновесия по каналу угла крена и нулевого положения в пространстве, может быть записана следующим образом:

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{I} u,$$
$$\ddot{x} = -g\phi + \frac{1}{Lm} u_t, \tag{8}$$

где m - масса квадрокоптера; I - момент инерции относительно оси X; L -расстояние от плоскости винтов до двигателя; g - ускорение свободного падения.

Введем новый вектор неизвестных $X = \lfloor \phi \quad \dot{\phi} \quad x \quad \dot{x} \rfloor$ и положим в качестве измеряемых величин $\dot{\phi}$ и x. В качестве параметров системы (8) выберем следующие значения: m = 6 кг, L = 200 мм, I = 0,24 кг • м^2. Шаг дискретизации примем dt = 0,02 с.

В случае использования методов систем с переключениями были рассмотрены вероятности потери пакета 0,05, 0,2 и 0,25. Собственные значения и переходные процессы замкнутой системы близки для всех рассмотренных случаев. Рис. 4 содержат графики переходных процессов моделируемой системы для вероятности потери пакета данных 20%. В данном случае систему не удалось стабилизировать.

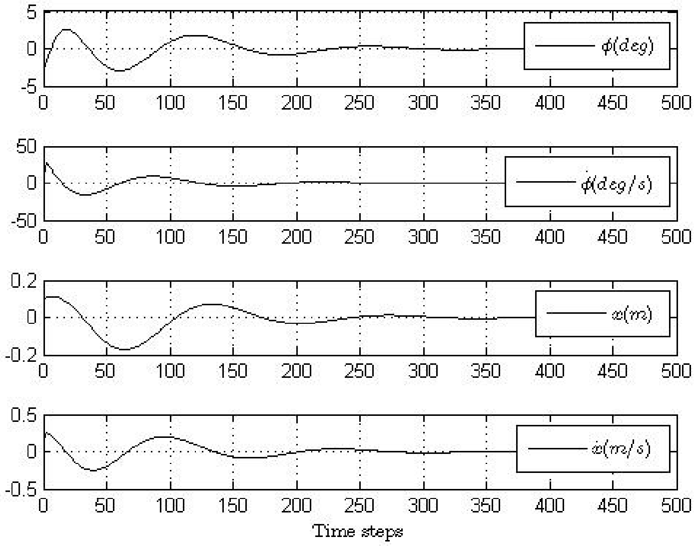

Рис. 4. Траектории стабилизированной системы

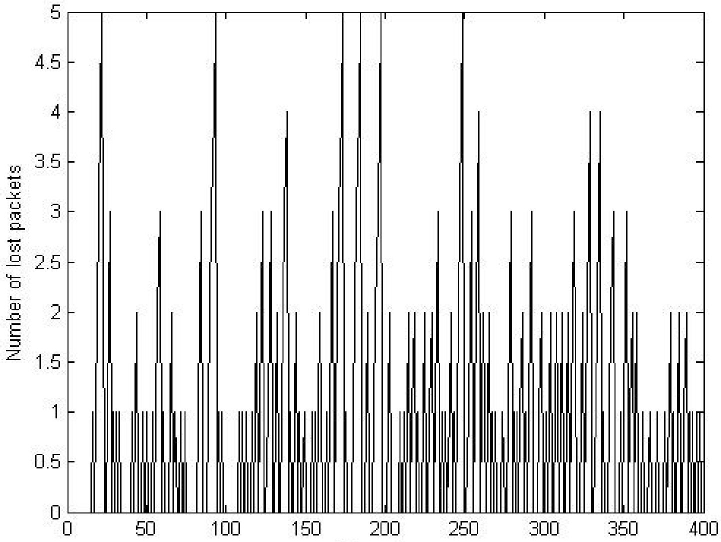

Рис. 5. Количество потерянных пакетов данных

В случае применения принципов прогнозирующего управления использовалась более «агрессивная» модель потери пакетов данных. Рис. 5 содержит график величины последовательно потерянных пакетов данных.

В этом распределении ненулевые величины показывают количество потерянных пакетов данных, начиная с последней удачной передачи. В приведённом примере количество потерянных пакетов составляет около 50% от их общего числа.

На рис. 6 приведены траектории стабилизированной системы.

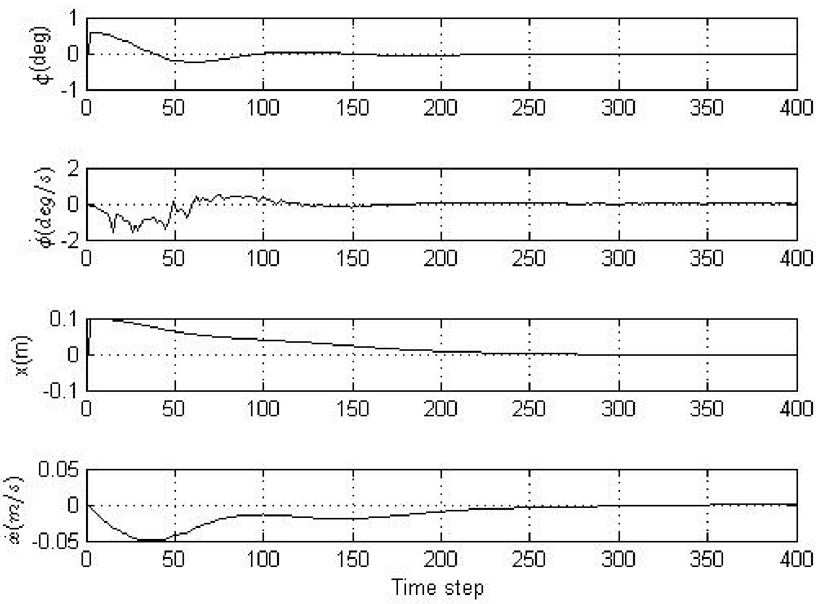

Рис. 6. Траектории стабилизированной системы

Видно, что система стабилизирована, несмотря на большое количество потерянных пакетов данных.

Выводы

Сравнивая результаты двух методов построения стабилизирующего управления, можно видеть, что использование принципов прогнозирующего управления позволяет добиваться устойчивости замкнутой системы при больших потерях информации в канале обмена данными. Так, для рассматриваемого примера стабилизирующего управления квадрокоптером их количество не превысило 20% в случае использования Марковской цепи для моделирования смены состояний системы и составило более 50% при использовании принципов прогнозирующего управления. Объяснено это может быть тем фактом, что в подходе с использованием Марковской цепи одним из структурных состояний являлась разомкнутая система, и искомые матрицы усиления обратной связи для управления и наблюдения должны были обеспечивать устойчивость системе, которая с некоторой вероятностью находилась в разомкнутом состоянии. В рассмотренном примере было показано, что при использовании предложенного метода данное условие может быть выполнено для относительно небольшого количества потерянных пакетов данных.

Следует, однако, помнить, что при использовании методов прогнозирующего управления ключевым элементом является степень соответствия построенного прогноза истинному состоянию системы. Неудачно выбранная модель может не позволить стабилизировать рассматриваемую динамическую систему.

Библиографический список

1. **Hespanha, J.P** Survey ofrecent results in networked control systems // Proceedings of IEEE.2007. V. 95(1). P. 138–162.
2. **Smith, S.C.** Estimation with lossy measurements: jump estimators for jump systems / S.C. Smith, P. Seiler // Automatic Control IEEE Transactions. 2003. V. 48. № 12. P. 2163–2171.
3. **Пакшин, П.В.** Дискретные системы со случайными параметрами и структурой / П.В. Пакшин. – М.: Физматлит, 1994.
4. **Жучков, Р.Н.** Стабилизирующее сетевое управление линейными дискретными системами в условиях потери пакетов данных / Р.Н. Жучков, П.В. Пакшин // Управление большими системами. 2011. Вып. 33. С. 113–126.
5. **Жучков, Р.Н.** Применение идей прогнозирующего управления в синтезе стабилизирующего управления сетевыми объектами // Управление большими системами. 2013. Вып. 46. С. 147–162.

Дата поступления
в редакцию22.04.2014

R.N. Zhuchkov

JUMP LINEAR SYSTEMS AND PREDICTIVE CONTROL APPROACHES IN STABILIZING NETWORKED CONTROL

Arzamas polytechnic institute (branch)
of the state Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alexeev

Purpose: Two approaches in networked control systems with data packet loss are compared.
Design/methodology/approach: Basic concepts of two approaches are reviewed. Efficiency of both methods is check in quadrocopter stabilization problem.
Findings: Predictive control approach allows to have more dropped data packets in network control system. It is important in remote control cases.
Originality/value: Reviewed approaches allow solving stabilizing control problem using simple mathematical technique.

Key words: networked control, jump linear systems, predictive control, Kalman filtering, linear matrix inequalities.