
НАЗЕМНЫЕ ТРАНСПОРТНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 629.113

У.Ш. Вахидов, А.В. Согин, В.А. Шапкин, Ю.В. Шапкина

ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ УЗЛОВ АВТОМОБИЛЕЙ

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Представлены результаты численных исследований колебаний рулевой колонки *N L42L MG* («Ниссан»). Численное моделирование с помощью метода конечных элементов проводилось с использованием программного комплекса *ANSYS*, подготовка модели осуществлялась в программном пакете *HyperMesh*, для визуализации результатов анализа использован программный пакет *HyperView*. Были проанализированы входящие в программный комплекс «Ансис» методы анализа собственных частот и форм колебаний: *Block Lanczos* метод, *PCG Lanczos* метод, *Supernode (SNODE)* метод, *Reduced (Householder)* метод, *Unsymmetric* метод, *Damped* метод, *QR Damped* метод. На основании сравнения различных способов для проведения модального анализа рулевой колонки был выбран метод *Блок Ланцош*.

Ключевые слова: рулевая колонка, численное моделирование, метод конечных элементов, модальный анализ, анализ собственных частот и форм колебаний.

Основные положения модального анализа

Нормальная мода детали или узла (форма собственных колебаний) – это «шаблон» движения, в котором все части детали или узла перемещаются синусоидально с одной частотой и фазой. Набор частот собственных колебаний составляет колебательный спектр системы. Произвольное колебание физической системы можно представить в виде суперпозиции («сложения») собственных (нормальных) колебаний. Вынужденные колебания физической системы имеют резонанс на частотах, которые совпадают с частотами нормальных (собственных) колебаний. Это определяет важность и необходимость модального анализа системы рулевого управления автомобиля, на которое передаются вибрации от кузова, колес и силовой установки автомобиля.

Для удобства анализа моды колебаний делят на два класса:

1. Нормальные моды - характерны тем, что все части конструкции перемещаются в фазе или в противофазе (сдвиг 180 град) по отношению друг к другу. Нормальные моды можно рассматривать как стоячие волны с неподвижными узловыми линиями.
2. Комплексные моды имеют какое угодно соотношение между фазами в различных частях конструкции. Формы комплексных мод могут рассматриваться как распространяющиеся волны без стационарных узловых линий.

Распределение способности затухания (демпфирования) колебаний по телу конструкции определяет наличие нормальных и комплексных мод. Когда конструкция имеет малое затухание колебаний - моды будут нормальными. Конструкции с локализованными местами затухания колебаний имеют только комплексные моды. Модальная связь указывает на то, насколько сильно на реакцию конструкции при одной модальной частоте оказывает влияние другие моды колебаний. Модальную связь наблюдают на амплитудно-частотной характеристике вблизи модальной частоты.

Моды колебаний конструкций со слабым затуханием четко разделены друг от друга,

т.е. они слабо связаны. Такие конструкции ведут себя как системы с одной степенью свободы вблизи моды (частоты собственных колебаний) и называются «простыми», для них характерны слабо связанные моды. Модальный анализ простых конструкций применяется при поиске неисправностей конструкций, когда на амплитудно-частотных характеристиках появляются мало демпфированные, хорошо выделяющиеся резонансы. Амплитудно-частотные характеристики конструкций с сильным затуханием или высокой модальной плотностью не показывают четко разделенные моды. Реакция таких конструкций при любой частоте представляет собой комбинацию многих мод и используется термин «сильно связанные» моды, а для конструкций - «сложные» конструкции.

Математическая модель модального анализа

Модальный анализ процессов для определения N собственных частот и режимов формы проводился на основе уравнения колебания (рис. 1):

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = 0,$$

где $[M]$, $[C]$ и $[K]$ - масса, демпфирование и жесткость структуры в матричной форме [6].

Если пренебречь эффектом затухания, то уравнение примет вид:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0.$$

Решая дифференциал второго порядка получим:

$$\{x\} = \{\phi\}e^{i\omega t}.$$

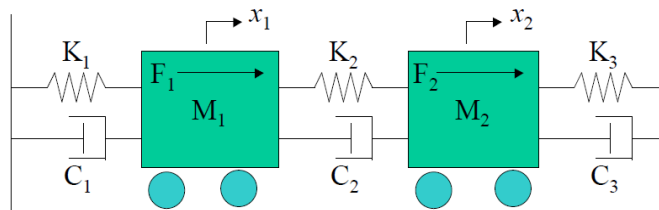


Рис. 1. Колебательная система

Структурные вибрации с одной степенью свободы (термин степень свободы или сокращенно *DOF -degrees of freedom*):

$$u = \phi \cos \omega t,$$

где u - узловые перемещения; ϕ - амплитуда перемещений.

Структурные вибрации для всей структуры:

$$\{u\} = \{\phi\} \cos \omega t,$$

где $\{u\}$ - вектор узловых перемещений; $\{\phi\}$ - вектор амплитуд для каждой степени свободы.

Форма колебаний показана на рис. 2. Вектора амплитуд представляют собой форму колебаний:

$$\{u\} = \{\phi\}_i \cos \omega_i t,$$

индекс i используется для различения форм колебаний и частот.

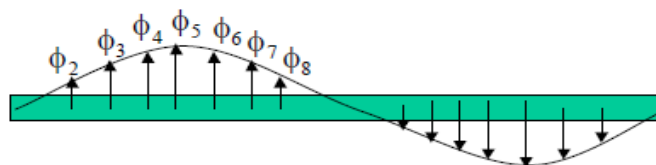


Рис. 2. Форма колебаний

Определение собственных частот

Рассмотрим систему с множеством степеней свободы:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (1)$$

Система – незатухающая (не имеет коэффициента затухания), не возбуждается внешним силам. Если система вибрирует в соответствии с определённой формой колебаний и частотой:

$$\{u\} = \{\phi\}_i \cos \omega_i t \quad (2)$$

где $\{\phi\}_i$ – собственный вектор представляющий i -ую форму колебаний; ω_i – i -я собственная круговая частота (радиан за единицу времени); t – время.

Первая производная уравнения перемещения – скорость выражается как:

$$\{\dot{u}\} = -\omega_i \{\phi\}_i \sin \omega_i t$$

Вторая производная – ускорение, будет записываться:

$$\{\ddot{u}\} = -\omega_i^2 \{\phi\}_i \cos \omega_i t$$

Подставляем скорость и ускорение в уравнение движения:

$$(-[M]\omega_i^2 + [K])\{\phi\}_i = \{0\} \quad (3)$$

Это уравнение имеет два решения –

- либо $\{\phi\}_i = 0$, либо когда определитель данной системы равен нулю, то есть:

$$\det(-[M]\omega_i^2 + [K]) = 0$$

Проблемы собственных значений

Число λ называется собственным значением матрицы $[A]$, если существует не нулевой вектор $\{x\}$, такой что:

$$[A]\{x\} = \lambda[I]\{x\},$$

где λ – собственная величина (*Eigenvalue*); $\{x\}$ – собственный вектор (*Eigenvector*); $[I]$ – единичная матрица.

Задача о собственных значениях в модальном анализе записывается так.

$$\det(-[M]\omega_i^2 + [K]) = 0 \quad (4)$$

$$(-[M]\omega_i^2 + [K])\{\phi\} = [0]$$

$$[K]\{\phi\} = \omega_i^2 [M]\{\phi\}$$

$$[M]^{-1}[K]\{\phi\} = \omega_i^2 [I]\{\phi\} \quad (5)$$

где ω_i^2 – значение собственной частоты, является собственной величиной; $\{\phi\}$ – форма колебаний, является собственным вектором.

$$[M]^{-1}[K]\{\phi\} = \omega_i^2 [I]\{\phi\}$$

$$[A]\{x\} = \lambda [I]\{x\}$$

Решение проблемы собственных значений:

$$([A] - \lambda [I])\{x\} = 0$$

$$\det([A] - \lambda [I]) = 0$$

Для решения уравнения (5) в пакетах прикладных программ используют различные численные методы. Решением уравнения (5), если n – порядок матрицы, является характери-

стический полином n -го порядка, который имеет n корней: $\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2 \dots \omega_n^2$, где n - □ число степеней свободы. Эти корни являются собственными значениями уравнения.

Собственные вектора $\{\phi\}_i$, получают путем подстановки полученных корней, в уравнение (3). Собственное значение ω_i^2 определяет собственную частоту системы $\sqrt{\omega_i^2}$, а собственный вектор $\{\phi\}_i$ □ соответствующую форму колебаний (перемещение системы). Значения собственных круговых частот (ω) и собственных частот (f) связаны следующим соотношением:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi},$$

где f_i - i -я собственная частота (циклов в единицу времени).

Основные характеристики и особенности применяемых программных пакетов

В последние два десятилетия численное моделирование с помощью метода конечных элементов было успешно интегрировано в процесс разработки продукта в автомобильной промышленности. Нелинейные (например, стойкость к ударным нагрузкам) и линейные варианты моделирования (например, комплексный виброакустический и прочностной анализ) были успешно реализованы, и поэтому процесс разработки автомобилей в настоящее время осуществляется с помощью численного моделирования [3].

Анализ шума и вибраций в автомобилестроении использует большие и сложные модели, используемые для анализа методом конечных элементов. Модели могут включать миллионы конечных элементов, тысячи компонентов и свойств, а также связи между этими компонентами. Для решения подобных задач необходимо использовать современные программные пакеты для надежного процесс анализа, которые быстро дают результаты, подтвержденные практикой.

Этап численного моделирования и подготовка моделей проводится с использованием программных комплексов *ANSYS*, *HyperMesh*, *HyperView* (рис. 3).

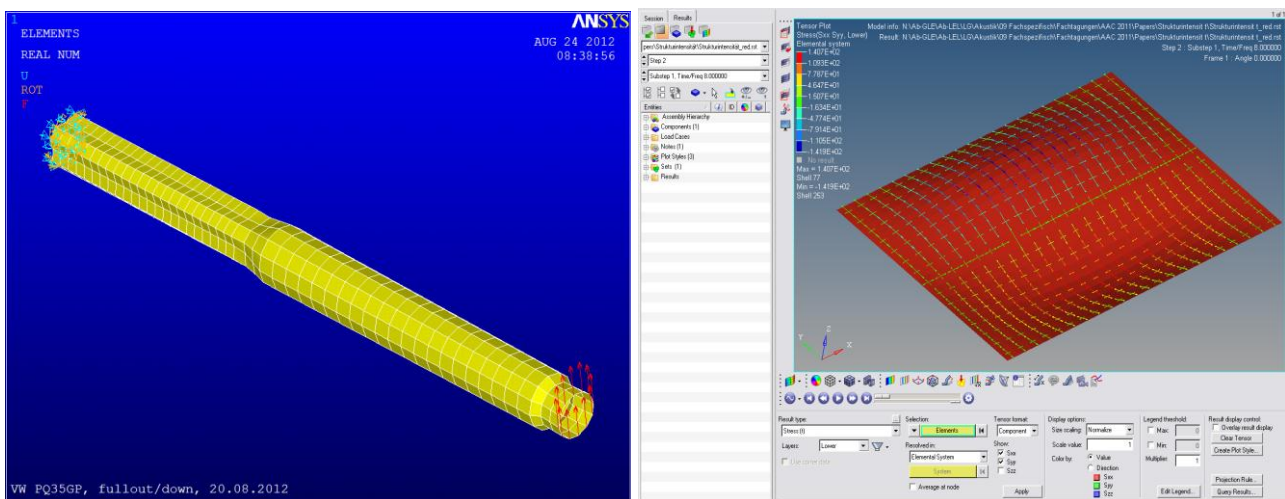


Рис. 3. Пример использования программных пакетов *ANSYS* и *HyperView* для моделирования поведения вала (слева) и визуализации плотности потока энергии волн в прямоугольной пластине (справа)

ANSYS – универсальная программная система конечно-элементного анализа, существующая и развивающаяся на протяжении последних 30 лет, популярная у специалистов в

сфере автоматических инженерных расчётов (*CAE, Computer-Aided Engineering*) и конечно-элементных решений линейных и нелинейных, стационарных и нестационарных пространственных задач механики деформируемого твёрдого тела и механики конструкций (включая нестационарные геометрически и физически нелинейные задачи контактного взаимодействия элементов конструкций), задач механики жидкости и газа, теплопередачи и теплообмена, электродинамики, акустики, а также механики связанных полей. Моделирование и анализ в некоторых областях промышленности позволяет заменять дорогостоящие и длительные циклы разработки типа «проектирование – изготовление – испытания». Система работает на основе геометрического ядра *Parasolid*.

Для решения задач структурной механики (механики сплошных сред) «Ансис» предлагает два специализированных программных обеспечения.

1. *ANSYS Structural* – программное обеспечение реализует чистое структурное моделирование без использования посторонних инструментов. Продукт позволяет реализовывать анализ конструкции в нелинейной постановке, а также предоставляет все возможности линейного анализа, что обеспечивает высококачественные, надежные результаты структурного моделирования.

2. *ANSYS Mechanical* – программное обеспечение для комплексного линейного, нелинейного и динамического анализ конструкций. Программный пакет обеспечивает полный набор поведения элементов, моделей материалов и уравнения решателей для инженерных задач. Кроме того, *ANSYS Mechanical* позволяет реализовывать акустический, пьезоэлектрический, термо-прочностной и термоэлектрический анализы.

Платформа *HyperWorks*, включающая в себя инструменты для моделирования, анализа, визуализации и управления данными для линейных и нелинейных задач, структурной оптимизации, изучения взаимодействия рабочей среды с конструкцией и динамики составных структур, обеспечивает всестороннюю, открытую архитектуру конечно-элементных решений.

HyperMesh – это независимая от *CAE*-решателей (конечно-элементных) среда для быстрой и высокоточной подготовки моделей. Программный пакет *HyperMesh* создан как препроцессор для высокоэффективного конечно-элементного анализа, позволяет работать в интерактивной визуализированной среде для определения характеристик модели при разработке продукта. *HyperMesh* является средой, которую используют для: моделирования твердотельной геометрии, моделирования геометрии поверхности, создания оболочечной сетки, создания твердотельной сетки, визуальной обработки модели, автоматической генерации срединной поверхности, точной настройки модели, создания сетки в пакетном режиме.

HyperView – это программный пакет для пост-процессинга и визуализации результатов конечно-элементного анализа, моделирования многокомпонентных систем, обработки цифрового видео и инженерных данных. *HyperView* позволяет создавать высококачественную анимацию и функции построения графиков. *HyperView* сочетает в себе возможность создавать высококачественную анимацию и функции построения графиков с синхронизацией рабочих окон для улучшения визуализации. *HyperView* также сохраняет 3D-анимацию в компактном формате *AltairH3D*. Таким образом, пользователи могут просматривать результаты *CAE* анализа и делиться ими с другим пользователями при помощи *Altair HyperView Player*.

Выбор метода анализа собственных частот и форм колебаний

Так как для проведения численного эксперимента был выбран программный комплекс «Ансис» [1, 2, 6], были опробованы на практике и проанализированы входящие в него методы анализа собственных частот и форм колебаний: *Block Lanczos* метод, *PCG Lanczos* метод, *Supernode (SNODE)* метод, *Reduced (Householder)* метод, *Unsymmetric* метод, *Damped* метод, *QR Damped* метод.

Block Lanczos метод применяется, чтобы найти много режимов (более 40) больших моделей. Рекомендуется, если модель состоит из сложной формы твердых элементов и элементов оболочки. Этот решатель работает хорошо, когда модель состоит из оболочек или комбинации оболочек и твердых тел. *Block Lanczos* метод использует собственный решатель - алгоритм Ланцоша, где расчет выполняется с блоком векторов. Этот метод особенно эффективен, когда поиск собственных частот проводится в выбранной части спектра собственных значений системы. Скорость сходимости собственных частот будет примерно такая же при извлечении мод в средних и высших концах спектра, как при извлечении низших мод (частот собственных колебаний).

PCG Lanczos метод используется, чтобы найти несколько режимов (до 100) очень больших моделей (500,000 + степеней свободы). Этот решатель выгоден, когда низшие режимы колебаний будут присутствовать в модели, которая в большинстве состоит из хорошо сформированных 3-D твердых элементов (то есть модели, которые, как правило, являются хорошими кандидатами для использования в *PCG*-итерационном методе для аналогичного статического или полного анализа переходных процессов).

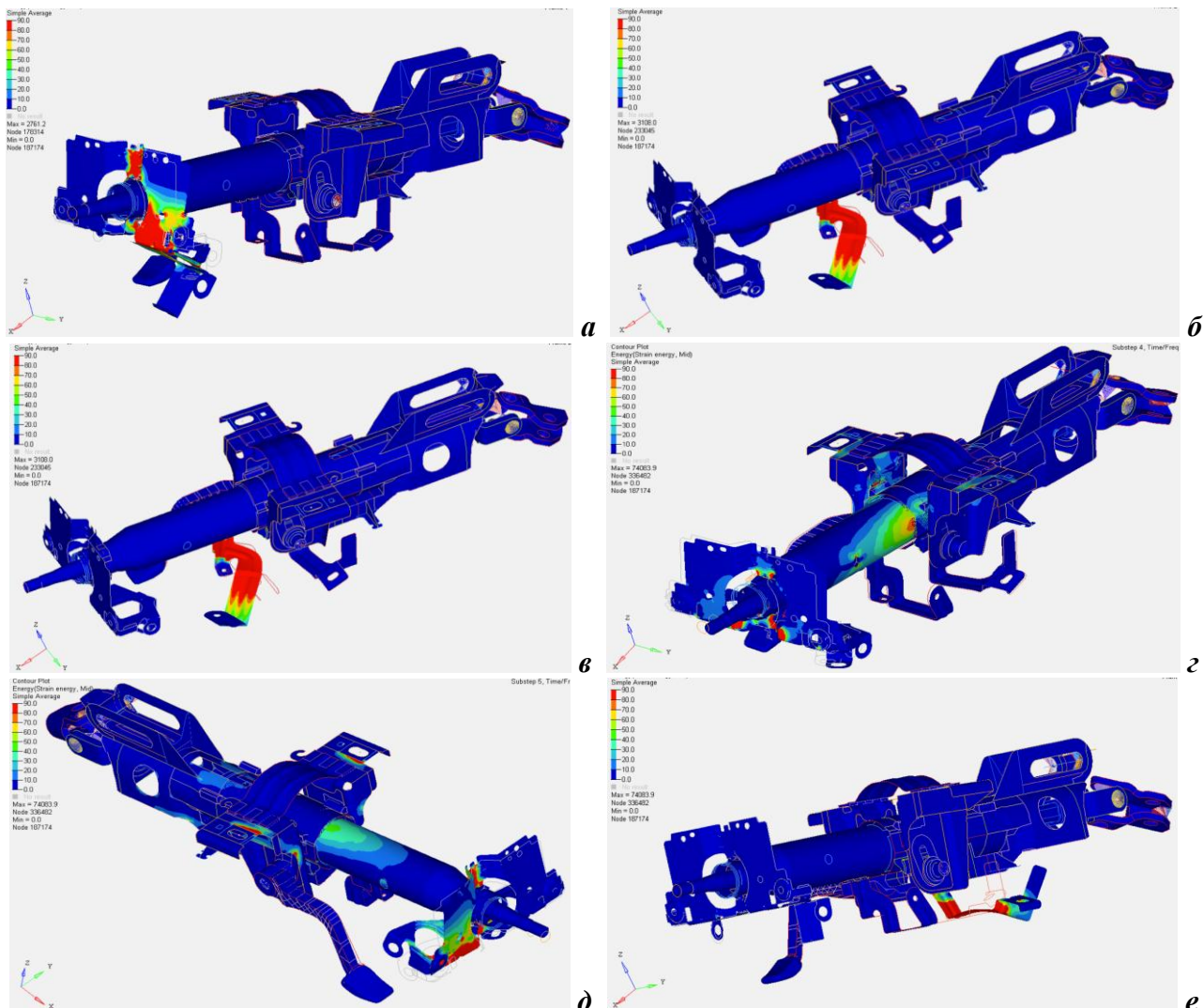


Рис. 4. Величины перемещений (максимум - красный, минимум - синий) рулевой колонки *N L42L MG* («Ниссан») для первых шести частот собственных колебаний (мод): *a, б, ..., e* — соответственно 1...6-я моды

Метод *PCG Lanczos* внутри использует алгоритм Ланцоша, в сочетании с *PCG* итерационным методом. Этот метод будет значительно быстрее, чем *Block Lanczos* метод в следу-

ющих случаях: большие модели, где преобладают 3-D твердые элементы и нет плохо обусловленных матриц из-за, например, плохой формы элементов; когда требуются лишь немногие из самых низких форм колебаний. Плохо обусловленные матрицы или требование множества режимов (например, более 100 режимов) могут привести к неэффективному времени обработки с помощью этого метода. Метод *PCG Lanczos* находит только низкие собственные значения, и не рекомендуется для случаев моделирования, когда нижний диапазон входных значений собственных частот далек от нуля.

Supernode (SNODE) метод используется, чтобы эффективно найти много режимов (до 10 000). Этот метод наиболее оптимален для 2-D плоскостных элементов или оболочно/балочных конструкций (100 режимов и более) и для 3-D твердых структурных элементов (250 режимов и более). *Supernode (SNODE)* решатель используется для решения больших и симметричных задач на собственные значения для многих форм колебаний (до 10 000 и выше) в одном решении. Как правило, причиной поиска многих форм колебаний является выполнение последующего режима-суперпозиции или *PSD* анализа для получения ответа в более высоком частотном диапазоне. Как правило, этот метод предлагает более быстрое решение, чем Блок Ланцош или *PCG* Ланцош, если число запрашиваемых режимов составляет более 200.

Reduced (Householder) метод используется, чтобы найти все режимы малых и средних моделей (менее 10 000 степеней свободы). Может быть использован для поиска нескольких режимов (примерно до 40) крупных моделей с правильным выбором мастер-степеней свободы (*MDOFs*), но точность определяется выбором частотно зависимых *MDOFs*. *Reduced* метод использует алгоритм *HBI (Householder-Bisection-Inverse iteration)* для вычисления собственных значений и собственных векторов. Это сравнительно быстрый алгоритм, потому что он работает с небольшим набором степеней свободы, называемых мастер-степени свободы (*MDOFs*). Использование *MDOFs* приводит к точной [K] матрице, но приближительной [M] матрице (обычно с некоторой потерей массы). Точность результатов, следовательно, зависит от того, как матрица [M] аппроксимируется, которая в свою очередь зависит от количества и расположения мастеров.

Unsymmetric метод использует полные [K] и [M] матрицы и предназначен для задач, в которых матрицы жесткости и массы несимметричны (например, акустические проблемы взаимодействия жидкость-структура). Действительная часть собственной величины представляет собой естественную частоту, а мнимая часть является мерой стабильности системы - отрицательное значение означает, что система стабильна, тогда как положительное значение означает, что система нестабильна. Ускоренная последовательность проверки недоступна для этого метода. Таким образом, есть возможность пропустить формы колебаний на более высоком конце извлеченных частот.

Damped метод – метод затухания – предназначен для задач, где затухание не может быть проигнорировано. Он использует полные матрицы [K], [M], и матрицу демпфирования [C]. Ускоренная последовательность проверки недоступна для этого метода. Таким образом, пропуск режимов возможен на более высоком конце извлеченных частот.

QR Damped Method - QR метод затухания сочетает в себе преимущества метода Блок Ланцош со сложным методом Хессенберга. Ключевой идеей является приближительное представление первые нескольких сложных затухающих собственных значений модальной трансформации с использованием небольшого количества собственных векторов незатухающих системы. После незатухающие формы колебаний оцениваются в применении реального собственного решения (блочный метод Ланцош), уравнения движения преобразуются в этих модальных координатах. При использовании *QR*-алгоритма небольшие проблемы собственных величин затем решаются в модальном подпространстве. Такой подход дает хорошие результаты для слабо затухающих систем, а также может применяться к любому произ-

вольному типу демпфирования (пропорциональное или непропорциональное затухания симметричных или несимметричных гироскопических матриц демпфирования). Этот подход также позволяет рассчитывать несимметричные жесткости, если они присутствуют в модели.

Поля перемещений рулевых колонок «Ниссан» для первых десяти собственных частот (мод), представлены на рис. 4, 5. После сравнения различных способов для проведения модального анализа рулевой колонки был выбран метод *Блок Ланцош*, т.к. объект исследования состоит из «сплошных твердых» элементов и элементов «оболочки». Такая визуализация полученных числовых данных даёт только качественную оценку описываемым явлениям, удобную для оперативного инженерного анализа, но мало пригодную для выявления путей совершенствования конструкции [4, 5].

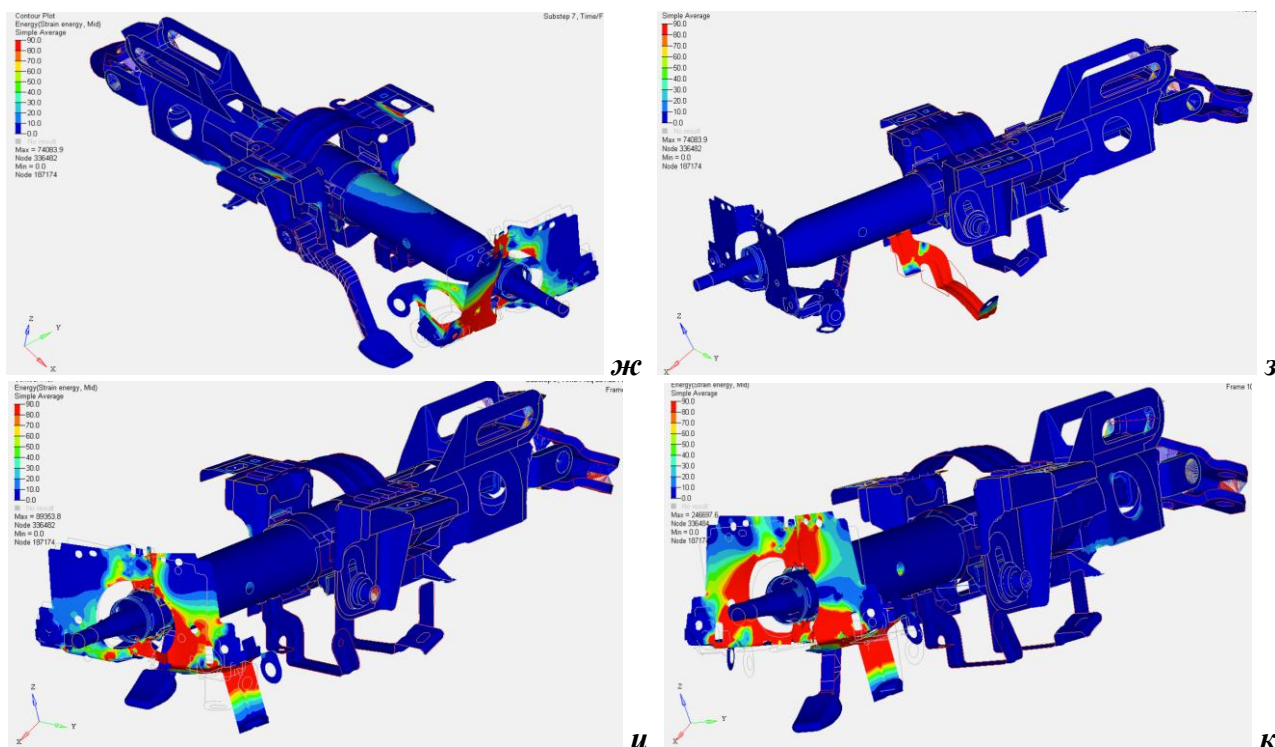


Рис. 5. Величины перемещений (максимум - красный, минимум - синий) рулевой колонки N L42L MG («Ниссан») для 7...10-й частот собственных колебаний (мод): а, ..., д — соответственно 7...10-я моды

Значения вычисленных при модальном анализе перемещений лишь качественно определяют их величину, но не являются количественно верными, так как модальный анализ — это анализ без внешних нагрузок, и величины перемещений объекта исследования при собственных колебаниях (модальном анализе) никак не соотносятся с таковыми при экспериментальных исследованиях и гармоническом анализе закрепленного объекта исследования.

Библиографический список

1. **Леонтьев, Н.В.** Применение системы ANSYS к решению задач модального и гармонического анализа / Н.В. Леонтьев. – Нижний Новгород: ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2006. – 102 с.
2. Решение задач динамики в ANSYS, геометрия моделей, разбиение моделей на конечные элементы. Краткое руководство пользователя: [пер. с англ.] / под ред. В.Е. Прохоренко, Г.Н. Евсеева. – Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2002. – 379 с.
3. **Шапкина, Ю.В.** The optimization of dynamic stiffness calculation for steering column in ANSYS software // Будущее технической науки: материалы XII международной молодежной научно-технической конференции; НГТУ. – Н. Новгород, 2013. С. 205–206.

4. Шапкина, Ю.В. Анализ виброакустических параметров автомобиля / Ю.В. Шапкина, У.Ш. Вахидов // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2013. № 4. С. 104–109.
5. Шапкина, Ю.В. Применение инновационной системы численного моделирования (*FEM*) для исследования виброакустических характеристик (*NVH*) деталей автомобиля / Ю.В. Шапкина, А.Г. Китов, У.Ш. Вахидов, В.А. Шапкин // Сетевое издание «Вестник Мининского университета» НГПУ, Н. Новгород. 2013. № 1 (4). С. 374–385.
6. ANSYS; User's Manual. Swanson Canonsberg, PA: Analysis Systems, Inc. 2011.

*Дата поступления
в редакцию 22.04.2014.*

U. Sh. Vachidov, A.V. Sogin, V.A. Shapkin, J. V. Shapkina

NUMERICAL STUDY VIBRATIONS CAR UNITS

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alexeev

Purpose: The article presents the results of numerical studies of the steering column oscillation.

Design/methodology/approach: Numerical simulation using the finite element method was performed using software packages ANSYS, the model was built in HyperMesh, result are visualized by HyperView.

Findings: Based on a comparison of different methods for modal analysis of the steering column has been selected Block Lanczos method.

Research limitations/simplifications: The present study provides the new powerful tool for vibration and noise control.

Originality/value: For the present moment it is quite innovative study.

Key words: steering column, numerical modeling, finite element method, modal analysis, the natural frequencies and mode shapes.